한국초등수학교육학회지 10(2), 151-169. Journal of Elementary Mathematics Education in Korea 10(2), 151-169.

수학학습 이론의 효과 고찰

박 미 향[1] · 박 성 택[2]

수학교육의 본질과 목표에 부합하는 교수-학습을 하기 위해서 Gagn'e의 학습 위계론, Piaget의 인지발달론, Bruner의 인지경로이론, Skemp의 범례제시 학습 이론 가운데 현장 수학과 교실 수업과 밀접한 관련이 있는 부분을 수학과 교수-학습에 적용해 보고 그 효과를 고찰해 본다.
이 연구의 결과는 첫째, 논리적인 계통성이 뚜렷한 수학과 학습을 학습위계에 따른 학습과제 분석표를 교사들이 작성하여 현장 수업에 활용하는 것이 미흡하였고, 둘째, 인지발달론에 따른 수학적 보존개념 형성시기에 적합한 개인차를 고려한 수학 학습 지도는 효과적이었으며, 셋째 수학적인 개념을 조작→영상→상징의 인지경로에 따른 학습지도는 학업성취에 긍정적인 효과가 있었고, 넷째, 범례제시를 통한 개념형성 학습은 새로운 수학적인 개념을 쉽게 이해하고 학습의 흥미도와 자신감을 높여주고 있음을 알 수 있었다.

[주제어] 과제분석, 보존개념, 인지경로, 범례

Ⅰ. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

수학교육과 관련 있는 대표적인 이론으로서는 Gagn'e의 학습 위계론, Piaget의 인지발달론, Bruner의 인지경로 이론, Skemp의 범례제시 이론 등을 들 수 있다. 이러한 이론들에 관하여 깊이 있는 연구의 부족으로 현장 교수-학습 지도를 하는데 활용이 부진한 편이다. Gagn'e의 학습 위계론은 계통성이 분명한 수학학습의 과제를 위계적으로 분석하는데 필요한 이론이다. 최종 수업목표를 달성시키기 위해서 학생들이 위계적이고 순서적으로 성취해야 할 학습 요소를 추출하여 상호 또는 위계적인 관계를 밝히는 학습과제 분석이 중요하다. 학습과제 분석은 단원 학습 전체 요소들과 이들의 관계를 일목요연하게 들어내 줌으로써 수업활동 구성, 기대하는 행동변화 등을 용이하게 하는 데 필요하다.

Piaget의 인지발달론에서 밝히고 있는 수학적인 개념의 보존개념 형성 시기에 관한 연구내용은 개인차가 심한 수학과 교수-학습에 적용하는 것이 학습의 효율성을 높일 수 있다고 한다. 보존성의 발달은 일정한 순차성을 가지고 하나의 위계적인 체계에 의한 질서정연한 발달을 하고 있다. 어떤 같은 수의 개수만큼 구체물을 공간에서 늘여 놓은 것과 모아 놓은 것을 보고 개수에 차이가 있다는 반응을 보이는 아동에게는 수의 보존개념이 형성되지 못했기 때문에 수를 지도하는 것은 무의미하다. 수량적인 보존개념의 발달수준

1) [제1저자] 부산구남초등학교
2) 부산교육대학교 수학교육과

은 개인에 따라서 1~2년의 차이가 있다. 보존개념 형성 시기를 고려하여 수학학습을 하는 것이 중요하다.

Bruner의 인지경로이론은 수학적인 내용을 대상으로 하여 연구하였다. Bruner는 추상적인 수학학습을 쉽게 이해하기 위해서는 인지과정의 경로에 따라 작동적→영상적→상징적 표상의 단계적인 학습이 효율적이라고 한다. 교사들은 이러한 이론을 알고 있으면서도 과정을 무시하고 답만을 요구하는 결과중심의 수학과 교수-학습을 지도하고 있는 것이 현장의 실정이다. 수학적인 개념이나 원리, 법칙 등을 보다 명확히 학습하기 위해서는 인지경로에 따르는 단계적인 교수-학습이 필요하다.

Skemp는 보다 확실한 수학적인 개념을 형성시키는 데는 적절한 범례 제시에 의한 수학학습이 효과적이라고 한다. 학습자가 이미 가지고 있는 개념보다 고차인 개념의 형성은 정의만으로는 이해할 수 없고 유일한 방법은 적절한 범례의 집합을 경험하는 일이라고 한다. 적절한 범례제시를 통한 수학학습은 수학적인 개념을 보다 명확하게 형성시켜 주고 수학적인 사고 활동의 범위를 넓혀주며 수학학습의 흥미도와 자신감을 높여준다고 한다.

이상의 논의에서 볼 때, 효율적인 수학과 교수-학습 지도를 하기 위해서는 수학교육과 밀접한 관련이 있는 학자들의 연구 내용을 수학과 현장 교실수업에 적절하게 활용할 필요성이 요구된다. 따라서 본 연구는 수학교육 관련 연구 이론을 수업에 적용해 보고 수학학습 효과를 고찰하는데 목적이 있다.

2. 연구 문제

이 연구가 구명하려는 구체적인 연구 문제는 다음과 같다.

가. 수학과 교수-학습지도에 단원별 학습과제 분석표를 작성하여 수업에 활용하는 실태를 조사하여 분석한다.

나. 수학적인 개념을 보존개념 형성 시기와 관련하여 학습할 경우에 학습효과를 분석한다.

다. 수학적인 개념이나 원리, 법칙 등을 인지경로에 따라 학습할 경우에 학업 성취도를 분석한다.

라. 수학적인 개념을 범례제시를 통하여 학습할 때 수학학습의 흥미도와 자신감을 높일 수 있는지를 분석한다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 학습 위계론에 따른 학습과제 분석

학생들이 위계적이고 순서적으로 성취해야 할 하위학습 요소를 추출하여 그것들의 상호관계를 밝히는 것을 학습과제 분석이라고 한다. Gagn'e는 학습과제를 분석하고 이를 위계적인 형태로 만드는 일은 모든 학생들이 가장 적절한 학습 항로의 발견을 위한 기초를 마련하는 일이라고 한다.

학습과제를 왜 분석해야 하는지 그 이유를 알아보기로 한다.

첫째로 학습과제를 분석해 놓으면 그 학습과제를 어떠한 순서로 학습시킬 것인가가 분명하게 나타난다. 둘째로 학습과제를 분석하게 되면 선수학습 능력이 무엇인지가 확실히 밝혀진다. 셋째로 학습과제를 분석하다 보면 정말 무엇을 학습시켜야 하고 무엇을 생략해

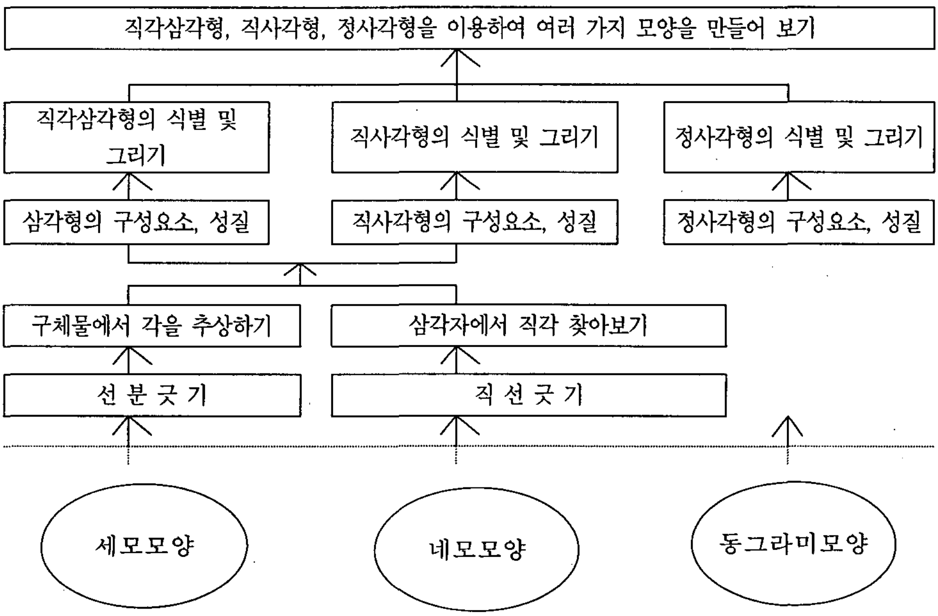
도 되는지가 어느 정도 분명해 진다. 넷째로 학습과제를 분석하게 되면 어떠한 활동이나 연습을 시켜야 하는지를 알게 된다. 다섯째로 학습과제를 분석하면 무엇을 언제, 평가해야 하는지를 분명하게 알 수 있다.

이처럼 학습과제 분석은 수업설계를 위해서 대단히 중요한 활동이 된다. 최종 수업목표의 성취를 위해 요구되는 세부학습 요소의 추출, 수업계열의 결정, 과정중심의 평가를 위한 근거 자료 제공, 적절한 학습경험의 제공을 위해 학습과제 분석은 필요하다. 수학과 학습과제는 학습 위계적 분석방법을 많이 사용하고 있다. 수학학습은 하나의 학습과제나 학습 요소가 독립적으로 존재하는 것이 아니라 다른 학습 요소와 종적으로 연결되어 위계적인 조직을 이루고 있기 때문에 이 방법을 쓰게 된다.

하나의 학습과제는 몇 개의 하위 학습과제로 분석될 수 있으며 이들 하위과제는 또 그 아래로 하위의 보다 세부적인 학습과제로 세분될 수 있을 것이라는 점이다. 이 때 상위 학습과제의 학습은 하위 학습과제가 충분히 학습되었을 경우에 학습이 용이하거나 가능하지 하위의 학습과제가 충분히 학습되지 않는 상태에서는 상위의 학습과제에 대한 학습은 극히 어려운 것으로 보고 있다. 예를 들면, 나눗셈을 학습하기 위해서는 곱셈을, 곱셈학습을 하기 위해서는 곱셈구구를, 곱셈구구를 모를 때는 동수누가의 덧셈을 할 수 있어야만 나눗셈을 학습할 수 있게 된다.

학습 위계적인 분석법에서는 최상위에 최종 수업목표, 즉 종합적이고 복잡한 학습과제를 놓고, 아래로 내려올수록 보다 단순하고 간단한 능력의 하위학습과제를 배열해두게 된다. 그러므로 아래에서부터 위로 올라갈수록 점차로 복잡한 행동으로 나아가게 되는 이른바 위계적인 학습과제 분석표가 되는 것이다. 그리고 이 위계적인 분석법에서 상하의 학습과제 사이에는 대체로 학습의 전이 효과가 높은 것이 전제로 도해가 만들어짐을 잊어서는 안 된다. [표 1]은 수학과 3-가 단계 '단원3 평면도형' 학습의 흐름을 나타내는 과제분석표를 작성한 보기이다.

[표 1] 평면도형 학습 위계표 (3-가-3)



[표 1]은 직각삼각형, 직사각형, 정사각형을 이용하여 여러 가지 모양을 만들어 보는 학습의 과제분석표이다. 점선 위의 내용은 앞으로 학습해야 할 과제들이고 점선 아래에 표시한 내용은 본 단원 학습을 위한 선수학습 요소를 나타낸다.

이상에서 볼 때, 논리적이고 계통성이 분명한 수학과 교수-학습 과정안을 작성할 때 수업자는 직접 학습과제 분석표를 작성하고 활용하는 방법을 인지하고 있어야 함을 알 수 있다.

2. 인지발달론에 따른 보존개념 형성

Piaget가 교육에 기여할 수 있는 가장 중요한 한 것들 가운데 하나는 아동은 여러 가지 면에서 어른과는 전혀 다르다는 점이다. 아동은 어른과는 다른 질적으로 특이한 정신구조를 가지고 있다. 아동은 자기중심적이고 타인의 입장을 생각할 수 없을 뿐만 아니라 가역성과 같은 형태의 사고는 불가능하다고 한다. 아동들은 개별적으로 자유롭게 자기가 스스로 선택한 과제를 자율조정의 과정을 통하여 학습하도록 해 주어야 한다는 점을 Piaget는 강조하고 있다. 교사는 한 아동이 현재 갖고 있는 인지적 수준(보존개념 형성 등)을 알고 있어야 하고, 지적 발달에 있어서 개인차가 크게 작용하기 때문에 전체집단 보다는 개개의 학생을 위한 교육이 되어야 한다.

인지발달에 부합하는 학습은 유의미 학습이 될 것이고 부합하지 않는 학습은 기계적인 학습이 된다. 인지발달수준과 학습과제가 맞지 않는다는 것은 곧 기계적인 학습이나 혹은 학습동기의 상실을 의미한다. 기계적 학습은 아동의 인지발달수준에 비해 과제가 너무 어렵거나 수준이 높을 때 발생하며, 학습동기의 상실은 과제가 너무 쉽거나 새로운 것이 못되어 아동의 흥미나 주의를 못 끌 때 일어난다. 교사는 아동의 인지발달수준을 진단하고, 여기에 따른 적절한 시기를 포착하여 학습과제를 제공해 주어야 한다. 그리하여 교사는 아동이 스스로 탐구나 조작 발견 활동을 통하여 만족스러운 학습을 할 때까지 인내심을 가지고 기다려주어야 한다. 여기에서 논의되고 있는 인지발달 수준은 수학적인 개념의 보존성과 밀접한 관련이 있다. 아동 개인에 따라 수학적인 개념의 보존성 형성 시기는 각기 다르다고 한다.

Piaget에 의하면 학습을 인지발달에 종속되는 것으로 보고 보존개념 발달수준에 적절한 학습이 이루어져야만 일반화 가치가 있고 전이효과가 있으며 파지력이 생긴다고 한다. 보존(conservation)이란 어떤 사물의 특징이 그 형태 변화에 관계없이 일정하다는 것을 인식하는 능력을 말한다. 보존 개념이 완전히 형성된 아동은 조작하여 사고할 수 있다고 한다. 논리 수학적 지식의 획득은 보존개념 발달과 관련 있는 아동의 심적 활동이 중심이 되고 있다. Piaget의 보존 개념발달 수준에 관한 연구는 보통 아동들을 대상으로 하여 아동 개개인의 보존개념 형성 시기를 알아보는 연구이었다.

Piaget의 임상실험 연구에 의하면 보존개념 형성 시기는 개인에 따라 차이가 있지만 보통수준의 아동의 보존개념은 다음과 같은 시기에 형성된다고 한다.

한 가지 속성에 의한 분류(4~6), 단순분류(8~9), 위계적 분류(9~10), 수의 보존성(6~7), 순서수와 집합수(6~7), 수의 계열성(7~8), 분수의 기초(6~7), 소수의 기초(8), 덧셈과 뺄셈의 기초(6~7), 덧셈의 교환성과 결합성(8~9), 곱셈의 기초(7), 곱셈구구(7~8), 곱셈의 교환성과 결합성(7~8), 평행과 수직(9), 삼각형의 합동(9~11), 삼각형의 닮음(12), 사각형의 닮음(13), 길이의 보존(7~8), 길이의 단위(9~10), 부피의 보존(11~12), 직육면체의 부피(11~12), 시간의 측정(8), 시간의 단위(8~9), 비와 비례(11~12), 확률의

기초(11~12), 포함관계의 기초(8~9).

이상에서 보이고 있는 수학적 개념의 보존성 발달은 일정한 순차성을 가지고 하나의 위계적인 체계에 의한 질서정연한 발달을 하고 있다고 한다. 수학적 개념의 학습은 보존개념 형성시기를 고려하여 학습하게 되면 유의미한 학습을 가능하게 한다.

3. 인지경로 이론에 따른 수학학습

Bruner의 인지경로 이론은 수학적인 내용을 대상으로 하고 있기 때문에 수학학습에 적용이라는 차원에서 고찰해 보기로 한다. 추상적인 수학학습을 쉽게 이해하기 위해서는 인지과정의 경로에 따라 학습을 해야 한다. Bruner의 인지경로 이론에서 밝히고 있는 지식의 세 가지 표현 양식은 다음과 같다.

첫째는 작동적 표현(enactive representation) 양식으로 어떤 결과에 도달하기 위해 거쳐야 할 일련의 동작들을 말하는데 이는 신체적 동작으로 지식을 얻어내는 표현양식이고, 둘째는 영상적 표현(iconic representation) 양식으로 개념을 대체적으로 설명하는 그림이나 모형으로 표현하는 양식이고, 셋째는 상징적 표현(symbolic representation) 양식으로 개념을 완벽하게 정의하는 글이나 기호 등으로 표현하는 양식이다.

여기에서 작동적 표현 양식은 조작활동이 중심이 되어 수학적인 개념이나 원리, 법칙 등을 구체적인 행동화, 조작화 등의 적절한 운동 반응을 통하여 무엇을 어떻게 하는가를 아는 것이고, 영상적 표현 양식은 내적인 심상에 근거를 두고 시각적 또는 다른 감각적 조작에 의하여 지식을 그림이나 도식으로 표현하는 것이며, 상징적 표현 양식은 융통성 있는 다양한 사고 체계에 근거를 두고 언어나 문자, 기호 등을 사용하여 지식을 표현하는 것으로 고차적인 문제해결 능력의 기초가 되고 있다.

[표 2] 인지경로에 따른 표현양식

작동적 표현	→	영상적 표현	→	상징적 표현
생활장	→	그림장	→	수학장
활동적 경험적	→	시각적 직관적	→	개념적 논리적
구체적인 사물을 통하여 감각적, 활동적, 경험적으로 조작하는 세계	→	영상 등을 통하여 시각적, 직관적, 염두적으로 조작하는 세계	→	식, 문자, 기호 등을 사용하여 개념적, 논리적, 추상적으로 조작하는 세계

[표 2]를 바탕으로 하여 '피감수가 5 이하인 뺄셈 (5−3=□)' 의 수업의 과정을 소개하기로 한다.

작동적 표현 단계에서는 생활 장면 문제를 제시하고 조작활동을 통하여 '이야기 꾸미기' 학습을 한다. 이 때 뺄셈 도입의 관점은 '제거형' 과 '비교형' 을 들 수 있다. 제거형은 '참새가 전깃줄에 5마리 앉아 있는데 3마리가 날아갔다. 몇 마리가 남았을까?' 와 같은 유형의 문제로 정적인 것이 있는데 동적으로 덜어내는 시차를 달리하여 도입하는

관점이고, 비교형은 '철수는 구슬을 5개, 순이는 구슬을 3개 가지고 있다. 누가 몇 개 더 가지고 있을까?' 와 같은 유형의 문제로 동시적으로 비교하여 도입하는 관점이다. 이와 같은 '이야기 꾸미기' 놀이를 통해서 바둑알이나 타일, 수막대 등을 가지고 실제 구체물 조작활동을 해 보게 한다. 이야기 꾸미기는 교사가 한 번 시범을 보이고 아동들이 많은 이야기 꾸미기 놀이를 할 수 있게 하는 교실 수업 장면을 제공해 줌으로써 아동들은 뺄셈의 개념을 쉽게 이해하게 된다.

영상적 표현 단계에서는 뺄셈을 수직선을 이용하여 학습을 한다. 수직선 뛰기에 의한 뺄셈공부는 0에서 출발시키고 1칸씩 뛰게 하며 화살표의 끝점에 나타난 수가 구하는 답이 된다는 사실을 알게 한다. 따라서 5−3=□의 뺄셈은 수직선 0에서 출발하여 오른쪽으로 한 칸씩 5칸을 뛰어가고 다시 왼쪽으로 한 칸씩 3칸을 뛰어오게 되면 화살표의 끝점은 2에 머무르게 된다. 이 때 2가 뺄셈 5−3=□의 답이 되는 것이다. 이와 같은 수직선 뛰기에 의한 학습은 정수 또는 유리수의 계산지도에서도 유용하게 적용되기 때문에 명확히 학습해 두어야 한다.

상징적 표현 단계에서는 피감수가 5 이하인 뺄셈의 학습을 형식화 해 주는 단계이다. 이 단계에서는 5−3=□를 가로형식의 셈과 세로형식의 셈을 병행해서 뺄셈을 할 수 있는 학습을 한다. 인지경로에 의한 3단계의 학습이 끝난 후에는 다른 피감수가 5 이하인 뺄셈을 아동 개개인의의 능력 수준에 따라 정확, 신속하게 하는 연습을 하게 한다. 이 때 조작(구체) → 영상(반구체) → 상징(기호)의 3단계 학습을 모두 할 수도 있고 생략하는 단계도 있을 수 있다.

저학년 단계에서는 작동적 표현, 중학년 단계에서는 영상적 표현, 고학년 단계에서는 상징적 표현에 의한 학습이 주로 이루어지기도 한다.

이상의 논의에서 볼 때, 인지경로에 따른 수학 학습은 수학학습의 성취도를 높여주는 학습이 될 것이다.

4. 범례제시를 통한 수학학습

Skemp는 학습자가 이미 가지고 있는 개념보다 더 고차적인 개념은 정의만으로 이해할 수 없고 유일한 방법은 적절한 범례의 집합을 경험하는 일이라고 한다. 적절한 범례들은 일상경험이나 환경에 의해서 직접 얻어지는 것은 추상도가 높지 못하기 때문에 수학적인 의미가 포함된 범례를 착안 제작하여 제시할 필요가 있다. 범례제시를 통한 학습은 아동들에게 보다 명확한 수학적 개념이 형성되어 인지적 사고 활동의 범위를 넓혀 가는데 중요한 핵심적인 역할을 하게 된다.

적절한 범례의 조건으로서는 학습자가 범례에 대하여 주의를 집중시킬 수 있고 호기심과 탐구심을 일으키는데 유효해야 하며 단조로움과 권태가 생기지 않는 범례이어야 한다. 그리고 주어진 범례를 가지고 학습한 후 학습자의 행동이나 심상에 오래도록 기억, 파지, 전이가 될 수 있는 범례이어야 한다. 따라서 개념형성에 제시될 범례는 아동이 이해할 수 있고 의도적으로 창안된 참신하고 호기심을 불러일으킬 수 있는 도전적인 자료만이 수학학습을 촉진시킬 수 있다고 한다.

범례제시를 통한 수학적 개념의 형성과정은 첫째, 주어진 범례의 각각을 의식하는 단계, 둘째, 범례에 대하여 서로 다른 점이 떠오르게 되어 여러 가지 지각 표상을 하는 단계, 셋째, 지각 표상에 공통적인 속성이 떠오르게 하는 단계, 넷째, 공통적인 점을 언어로 표현하는 단계의 과정을 밟아 줄 것을 요구하고 있다.

범례를 제시할 때 학습할 개념의 속성들이 내포된 정례(examples)만 제시할 것인가 또는 개념의 속성이 내포되지 않은 반례(non-examples)와 정례를 혼합 제시 할 것인가가 문제가 되고 있다. 범례를 혼합 제시할 경우 어느 정도의 비율로 혼합 제시 할 것인가도 문제가 된다. 수학적인 개념형성에 있어서 범례는 혼합 제시 하는 것이 효과적이고, 이때 반례보다 정례를 더 많이 제시해 주는 것이 사고의 혼란을 막아 준다고 한다.

Skemp는 수학적 개념의 속성의 정도에 따라 계열성을 지키고 정례와 반례를 동시에 제시하여 찾아내게 하는 연습을 하면 보다 명확한 개념 형성을 할 수 있다고 한다. 범례 제시 학습에 대한 예를 수학과 2-가 단계의 '단원 3 도형 움직이기' 의 학습 주제 '선분' 에서 알아보기로 한다.

아동들에게 '선분' 의 개념을 형성시킬 때 "선분이란 '두 점을 이은 곧은 선' 을 뜻한다." 라는 정의 중심의 설명식 학습만으로 그친다면 선분 개념에 대한 학습효과는 크게 기대하기 어려울 것이다. 이 때 선분의 개념 속성이 내포된 정적인 예(정례)의 범례들을 보여주고 또 선분 개념의 속성이 내포되지 않은 부적인 예(반례)의 범례들을 제시해 보임으로써 선분에 대한 개념이 보다 명확하게 형성될 것이다. 이 때 반례를 정례보다 많이 제시하면 아동들이 사고의 혼란을 일으키기 때문에 정례를 더 많이 제시해 주는 것이 효과적이라고 한다. 범례의 제시 비율은 정례와 반례를 3:1 정도로 제시하는 것이 적절하다고 한다.

이상의 논의에서 볼 때 수학적인 개념형성을 할 때는 정의만으로 설명식으로 학습하는 것보다는 적절한 정례와 반례를 혼합 제시 하여 학습하는 것이 수학학습의 흥미도와 자신감을 높여 줄 수 있게 된다.

Ⅲ. 연구 방법

1. 연구 대상

본 연구는 연구 문제별로 연구 대상을 다르게 한다.

연구문제 <가>는 수학과 단원별 학습과제 분석표 작성과 활용 실태를 조사하여 분석하는 문제이기 때문에 교원연수원에서 1급 정교사 자격연수를 받고 있는 교사 200명이 대상이 된다.

연구문제 <나>는 수학적인 개념을 보존개념 형성시기와 관련하여 학습할 경우의 학습효과를 분석하는 문제이기 때문에 부산 G초등학교 1가, 2가, 2나, 3나, 5가 단계별로 각각 5~6명씩의 아동이 대상이 된다.

연구문제 <다>는 인지경로에 따르는 수학학습의 성취도를 알아보는 문제이기 때문에 부산 G초등학교 3학년 2개반 62명(실험반 31명, 비교반 31명)이 대상이 된다.

연구문제 <라>는 범례제시 학습의 흥미도와 자신감을 알아보는 문제이기 때문에 부산 G초등학교 3학년 1개반 31명이 대상이 된다.

2. 연구 기간

본 연구의 기간은 2005년 3월부터 2006년 8월까지였다.

3. 검사 도구

가. 수학과 단원별 학습과제 분석표 작성에 관한 현장실태 조사표
나. 보존개념 형성시기와 관련된 수학적 개념의 학습효과 분석지
다. 인지경로에 따른 수학학업성취도 평가 문항
라. 수학학습의 흥미와 자신감을 조사하는 설문지

Ⅳ. 연구의 실행

본 연구의 실행을 연구문제별로 제시하면 다음과 같다.

1. 연구문제 <가>

수학과 교수-학습지도에 단원별 학습과제 분석표를 작성하여 수업에 활용하는 실태를 조사하여 분석한다.

수학학습 과제가 어떤 위계를 이루고 있으며 어떤 순서로 가르칠 것인가에 관심을 가지고 단원별 학습과제 분석표를 작성하여 수업에 활용하여야 한다. 초등학교 1급 정교사 자격연수를 받고 있는 현장교사 200명을 대상으로 하여 수학과 학습과제 분석표를 작성하여 수업에 활용하는 실태를 설문조사를 통하여 알아보기로 한다.

설문조사의 문항 내용은 다음과 같다.

① 각종 수학과 연수 때 학습과제 분석의 중요성을 들어본 적이 있는가?
② 수학과 교재연구를 할 때 학습과제 분석의 필요성을 알고 관심 있는 연구를 하고 있는가?
③ 수학과 단원별 학습과제를 위계적으로 분석하고 표로 직접 작성하여 수업에 활용하고 있는가?
④ 수학과 교사용 지도서 또는 참고자료에 제시된 학습과제 분석 내용을 실제 수업에 활용하고 있는가?
⑤ 수학과 학습과제 분석표를 수업에 활용하는 것이 학습의 효율성을 높일 수 있다고 생각하는가?

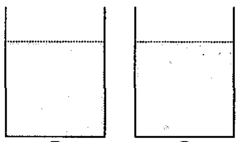
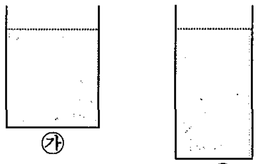
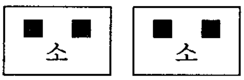
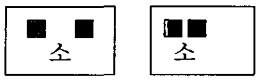
위의 설문 내용을 5단계로 구분하여 참여 정도를 조사한다. 참여 정도에 따라 '매우 그렇다', '그렇다', '보통이다', '그렇지 않다', '매우 그렇지 않다'로 빈도를 조사하여 수학과 학습 과제 분석표의 작성과 활용 실태를 분석한다.

2. 연구문제 <나>

수학적인 개념을 보존개념 형성시기와 관련하여 학습할 경우에 학습 효과를 분석한다.

수학학습은 보존개념 형성시기에 맞추어 지도하는 것이 학습의 효율성을 높일 수 있다고 한다. 연구 대상 아동에게 [표 3]의 보존과제에 대한 보존성을 본시 학습 도입과정에서 진단하고 이를 수학학습에 활용한다.

[표 3] 보존성 개념 조사표

보존과제	최초배열	변형	변형 배열	원리
수	㉮ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ㉯ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ㉮줄과 ㉯줄에 같은 동전이 있는가?	한 줄을 짧게 붙여 놓는다.	㉮ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ㉯ ○○○○○○○ ㉮와 ㉯의 동전 수는 같은가?	동전을 재배열한 후에도 개수는 동일하다.
질량	○ ○ ㉮ ㉯ 점토덩어리 ㉮와 ㉯는 같은 양인가?	점토 ㉯를 소세지 모양으로 변형한다.	○ ⬭ ㉮ ㉯ ㉮와 ㉯는 같은 양인가?	모양이 변하여도 점토의 양은 동일하다.
길이	㉮ ——— ㉯ ——— 막대 ㉮와 ㉯는 같은 길이인가?	막대 ㉯를 오른쪽으로 밀어 배열을 변화시킨다.	㉮ ——— ㉯ ——— ㉮와 ㉯는 같은 길이인가?	배열의 변화가 길이를 변화시키지 못한다.
용액	 ㉮ ㉯ ㉮컵과 ㉯컵의 물은 같은 양인가?	㉯컵의 물을 길다랗고 좁은 컵에 붓는다.	 ㉮ ㉯ ㉮컵과 ㉯컵의 물은 같은 양인가?	컵의 모양이 변형되어도 물의 양은 같다.
면적	 ㉮ ㉯ ㉮와 ㉯의 풀밭의 소가 같은 양의 먹을 풀을 갖고 있는가?	㉯풀밭의 각목의 위치를 바꾸어 놓는다.	 ㉮ ㉯ ㉮와 ㉯에서 같은 양의 풀을 갖고 있는가? 왜?	각목의 위치를 바꾸어도 풀의 양은 변함이 없다.

[표 3]과 같은 방법으로 진단하여 보존성 개념을 수는 1가 단계의 수 학습에, 질량은 2나 단계의 입체도형의 구성 학습에, 길이는 2가 단계의 길이학습에, 용액은 3나 단계의 들이학습에, 면적은 5가 단계의 넓이 학습에 활용한다.

[표 4] 보존 개념 조사 내용의 활용 학습 요소표

보존과제	단계	단원	주제	내용 및 활동
수	1가	1. 5까지의 수	1, 2, 3, 4, 5 약속, 쓰기, 읽기	수 1, 2, 3, 4, 5의 개념을 알고 숫자를 쓰고 읽게 한다.
질량	2나	3. 쌓기나무 놀이	쌓기나무로 여러 가지 모양 만들기	쌓기나무 6개 이하로 여러 가지 모양을 만들어 보게 한다.
길이	2가	5. 길이재기	단위 길이의 비교	단위길이에 따라서 나타낸 수가 다름을 알게 한다.
용액	3나	5. 들이재기	들이의 도입	주전자와 물병의 들이를 비교한다.
면적	5가	6. 평면도형의 둘레와 넓이	도형의 넓이	단위넓이를 이용하여 직사각형의 넓이를 이해하게 한다.

[표 4]는 도입과정에 보존성 유무를 진단하여 실제수업에 활용 할 구체적인 학습주제들을 나타낸 것이다.

3. 연구문제 <다>

수학적인 개념이나 원리, 법칙 등을 인지경로에 따라 학습 할 경우에 학업성취도를 분석한다.

인지경로이론을 중심으로 한 학습 과정안을 작동적 표현(활동적, 체험적 이해) → 영상적 표현(시각적, 직관적 이해) → 상징적 표현(개념적, 논리적 이해)의 단계에 따라 개발하여 이를 수학과 수업에 적용하고 학업 성취도를 분석한다.

<연구문제 다>는 3가 단계의 학습 요소를 한 학기 동안 인지경로 이론에 따른 학습을 한 반과 일반 수업으로 전개한 반의 학업 성취도를 비교하여 분석한다.

[표 5] 3가 단계의 영역별 학습 요소

영역	학습 요소	
수와 연산	· 1000까지의 수 · 나눗셈의 도입 · 곱셈과 나눗셈의 활용	· 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈 · 곱셈과 나눗셈 · 분수의 이해
도 형	· 각과 평면도형	· 평면도형의 이동에서 공간감각 기르기
측 정	· 길이(mm, Cm), · 분 단위까지 시간의 덧셈과 뺄셈	· 시간(시, 분)

[표 5]는 실험반과 비교반 아동들이 3가 단계에서 학습할 요소들이다.
다음은 '분수의 이해 '를 인지경로의 이론에 따른 학습활동을 간략하게 소개한 것이다.

가. 작동적 표현

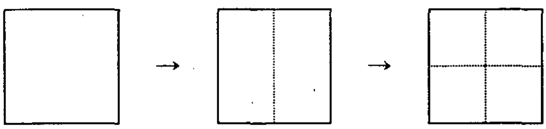
각 개인마다 정사각형 모양의 색종이 2장씩을 준비한다.

T: 정사각형 모양의 색종이를 반으로 접어봅시다. 다시 펼쳐봅시다.
작은 네모가 몇 개 있습니까?

S: 2개입니다.

T: 한 번 접어보고 또 한 번 접어봅시다. 다시 펼쳐봅시다.
작은 네모가 몇 개 있습니까?

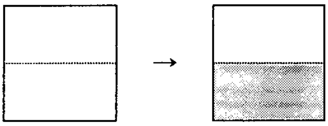
S: 4개입니다.



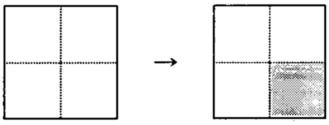
T: 색종이를 똑같이 접어나가면 전체는 같은 크기와 모양으로 나눠어지는 것을 알 수 있습니다.

나. 영상적 표현

T: 다음 그림을 봅시다. 이것은 전체가 똑같이 몇 개로 나누어져 있습니까?



S: 네모 모양이 2개로 나누어진 그림입니다.
T: 그렇다면 아래 색칠한 부분은 그 중에서 몇 개입니까?
S: 1개입니다.
T: 네, 위 그림은 전체를 똑같이 2개로 나눈 것 중의 1개입니다. 그러면 다음 네모 모양에서 색칠한 부분은 전체에서 몇 개입니까?



S: 전체를 4개로 나눈 것 중의 1개입니다.

다. 상징적 표현

T: 색종이를 한 번 반으로 접으면 전체는 2개의 부분으로 나누어집니다. 이 중에서 하나에 해당하는 것을 $\frac{1}{2}$이라 쓰고, '이분의 일' 이라고 읽습니다. 그러면, 전체를 4개로 나눈 것 중의 1개는 어떻게 쓰고 읽습니까?

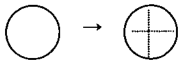
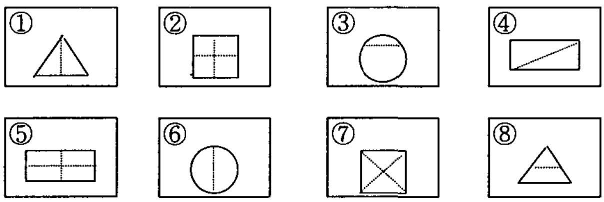
S: $\frac{1}{4}$이라 쓰고 '사분의 일' 이라고 읽습니다.

4. 연구문제 <라>

수학적인 개념을 범례제시를 통하여 학습 할 때 수학학습의 흥미도와 자신감을 높일 수 있는지를 분석한다.

수학적인 개념을 형성시키는 학습을 할 때는 정의 중심의 설명식 수업보다는 범례제시를 통하여 학습하는 것이 효과적이라고 한다. 범례는 정례만 제시해 줄 것이 아니라 반례도 적절하게 혼합 제시해 주는 것이 개념을 보다 명확히 형성시켜 줄 수 있다고 한다. 이상의 이론이 바탕이 된 수학과 교수-학습 과정의 약안을 [표 6]에 보기로 제시한다.

[표 6] 범례제시 교수-학습 과정안 (양의 등분할)

단계	교수-학습 활동	자료 및 유의점
기초	· 등분할 된 물체 알아보기 T: 여러 분이 좋아하는 피자가 있습니다. 네 사람이 똑같이 나누어 먹으려고 합니다. 똑같이 나누어 봅시다. S: (종이에 그려진 원형피자를 네 등분하여 본다.)  T: 피자가 똑같이 나누어져 있는지를 어떻게 하면 알아볼 수 있을까요? S_1: 본을 떠서 포개어 보면 됩니다. S_2: 눈짐작으로 비교해보면 알 수 있습니다. S_3:	· 피자(종이그림) · 자석칠판 · 피자를 가지고 흥미유발 시킨다.
제시	· 등분할 된 것과 아닌 것의 모양 제시 T: 다음의 여러 가지 모양을 살펴봅시다.  	· 여러 가지 모양판 카드 · 자석칠판 · 정례와 반례를 3:1 비율로 제시한다.
개념화	· 같은 것끼리 모아 보기에서 등분할의 개념 알기 T: 같다고 생각하는 것끼리 모아보고 어떻게 나누었는지 이야기해 봅시다. S_1: 모양이 같은 것끼리 모았습니다. S_2: 색깔이 같은 것끼리 모았습니다. S_3: 똑같이 나누어진 것과 그렇지 않는 것끼리 모았습니다. S_4: .... T: S_3가 나눈 것을 가지고 좀 더 공부해 봅시다. [① ② ④ ⑤ ⑥ ⑦] ㉮ [③ ⑧] ㉯ T: ㉮에서 서로 다른 점을 이야기 해 봅시다. 또 없을까요? S: (모양, 색깔, 크기, 분할 등분의 개수 등 다른 점을 이야기 한다.) T: ㉮를 보면서 서로 같은 점을 이야기 해 봅시다. S_5: 점선을 따라 자르면 모양과 크기가 똑 같습니다. S_6: 모두가 똑같이 나누어져 있습니다. T: 똑같이 나누어진 것을 보고 몇 등분한 것인지 이야기 해 봅시다. S_7: (2등분, 4등분 한 것을 이야기 한다.)	· 아동 각자의 생각에 따라 다양하게 스스로 관점을 정해 분류해 보게 한다. · 추상화 과정을 통하여 등분할의 개념을 형성하도록 한다.

[표 6]의 유형과 같은 범례제시 교수-학습 과정안으로 실험반에 수업을 하고, 비교반에는 일반적인 교수-학습과정에 따른 수업을 연구자가 두 집단에 수학과 전담 교체 수업을 실시한다.

Ⅴ. 연구의 결과 분석

연구의 결과를 연구 문제별로 분석하고 해석해 보기로 한다.

1. 학습 위계론에 따른 학습과제 분석 자료의 활용 실태

초등학교 1급 정교사 자격연수를 받고 있는 현장교사 200명을 대상으로 하여 수학과 학습과제 분석표를 작성하여 활용하고 있는 실태를 조사하여 그 결과를 [표 7]에 나타내어 본다.

[표 7] 수학과 학습과제 분석표 작성 활용에 관한 실태 조사표

번호	조사내용	매우 그렇다	그렇다	보통이다	그렇지 않다	매우 그렇지 않다
1	각종 수학과 연수 때 학습과제 분석의 중요성을 들어본 적이 있다.	5 (2.5)	13 (6.5)	143 (71.5)	23 (11.5)	16 (8.0)
2	수학과 교재연구를 할 때 학습과제 분석의 필요성을 알고 관심 있는 연구를 하고 있다.	3 (1.5)	20 (10.0)	120 (60.0)	33 (16.5)	24 (12.0)
3	수학과 단원별 학습과제를 위계적으로 분석하고 표로 직접 작성하여 수업에 활용하고 있다.	2 (1.0)	11 (5.5)	24 (12.0)	36 (18.0)	127 (63.5)
4	수학과 교사용 지도서 또는 참고자료에 제시된 학습과제 분석 내용을 실제 수업에 활용하고 있다.	24 (12.0)	36 (18.0)	116 (58.0)	18 (9.0)	6 (3.0)
5	수학과 학습과제 분석표를 수업에 활용하는 것이 학습의 효율성을 높일 수 있다고 생각한다.	43 (21.5)	124 (62.0)	30 (15.0)	3 (1.5)	0 (0)

[표 7]의 실태조사 결과를 분석해 보면 각종 수학과 연수 때 학습과제 분석의 중요성을 보통정도(71.5%)로 들어본 것으로 나타났고, 학습과제 분석의 필요성과 관심 있는 연구 내용은 보통정도(60%)보다 낮은 편이었다. 그리고 학습과제 분석표를 직접 작성하여 수업에 활용하는 문제는 '매우 그렇지 않다'에 63.5%의 교사가 반응을 보이고 있어서 문제점이 되고 있다.

학습과제 분석표를 수업에 활용하면 학습의 효율성을 높일 수 있다는 점에는 대부분의 교사들이 공감을 하고 있었다.

이상에서 볼 때, 학습과제 분석표의 작성과 활용은 수학과 교수-학습에서 중요성과 필요성을 공감하면서 실제 수업에 작성 활용하는 문제는 소홀히 되고 있음을 알 수 있었다.

2. 인지발달론에 따른 보존개념 형성시기와 관련된 수학학습

보존과제인 수, 질량, 길이, 용액, 면적에 관한 아동의 보존개념 형성시기를 진단하고 여

기에 관련된 학습을 하게 하여 결과를 분석해 보았다.

가. 수 (1가 단계, 5까지의 수)

수 1, 2, 3, 4, 5의 개념을 알고 숫자를 쓰고 읽게 하는 학습이다.

수에 관한 보존개념 진단은 동전 7개를 늘여 놓은 것과 모아 놓은 것이 개수에는 변함이 없다는 수의 보존성을 지닌 아동과 그렇지 못한 아동을 학습과정에 구분하여 학습을 시켰다. 수에 대한 보존성을 지닌 아동은 구체물의 개수와 숫자와 수사를 마음대로 1:1 대응을 시킬 수 있었다. 그러나 수의 보존성을 지니지 못한 아동은 숫자와 구체물, 구체물과 수사, 수사와 숫자 사이의 1:1 대응을 시행착오에 의해 겨우 이해하는 정도이었다. 수 도입 이전에 수에 대한 보존성을 진단한 결과를 바탕으로 하여 수에 관한 학습을 하는 것이 효과적이라고 본다.

나. 질량 (2나 단계, 쌓기나무 놀이)

쌓기나무 6개 이하로 여러 가지 모양을 만들어 보게 하는 학습이다.

질량에 관한 보존개념 진단은 똑같은 모양과 크기를 가진 점토 덩어리 2개를 보여주고 난 다음에 한 쪽을 변형시켰을 때 점토의 양은 동일하다는 질량의 보존성을 지닌 아동과 그렇지 못한 아동을 학습과정에 구분하여 학습을 시켰다. 쌓기나무 놀이 학습은 공간감각을 기르기 위하여 설정된 단원이지만 질량에 관한 보존성을 지닌 아동이 그렇지 못한 아동보다 공간에 대한 직관적 개념을 형성하는데 무리 없는 학습을 하였다. 공간에서의 물체의 위치, 물체의 모양, 크기, 모양을 이루고 있는 물체의 개수 등을 알아보는데 있어서 보존성이 형성되지 못한 아동들은 학습의 부진을 보였다.

다. 길이 (2가 단계, 길이재기)

단위 길이에 따라서 나타낸 수가 다름을 알게 하는 학습이다.

길이에 대한 보존개념 진단은 굵기와 길이가 똑같은 막대 2개를 놓인 위치를 바꾸어도 길이는 동일하다는 길이의 보존성을 지닌 아동과 그렇지 못한 아동을 학습과정에 구분하여 학습을 시켰다. 주어진 단위 길이로 여러 가지의 길이를 재어 수치화 하는 문제에 있어서 길이에 대한 보존성을 지닌 아동과 그렇지 못한 아동 사이에는 학습의 이해 면에서 차이를 보였다.

라. 용액 (3나 단계, 들이재기)

주전자와 물병의 들이를 비교하는 학습이다.

용액에 관한 보존개념 진단은 모양과 크기가 같은 2개의 컵에 들어 있는 물의 양이 같음을 보이고 모양이 길쭉하게 생긴 다른 컵에 한쪽 컵의 물을 옮겨 담아도 물의 양은 같다는 용액의 보존성을 지닌 아동과 그렇지 못한 아동을 학습과정에 구분하여 학습을 시켰다. 그릇에 물을 채웠다가 옮겨 담아보고 들이를 비교하거나 들이에 관한 임의단위의 필요성을 느끼는 학습에서 보존성을 지닌 아동은 쉽게 이해를 했으나 그렇지 못한 아동은 시행착오에 의해서 겨우 이해하는 정도이었다.

마. 면적 (5가 단계, 평면도형의 둘레와 넓이)

단위 넓이를 이용하여 직사각형의 넓이를 이해하게 하는 학습이다.

면적에 관한 보존개념 진단은 넓이가 똑같은 정사각형 모양의 풀밭에 각각 소를 한 마리씩 넣어 먹을 풀의 양을 알아보는 것으로 양쪽에 풀을 먹지 못하게 각목 2개씩을 넣어 위치를 변형시켰을 때도 풀의 양이 같음을 보이는 보존성을 지닌 아동과 그렇지 못한 아동을 학습과정에 구분하여 학습을 시켰다. 도형의 넓이를 구하는 방법을 찾아내고 단위 넓이를 사용하여 직사각형의 넓이를 구하는 학습에 있어서 보존성이 형성되지 못한 아동들은 학습이 거의 불가능한 상태이었다.

이상의 논의에서 볼 때, 수학적인 개념을 형성하는 학습에서는 아동이 학습 할 내용의 보존성을 진단한 결과에 따라 학습 전략을 세우는 것이 효과적이라고 본다.

3. 인지경로 이론에 따른 수학학습

추상적인 수학학습을 조작(구체) → 영상(반구체) → 상징(기호)의 인지경로에 따라 학습을 한다.

수학 3가 단계를 한 학기 동안 실험반과 비교반에 수학과 교과 전담 교체 수학 수업을 실시했다. 본 연구자가 실험반에는 인지경로에 따른 수업을, 비교반에는 일반 수업 과정에 따른 수업을 실시하고 학업성취도를 비교 분석한 것이다.

[표 8] 인지경로에 따른 수학 학업 성취도 평가 비교

구분	집단	N	M	SD	t	유의수준
사전	실험집단	31	79.89	10.24	0.43	P>.05
	비교집단	31	80.02	10.16		
사후	실험집단	31	85.97	8.87	2.39	P<.05
	비교집단	31	80.13	10.05		

[표 8]에 나타난 실험집단과 비교집단의 사전 학력평가 결과는 t=0.43으로 유의수준 5%에서 의의 없는 것으로 분석되어 두 집단은 통계적으로 학력 면에서 비슷한 집단임을 알 수 있다. 사후 학업성취도 평가에서 실험집단과 비교집단의 t검증 결과는 t=2.39로 유의수준 5%에서 의의 있는 것으로 나타났다.

이와 같은 t검증 결과는 인지경로에 따른 수업이 아동들의 수학 학업 성취도에 긍정적인 영향을 끼친다는 것을 알 수 있다.

4. 범례제시를 통한 수학학습

수학적인 개념을 형성하는 학습을 할 때 정례와 반례를 적절하게 혼합 제시하여 학습을 하면 수학을 쉽게 이해하고 학습에 대한 흥미와 자신감을 갖게 된다.

[표 9] 범례제시에 의한 학습 집단의 설문조사 결과표

빈도(%)

번호	설문 조사 내용	실험전	실험후
1	수학공부가 재미있다.	8(12.9)	25(40.3)
2	나도 수학공부를 잘 할 수 있다.	7(11.3)	10(16.2)
3	수학공부를 더 많이 하고 싶다.	6(9.7)	8(12.9)
4	수학공부를 잘 해서 칭찬을 받고 싶다.	5(8.1)	8(12.9)
5	혼자 하는 수학공부가 즐겁다.	4(6.4)	6(9.7)
6	수학공부를 해도 잘 모르겠다.	12(19.4)	2(3.2)
7	수학공부 시간이 지루하다.	8(12.9)	1(1.6)
8	생각하는 것을 싫어한다.	5(8.1)	1(1.6)
9	수학공부에 싫증이 난다.	4(6.4)	1(1.6)
10	수학공부에 관심이 없다.	3(4.8)	0(0)

[표 9]는 한 학기 동안 범례제시에 의한 학습을 한 실험반 아동 31명의 설문조사 반응을 전후 비교하여 분석한 결과이다. 설문조사 내용은 수학학습에 대한 긍정적인 것과 부정적인 것을 각각 5문항씩 만들어 제시하고 각자의 생각을 2개씩만 선택하도록 한 것이다. [표 9]에 나타난 결과를 보면 범례제시에 의한 학습을 하기 전에는 대부분의 아동들이 수학공부에 대한 흥미와 자신감이 부족한 것으로 나타났으나, 범례제시 학습을 실시한 이후에는 수학학습에 대하여 높은 긍정적인 반응을 보였다.

VI. 결론 및 제언

1. 결 론

본 연구의 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

첫째, 수학과 학습내용은 계통적이고 위계적으로 구성되어 있기 때문에 단원별 학습과제 분석표를 작성하여 수업에 활용하는 것이 필요하다. 학습과제 분석표 작성과 활용에 대한 현장교사들의 실태조사 결과는 중요성과 필요성을 공감하면서도 실제 수학수업에는 작성과 활용에 소홀히 되고 있음을 알 수 있었다.

둘째, 인지발달론에 따른 보존개념 형성시기와 수학학습은 밀접한 관련을 맺고 있다. 수학적인 개념에 대한 보존성을 지닌 아동은 수학을 관계적인 이해에 의한 유의미 학습을 할 수 있었다. 수학수업의 도입과정에 학습 할 내용과 관련이 있는 수학적 개념의 보존성을 진단하고 이 결과에 따라 학습전략을 세우는 것이 효과적이라고 본다.

셋째, 추상적인 수학학습을 유의미하게 학습하기 위해서는 인지과정의 경로에 따라 학습을 해야 한다. 저학년 단계에서는 작동적 표상, 중학년 단계에서는 영상적 표상, 고학년 단계에서는 상징적 표상에 의한 학습이 주로 이루어지기도 하지만 경우에 따라서는 조작(구

체) → 영상(반구체) → 상징(기호)의 학습이 단위 수업시간에 모두 이루어지기도 한다. 인지발달론에 따른 인지경로에 의한 수학학습은 아동들의 수학 학업 성취도를 높여 주었다.

넷째, 학습자가 가지고 있는 기존 개념보다 더 고차인 개념을 학습 할 때는 정의만으로는 이해할 수 없고 충분한 범례제시에 의한 학습만이 쉽게 이해할 수 있다. 범례를 제시할 때는 개념의 속성이 포함된 정례만 제시 할 것이 아니라 반례도 혼합 제시하는 것이 개념을 보다 명확하게 한다. 범례제시 학습은 아동들이 수학학습을 쉽게 이해하고 흥미도와 자신감을 높여 줄 수 있음을 알 수 있었다.

2. 제 언

이상의 연구 결과를 바탕으로 다음과 같은 제언을 하고자 한다.

첫째, 수학과 교재 연구를 할 때는 단원별 학습과제 분석 작업을 하고 이에 대한 활용방안도 연구하여 교실 수업에 적극적인 활용이 필요하다. 그리고 수학과 관련 각종 연구때는 교사들이 직접 단원별 학습과제 분석표를 작성해 보고 토론과정을 통하여 중요성, 필요성, 활용성 등을 알아보게 한다.

둘째, 수학과 수업의 도입과정에 본시학습과 관련 있는 수학적 개념의 보존성을 진단하고 이를 교수-학습 지도에 활용하게 한다.

셋째, 관계적인 이해에 의한 유의미한 수학학습을 하기 위해서는 인지경로에 따르는 수학과 교수-학습이 이루어져야 한다.

넷째, 수학학습을 쉽게 이해하고 학습의 흥미도와 자신감을 높이기 위해서 정례와 반례의 혼합 제시에 의한 학습이 효과가 있었기에 범례제시에 의한 수학학습을 권장한다.

참 고 문 헌

강완, 백석윤 (1998). **초등 수학교육론.** 서울: 동명사.

강완 외 공역 (1999). **초등수학학습지도의 이해.** 서울: 양서원.

강지형 외 6인 공저 (2005). **초등수학교육.** 서울: 동명사.

교육인적자원부 (2006). **수학과 교육과정 개정안 공청회.** 서울: 한국교육과정평가원.

김억환 역 (1984). **피아제의 지적 발달론.** 서울: 성원사.

김인식, 문선모 공역 (1984). **학습이론과 교육.** 서울: 교육과학사.

김재은, 정명숙 공역 (1982). **인지발달론.** 서울: 정민사.

김판수, 박성택 공역 (1996). **초등수학교육.** 서울: 교우사.

김학수 (1984). **현대 교수-학습론.** 서울: 교육과학사.

박만구 (2004). 문제해결 과정에서 나타나는 오류의 분석과 이를 활용한 평가, **대한수학교육학회지 논총 26회.**

박성택 (2006). **수학학습심리와 교수-학습 전략.** 서울: 경문사.

변영계 (1988). **수업설계.** 서울: 배영사.

서울대학교 교육연구소편 (1994). **교육학 용어사전.** 서울: 하우.

우정호 (2002). **수학학습지도 원리와 방법.** 서울대학교 출판부.

진위교 외 3인 공저 (1984). **현대수업의 원리.** 서울: 정민사.

최경숙 (1985). **아동심리학.** 서울: 민음사.

Brunner, J, S. (1961). The act of discovery, *Harvard Educational Review.*

Gagn'e, R. M. (1970). *The conditions of learning(2nd ed.),* NY: Holt, Rinehart and Winston.

Gagn'e, R. M. & Briggs. L. J. (1979). *Principles of instructional design,* Holt, Rinehart and Winston.

Piaget, J. (1965). *The child's conception of number,* New York: Norton.

Piaget, J. (1970). *Genetic epistemology,* New York: Columbia University Press.

Piaget, J. (1978). *Psychology and epistemology,* Hammonsworth: Penguin Books.

Skemp, R, R. (1979). *Intelligence, learning and action, Chichester,* New York: Wiley.

Skemp, R, R. (1986). *The psychology of learning mathematics(2nd ed.),* Harmondworth, New York: Penguin Books.

<Abstract>

A Study on the Effectiveness of Mathematics-Learning Theory

Park, Mi Hyang[3]; & Park, Sung Taek[4]

This study is to adjust the Theory in the Mathematics Education, apply it to learning mathematics and to analyse its effectiveness. The results of the study are summarized as follows.

First, because learning mathematics is hierarchical, teachers must make and use a task analysis table classified by units.

Second, development age and the retention of mathematics concepts are intimately associated with cognitive development theory.

Third, learning mathematics through cognitive processes enhances a student's scholastic achievement.

Fourth, students interests and self-confidence can be enhanced through the presentation of both examples and non-examples.

We cannot understand the higher-order concepts of mathematics by only its definitions. The only way of understanding such concepts is to have experience through suitable examples.

Keywords: task analysis, conservation, cognitive process, examples

3) 77hyang@hanmail.net
4) pst@bnue.ac.kr