

다중 임계치 함수의 TI 웨이브렛 잡음제거 기법

A Study on Translation-Invariant Wavelet De-Noiseing with Multi-Thresholding Function

최재용*
(Jae-Yong Choi*)

*국방과학연구소

(접수일자: 2006년 8월 21일; 채택일자: 2006년 9월 5일)

수중 방사소음 측정시 낮은 신호대 잡음비를 가지는 신호에 대해 유용한 신호를 얻기 위해서는 잡음제거가 이루어져야 한다. 본 논문은 잡음제거를 수행하기 위하여 Donoho 등에 의해 제안된 Translation-Invariant (TI) 웨이브렛 기반으로 다중 임계치 함수를 적용한 잡음제거 기법을 제안한다. 기존의 웨이브렛 잡음제거 기법은 특이점 부근에서 Pseudo-Gibbs 현상이 발생하는 문제점이 있다. TI 웨이브렛은 신호의 특성 위치를 변화시켜 Pseudo-Gibbs 현상을 제거한다. 그리고 배경잡음 및 외부잡음을 제거하기 위해 각 노드별 변형된 소프트 임계치를 적용한 다중 임계치 함수를 제안한다. 제안 기법의 타당성을 검토하기 위해 모의 시뮬레이션과 해상실험을 수행한 결과 신호대 잡음비가 23dB 및 18dB 이상 개선됨을 확인하였다.

핵심용어: 방사소음, 잡음제거, 이동-불변, 웨이브렛 임계치

투고분야: 수중음향 분야 (5.4)

This paper proposes an improved de-noising method using multi-thresholding function based on translation-invariant (TI) wavelet proposed by Donoho et al. for underwater radiated noise measurement. The traditional wavelet thresholding de-noising method causes Pseudo-Gibbs phenomena near singularities due to discrete wavelet transform. In order to suppress Pseudo-Gibbs phenomena, a de-noising method combining multi-thresholding function with the translation-invariant wavelet transform is proposed in this paper. The multi-thresholding function is a modified soft-thresholding to each node according to the discriminated threshold so as to reject unknown external noise and white gaussian noise. It is verified by numerical simulation. And the experimental results are confirmed through sea-trial using multi-single sensors.

Key words: Radiated Noise, De-Noiseing, Translation-Invariant, Wavelet thresholding

ASK subject classification: Underwater Acoustics (5.4)

I. 서론

웨이브렛 이론은 여러 가지 실용적인 응용을 위한 유용한 수학적 도구로서 최근에 다양한 분야에 이용되고 있다. 웨이브렛 이론의 비약적인 업적 중에 하나는 D. L. Donoho와 I. M. Johnstone에 의해 제안된 잡음제거 기법이다 [1]. 잡음제거에 있어서 가장 중요한 것은 원 신호의 특성이 정확히 남아 있어야 한다 [2]. 이를 위해 웨이브렛을 이용한 잡음제거 방법에 대한 많은 연구가 최근까지 이루어져 오고 있다 [3-11].

Donoho 등에 의해 제안된 웨이브렛 임계치 잡음제거 방법은 하드 임계치리와 소프트 임계치리가 있다. 이것은 측정된 신호를 이산 웨이브렛 변환 (Discrete Wavelet Transform)을 수행하여 웨이브렛 계수를 취하고, 이러한 계수에 적절한 임계치를 적용한다. 이는 설정된 임계치보다 작은 계수는 잡음에 의해 발생한 것으로 간주하며, 임계치보다 큰 계수는 원 신호에 의해 기인한다고 본다. 그러고 나서 웨이브렛 계수로부터 역 이산 웨이브렛 변환 (Inverse Discrete Wavelet Transform)을 취하면 잡음이 제거된 신호를 얻을 수 있다. 그러나 두 가지 임계치리 방법은 단점을 가진다. 하드 임계치리 방법은 임계치가 적용된 웨이브렛 계수가 연속성을 가지지 못하여 신호 복원시 오실레이션 (Oscillation) 현상이

책임저자: 최재용 (cjy680@add.re.kr)
경남 진해시 현동 19번지 국방과학연구소
(전화: 055-540-6834; 팩스: 055-542-3737)

발생한다. 소프트 임계치 방법의 연속성은 좋으나 추정된 웨이블릿 계수와 원 신호의 웨이블릿 계수 사이에 바이어스가 발생할 수 있다. 더욱이 전통적인 웨이블릿 잡음제거 방법은 이산 웨이블릿 변환 (DWT)에 의해 Pseudo-Gibbs 현상이라는 인위적인 간섭 현상이 발생한다. 이것은 DWT가 Translation-Invariant (TI)가 아니기 때문이다 [8-10]. 그러므로 Pseudo-Gibbs 현상을 제거하기 위해 TI 웨이블릿 잡음제거 방법이 Donoho 등에 의해 제안되었다.

본 논문에서는 수중 방사소음 측정시 낮은 신호대 잡음비를 가지는 신호를 측정/분석하기 위해 TI 웨이블릿 기반으로 다중 임계치 함수를 적용한 잡음제거 기법을 제안한다. 수중 방사소음 측정시 측정된 신호는 배경잡음 뿐만 아니라 외부잡음도 함께 측정되는 경우가 많으므로 이러한 외부잡음을 제거하기 위해서는 원 신호와 잡음을 구분하여 각 노드별 임계치를 차별화하여 적용한다. 제안된 방법에 의한 타당성은 모의 시뮬레이션 및 해상실험을 통하여 검증한다.

II. 웨이블릿 임계치를 이용한 잡음제거 개념

일반적으로 측정 신호는 다음과 같은 수식으로 가정한다.

$$f(k) = s(k) + n(k) \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

여기서 $s(k)$ 는 잡음이 없는 원 신호이고, $n(k)$ 는 평균이 0이고 분산이 σ^2 인 백색 가우시안 잡음이다.

Donoho 등에 의해 제안된 웨이블릿 잡음제거는 식 (1)과 같은 측정 신호에 대해 웨이블릿 변환을 수행한 후, 웨이블릿 계수가 어떤 기준 임계치보다 작으면 잡음에 의해 생성된 것으로 간주하여 제거하고, 임계치보다 크면 원 신호에 의해 생성된 것으로 간주하여 복원한다.

이러한 방법은 다음과 같은 3단계를 거쳐 수행된다.

1) 측정 신호 $f(k)$ 를 이산 웨이블릿 영역으로 변환하여 웨이블릿 계수 $C_{j,k}$ 를 얻는다.

2) 웨이블릿 계수 $C_{j,k}$ 에 다음과 같은 임계치를 적용하여 임계치보다 작은 계수가 제거된 추정 $\hat{C}_{j,k}$ 를 얻는다.

하드 임계치 함수(Hard-thresholding function) :

$$\hat{C}_{j,k} = \begin{cases} C_{j,k} & |C_{j,k}| \geq \lambda \\ 0 & |C_{j,k}| < \lambda \end{cases} \quad (2)$$

소프트 임계치 함수(Soft-thresholding function) :

$$\hat{C}_{j,k} = \begin{cases} \text{sgn}(C_{j,k})(|C_{j,k}| - \lambda) & |C_{j,k}| \geq \lambda \\ 0 & |C_{j,k}| < \lambda \end{cases} \quad (3)$$

여기서 임계치 $\lambda = \sigma\sqrt{2 \log(N)}$ 이고, N 은 샘플 수이다. 그림 1은 위의 두 임계치 함수를 나타낸다 [4].

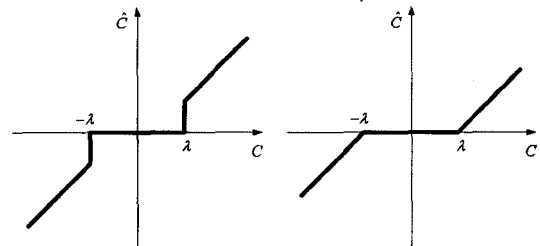


그림 1. 하드임계치와 소프트임계치의 임계치 설정함수
Fig. 1. Sketch of hard- and soft-thresholding function.

3) 역 이산 웨이블릿 변환에 의해 $\hat{C}_{j,k}$ 로부터 잡음이 제거된 $\hat{f}(k)$ 를 복원한다.

III. Translation-Invariant (TI)

웨이블릿 잡음제거

기존의 웨이블릿 변환 (Orthogonal, Maximally-decimated)에 의한 잡음제거는 웨이블릿 트라 (Wavelet Tree or Basis)의 TI 결핍으로 인한 Pseudo-Gibbs 현상이 발생한다. 이것은 신호 복원시 신호의 특이점 (Singularity) 부근에서 오버슈트 (Overshoot)와 언더슈트 (Undershoot)가 교대로 나타나는 현상으로 원 신호 고유의 특성이 아니며, 그들의 크기는 특이점의 실제 위치와 밀접한 관계가 있다. 예를 들어 Haar 웨이블릿을 사용할 때, 정확히 $n/2$ 에 위치한 특이점은 Pseudo-Gibbs 현상이 일어나지 않는다. 그러나 $n/3$ 위치에서의 불연속성은 심각한 Pseudo-Gibbs가 발생한다. 그래서 Donoho와 Coifman은 이러한 현상을 극복하기 위해 TI 잡음제거 방법을 제시했다. 이것은 신호를 강제적으로 이동 (Shift)시켜 신호의 특성 위치를 변화시킨다. 이를 cycle spinning이라 하며, 이동된 신호를 원 신호와 비교하면 위상변이 (Phase Shift)를 가진다. 이제 이동

된 신호에 대해 임계치를 적용하여 잡음제거를 수행한 후 역 웨이브렛 변환시 역 cycle spinning을 수행하면 Pseudo-Gibbs 현상이 발생하지 않는 신호를 복원할 수 있다. 이를 수식으로 표현하기 위해 시간 이동 오퍼레이터 (Time-shift Operator) S 를 도입하여 식 (1)에 대해 h 만큼 순환 이동 시키면 다음과 같다.

$$S_h(f(n)) = f((n+h) \bmod N) \quad (4)$$

이 오퍼레이터는 유니타리 (Unitary)이므로 가역성 (Invertible)을 가진다. 즉, $(S_h)^{-1} = S_{-h}$ 를 만족한다. 그러나 식 (4)는 모든 신호에 대해 항상 Pseudo-Gibbs 현상을 최소화 시키지는 못한다. 이는 신호가 다수의 불연속성 (Discontinuity)을 가질 때, 그들은 서로 간섭이 일어날 수 있다. 즉, 하나의 불연속에 대해 최선의 이동 (Best Shift)이 다른 불연속에 대해서는 최악의 이동이 될 수 있기 때문이다. 그러므로 이를 해결하기 위해 이동의 범위를 적용하여 다수의 결과에 대해 평균을 취한다. 이를 평균 이동 (Averaging Shift)라 하며, 이동 범위 H 와 잡음제거 오퍼레이터 T 를 적용하여 TI 잡음제거 기법을 표현하면 다음과 같다[8].

$$Ave_{h \in H} S_{-h} (T(S_h(f))) \quad (5)$$

여기서 H 의 최댓값은 N 이다.

식 (5)의 TI 웨이브렛 잡음제거 방법을 단계별로 표현하면 다음과 같다.

- 1) 새로운 이동 신호를 얻기 위해 cycle spinning 범위 안에서 측정신호를 이동시킨다.
- 2) 웨이브렛 계수를 얻기 위해 이동된 신호에 DWT를 수행한다.
- 3) 추정 웨이브렛 계수를 얻기 위해 임계치를 적용한다.
- 4) 추정된 계수로부터 IDWT를 취하여 잡음이 제거된 신호를 복원한다.
- 5) 측정신호와 동일한 위상을 얻기 위해 역 이동을 수행한다.
- 6) 다음 이동을 위해 1)~5)를 반복한다.
- 7) 잡음 제거된 모든 신호에 대해 평균을 취함으로써 최종 잡음제거 신호를 얻는다.

IV. 다중 임계치를 적용한 TI 잡음제거기법 제안

일반적으로 수중 방사소음 측정시 센서에 측정된 신호는 식 (1)과 다르게 표현된다. 즉, 센서에 측정된 신호는 측정하고자 하는 원 신호와 잡음으로 구성되나, 잡음 성분은 가우시안 백색잡음 뿐만 아니라 원하지 않는 외부 잡음이 함께 포함됨으로 이를 표현하면 식 (6)과 같다.

$$f(k) = s(k) + n(k) + e(k) \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

여기서 $s(k)$ 는 잡음이 없는 원 신호, $n(k)$ 는 평균이 0이고 분산이 σ^2 인 가우시안 백색잡음, $e(k)$ 는 미지의 외부 잡음이다. 그리고 실제 음원의 위치는 알고 있다고 가정한다.

다채널 데이터의 경우에는 채널별 시간지연 차를 측정하여 실제 음원의 위치 추정이 가능하므로, 실제 음원의 위치를 아는 경우, 노드별 다중 임계치를 신호의 위치로부터 거리함수로 표현하여 신호를 선별해내는 것이 가능하며, 다중 임계치 TI 잡음제거 방법은 그림 2와 같이 수행된다.

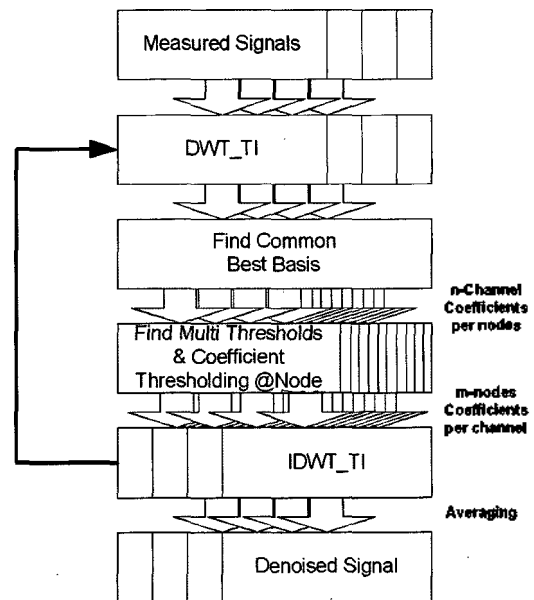


그림 2. 다중 임계치 TI 잡음제거 흐름도
Fig. 2. The block diagram of TI de-noising with multi-thresholding.

1) 획득된 다채널 데이터로부터 fully DWT_TI를 각각 수행하여 공통의 웨이브렛 트리 구조를 만든다. 정해진 분해수준까지 노드를 분리하되 각 채널별 분리될 노드의 엔트로피 합이 현재 노드의 엔트로피보다 모두 작아야

분리하는 것을 원칙으로 한다. fully TI의 장점은 미리 cycle spinning의 범위를 결정할 필요 없이 자동적으로 전체적인 계산을 수행한다.

2) 공통의 웨이브렛 트리 구조로부터 각 공통노드 계수의 절댓값에 대해 각 채널간의 상관계수를 구하고, 두 채널의 시간지연 차를 식 (7)에 의해 도출한다. 각 노드 별로 n 개의 센서로부터 n_c 개의 상관계수와 시간지연 차를 구할 수 있다.

$$R_{j,m}^{p,q} = |C_{j,m}^p| \otimes |C_{j,m}^q| \quad (7)$$

$$\tau_{j,m}^{p,q} = \left\{ k \left| \max_k (R_{j,m}^{p,q}) \right. \right\}$$

여기서 R, τ 는 상관계수와 시간지연이며, p, q 는 센서 채널이고, j, m 은 노드 레벨과 인덱스이다.

3) 식 (7)에서 얻어진 시간지연을 최소자승법에 적용하여 각 노드별 음원의 위치를 추정한다.

4) 각 노드별로 추정된 음원 위치와 실제 음원 위치 사이의 거리에 대한 함수로 식 (8)과 같이 제안된 임계치 함수에 의해 소프트 임계처리법을 적용하여 음원의 위치에서 발생한 신호만을 추출한다. 이는 추정위치가 원하는 음원위치에 근접하면 해당 노드의 신호를 음원이라고 보고, 그렇지 않으면 추정위치와 음원위치사이의 거리에 따라 임계치를 높여 해당 노드의 신호를 제거하는 개념이다.

$$\lambda_{new} = \xi \sqrt{2 \log(N)} \sigma \quad (8)$$

여기서 ξ 는 임계치 결정 거리함수이다. 이는 추정된 노드의 음원 위치와 실제 음원 위치사이의 거리에 의해 식 (9)와 같이 결정된다. 식 (9)는 실제 음원 위치와 추정된 노드별 음원 위치의 거리 오차에 따라서 임계값을 지수상승 함수로 설정하여 외부 잡음에 의한 영향을 줄인다.

$$\xi = \begin{cases} 1 & d \leq \epsilon \\ \frac{1}{e^m} e^{(m/\epsilon)d} & d > \epsilon \end{cases} \quad (9)$$

식 (9)에서 d 는 노드의 음원과 실제 음원사이의 거리이고, ϵ 는 거리 오차 경계치 (error bound)이며 m 은 0보다 큰 양의 값으로 거리함수의 기울기를 결정한다 [11].

5) 식 (8)에 의해 추정된 웨이브렛 계수에 대해 fully IDWT_TI를 수행한다.

6) 평균 (Average)에 의한 최종적인 잡음제거 신호를 얻는다.

V. 실험 및 고찰

5.1. 모의 시뮬레이션을 통한 검증

본 논문에서 제안된 기법의 타당성을 검증하기 위하여 표 1과 같은 모의 신호에 대해 시뮬레이션을 수행하였다.

표 1. 모의 시뮬레이션을 위한 신호
Table 1. Signal for the simulation.

	Signal type
Original signal	Doppler and Blocks
Gaussian White Noise(μ)	$E : 0, \sigma : 1$
External Noise(ϵ)	$15 e^{(-30 \theta)} * \sin(3000 \theta)$

원 신호는 Donoho와 Johnstone에 의해 제시된 Doppler 신호와 Blocks 신호를 사용하였고 [8], 백색잡음은 평균값 (E)이 0이고 표준편차 (σ)가 1이며, 외부 잡음은 쉬프트된 지수감소 신호를 적용하였다. 채널수는 4개이고, 식 (9)의 임계치 결정 거리함수에서 거리 오차

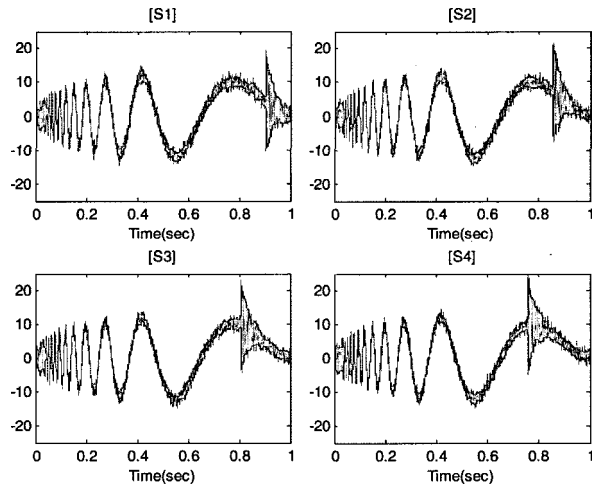


그림 3. 4채널의 Doppler 측정 신호
Fig. 3. Measured Doppler signals of four channels.

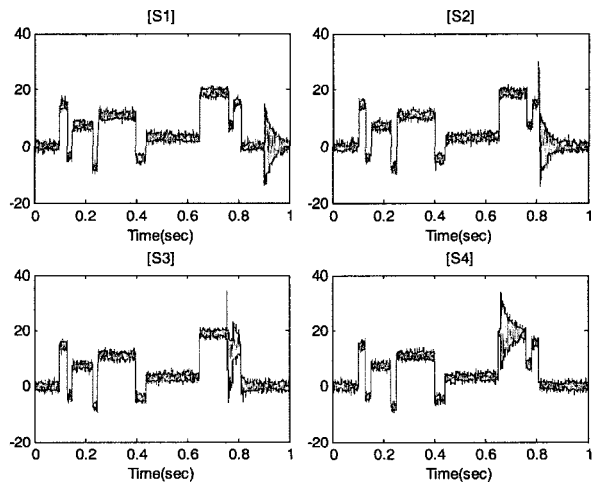


그림 4. 4채널의 Blocks 측정 신호
Fig. 4. Measured Blocks signals of four channels.

경계치는 10이고 기울기 m 은 3을 적용하였다.

그림 3, 4는 4개의 채널에 수신된 Doppler와 Blocks 신호로서, 원 신호에 백색잡음 및 시간지연을 가지는 외부 잡음이 섞여 있으며, 신호대 잡음비가 9.18dB, 11.01dB를 가진다.

그림 3, 4와 같이 측정된 4채널 신호에 대해 식 (8)의 임계치를 설정하여 소프트 임계처리법을 수행한 결과, 그림 5, 6과 같이 잡음이 제거된 신호를 복원할 수 있었다. 그림 5, 6은 백색잡음과 외부 잡음이 거의 제거되어 원 신호의 특성이 그대로 복원 되었다.

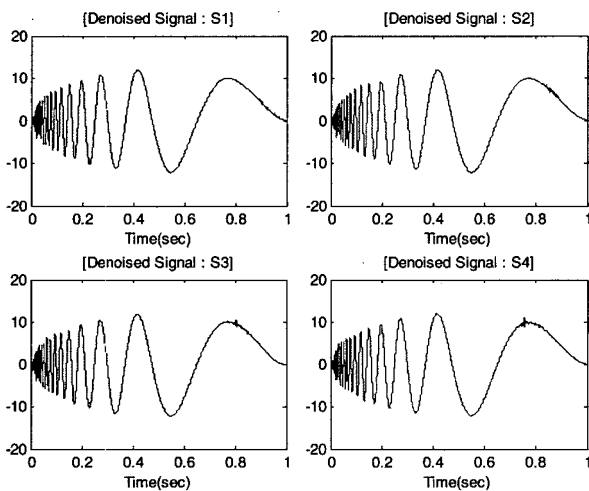


그림 5. 잡음이 제거된 4채널의 Doppler 신호
Fig. 5. Denoised Doppler signals of four channels.

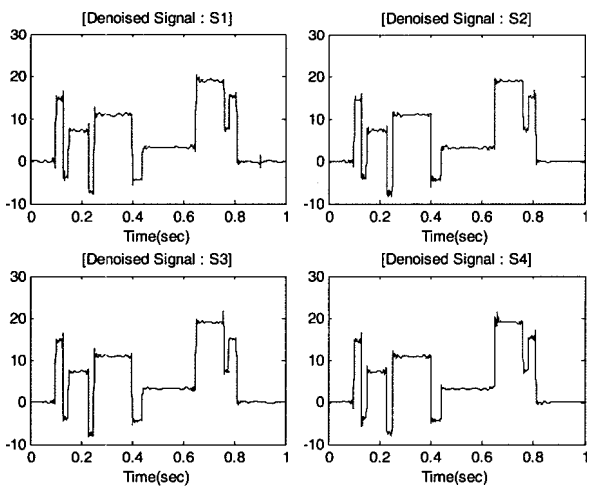


그림 6. 잡음이 제거된 4채널의 Blocks 신호
Fig. 6. Denoised Blocks signals of four channels.

표 2. 잡음이 제거된 신호의 SNR 및 RMSE
Table 2. The SNR and RMSE of de-noising signal.

	Doppler	Blocks
SNR	29.49dB	23.04dB
RMSE	13.42	25.48

표 2는 잡음이 제거된 신호의 신호대 잡음비 및 RMSE (Root Mean Square Error)로서 두 신호의 신호대 잡음비가 23dB이상으로 향상되었음을 볼 수 있다.

5.2. 해상 실험을 통한 검증

제안된 기법을 실제 해상실험을 통하여 검증을 수행하였다. 센서 배치는 그림 7과 같이 음원을 중심으로 각 50m 떨어진 곳에 4개의 센서가 동서남북 형태로 설치되도록 하였다.

그림 8에서 4개의 센서에 측정된 신호는 배경소음 및 외부 잡음에 의한 낮은 신호대 잡음비로 인하여 측정하고자 하는 원 신호를 거의 볼 수가 없다.

방사된 소음 신호 형태를 살펴보기 위하여 음원으로부터 1m 떨어진 곳에 별도의 센서 (S5)를 설치하여 소음을 측정하였다. 그림 9는 측정된 시간영역 신호로서, 측정된 방사소음이 아주 짧은 시간동안 발생하였음을 볼 수 있다. 신호대 잡음비는 대략 9.5dB 정도이다.

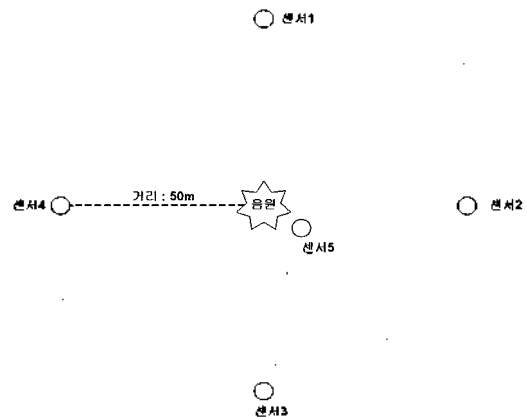


그림 7. 해상실험 구성도
Fig. 7. Sensor configuration for sea-trial.

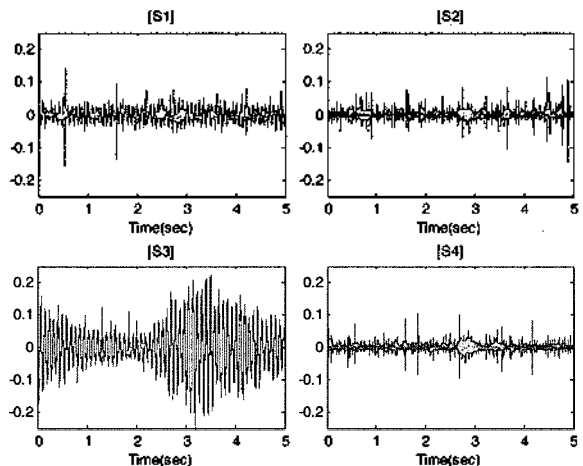


그림 8. 센서에 측정된 신호 (50m)
Fig. 8. Measured signals at 50m.

VI. 결론

본 논문에서는 다중 임계치를 적용한 TI 웨이블릿 잡음제거 방법을 제안하였다. 다중 채널 센서에 의해 측정된 신호의 배경잡음 및 외부 잡음 제거를 위하여 기존의 배경잡음 제거 임계치를 노드별 거리에 따라 임계치를 차별화하여 적용하였다.

제안한 기법을 이용하여 시뮬레이션을 수행한 결과 백색잡음 및 외부 잡음이 포함된 신호에 대해 잡음 제거시 23dB 이상의 신호대 잡음비를 향상시킬 수 있었으며, 실제 방사소음 측정 신호에 적용하였을 때, 신호대 잡음비를 18dB 이상 향상시켜 방사소음 신호를 뚜렷하게 추출할 수 있음을 확인하였다.

참고 문헌

1. D. L. Donoho, "Wavelet Shrinkage and W.V.D.-a Ten-Minute Tour", Progress in Wavelet Analysis and Application, 109-128, 1993.
2. G. Liu and L. Qu, "Study On Wavelet Adaptive-Threshold Denoising Method", Signal Processing, 8, 509-512, Dec. 2002.
3. D. L. Donoho, and I. M. Johnstone, "Ideal Spatial Adaptation by Wavelet Shrinkage", Biometrika, 81, 425-455, 1994.
4. D. L. Donoho, "De-Noising by Soft-Thresholding", IEEE Trans. Information Theory, 41 (3) 613-627, May, 1995.
5. D. L. Donoho, and I. M. Johnstone, "Adapting to Unknown Smoothness Via Wavelet Shrinkage", Journal of American Statistical Association, 12, 1200-1224, 1995.
6. Ma Xiaoyan, Yuan Junguan, and Xue Linguang, "Signal Reconstruction Based on Mean Threshold Wavelet Packet De-noising", IEEE Proceeding of ICSP 2000, 387-390, 2000.
7. P. C. Ching, H. C. So and S. Q. Wu, "On Wavelet Denoising and Its Application To Time Delay Estimation", IEEE Trans. Signal Processing, 47 2879-2882, 1999.
8. R. R. Coifman and D. L. Donoho, "Translation-Invariant De-Noising", In Wavelets and Statistics, Springer Lecture Notes in Statistics 103, New York:Springer-Verlag, 125-150, 1994.
9. T. D. Bui and G. Chen, "Translation-Invariant Denoising Using multiwavelets", IEEE Trans. Signal Processing, 46, 3414-3420, 1998.
10. Li Su, Guoliang Zhao and Renyan Zhang, "Translation-Invariant Wavelet De-Noising Method with Improved Thresholding", IEEE Proceeding of ISQT 2005, 599-602, 2005.
11. 최재용, 도경철, "수중 천이소음 측정을 위한 다중 임계치 잡음제거기법 연구", 한국음향학회지, 21 (6) 5-13, 2001.

저자 약력

• 최재용 (Jae-Yong Choi)

한국음향학회지 제17권 제8호 참조

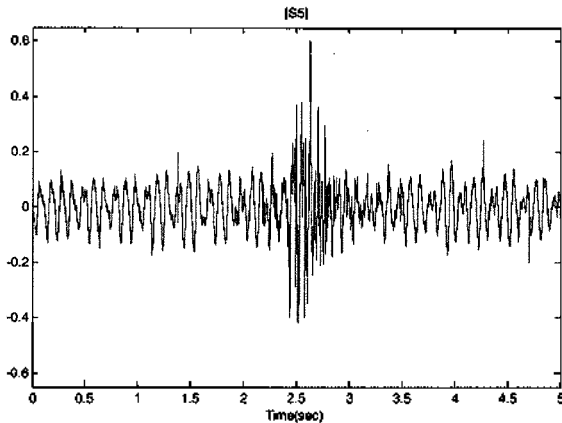


그림 9. 1m에서 측정된 신호 (S5)
Fig. 9. Measured signal at 1m (S5).

그림 10은 제안된 기법을 적용하여 배경잡음과 외부 잡음이 제거된 신호이다. 그림 10과 9를 비교하면 거의 유사한 형태를 가지며, 그림 10은 그림 8에 비해 신호대 잡음비가 상당히 개선된 것을 볼 수 있다.

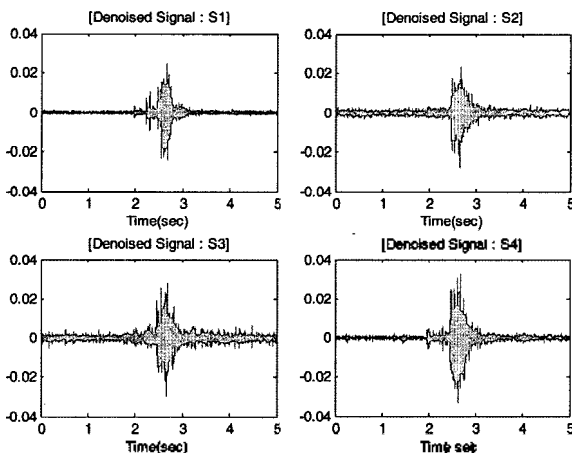


그림 10. 잡음이 제거된 신호
Fig. 10. Denoised signals.

표 3은 잡음이 제거된 신호의 신호대 잡음비로서 각 센서별 약 18dB 이상 개선되었다.

표 3. 잡음이 제거된 신호의 SNR
Table 3. The SNR of de-noising signal.

	S1	S2	S3	S4
SNR	22.98dB	18.51dB	19.51dB	26.02dB

그러므로 제안된 기법은 모의 시뮬레이션 및 해상실험을 통하여 백색잡음 뿐만 아니라 외부 잡음이 존재하는 곳에서의 방사소음 측정시 유용한 신호를 얻기 위한 잡음제거 수행에 있어서 좋은 성능을 보여주고 있다.