

# 연결 정보가 없는 포인트 데이터로부터 특징선 추출 알고리즘

## (Extraction of Feature Curves from Unorganized Points)

김 수 균 <sup>†</sup>      김 선 정 <sup>\*\*</sup>      김 창 현 <sup>\*\*\*</sup>  
(Soo-Kyun Kim)      (Sun-Jung Kim)      (Chang-Hun Kim)

**요약** 연결 정보가 없는 포인트 데이터가 주어졌을 때, 본 논문은 MLS(moving least-squares) 근사화 기법을 이용하여 포인트 데이터에 대해 근사화된 표면을 생성한다. 근사화된 표면에서의 각 포인트에 대해 지역적인 곡률과 곡률 미분 값을 측정 한 후, 딜러니 삼각화(Delaunay tessellation)를 통해 이웃간의 정보를 생성하게 되고, 연결된 포인트들 간의 제로-클로싱(zero-crossing)을 측정하여 특징 포인트들을 추출하고, 곡률 방향으로 추출 된 포인트들을 연결한다. 본 방법은 기존의 메쉬 데이터에서 특징 선을 찾는 방법과 비슷한 복잡도를 갖는다. 몇 개의 포인트-샘플 된 모델에 대해 특징 선 추출을 수행하며, 곡률의 크기에 따라 특징선의 두께를 조절하고 포인트-스플랫팅 방법에 의해 렌더링 한다.

키워드 : 특징 추출, 곡률 미분, 리지-밸리 선

**Abstract** Given an unstructured point set, we use an MLS(moving least-squares) approximation to estimate the local curvatures and their derivatives at a point by means of an approximating surface. Then, we compute neighbor information using a Delaunay tessellation. Feature points can then be detected as zero-crossings, and connected using curvature directions. Also this approach has a fast computation time than previous methods, which based on triangle meshes. We demonstrate our method on several large point-sampled models, rendered by point-splatting, on which the feature lines are rendered with line width determined from curvatures.

**Key words** : feature extraction, curvature derivative, ridge-valley lines

### 1. 서 론

최근 3차원 레인지 스캐닝 시스템이 빠르게 발전하면서, 이로부터 얻어지는 매우 복잡한 3차원 모델을 흔히 볼 수 있게 되었다. 또한 3차원 레인지 스캐닝 시스템의 발달로 복잡한 형상의 실물도 빠르고 정확하게 자동 측정할 수 있게 되었다. 측정 데이터로부터 얻어진 3 차원 모델은 의료 영상, 애니메이션, 게임, 역공학과 같은 다양한 응용분야에서 사용되고 있다. 모델 가시화와 기하 모델링 및 컴퓨터 그래픽스와 같은 다양한 분야에서는 포인트 집합에서 특징선(리지와 밸리)의 추출을 요구하고 있다. 왜냐하면 메쉬 복원(mesh reconstruction)과

형태 분석(shape analysis) 및 모델 분할과 같은 부분에서 중요한 역할을 수행하기 때문이다. 몇몇 연구자들은[1,2] 포인트 집합의 가시화 향상 및 포인트 집합을 삼각형 메쉬로 만드는 과정에서의 도움을 위해 모델 형상 특징을 추출하기도 하였다. 포인트 집합으로부터 특징 선을 추출하는 것은 메쉬 표면 복원과 밀접한 관계가 있다. 메쉬 표면을 복원하는 과정[3]은 모델의 특징에 매우 민감하기 때문이다. 그러므로 연결 정보가 없는 포인트 집합에서 특징 선을 추출하는 것은 메쉬 복원의 전처리 과정으로 사용될 수 있다.

초기에 제안된 기법[4-7]들은 음함수 및 3D 밀도 표면(density surface)에서 리지와 밸리 선(Ridge and valley lines)을 추출하도록 하는 방법들이다. 리지는 고차곡률 도함수를 이용하여 곡률 방향을 따르는 주 곡률들의 극 값으로 정의된다. 개선된 기법[8,9]들은 다항식 피팅(polynomial fitting)에 의해 곡률 텐서(tensor) 및 곡률 벡터들과 같은 미분 성질에 의해 측정된다.

3차원 메쉬로부터 직접 특징 선을 추출하는 방법[10]

<sup>†</sup> 비 회 원 : 고려대학교 컴퓨터학과  
nicesk@korea.ac.kr

<sup>\*\*</sup> 비 회 원 : 한림대학교 정보통신공학부 교수  
sunkim@hallym.ac.kr

<sup>\*\*\*</sup> 정 회 원 : 고려대학교 컴퓨터학과 교수  
chkim@korea.ac.kr

논문접수 : 2006년 2월 8일

심사완료 : 2006년 6월 13일

은 여러 가지 오퍼레이터를 사용해야 한다. 이러한 기법들은 필터링, 세선화 및 평활화 단계(filtering, thinning, smoothing)와 같은 메쉬 오퍼레이터 등의 복잡한 과정을 요구한다. Ohtake et al.[11]는 음함수 표면 피팅기법을 이용하여 좋은 결과를 보여 주었지만, 특징 추출 시간이 복잡하다는 단점이 있다. 왜냐하면 각 꼭지점에 대해 곡률 텐서와 곡률 미분 값을 측정하기 위해 음함수 표면(implicit surface)의 전역 근사화 및 투영을 사용하기 때문이다. Yoshizawa[12]는 삼각화된 메쉬로부터 지역적인 다항식 피팅에 기반을 두어 곡률 텐서 및 곡률 미분 값을 계산하여 시간 복잡도를 줄였다.

포인트 집합으로부터 선 형태의 특징을 추출하는 방법[13,14]은 특징 부분의 가중치, 표면 구성, 임계치 및 평활화와 같은 복잡한 단계를 요구한다. 이러한 방법은 여러 번의 시도를 통해서야만 원하는 결과를 얻을 수 있기 때문에 익숙치 않은 사용자는 좋은 결과를 얻을 수 없다는 특징이 있다. 가령, Pauly[14]의 방법은 포인트 샘플된 데이터에서 선-형태의 특징을 찾기 위해 multi-scale 분류 오퍼레이터를 적용한다. 그러나 이러한 오퍼레이터는 리지와 밸리 선으로 정확하게 구분하여 특징선을 찾을 수 없다. Gumhold 방법[13]은 평균 곡률의 측정을 위해 패널티 함수를 이용하여 특징 선을 찾는 기법을 제안하였고, 포인트가 정규적으로 분포되어 있을 때 좋은 결과를 산출한다. Belyaev [15]는 Canny 방법과 유사한 방법을 이용하여 레인지 데이터에서 표면 특징을 찾아내는 기법을 소개하였다.

본 논문에서 연결정보가 없는 포인트 데이터로부터 리지와 밸리 선을 추출하기 위한 새로운 방법을 나타낸다. 포인트 집합에 대해 각각의 포인트를 지역적으로 근사하는 MLS 근사화 기법을 이용하여 곡률과 곡률 미분 값을 측정한다. MLS 근사를 만들기 위해 사용한 참조 평면으로부터 보로노이 다이어그램을 이용하여 이웃 포인트들과의 연결 정보를 구성한다. 딜러니 에지 상의 두 끝 포인트에서의 곡률의 극 값에 대한 제로-클로싱을 조사한다. 모든 포인트들에 대한 제로-클로싱을 조사한 후, 이웃 연결 정보를 이용하여 리지 포인트들을 연결한다.

본 방법은 포인트 스플라팅(point splatting)기법에 의해 특징선과 모델을 렌더링한다. 아래는 본 제안 방법의 특징을 나타낸다.

- 연결정보가 없는 포인트 데이터로부터 직접 리지와 밸리 선을 추출한다.
- 연결정보가 없는 포인트 데이터로부터 직접 MLS 근사화 기법을 이용하여 지역적인 곡률과 곡률 미분 값을 측정할 수 있다.

## 2. 논문의 개요

본 논문은 기존의 특징 추출 방법[6,7,11,16]에 기반하여, 포인트 집합으로부터 리지와 밸리 선을 추출하는 방법을 나타낸다. 연결정보가 없는 포인트들은 C0 연결성을 갖기 때문에 직접 곡률 및 곡률 미분 값을 측정하는 것은 불가능하다. 그러나 본 방법은 MLS 근사화 기법을 이용하여 곡률과 곡률 미분 값을 측정할 수 있다.

조밀하고 매끄러운 표면(dense smooth surface)가 주어졌다고 가정했을 때, 매끄러운 표면의 포인트  $r$ 에 대해 주 곡률( $K_{max}$ 과  $K_{min}$ )과 주 곡률 방향 ( $t_{max}$ 과  $t_{min}$ )을 측정한다.  $K_{max}$ 과  $K_{min}$ 을 최대와 최소 곡률이라고 하며( $K_{max} \geq K_{min}$ ), 주 곡률 방향에 일치하는  $t_{max}$ 과  $t_{min}$ 을 가진다.

$t_{max}$ 과  $t_{min}$  방향으로의  $K_{max}$ 와  $K_{min}$ 의 미분계수는  $e_{max} = \nabla K_{max} \cdot t_{max}$ 와  $e_{min} = \nabla K_{min} \cdot t_{min}$ 이다. 배꼽 포인트(umbilical point,  $K_{max} = K_{min}$ )에서는 방향을 측정할 수 없기 때문에 제외하며, 이러한 점들은 드물게 나오기 때문에 특징 선의 결과에는 큰 영향을 주지 않는다.

주 곡률 방향을 따르는 주 곡률의 극 값  $e_{max}$ 와  $e_{min}$ 의 제로-클로싱은 다음과 같이 주어져 있다.

$$\nabla e_{max} \cdot t_{max} < 0, \quad K_{max} > |K_{min}| \text{ (리지)},$$

$$\nabla e_{max} \cdot t_{max} > 0, \quad K_{min} < -|K_{max}| \text{ (밸리)}.$$

또한, 주 곡률을 비교하여 최대 곡률을 가지는 한 포인트에서 주 곡률 방향으로 곡률 미분 값이 0 보다 작은 포인트를 리지라고 한다.

## 3. 리지 감지

본 단원은 리지 감지를 위한 5가지 단계에 대해 나타낸다. 연결 정보가 없는 포인트 집합  $P = \{r_0, \dots, r_{n-1}\}$ 이 주어졌을 때, MLS 근사화 기법과 가중된 공분산 행렬을 이용하여 지역적으로 연결 정보가 없는 포인트 성질을 분석한다.

리지 감지는 다음의 5가지 단계로 구성된다: 1. 연결 정보가 없는 포인트 집합으로부터 법선 벡터 추정. 2. MLS 근사화 기법을 이용하여 곡률 정보의 획득 및 MLS 표면에 의해 각 포인트에 가까운 표면 측정. 3. 참조 평면 위에서의 보로노이 이웃 측정. 4. 지역적인 MLS 근사화를 이용한 각 포인트에서의 곡률 및 곡률

미분 값 계산. 5. 딜러니 에지에서의 곡률 미분의 극 값의 제로-클로싱을 조사한다. 위의 5가지 단계를 이용하여 리지 포인트를 추출한다.

리지와 밸리 선은 서로 듀얼이므로, 본 방법에서는 리지 선을 추출하는 것만을 설명한다.

3.1 법선 벡터추정

각 포인트의 지역적인 이웃 정보의 분석에 의해 법선 벡터를 추정할 수 있다. 본 단원은 Alexa et al. 방법 [17]과 유사하다. 지역적인 표면 특징을 계산하기 위해  $k$  범위의 최근 인접 이웃( $k$  nearest neighbor)을 사용하여, 각 포인트의 지역적인 이웃 범위를 만든다. 포인트  $r$ 에 대해  $\{r_0, \dots, r_{k-1}\}$ 을  $k$  이웃이라 하자. 가중된 공분산 행렬은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$C := \sum_{i=0}^{k-1} \theta_i (r_i - r)(r_i - r)^T \in R^{3 \times 3} \quad (1)$$

가중치  $\theta_i = \theta(\|r_i - r\|)$ .  $\theta$ 는 가중치 함수(non-negative weight function), 가우시안 형태는 다음과 같다:

$$\theta(d) = e^{-\frac{d^2}{h^2}}$$

여기서  $h$ 는 각 이웃하는 포인트들 사이의 거리에 대한 예상되는 평균 값을 사용한다. 여기서 가장 작은 고유 값에 일치하는  $C$ 의 고유벡터(eigenvector)는 법선 방향을 나타낸다. 본 방법은 최소 스패닝 트리[1]를 이용하여 법선 방향의 정확성을 높였다. 후에 법선 벡터는 MLS 근사화를 위한 기저의 역할을 하는데 사용한다.

3.2 MLS 근사화

MLS[18]는 주어진 한 포인트에 대해서 주변의 포인트들을 최소 오차로 근사 하는 함수를 만든다. 그리고 모든 포인트 데이터에 대해 각각의 근사 함수로 정의되는 표면에 주어진 포인트를 투영시킴으로써 2-다양체(manifold)를 보장하는 물체의 표면을 정의한다.

MLS 근사화는 우선 한 포인트  $r \in R^3$ 에 대해 주변 포인트를  $p_i \in R^3, i \in \{1, \dots, N\}$ 이라 하고, 그림 1과 같이 참조 평면  $S_p$  (reference plane)상에 정의되는 근사 표면  $S$  위로 포인트  $r$ 을 투영시키는 과정을 나타낸다.

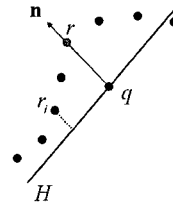


그림 1 MLS 근사화 기법: 포인트  $r$ 이 주어져 있을 때, 본 방법은  $H$  위로의 포인트  $q$ 와 지역적 참조 평면  $H$ 를 결정한다.

3.2.1 참조 평면

근사 표면  $S$ 를 구하기 위한 정의역으로 주변 포인트  $p_i$ 와의 가중치 제곱거리 합이 최소가 되도록 하는 참조 평면  $H = \{x | \langle n, x \rangle - d = 0, x \in R^3\}$ 를 구한다. 여기서  $\langle, \rangle$ 는 두 벡터의 내적을 뜻하고,  $n$ 은 평면의 법선 벡터,  $x$ 는 3차원 포인트를 의미하며,  $d$ 는 상수 값이다.

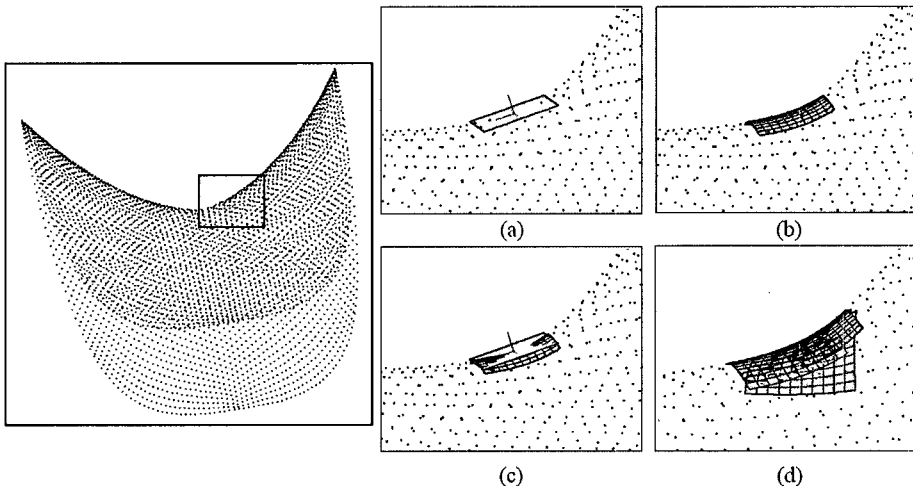


그림 2 Saddle 모델(4,225 포인트)에서의 MLS 근사화 추정: (a) 지역적인 참조 평면과 주 곡률 방향, (b) MLS 표면, (c) 참조 평면과 MLS 표면, (d) 몇 개의 포인트에서의 MLS 표면들

$r$ 을 참조 평면  $H$ 에 투영시킨 포인트를  $q$ 라 하면 참조 평면은 다음의 식을 최소화하는 평면으로 구한다.

$$\sum_{i \in I} (\langle n, r_i \rangle - d)^2 \theta(\|r_i - q\|) \quad (1)$$

여기서 가중치 함수는 부드러운 단조 감소 함수(non-negative weight function)이며, 본 논문은 가우시안 함수를 사용한다.  $h$ 는 각 이웃하는 포인트 사이의 거리에 대해 예상되는 평균값을 사용한다. 즉 위의 가중치 함수를 사용하게 되면  $q$ 에서 멀리 떨어진 포인트는 낮은 가중치를 가지게 되어 참조 평면에 영향을 적게 미치고, 결과적으로 가까운 포인트를 더 잘 근사하는 참조 평면을 구할 수 있다.

참조 평면에 투영시킨 포인트  $q=r+tn$ 을 대입하여 식을 만들 수 있고, 대입한 식에서 변수는  $n$ 과  $t$ 이므로, 식을 최소화하는  $n$ 과  $t$ 로 정의되는 평면을 참조평면으로 구한다. 계산을 간단히 하기 위해  $t=0$  (i.e.  $q=r$ )이 되도록 한다(그림 2 참조).

### 3.2.2 지역적 근사 표면

참조 평면을 정의역으로 하여  $p_i$ 를 근사하는 함수  $p(x)$ 를 추정하여, 포인트  $r$ 과 그 이웃 포인트를 근사하는 근사 표면으로 정의한다. 이를 위해서 우선 포인트  $q$ 를 원점으로 하는 참조 평면상의 직교 좌표계를 생성한다. 이 좌표계 위에 3차 함수  $p(x)$ 를 정의하여 이 함수로 구성되는 근사 표면과  $p_i$ 와의 가중치 제곱거리의 합이 최소가 되도록 하며, 다음의 식을 최소화 하는 근사 표면을 구한다.

$$\sum_{i=1}^N (p(x_i) - f_i)^2 \theta(\|r_i - q\|) \quad (2)$$

위의 식에서  $x_i$ 와  $y_i$ 는  $p_i$ 를 참조 평면상에 투영시킨 포인트의 직교 좌표 계상 좌표 값이며,  $f_i$ 는  $p_i$ 의 참조 평면과의 거리이다. 식 (2)에서 함수  $p(x)$ 의 각 항의 계수에 대해 식을 최소로 하는 값을 구하면 결과적으로  $p_i$ 를 근사하는 표면을 정의할 수 있다.

기존의 전역적인 방법[11]과 달리 지역적 근사를 수행하여 특징을 찾기 때문에 특징 추출 시간을 줄이면서, 비교적 높은 품질의 특징 추출 결과를 도출해낸다. 기존 방법[11]은 전역적인 방법을 통해 근사하기 때문에 근사 표면과 각 포인트 들과의 피팅(fitting) 및 곡률 텐서(tensor)를 추정 하기 때문에 표 2와 같이 시간 복잡도가 높은 단점이 있다.

### 3.3 보로노이 이웃 계산

리지 포인트와 리지 포인트를 연결하기 위해 각 포인트에서의 연결 정보가 필요하다. 본 방법은 보로노이 다이어그램[19]을 이용하여 연결 정보를 얻는다. 그림 3과 같이 각 포인트들은 참조 평면  $H$ 에 투영되며, 투영된 포인트에 대해 이웃 정보를 획득한다.

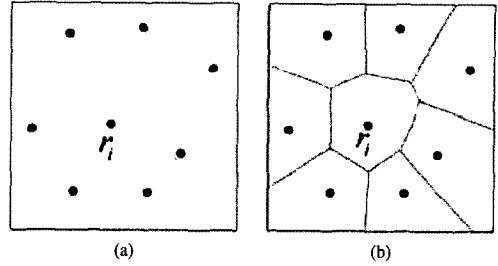


그림 3 참조 평면  $H$ 에서의 보로노이 이웃 계산: (a)  $r_i$ 를 포함하는 투영된 포인트들, (b)  $H$  위에서의 보로노이 이웃 포인트들의 계산

### 3.4 곡률과 곡률 미분 계산

이산 기하로부터 곡률 정보를 계산하기 위한 많은 제안된 기법[4,20]들은 곡률의 극값(the extrema of curvature)을 추정할 수 없다. 그러나 Ohtake et al. [11, 21]은 각 매쉬 꼭지점에 대해 음함수 표면 피팅(implicit surface fitting)을 이용하여 곡률 텐서(curvature tensor)와 곡률 미분( $e_{max}$ 와  $e_{min}$ )을 추정하였고, 이러한 함수는 전역적으로 정의되기 때문에, 피팅 절차와 음함수 표면 위로 매쉬 꼭지점들을 투영하기 위해 반복적으로 Newton 방법을 수행한다. 따라서 많은 계산 시간이 소요된다.

본 논문은 MLS 근사화를 위해 3차 다항식  $p$ 를 사용하게 되는데, 이를 이용하여 각 매쉬 꼭지점에서의 곡률( $\kappa_{max}$ 과  $\kappa_{min}$ )과 곡률 미분( $e_{max}$ 와  $e_{min}$ )을 측정한다. 주어진 MLS 다항식  $z=p(x_i)$ 를 음함수  $F=z-p(x_i)$ 형태로 바꿔 계산한다. 그러면 음함수 표면 [6,16]로 곡률과 그 미분 값을 측정할 수 있다.

한 포인트  $r$ 이 주어졌고,  $\mathbf{n}=(n_1, n_2, n_3)=\nabla F/|\nabla F|$ 을 이용하여 한 포인트  $r$ 에서의 단위 법선 벡터를 측정한다. 주 곡률 방향  $\mathbf{t}=(t_1, t_2, t_3)$ 을 따르는 주 곡률  $\kappa$ 를 다음과 같이 측정할 수 있다.

$$\kappa = \frac{F_{ij} t^i t^j}{|\nabla F|}$$

$F_{ij}$ 는  $F$ 의 2차 편 미분을 나타내고 Einstein summation convention으로 사용된다.  $\nabla \mathbf{n}$ 의 고유값 분석(eigenanalysis)을 통해  $\mathbf{t}_{min}$  방향으로의 최소값과  $\mathbf{t}_{max}$  방향으로의 최대값을 측정하며,  $F$ 의 3차 편미분과 같은  $\mathbf{t}$  방향으로의 곡률 미분  $e$ 를 아래와 같이 정의할 수 있다.

$$e = \nabla \kappa \cdot \mathbf{t} = \frac{F_{ijk} t^i t^j t^k + 3\kappa F_{ij} t^i t^j}{|\nabla F|} \quad (4)$$

$F_{ij}$ 은  $F$ 의 3차 편미분을 표시하며, 방정식 (4)를 이용하여 한 포인트  $r$ 에서의  $e_{max}$ 와  $e_{min}$ 을 측정한다.

#### 4. 리지 포인트의 추출

본 단원은 각 포인트에서 추출한 곡률 미분 값을 이용하여 리지 포인트를 추출하고, 추출된 포인트를 선 형태로 연결 만드는 과정을 나타낸다. 각 포인트를 연결한 이웃 정보인, 딜러니 에지 위에서의 제로-클로싱(zero-crossing)을 측정하여 리지 포인트를 찾는다. 주어진 딜러니 에지  $[r_i, r_{i+1}]$ 에 대해,  $t_{max}(r_i)$ 와  $t_{max}(r_{i+1})$  사이의 각을 측정하여 둔각이면  $t_{max}(r_{i+1})$ 와  $e_{max}(r_{i+1})$ 의 부호를 바꾼다.

각 포인트에서 곡률 미분 최대값(maximum of the curvature derivatives, MCD)을 측정하기 위해, 딜러니 에지  $[r_i, r_{i+1}]$ 위에서의 제로-클로싱을 측정한다.

$$\kappa_{max}(r_i) > |\kappa_{min}(r_i)| \text{ and}$$

$$MCD_{max}(r_i) = \begin{cases} 1 & e_{max}(r_i) > 0, \\ 0 & e_{max}(r_i) \leq 0. \end{cases}$$

제로-클로싱이 발생했는지에 대해, 곡률 미분에서의 부호를 조사한다.

$$MCD_{max}(r_i) \wedge MCD_{max}(r_{i+1}) = 1, \tag{5}$$

$\wedge$ 는 exclusive OR 연산자이다. 위의 식 (5)를 만족하면, 그 두 포인트 사이에 제로-클로싱이 존재한다.

$$\begin{cases} r_i = \kappa_{max}(r_i) > \kappa_{max}(r_{i+1}) \\ r_{i+1} = \kappa_{max}(r_i) < \kappa_{max}(r_{i+1}) \end{cases}$$

위의 식을 이용하여 두 포인트 사이에서의 곡률의 크기를 비교하여 큰 값을 가지는 포인트를 리지로 선택한다.

그림 4는 딜러니 에지들 위에서 찾아진 제로-클로싱에 의해 리지와 밸리 포인트를 추출하는 방법을 보여준다. 그림 4(c)는 Saddle 모델의 옆면을 확대한 것이다. 본 제안 방법은 스플릿 방법[2]을 이용하여 연결정보가 없는 포인트를 렌더링 한다.

##### 4.1 리지선의 생성

각 리지 포인트를 선 형태로 만들기 위해 다음과 같은 방법을 사용한다.

1. 랜덤하게 리지 포인트를 선택하고, 리지 포인트의 1-이웃을 측정하여 주위에 리지 포인트가 1개 존재하면 그 포인트와 연결한다.
2. 만약 2개 이상이 존재하면 주 곡률 방향을 조사하여 주 곡률 방향이 지나가는 리지 포인트를 선택한다.

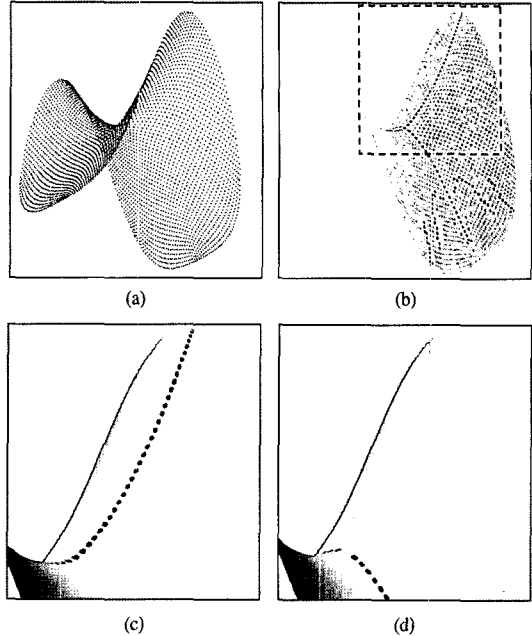


그림 4 Saddle 모델에서의 붉은색 리지와 파랑색 밸리의 추출: (a) 연결정보가 없는 포인트 집합, (b) 리지와 밸리 포인트, (c)와 (d)는 모델 옆면을 확대하여 포인트-스플릿을 보여준다.

그림 5와 같이, 위의 방법을 반복 수행하여 리지 라인을 연결한다.

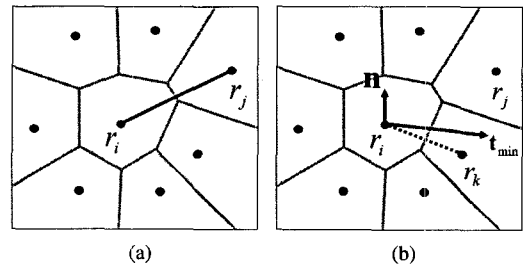


그림 5 딜러니 에지에서의 리지 포인트들의 연결: (a) 두 리지 포인트 연결, (b) 주 곡률 방향으로 리지 포인트들을 연결한다.

##### 4.2 임계치

그림 8에서와 같이, 짧은 리지 포인트를 제거하기 위해 임계치[3,11,14] 이하인 선들을 제거하여 모델 가시화를 향상시킨다. 본 논문은 필터링 기법[22]을 이용하여 에지 길이와 각 리지 선들에 대한 곡률 매트릭(i.e.  $\delta = \kappa_{max}^2 + \kappa_{min}^2$ )에 기반하여 다음과 같은 임계치를 생성한다.

$$1 \leq i \leq n: T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |r_{i+1} - r_i|^2 \cdot \frac{\delta(r_i) + \delta(r_{i+1})}{2}$$

$r_i$ 는  $n$ 개를 가진 포인트 집합의 리지 포인트이며,  $T$ 는 사용자가 지정한 값 보다 작은 모든 선들을 제거한다. 즉, 짧은 선이나 곡률이 낮은 지점에서의 선들은 임계치에 의하여 제거된다.

그림 6은 Saddle 모델에서의 리지와 밸리 선들의 복원

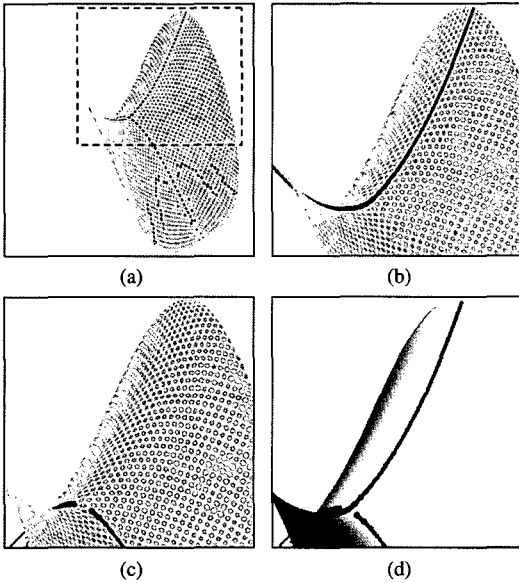


그림 6 Saddle 모델의 리지 복원과 포인트 기반 렌더링 (4,225 points): (a) 리지와 밸리 스플릿, (b)와 (c)의 리지와 밸리의 복원, (d) 리지와 밸리를 포함하는 포인트 기반 렌더링

된 모습과 포인트 기반 렌더링을 보여주며, 6(b)와 (c)는 리지와 밸리의 복원된 모습이다. 그림 6(d)는 리지와 밸리 선들을 가지는 포인트-기반 렌더링을 나타낸다.

### 5. 실험 결과

펜티엄 III 3.0GHz 프로세서와 1GB 메인 메모리를 가진 PC에서 테스트 하였다. 본 방법은 표 1에서와 같이 포인트 집합을 MLS 근사화한 후, 리지 선을 추출하기 위해 수십 초 밖에 걸리지 않았으나, 기존 방법[11]은 표 2에서와 같이, RBF(radial basis function) 피팅과 곡률 텐서(tensor)를 측정하기 위해 수초~수백 초의 시간이 걸렸다. 그림 7을 통해 기존 방법[11]과 추출 결과를 비교해 보았다. 임계치 값을 적용하기 전의 그림 볼 때, 기존 방법은 연결이 잘 되지 않거나, 짧은 선들이 많이 존재하는 것을 볼 수 있다.

그림 8은 Stanford Buddha 모델에 대해 잘 연결되지 않은 특징 선들과 원하지 않는 짧은 선들을 제거한 것을 보여준다. 그림 8(b)는 많은 리지와 밸리 선들을 포함한 것을 볼 수 있다. 그림 8(c)는 임계치 값을 이용하여 후처리 한 후, 잘 다듬어진 리지와 밸리 선들을 볼 수 있다. 그림 8(d)는 NPR(non-photo realistic rendering)과 비슷하게 보이기 위해 리지와 밸리 선들을 검정색으로 렌더링해 본 결과이다.

그림 9는 Igea 모델에서 리지와 밸리 선들의 추출을 보여준다. 특히 눈, 눈썹, 코 부분 등이 잘 연결되어 있는 것을 볼 수 있다. 그림 10은 여러 가지 모델에 적용한 결과를 나타낸다. Dinosaur, Teeth, Dragon 모델은 각각 56,306, 116,604, 437,645의 포인트들로 구성되어 있지만, 리지와 밸리선들이 빠르게 추출되는 것을 알 수

표 1 제안방법의 실행시간(sec.)

Models	Igea	Dinosaur	Teeth	Dragon	Saddle	Buddha
Num. of Points	134,345	56,306	116,604	437,645	4,225	399,852
Estimating MLS approximation	11.921	5.8135	9.735	48.047	0.28	38.067
Computing Voronoi neighbors	11.594	4.969	9.875	32.906	0.34	33.11
Estimating curvatures & curvature derivatives	0.328	0.077	0.188	0.688	0.12	0.61
Extraction of ridge points	0.078	0.047	0.062	0.0235	0.0001	0.203
Total	23.921	10.9065	19.86	81.6645	0.7401	71.99

표 2 기존 방법[11]의 실행시간(sec.)

Models	Igea	Dinosaur	Teeth	Dragon	Saddle	Buddha
Num. of vertices	134,345	56,306	116,604	437,645	4,225	399,852
Num. of faces	268,686	112,623	233,204	871,414	8,192	699,998
Estimating RBF approximation	28	23	52	67	1	64
Estimating curvatures & curvature derivatives	229	129	274	1403	2	1277
Total	257	152	326	1470	3	1341

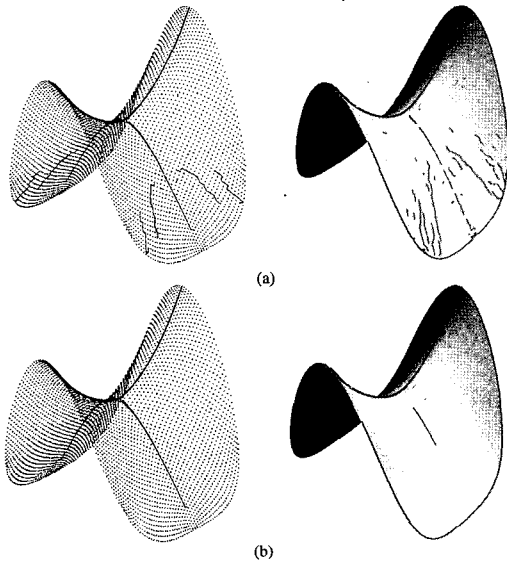


그림 7 Saddle 모델의 비교: (a) 본 제안 방법(왼쪽)과 Ohtake방법(오른쪽)을 이용하여 붉은 색 리지와 파랑색 뱀리를 입게치 적용 전의 모습, (b) 본 제안 방법(포인트: 4,225, T=0.25왼쪽)과 Ohtake방법(포인트: 4,225, 면: 8,192, 오른쪽)을 이용하여 붉은 색 리지와 파랑색 뱀리를 입게치 적용 후의 모습

있다. 그림 10(아래)은 Dragon모델을 미적으로 보여주기 위해 단색에 그레이 셰이딩으로 렌더링하였다.

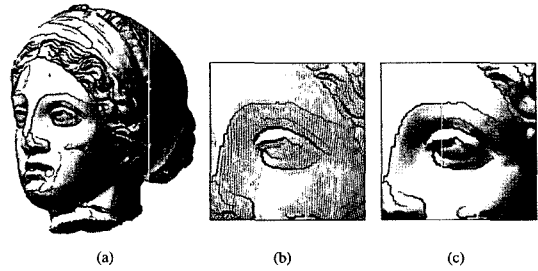


그림 9 Igea 모델에서의 리지와 뱀리 선들: (a) 연결정보가 없는 포인트들에서의 리지와 뱀리(134,345 포인트), (b) 머리 부분에서 리지-뱀리 선들을 확대한 모습, (c) 포인트-기반 렌더링 위에 리지-뱀리 선들을 추출한 모습

### 6. 결론 및 향후 연구

본 논문은 연결정보가 없는 포인트 데이터로부터 리지와 뱀리 선을 추출하는 새로운 기법을 제안하였다. MLS 근사화 기법을 이용하여 근사화된 표면에서의 한 점에 대해 지역적인 곡률과 그 미분 값을 측정한다. 2D 딜러니 삼각화를 통해 이웃 정보를 생성하고, 이를 통해 이웃 점과의 제로-클로싱을 조사한 후, 리지 포인트들을 추출하여 연결한다. 그러나 포인트들이 조밀하지 않은 지역에서는 거친 리지 선들이 추출되는 것을 볼 수 있다.

가시화 향상을 위해 향후 거친 리지 선을 부드럽게 만들기 위한 연구도 필요하다.

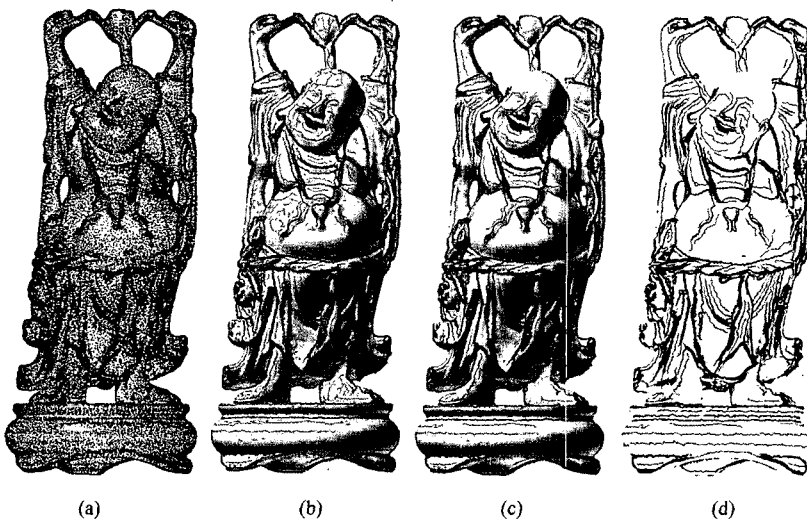


그림 8 사용자-입력 임계치에 의한 불필요한 리지와 뱀리 선들의 제거: (a) 연결정보가 없는 포인트들에서의 리지와 뱀리(134,345 포인트), (b) 포인트 클라우드로부터 리지-뱀리 선들을 추출, (c) 임계치를 적용하여 후처리한 모습, (d) 셰이딩없이 검정색 선을 그린 모습

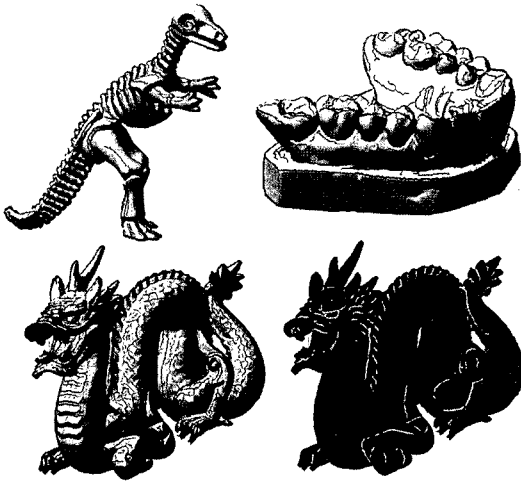


그림 10 여러 가지 모델에서의 리지와 밸리 선들

### 참 고 문 헌

- [1] H. Hoppe, T. DeRose, T. Dumcham, J. McDonald, and W. Stuetzle. Surface reconstruction from unorganized points. *In Proceedings of SIGGRAPH '92*, pp. 71-78, 1992.
- [2] S.-J. Kim, H.-C. Cho, and C.-H. Kim. Differential rendering of unorganized points. *In Proceedings of 5th Korea-Israel Binational Conference on Geometric Modeling and Computer Graphics '04*, pp. 87-95, 2004.
- [3] A. Hubeli and M. Gross. Multiresolution feature extraction from unstructured meshes. *In Proceedings of IEEE Visualization '01*, pp. 287-294, 2001.
- [4] M. Desbrun, M. Meyer, P. Schröder, A. Barr, Discrete differential geometry operators for triangulated 2-manifolds, *In Proceedings of VisMath '02*.
- [5] O. Monga, N. Armende, and P. Montesionoss. Thin nets and crest lines: application to satellite data and medical images. *In Proceedings of International Conference on Image Processing '95*, 1995.
- [6] O. Monga, S. Benayoun, and O. Faugeras. From partial derivatives of 3d density images to ridge lines. *In Proceedings of CVPR '92*, pp. 354-359, 1992.
- [7] X. Pennec, N. Ayache, and J. P. Thirion. Landmarkbased registration using features identified through differential geometry. *Handbook of Medical Imaging*, pp. 499-513, 2000.
- [8] D. DeCarlo, A. Finkelstein, S. Rusinkiewicz, and A. Santella. Suggestive contours for conveying shape. *ACM Transactions on Graphics*, 22(3):848-855, 2003.
- [9] J. Goldfeather and V. Interrante. A novel cubic-order algorithm for approximating principal direction vectors. *ACM Transaction on Graphics*, 23(1):45-63, 2004.
- [10] D. L. Page, Y. Sun, A. Kschan, J. Paik, and M. Abidi. Normal vector voting: crease detection and curvature estimation on large, noisy meshes. *Graphical Models*, 64:199-229, 2002.
- [11] Y. Ohtake, A. G. Belyaev, and H.-P. Seidel. ridge-valley lines on meshes via implicit surface fitting. *ACM Transactions on Graphics*, 23(3):609-612, Proc. SIGGRAPH '04.
- [12] S. Yoshizawa, A. G. Belyaev, and H.-P. Seidel. Fast and robust detection of crest lines on meshes. *In Proc. ACM symposium on solid and physical modeling*, pp. 227-232, 2005.
- [13] S. Gumhold, X. Wang, and R. MacLeod. Feature extraction from point clouds. *In Proceedings of 10th Int. Meshing Roundtable '01*, pp. 293-305, 2001.
- [14] M. Pauly, R. Keiser, and M. Gross. Multi-scale feature extraction on point-sampled surfaces. *In Proceedings of Eurographics '03*, pp. 281-289, 2003.
- [15] A. G. Belyaev, E. Anoshkina, Detection of surfaces creases in range data, *Mathematics of surfaces*.
- [16] A. G. Belyaev, A. A. Pasko, T. L. Kunii, ridges and ravines on implicit surfaces, *In Proceedings of Computer Graphics International '98 (1998)* 530-535.
- [17] Alexa, M., Behr, J., Fleishman, S., Cohen-Or, D., Levin D., and Silva, C.T. Computing and rendering point set surfaces. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics* 9, 1, pp. 3-15, 2003.
- [18] D. Levin. Mesh-independent surface interpolation. *Geometric Modeling for Scientific Visualization*, pp. 37-50, 2004.
- [19] N. Amenta, M. Bern and M. Kamvysselis. A new Voronoi-based surface reconstruction algorithm. *In Proceedings of SIGGRAPH '98*, pp. 415-422, 1998.
- [20] N. Dyn, K. Hormann, S.-J. Kim, and D. Levin. Optimizing 3d triangulations using discrete curvature analysis. *In Proceedings of Mathematical Methods for Curves and Surfaces '01*, pp.135-146, 2001.
- [21] Y. Ohtake, A. G. Belyaev, and H.-P. Seidel. A multiscale approach to 3d scattered data interpolation with compactly supported basis functions. *In Proceedings of Shape Modeling International '03*, pp. 153-161, 2003.
- [22] G. G. Gordon. Face recognition from depth maps and surface curvature. *In Proceedings of SPIE 1570*, pp. 234-247, 1991.





김 수 균

2006년 고려대학교 컴퓨터학과 전산학 박사. 2006년~현재, 삼성전자 통신연구소 선임연구원



김 선 정

1996년 고려대학교 컴퓨터학과 학사. 1998년 고려대학교 컴퓨터학과 전산학 석사. 2003년 고려대학교 컴퓨터학과 전산학 박사. 2003년~2005년 고려대학교 정보통신대학 연구교수. 2005년~현재 한림대학교 정보통신공학부 조교수



김 창 현

1981년 9월~1989년 3월 한국과학기술원 시스템 공학연구소 선임연구원. 1993년 3월 University of Tsukuba 전산학 박사. 1993년 2월~1995년 2월 한국과학기술원 시스템 공학연구소 책임연구원. 1995년 3월~현재 고려대학교 컴퓨터학과 교수. 2001년 2월~현재 정보과학회 SIGCG위원장. 2006년 2월~현재 고려대학교 정보통신대학 학장. 2006년 2월~현재 고려대학교 컴퓨터정보통신대학원 원장