

歷史 社會 環境과 九章算術의 構造

한양대학교 강신원
moonsk5@hanmail.net

中國의 算經에서 第一 먼저 우리의 關心을 끄는 것은 九章算術이다. 그러나 二千三百年 前부터 存在하였다고 推測할 뿐 編著者나 製作年度는 未詳이다. 여기에 있는 問題들을 數學的인 面에서 檢討하여 보는 것도 바람직하지만 歷史나 社會的 環境과 聯關시켜 分析하고 推論하여 九章算術의 構造를 밝혀낸다.

주제어: 九章算術, 中國 古代史

0. 序論

九章算術에 對하여 처음으로 言及한 사람은 劉徽이다. 劉徽는 後漢이 滅亡하고 三國時代라고 불리는 魏의 末에서 三國을 統一한 晉의 初期에 生存한 人物이다. 따라서 九章算術이 存在하였다고 推定되는 때부터 約 五百餘年 后의 劉徽의 言及은 別로 믿을 것이 못된다고 생각되지만 그 以前에는 아무도 言及한 事實이 없으니 答답할 뿐이다.

... 按周公制禮而有九數 九數之流則九章是矣 往者暴秦焚書經術散壞 自時厥後 漢北平侯張蒼 大司農中丞耿壽昌 皆以善算命世蒼等因舊文之遺殘 名稱刪補 ... 라고 하였다.

劉徽 自身이 九章算術에 註釋을 하면서 序文에 말하였다. 周公이 禮를 制定할 때 그 中에 九數라고 있는데 九數가 바로 九章의 原流이다. 秦始皇帝때에 焚書의 禍를 입어 여러 經術이 被害를 當하였으나 張蒼, 耿壽昌 등이 數學으로 世上에 이름을 떨치면서 흩어져 부서진 나머지를 주워 모아서 여기에 補充을 하여 只今의 九章算術이 되었다는 것이다. 이것으로 보면 九章算術은 始皇帝의 在位時期(246 ~ 210B.C.) 前에 存在하였다고 믿어진다. 또 劉徽는 自己가 九章算術에 注釋을 하는 理由에 對하여도 말하고 있다.

微幼習九章 長再詳覽 觀陰陽之割裂 總算術之根源 探蹟之暇
遂悟其意 是以敢竭頑魯 采其所見 爲之作注 ...

自己가 幼年에 九章을 學習하고 長성한 後에 다시 詳細하고 綿密히 보고 또 보고 읽고 생각하여보니 難解하고 平易한 部分으로 이루어졌음을 알게 되었고 모든 九章算術의 內容이 어떠한 根本 源泉에서 이루어졌는지 探求 省察한 사이에 드디어 著者의 意中을 깨닫게 되어 이것을 써서 남기고자 注를 만든다는 것이다 ([6]).

이 序文에는 年代가 記錄되어 있지 않다. 따라서 언제 劉徽가 注를 만들었는지 알 수 없다. 다만 隋書에 魏 陳留王 景元四年(西紀 263年) 劉徽注九章算術이라고 있어서 推定할 뿐이다. 劉徽의 數學的 記錄 以外의 人的 事項은 전혀 알려진 바 없다.

다음으로 九章算術에 言及한 사람들 中에서 가장 重要한 사람은 李淳風(西紀 602-670)이다. 唐 太宗·高宗때 사람으로 唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉勅注釋이라고 되어있는 點으로 보아 李淳風이 中心이 되어 여러 學者들이 九章算術을 비롯하여 當時에 存在한 十部算經에 注釋을 하였다. 이것은 中國에서 唐初 以前에 存在한 數學의 總決算이자 中國數學史上 十分 重大한 意義를 가지고 있다. 그는 麟德曆을 만들고 晉書와 隋書에 있는 天文志, 律曆志를 編纂하고 이 功으로 高宗 顯慶元年(西紀 616年) 昌樂縣男으로 封하여졌다. 男은 男爵이란 뜻이다. 其他 九章算術에 對한 事項은 九章算術 郭書春([1])에 있다.

九章算術의 秦始皇帝 時代 以前의 板本은 없고 張蒼의 刪補에서부터 劉徽의 注를 거쳐 李淳風의 注釋 以後에 定本이 되어 그 後에 여러 가지 刻本이 傳하여 왔다고 한다. 따라서 九章算術의 出現 年代나 編纂者를 究明한다는 것은 束手無策이다. 現在 中國에서 九章算術이 記錄된 竹簡의 部分이 發見되었다고 하나 原本인지 筆寫本인지 알 수 없고 年代도 不分明하다고 한다. 다만 앞으로의 劃期的인 發見과 科學的 檢證이 期待될 뿐이다. 本 論文에서는 다만 九章算術의 內容을 熟讀玩味하여 九章算術의 出現 過程과 構造를 推論하고자 한다.

1. 方田, 粟米章

中國의 古代史를 보면 아주 오랜 古代부터 人類는 採取한 野生의 果實과 狩獵한 鳥獸를 食物로 하여 生命을 維持하면서 遊浪 生活을 하다가, 穀物을 栽培하는 技術과 家畜을 飼育하는 方法을 習得하면서 適當한 場所에 定着하게 되었다고 한다. 이와 같이 하여 紀元前 3000年頃에는 黃河中流域에 農耕文化가 發展하고 있었다. 그러나 現在 確認된 것은 紀元前 1200年頃의 殷墟遺蹟이 發掘되어 甲骨과 青銅器에 刻字된 文字를 解讀하여 推定되는 殷王朝의 實在이다. 周武王이 殷王朝를 滅亡시키고 紀元前

1050年頃 周王朝가 始作하고 宗親과 功臣을 封하여 200餘個의 國家가 있었다고 한다.

一定한 場所에 定着한 人間의 生活에 必須的으로 必要한 것은 土地이다. 必要한 土地를 開墾하여 子孫들에게 물려주면 그들은 다시 近處의 土地를 開墾하였다. 이와 같이 하여 오랜 歲月동안에 한 氏族의 集團 居住地가 이루어져 이것을 邑이라 하였다. 이때 開墾한 土地는 公用이고 木材와 石器로 된 農器具로 作業하였기 때문에 自然 그대로의 形態로 方田, 直田, 圭田, 邪田, 箕田, 圓田, 苑田, 弧田, 環田 등이었다. 春秋時代(772 ~ 403 B.C)부터 強大國이 弱小國을 併合하는 弱肉強食의 時代가 되어 200餘個의 國家로 分割된 天下는 國家의 數가 漸次 減少하였다. 各國은 다투어 有能한 人才를 迎入하였고 여기에 本國에서 뜻을 못 편 俊傑들은 名君을 찾아 天下를 누볐다. 따라서 人口의 移動이 頻繁하여지고 土地에 얽매인 그들의 移動을 더욱 圓滑하게 한 것은 貨幣의 出現이었다. 貨幣의 通用이 始作되면서 個人 財產의 意識이 생기어 土地의 私有와 所有權이 確認되고 이제까지 現物을 課稅한 賦稅는 便利한 貨幣로 代置되었다. 이때 千差萬別인 天下의 田地에 대한 公平한 課稅 方法이란 무엇인가? 라는 問題가 當然히 擡頭되었을 것이다. 여기에 對한 答이 地積이다. 모든 田地에 各各 固有의 積이라는 數를 決定한다는 것이다. 田地의 이 積이라는 數를 求하는 方法을 쓴 것이 方田章이다. 가장 簡單한 方田의 積에서부터 複雜한 環田의 積까지 求하는 方法은 오랜 歲月에 걸쳐 여러 사람의 손을 거쳐 이루어졌을 것이다. 모든 田地의 積 計算 方法의 完成이야말로 土地 所有를 容易하게하고 課稅를 公正하게 하여 原始的 社會에서 近代社會로의 發展에 一大 躍進的 契機의 第一步가 되었다. 특히 注目할 것은 分數의 四則演算이 方田章에 記錄되어 있다는 것이다. 이것은 積의 計算에서 整數值에서 이루어지는 計算보다는 整數值과 整數值사이의 數에서 이루어지는 경우가 許多하여 深刻한 紛爭과 激烈한 抗議의 結果 이것을 解決하기 爲하여 心血을 기울여 分數의 四則을 研究 完成시킨 것을 意味한다. 즉 分數의 四則演算을 利用하여 積의 精密한 數值를 計算함으로써 모든 紛爭과 抗議가 消滅되었다.

方田章에는 方田에서 環田까지의 積의 計算問題가 있다. 그러나 題目은 方田으로 되어있다. 이것은 論語나 孟子의 各章의 題目과 類似하다. 各章마다 처음 나오는 句節에서 題目을 取하는 것이다. 論語의 學而第一은 子曰學而時習之不亦說乎이고 孟子의 梁惠王章句上은 孟子見梁惠王王曰叟不遠千里而來亦將有以利吾國乎이다. 또한 여기에서 다른 問題들을 보면 荒蕪地나 林野를 開墾한 積이 1畝인 方田, 積이 168步인 直田, 積이 126步인 圭田, 積이 9畝144步인 邪田, 積이 1畝135步인 箕田, 積이 75步인 圓田, 積이 120步인 苑田, 積이 1畝97步半인 弧田, 積이 2畝55步인 環田 등 우리의 周圍에서 흔히 볼 수 있는 小形의 田地들이다.

이와 같은 開墾한 田地에 五穀의 種子를 뿌려도 豐盛한 收穫을 期待할 수는 없었다. 벼를 收穫하였을 때 搗精의 程度에 따라 糲米, 粳米, 鑿米, 御米로 區分한 것은 狹小한 田地에서 生産한 限定된 벼를 可及의 搗精의 比率을 낮추어 쌀의 量을 極大化하여 食糧을 自給하고자 하는 意圖이다. 벼의 栽培가 不可能한 田地는 大豆, 小豆등 雜

穀을 栽培하여 收穫한 後에 쌀과 物物交換 하는 必要性이 切實하였다. 뿐만 아니라 日常生活에서 모든 穀物은 相互間에 物物交換함으로써 生活이 圓滿히 이루어졌다. 여기에 對한 交換 比率이 共通的으로 決定되고 이 比率에 따른 交換 方法이 粟米章에 記述되어있다.

內容을 보면 粟 一斗는 糲米 六升과 바꾸는 問題부터 粟 二斗一升을 糲米로 바꾸는 問題, 또한 粟 七斗九升을 御米로 바꾸는 問題에서부터 麥 一斗를 大糲으로 바꾸는 問題들이 있다. 여기에서 取扱하는 單位가 거의 斗, 升, 斛으로 되어있어 當時의 生活相을 聯想할 수 있다. 粟米章 後半에는 物物交換에서 貨幣에 依한 生必品の 購入에 對한 問題가 있다. 方田章에는 分數의 演算에서 分錢의 問題가 두 個 있을 뿐이나 粟米章에서는 貨幣에 依한 生必品の 流通이 圓滑하였다는 것을 나타내고 있다. 貨幣의 通用이 春秋時代부터였다는 것을 勘案하면 方田章과 粟米章이 같은 春秋時代에 著述되었다하여도 年代는 百年또는 數十年의 差異가 있는 것으로 짐작된다.

2. 衰分, 小廣, 商功章

衰分章의 第一 처음 問題는 다음과 같다.

今有大夫不更簪裹上造公士凡五人 共獵得五鹿 欲以爵次分之 問各得幾何

이 問題는 現在 우리가 알고 있는 比例配分의 問題이다. 이 問題에는 本文에 반드시 五人 各人의 固定 分配 比率이 指示되어야 한다. 이것이 問題의 條件으로서 提示되지 않으면 解法이 不可能하다. 그러나 問題 本文에는 爵次分之라고만 되어있다. 즉 著者가 衰分章을 著述할 때에는 世人들이 이들 五人의 爵位에 대하여 너무나 常識的으로 잘 理解하고 있고 이 五人들의 爵次를 充分히 알고 있었다는 事實이다. 그러나 이제 二千數百年의 歲月이 흘러 現在의 우리로서는 到底히 理解할 수 없는 일이다. 本文의 解는 다음과 같다.

術曰 列置爵數各自爲衰副并爲法 ...

하고 여기에 注가 있다.

爵數者謂大夫五 不更四 簪裹三 上造二 公士一也

이 注는 劉徽가 쓴 것 같다. 劉徽도 本文에 있는 問題의 條件에 爵次의 數가 提示되지 않다면 解法이 不可能하다는 것을 알고 後學을 爲하여 注를 하였을 것이다. 劉

徽는 著作年代로부터 數百年 後의 사람이라 爵數에 대하여 仔細히 알고 있었겠지만 現在의 우리로서는 理解가 안되는 점이 많다. 이 爵位는 어느 時代에 있었는가? 왜 爵數가 1, 2, 3, 4, 5인가? 萬一 爵數가 等差數列로 간다면 이 以外에도 1, 3, 5, 7, 9일 수도 있고 그 밖의 다른 等差數列은 얼마든지 많다. 여기에 明快한 判定을 얻기 위하여 中國 古代史의 參考文獻([2], [3])을 보면 戰國時代 初期에 軍功에 依하여 1級 公士로부터 20級 列侯까지 賜爵되었다고 한다. 표로 만들어보면 다음과 같다.

| 級 | 爵名 | 受爵條件 | 賜與田 · 宅 |
|---|----|------|---------|
| 1 | 公士 | 斬首 1 | 1頃 5畝 |
| 2 | 上造 | 斬首 2 | 2頃 10畝 |
| 3 | 簪裹 | 斬首 3 | 3頃 15畝 |
| 4 | 不更 | 斬首 4 | 4頃 20畝 |
| 5 | 大夫 | | 5頃 25畝 |

이 五人의 級數는 이들이 賜與된 田宅의 積數의 比와 一致한다. 즉 積數의 比는 1, 2, 3, 4, 5이다. 이것을 볼 때 戰國時代의 各國의 切迫한 國內 事情을 알 수 있다. 周 王朝 初에 있었던 200餘個의 國家들은 春秋時代를 거쳐 戰國時代에는 韓, 魏, 趙, 齊, 燕, 楚, 秦의 七國만 남았다. 이 七國은 약 二百年間을 戰爭으로 歲月을 보냈다. 春秋時代부터 強大國이 弱小國을 併合하면서 弱小國의 君主와 支配階級인 士大夫를 苛酷하게 處刑하거나 國外로 追放하여 後患을 없애고 그 家族들을 奴婢로 만들었다. 그야말로 國破君亡이다. 그러니 國家 政策의 最優先 順位가 富國強兵이고 完璧한 國防이다. 軍士들이 勇敢하게 싸우도록 하는 最善의 方法은 軍功에 對한 充分한 賞勳이다. 戰場에서 斬首 하나만 하여도 田地 一頃과 住宅 五畝를 賜與한 것은 놀라운 軍人 優待政策이다.

현재 어느 나라도 勳章은 金錢과 物質의 아무런 惠澤없이 名譽로운 것으로만 되어 있는 것과 比較하면 그 當時는 破格的인 待遇이다. 어제까지 無賴漢으로 指彈을 받던 젊은이가 오늘 戰爭에 나가서 軍功을 세워 爵位를 받는 경우도 許多히 일어날 수 있고 이와 같이 爵位를 받은 軍人들은 社會의 새로운 階級을 形成하고 庶民들의 羨望의 對象이었다. 衰分章의 問題 中에 이들에 관한 問題가 20個중 3個 있는 것으로 보아도 그 當時 얼마나 이들이 社會의 人氣 階層인지 짐작이 간다. 戰爭을 約 200年間 遂行할 때에 가장 必要한 것은 兵力 補充을 위한 壯丁 徵集, 軍資金의 募金, 食糧의 徵發, 賦役 動員등이다. 이러한 일을 施行하려면 組織化된 社會여야 한다. 例를 들어 어느 村落에 食糧 徵發의 割當量이 通告되면 即時 住民이 모여서 相議하였을 것이다. 이때 가장 바람직한 것이 各自 所有하고 있는 土地에 比例하여 據出하는 比例配分의 方法 일 것이다. 衰分章의 問題를 보면 이와 같은 比例配分에 依한 問題 解決 方法이 日常

生活의 모든 領域에 利用된 것을 알 수 있다. 또한 勞役 動員에 관한 問題도 하나 包含되어 있다.

小廣章에서 처음 나오는 問題가 다음이다.

今有田廣一步半 求田一畝 問縱幾何

이 問題의 要旨는 積이 一畝인 田에서 廣이 一步半일 때 縱을 얼마로 하면 되느냐 라는 것이다. 다음에 繼續하여 積이 一畝인 田에서 廣을 漸次 길게 잡으면 縱은 얼마가 되는가 하는 問題들이다. 끝에 가서는 다음 問題이다.

今有積五萬五千二百二十五步 問爲方幾何

積이 五萬五千二百二十五步인 田을 方田으로 고칠 때 한 변의 길이가 얼마인가 하는 뜻이다. 春秋時代의 戰爭은 彼我兩軍이 어떤 平原에서 만나 바로 勝敗를 決定하였다 한다. 그러나 戰國時代에 와서는 築城技術이 發達하여 要所에 要塞을 築造하여 攻城包圍戰이 되었다. 戰爭은 長期戰이 되고 여기에 必須 不可缺한 것이 軍糧이다. 이 軍糧을 平常時에 充分히 確保하는 것이 時急한 課題이다. 따라서 食糧 生産의 極大化가 要求되고 이 切實한 要求에 따라서 農業技術이 革新的 發展을 하고 田地가 直田化, 方田化되어 全天候 水理化가 되어갔다. 全國의 農耕地를 直田化, 方田化 시키는데 決定的 役割을 한 것이 小廣章에서 다룬 問題들이다. 문제에 있는 五萬五千二百二十五步의 積인 田地를 갖는 主人은 積을 그대로 보존하면서 이웃에 아무런 被害없이 開方法 演算에 의하여 한 변이 二百三十五步인 方田으로 옮겨간다. 이와 같이 하여 黃河中流域의 全大地는 面目을 一新하는 沃土가 되었다. 이후로 圭田, 箕田, 邪田 ... 環田은 算書에서 자취를 감추고 大單位 食糧生産으로 稗米, 糯米, 御米等の 用語도 사라졌다. 오직 算書에 나타나는 關心 事項은 直田, 方田 또는 直田의 半인 句股田이었다. 積이 알려진 田地를 方田으로 만들 때 한 변의 길이를 구하는 開方 演算法을 보면 一次項이 없는 二次方程式의 解를 구하는 演算法이다. 算學啓蒙([4])이나 九一集([5])에서 開方 演算法을 天元術에서 開方式의 解를 求하는 部門에서 다루고 있다. 小廣章은 古代 中國의 農地整理의 根本的 理論이고 方程式論의 根源이다.

商功章에서는 土木工事に 關한 問題를 다루고 있다. 敵의 攻擊을 效果的으로 防禦하기 爲하여 要所에 築城을 하고 城壁으로 外部와 遮斷하였다. 當時 趙, 燕나라에서는 北方에 長城을 쌓았다. 秦始皇帝때 이들을 補修하고 더욱 延長하여 萬里長城이 되었다. 守城에 必要한 軍民을 城內에 集團移住시키고 이들이 居住할 住宅을 建築하고 또 軍糧과 物資를 貯藏하는 巨大한 倉庫의 建立등 새로운 都市가 續續 나타났다. 이때 가장 큰 도시는 齊의 臨淄이고 戶數는 約 七萬戶였다고 한다. 軍馬와 兵車의 移動과

物資輸送에는 運河와 道路의 整備가 必須的이고 方田, 直田化된 農耕地에는 縱橫으로 直線的인 水路가 設備되었다. 이러한 工事들은 商功章에서 보는 問題들의 解法에 必要한 數學理論으로 可能하였다.

3. 均輸, 盈不足, 方程章

均輸章의 第一番 問題는 다음과 같다.

今有均輸粟 甲縣一萬戶行道八日 乙縣九千五百戶行道十日
丙縣一萬二千三百五十戶行道十三日 丁縣一萬二千二百戶行道二十日
各到輸所凡四縣賦當輸二十五萬斛 用車一萬乘 欲以道里遠近戶數多少表出之
問粟車各幾何

이 問題를 보면 먼저 甲縣, 乙縣, 丙縣, 丁縣이라는 行政區域 單位인 縣이 처음으로 登場한다. 戰國時代는 結局 秦始皇帝의 天下統一로 幕을 내렸다. 統一이 되고 中國天下는 郡縣制度에 依하여 36郡으로 分割되고 郡은 縣으로 다시 分割되었다. 이 制度는 漢에도 이어졌다. 각 縣의 戶數가 一萬餘戶라면 大端한 人口이고 車萬乘으로 輸送한다면 道路가 充分히 整備되었음을 말한다.

二十五萬斛의 粟이라면 이와 같은 收穫을 거둘 수 있는 農耕地가 當然히 存在한다는 것이다. 이것은 粟米章에서와 같이 粟 一斗를 糲米 六升으로 物物交換하는 社會에서는 想像도 못하는 일이다. 우리는 이 問題를 읽고 바로 統一泰平天下에서의 問題라고 直感한다.

今有人持金十二斤出關 關稅之十分而取一 今關取金二斤價錢五千 問金一斤值錢幾何

여기서는 金이 貨幣와 같은 役割을 하면서 通用되고 關門이 要塞로서의 役割에서 商人들에게서 收稅의 役割을 하는 곳이 되었다는 것을 意味한다.

今有鳧起南海七日至北海 雁起北海九日至南海 今鳧雁俱起 問何日相逢

이 問題는 오리가 南海에서 北海까지 7일에 가고 기러기는 北海에서 南海까지 9일에 갈 때 오리와 기러기가 동시에 出發하면 며칠 후에 서로 만나는가 하는 問題이다. 答은 三日十六分日之十五이다. 이 문제는 著作者가 海邊에 가서 끝없는 空想끝에 實現 不可能한 條件下에 이루어지는 遊戲的인 이야기로만 可能하다. 南海에 있는 오리가 7日間 한때도 쉬지 않고 먹지도 않고는 날을 수 없고 北海에 있는 기러기도 9日間

마찬가지이다. 또 全然 보이지 않는 오리와 기러기가 서로 直線으로 있는 距離를 조금도 離脫하지 않고 날아서 만난다는 것도 不可能하다. 答에 있는 十六分日之十五時면 子正에 가까운 어두운 밤인데 鳥類가 어떻게 夜半에 날아다니는지 도무지 알 수 없는 일이다. 問題에서와 같이 空想的 數學的 遊戲를 할 수 있는 것은 오직 泰平天下에 飢餓와 戰爭의 念慮없는 精神的 肉體的 餘裕가 있기 때문일 것이다.

今有甲發長安五日至齊 乙發齊七日至長安 今乙發已先二日 甲乃發長安 問幾何日相逢
答曰 二日十二分日之一

漢高祖는 約10年間の 秦末 舉兵과 楚漢 戰爭끝에 天下를 統一하여 西紀前 200年에 洛陽에서 長安으로 遷都하였다. 이때 처음으로 長安의 이름이 알려졌다. 문제의 甲發長安五日至齊는 甲이 長安을 出發하여 五日이면 齊의 가장 繁華한 도시 臨淄에 到着한다는 뜻이다. 世上은 泰平天下이고 往年에 軍馬와 兵車가 달리던 街道는 遊人을 태운 遊覽馬車로 넘쳤다. 마치 現在의 高速道路가 連休에 停滯現像을 빚는 것과 같다. 따라서 여기에 대한 數學的 問題가 自然 發生하였을 것이다. 이 問題에서 甲, 乙의 出發時點부터 쉬지 않고 잠도 안자고 5日 또는 7日間 繼續 길을 간다는 것은 不可能하다. 또한 처음부터 끝까지 一定 速度를 維持한다는 것도 있을 수 없다. 山을 오르는 길이나 물을 건널 때에는 速度가 떨어지기 마련이다. 答에서 보이는 二日十二分日之一時는 夜深한 子時이다. 萬物이 잠드는 子時에 二日間을 쉬지 않고 길을 달려서 만난다는 것은 우스운 일이다. 아마도 長安에서 齊에 가면서 客館에서 쉬다가 空想을 하면서 만든 問題일 것이다. 人間의 想像力은 때로는 時空을 超越한 威力을 發揮한다. 그리스인들이 公會堂앞에 모여 앉아서 sophism으로 時間을 보냈던 것도 偶然은 아니다. 當時 中國人들도 200年間の 戰國時代와 10年間の 楚漢風雲을 겪은 후에 맞보는 泰平歲月에 마음껏 空想的 날개를 폈을 것이다.

盈不足章의 처음 문제는 다음이다.

今有共買物 人出八盈三 人出七不足四 問人數物價 各幾何

여기에서 求하고자 하는 數는 人數와 物價이다. 物件을 사는 것은 다음 段階의 일이다. 살 것인지 안살 것인지 그것은 別로 關心이 없다. 物件을 사는 것이 生活에 必要한 切迫한 狀況은 아닌 것 같다. 도리어 人員 數와 物價도 모르면서 物件을 살려고 하였는가? 라고 反問하고 싶은 일이다. 衰分章에서 다룬 比例配分의 문제는 生活과 直結된 緊要한 問題들이다. 例를 들어 어느 村落에 食糧 供出의 配分이 떨어지면 住民들은 不得已 不平不滿을 참으면서 各自의 衰分에 比例하여 食糧을 提供한다. 여기에 比하면 盈不足章의 문제는 生活에 아무런 도움이 안되고 이 문제를 못 푼다고

世上을 못 사는 것도 아니다. 다만 이것은 算家를 위한 數學, 人間の 好奇心과 推理力을 衝動하는 數學이라고 생각된다. 그러나 좋게 말하여 이제까지의 數學보다 高級化되고 理論化된 數學이다. 均輸章부터 數學이 空想的, 理論的이고 果敢하게 抽象化되어 있다. 現實을 無視하고 非現實的인 條件을 假定하여 여기에서부터 答을 求하는 方式이다.

今有蒲生一日長三尺 莞生一日長一尺 蒲生日自半 莞生日自倍 問幾何日而長等

모든 植物의 成長을 時間의 函數로 보고 曲線으로 表示하면 매끄러운 連續曲線이 된다. 菖蒲가 一日間에 三尺 成長하는 일은 絶對 不可能하고 또 子正을 지나자마자 바로 成長率이 一日間 一尺半으로 떨어지는 일도 絶對 없다. 왕골도 一日間에 一尺 성장할 수 없고 子正을 지나자마자 一日間에 二尺 성장한다는 것은 있을 수 없는 奇蹟이다. 그럼에도 이 問題의 條件과 같이 假定하는 것은 抽象化의 極致이다.

今有垣厚五尺 兩鼠對穿 大鼠日一尺 小鼠亦日一尺 大鼠日自倍 小鼠日自半
問幾何日相逢 各穿幾何
答曰 二日十七分日之二

두께 五尺의 담장의 이쪽 한곳에서 서로 맞은편의 곳이 어디인지 사람도 잘 알 수 없다. 쥐가 담장을 팔 때 하루 終日 쉬지 않고 먹지 않고 계속 二十四 時間 作業한다는 것도 非現實的이다. 그러나 이와 같은 疑懼心을 果敢히 打破하고 本 問題와 같은 假定下에 大小鼠가 二日 後 子正 넘어서 相逢하였다면 興味있는 科學小說이다.

盈不足章에도 長安에서 良馬, 駑馬를 타고 齊로 가는 問題가 있다. 당시 內陸에 있는 長安의 高官, 富豪들에게 가장 人氣있는 觀光 코스는 長安에서 齊로 가서 海島를 보고 오는 코스였을 것이다.

方程章의 第一番 問題는 다음이다.

今有上禾三秉 中禾二秉 下禾一秉 實三十九斗 上禾二秉 中禾三秉 下禾一秉
實三十四斗 上禾一秉 中禾二秉 下禾三秉 實二十六斗 問上中下禾實一秉各幾何

가을에 一年 農事를 決算한다. 農地는 바둑판처럼 整理되어있고 水路는 거미줄처럼 四通八達이다. 豐盛한 穀物을 收穫하여 上禾, 中禾, 下禾로 나누어 다발로 묶어 쌓아 놓았다. 農夫는 앉아서 쉬면서 기쁜 마음으로 豐年을 感謝하고 있다. 이러한 農夫 中에서 數學에 關心이 있는 사람은 위와 같은 問題를 생각할 수도 있다. 이 問題는 農事와는 아무런 關聯이 없다. 이 問題를 푼다고 明年의 農事が 잘될 理由도 없고 못

핀다고 明年 農事를 망치지도 않는다. 다만 머리에서 생각하는 數學의 問題일 뿐이다. 이러한 問題가 方程式에 계속하여 모두 6개 있다. 기쁨과 幸福이 넘치는 問題들이다. 天下泰平에 時和年豊이다.

今有令一人吏五人從者十一人食鷄一十 令一十人吏一人從者五人食鷄八
令五人吏一十人從者一人食鷄六 問令吏從者食鷄各幾何

戰國時代에는 軍功을 세워 爵位를 받은 軍人들이 得勢하여 時를 지어 世上을 누비고 다녔다. 平和한 때에 意氣揚揚한 사람들은 官吏들이다. 縣의 縣令은 勿論이지만 縣令의 從者도 令監 德分에 威勢堂堂하다. 官吏야말로 平民들의 羨望의 對象이었을 것이다. 그러나 이 問題에도 假定은 있다. 모든 令, 吏, 從者는 먹는 量이 모두 同一하여야 하고 答에 있는 量을 더 먹을 수도 없고 덜 먹어도 안된다는 苛酷한 條件이다.

4. 結論

九章算術 한 卷의 冊에 수록되어있는 9個의 章은 서로 獨立된 內容으로 著述되어있다. 年代는 春秋時代 後半부터 戰國時代, 秦을 거쳐 前漢의 中期까지이고 여러 名의 著者가 切迫하고 緊要한 社會環境의 要請에 따라 心血을 기울여 必要한 問題들을 解決하여 記述한 것으로 推定된다. 이것은 어디까지나 推定이지 뒷받침할만한 記錄이나 物證은 하나도 없다. 九章算術을 읽으면 읽을수록 前半에서 느껴지는 社會環境과 後半에서 느껴지는 社會環境의 印象이 判異하게 다르다는 것을 如實히 알 수 있다. 또 同一한 章의 問題들도 仔細히 보면 多少 다른 點이 있다.

本 論文에서는 이제까지 몇 번 읽어본 結果 얻어진 느낌을 簡略하게 敘述한 것뿐이다. 九章算術의 內容을 상세히 分析 考案하려고 한다면 엄청난 時間과 勞力이 所要되리라 믿지만 또한 興味있는 일인 것만은 틀림없을 것이다. 앞에 있는 劉徽의 序文中에 "... 遂悟其意 是以敢竭頑魯 采其所見 爲之作注 ..."의 中에서 遂悟其意는 九章算術의 뜻을 깨달았다고 翻譯할 수도 있고 또는 九章算術의 內容에 있는 數學의 뜻을 알았다고 翻譯할 수도 있다. 그러나 筆者가 九章算術을 읽어보고 여러 가지로 생각하여 보니 著者의 本意, 즉 왜 이와 같은 問題들을 만들었는지 그 意圖가 무엇인지 깨달았다고 解釋한다. 물론 翻譯은 각자의 主觀에 의하여 할 수 있지만 劉徽는 자신이 著者가 된 立場에서 注를 한 것 같다. 우리는 九章算術의 內容을 數學의인 觀點에서 너무 잘 알고 있다. 現在의 우리 立場에서 보면 中等學校 數學의 初步 段階이다. 그러나 劉徽가 序文에서 말한 것처럼 再詳覽한다면 즉 보고 다시 보고 더욱 자세히 觀察하고 생각하면 著者의 立場 즉 切迫한 環境에서 주어진 問題를 解決해야 할 立場과 여기에

따르는 苦惱를 느끼게 되고 心血을 기울인 勞力の 痕迹을 發見하고 損色없는 解法을 보고 感歎하게 된다. 예를 들어 開平方의 演算으로 55225의 平方根 235를 求한 問題를 읽고 우리가 가지고 있는 計算機에 入力하여 눌러 바로 235를 確認하고 끝낼 수도 있다. 그러나 몇 번이고 읽어보면 모든 田地를 方田化하여 農地의 生産力을 極大化할 必要性에 直面하여 반드시 開平方의 演算을 算木을 써서 求하여야 하는 切迫한 立場을 理解하게 되고 이 演算을 心血을 기울여 알아냈다는 것에 感歎한다. 萬一 내가 아무런 數學的 知識이 없는 2300年 前의 사람이라 할 때 이보다 더 優秀한 方法을 發見할 수 있을까? 하고 反問할수록 더욱 고개가 수그러진다. 劉徽의 心情도 이와 같을 것으로 생각한다. 著者が 된 心情으로 九章算術을 읽어본다면 여러 가지 興味있는 事實을 얻을 것이다.

九章算術이 焚書의 禍를 입었다면 六, 七, 八章이었을 것 같은데 이것을 漢의 張蒼 등이 均輸, 盈不足, 方程章으로 刪補한 것 같다. 그렇다면 原本의 內容은 무엇이었을까? 어떤 內容이기에 焚書의 禍를 입었을까 하는 것도 解決되어야 할 問題이다.

참고 문헌

1. 郭書春 匯校, 九章算術, 瀋陽 遼寧教育出版社, 1990.
2. 貝塚茂樹·伊藤道治, 中國の歴史 全10卷 1. 原始から春秋·戰國, 講談社, 昭和49年.
3. 諸橋徹之, 大漢和辭典, 大修館書店, 昭和35年.
4. 中國歷代算學集成, 산동인민출판사, 1994.
5. 洪正夏, 九一集, 天, 地, 人, 강신원, 장혜원 역, 교우사, 2006.
6. 홍성사, 홍영희, 劉徽와 九章算術, 한국수학사학회지 11(1998), No.1, 27-35.

Historical and Social Environments and the Structure of The Nine Chapters on the Mathematical Art.

Department of Mathematics, Hanyang University **Shin Won Kang**

The Nine Chapters on the Mathematical Art has dominated the history of Chinese mathematics. It served as a textbook not only in China but also in the neighbouring countries and regions. The book is anonymous like many Chinese classics.

The Nine Chapters contains 246 problems and their solutions, some of which date back to before the Qin Dynasty (221~207 B.C) and it seems to have been written by various writers over many generations. In this paper, we will investigate the structure of the Nine Chapters from the view points of ancient social environments which entail eventually mathematics in the Nine Chapters.

Key Words : The Nine Chapters on the Mathematical Art(九章算術), Ancient Chinese History

2000 Mathematics Subject Classification : 01A25

논문 접수 : 2006년 7월

심사 완료 : 2006년 9월