

< 논문 >

리바요소를 이용한 섬유강화 고무기지 복합재료의 3 차원 유한요소 모델링기법

정세환* · 송정한* · 허 훈† · 김진웅** · 김진영**
(2006년 3월 13일 접수, 2006년 9월 19일 심사완료)

3-D Finite Element Modeling of Fiber Reinforced Rubber Composites using a Rebar Element

Se-Hwan Jeong, Jung-Han Song, Hoon Huh, Jin-Woong Kim and Jin-Young Kim

Key Words : Rebar Element(리바요소), Fiber Reinforced Composite(섬유강화 복합재료), Finite Element Method(유한요소법)

Abstract

Finite element analyses of structures made of the fiber reinforced composites require an adequate method to characterize the high anisotropic behavior induced by one or several layers of fiber cords with different spatial orientation embedded in a rubber matrix. This paper newly proposes a continuum based rebar element considering change of the orientation of the fiber during deformation of the composite. The mechanical behavior of the embedded fiber is modeled using two-node bar elements in order to consider the relative deformation and spatial orientation of the embedded fiber. For improvement of the analysis accuracy, the load-displacement curve of fiber is applied to the stiffness matrix of fiber. A finite element program is constructed based on the total Lagrangian formulation considering both geometric and material nonlinearity. Finite element analyses of the tensile test are carried out in order to evaluate the validity of the proposed method. Analysis results obtained with the proposed method provides realistic representation of the fiber reinforced rubber composite compared to results of other two models by the Halpin-Tsai equation and a rebar element in ABAQUS/Standard.

기호설명

- T** : 1 차 Piola-Kirchhoff 응력 텐서
- S** : 2 차 Piola-Kirchhoff 응력 텐서
- Q** : 절점 변환 행렬
- K^{rebar}** : 리바요소의 강성행렬
- K^{fiber}** : 보강섬유의 강성행렬

1. 서론

섬유강화 복합재료는 보강섬유의 적층각도와 체적비를 동시에 고려할 수 있어 강성설계가 용이하기 때문에 항공산업을 비롯한 여러 산업분야에 폭넓게 사용되고 있다. 이 중 고분자 물질을 모재로 갖는 섬유강화 고무기지 복합재료는 높은 감쇠 특성과 좋은 피로특성으로 인하여 진동이나 충격에 노출되는 동력 전달축 등에 많이 이용된다. 타이어와 공기스프링은 섬유강화 고무기지 복합재료의 위와 같은 특성을 이용하는 대표적인 차량 부품이다.^(1,2)

일반적으로 복합재료에서 긴 보강섬유가 모재 내에 나란한 방향으로 배열된 경우 섬유의 길이방

† 책임저자, 회원, 한국과학기술원 기계공학과
E-mail : hhu@kaist.ac.kr

TEL : (042) 869-3222 FAX : (042) 869-3210

* 한국과학기술원 기계공학과

** 대원강업(주) 대원기술연구소

향과 수직인 방향 사이에 심한 이방성이 존재하며 여러 개의 보강섬유층을 포함하는 복합재의 강성은 각 보강섬유층의 적층각에 따라 달라진다.⁽³⁾ 특히 고무를 기저로 하는 섬유강화 복합재료는 일반적으로 보강섬유와 모재 사이의 기계적 물성치의 차이가 매우 크기 때문에 이방성의 정도가 매우 심하게 나타나며 대부분의 응력은 섬유가 지지하게 된다.^(4,5) 또한 변형에 따른 보강섬유의 회전에 의하여 적층각이 변화하고 이로 인하여 복합재의 강성변화가 발생한다. 따라서 섬유강화 고무기지 복합재료에 대한 수치해석의 높은 신뢰도를 보장하기 위하여 보강섬유의 재료비선형성 및 변형 도중 보강섬유의 회전을 정확히 고려하는 것이 필요하다.

지금까지의 섬유강화 복합재료의 유한요소해석에는 재료를 균질로 가정하고 이방성 물성치를 대입하는 기법이 많이 사용되어왔다. 그러나 선형 이방성 물성치를 대입하는 경우 대변형이 일어나는 문제에서 큰 오차를 유발할 가능성이 있으며 재료비선형성을 도입하기 위하여 복잡한 수식화가 요구되어 수치해석에 적용하기 어렵다.⁽⁶⁾

최근 섬유강화 복합재료의 수치해석을 위하여 모재와 보강섬유의 강성을 독립적으로 고려하는 리바(rebar)요소에 관한 연구가 진행되고 있다. Meschke 등^(7,8)은 보강섬유에 대하여 초탄성 물성치를 대입하고 이를 이용하여 자동차용 타이어와 고무샌드위치 판넬의 해석을 수행하였다. Sprenger와 Wagner⁽⁹⁾는 8 절점 리바요소의 잠금현상을 해결하기 위하여 대체변형률을 적용한 바 있다.

본 논문에서는 섬유강화 고무기지 복합재료의 모델링 기법 중 Halpin-Tsai 물성치를 대입하는 방법과 리바요소를 이용하는 모델링 기법을 이용하여 해석을 수행하고 정확도를 비교하였다. 또한 보강섬유를 간단히 바(bar) 요소로 가정하여 연속체 요소에 추가한 리바요소를 구성하고 단위요소의 인장해석을 통하여 주요 특성인 보강섬유의 회전과 그에 따른 강성변화를 나타내는 것을 확인하였다. 두 종류의 섬유강화 고무기지 복합재료의 인장시험에 대하여 각각 세 개의 유한요소모델을 구성하고 해석결과를 비교하였다. 세 유한요소모델은 본 논문에서 구성한 리바요소를 이용한 모델과 ABAQUS/Standard 에서 지원하는 리바요소 모델, Halpin-Tsai 물성치 대입모델이다.

2. 리바요소의 유한요소 수식화

2.1 유한요소 수식화

가상일의 원리에 의한 지배방정식의 약형은 가상변위를 곱하여 적분하고, 발산정리를 이용하여 경계조건을 대입하면 식 (1)과 같이 표현된다.

$$\int_{\Omega_0} \bar{u}_{i,j} T_{ji} d\Omega_0 = \int_{\Omega_0} \rho_0 b_i \bar{u}_i d\Omega_0 + \int_{\Gamma_r} t_i^0 \bar{u}_i d\Gamma_r, \quad \forall \bar{u}_i = 0 \text{ on } \Gamma_d \quad (1)$$

여기서, T_{ji} 는 초기형상 Ω_0 와 변형형상 Ω 에서 정의되는 1차 Piola-Kirchhoff 응력텐서이고, ρ_0 는 물체의 초기 밀도를 나타내며 t_i 는 Γ_r 에 작용하는 표면력벡터이다. \bar{u}_i 는 임의의 가상변위 벡터이다. 재료비선형과 기하비선형을 고려하기 위해서는 라그랑지안 수식화를 통한 증분해석이 필요하다. 본 논문에서는 전 라그랑지안 수식화를 통한 증분해석을 수행하였다. 전 라그랑지안 수식화에서는 초기상태에서의 형상 Ω_0 를 기준좌표계로 지정하고 Δt 동안에 미소변형을 하는 것으로 가정한다.

1차 Piola-Kirchhoff 응력텐서 T_{ji} 는 대칭행렬이 아니기 때문에 식 (2)의 변환을 통하여 대칭행렬인 2차 Piola-Kirchhoff 응력텐서를 대입하였다.

$$\mathbf{T} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{F}^T, \quad F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} \quad (2)$$

각 요소에서의 변위를 3차원 8절점 요소의 형상함수를 이용하여 나타내고, $\bar{\mathbf{u}}$ 의 임의성을 이용하여 식 (3)과 같은 행렬식을 구성하였다. 이 행렬식의 풀이는 뉴턴-랩슨(Newton-Raphson) 방법을 이용하였다.

$$\mathbf{K}^{(n,i)} \Delta \mathbf{u}^{(n,i+1)} = \mathbf{P}^{(n+1)} - \mathbf{F}^{(n,i)} \quad (3)$$

여기서, (n,i) 의 첨자 n 은 시간 증분을 의미하며, i 는 축차 횟수를 의미한다.

2.2 리바요소의 수식화

리바(Rebar)요소란 보강섬유와 모재의 강성행렬을 독립적으로 근사하여 식 (4)와 같이 그 합을 요소의 강성행렬로 갖는다.

$$\mathbf{K}_e^{\text{rebar}} = \mathbf{K}_e^{\text{matrix}} + \mathbf{K}_e^{\text{fiber}} \quad (4)$$

모재의 강성행렬은 기존의 연속체 요소와 같고 보강섬유의 강성은 보강섬유를 가정하는 방법에 따라 다르나 섬유의 방향성을 잃지 않는 내에서 셸(Shell), 막(Membrane), 바(bar) 등으로 근사한다.⁽¹⁰⁾ 리바요소는 보강섬유의 변형이 모재와 상응하는 것을 전제로 하며 한 요소 내에서 한 개 또는 여러 개의 보강섬유를 고려할 수 있다. 따라서 리바요소를 이용한 유한요소모델은 섬유의 강성을 첨가하는 데 있어 추가적인 자유도가 필요하지 않으며 경제적인 모델링이 가능하다.

2.2.1 보강섬유의 강성행렬

보강섬유와 같은 선재의 강성을 표현하는 유한

요소로 보요소와 바요소가 사용된다. 섬유강화 고무기지 복합재료의 보강섬유로 많이 사용되는 아라미드계 섬유의 로빙(roving)은 인장강성에 비해 굽힘강성이 작아 보로 근사하기에 무리가 있으며, 보요소는 리바요소 내에서 회전 자유도를 추가적으로 고려해야 하는 어려움이 있다. 따라서 본 논문에서는 보강섬유를 바요소로 근사하여 8 절점 육면체요소 내에 바요소가 포함된 형태의 리바요소를 구성하였다.

일축상에 놓인 바요소의 강성행렬 $K_{uniaxial}^{bar}$ 은 식 (5)와 같다. 3 차원 공간에서 일정한 각도를 갖는 바요소의 강성행렬 K^{bar} 는 회전변환행렬 T 를 양 쪽에 곱하여 식 (6)과 같이 얻을 수 있다.

$$[K_{uniaxial}^{bar}] = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}, \quad k = \frac{EA}{L} \quad (5)$$

$$[K^{bar}] = [T]^T [K_{uniaxial}^{bar}] [T] \quad (6)$$

육면체 요소 내부에 존재하는 바요소의 절점 x_{bar} 의 좌표는 위치관계를 고려하여 육면체 요소의 절점 x_{matrix} 의 좌표로 표현될 수 있으며 이 과정을 Fig. 1 에 도시하였다. 바요소를 포함하는 육면체 요소내의 한 평면을 결정하면 평면의 한 꼭지점은 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다. 이 관계식을 식 (8)과 같이 행렬로 구성하여 육면체요소의 절점을 평면의 네 꼭지점 x_{plane} 으로 변환하는 행렬 T_1 을 결정할 수 있다.

$$x_{plane}^i = \frac{h_i}{H} x_{matrix}^i + \left(1 - \frac{h_i}{H}\right) x_{matrix}^{i+4} \quad (7)$$

$$\{x_{plane}\} = [T_1] \{x_{matrix}\} \quad (8)$$

여기서, H 는 육면체요소의 높이이며 h_i 는 평면의 상대적인 높이이다.

또한 바요소의 절점이 평면의 한 모서리와 만나는 상대적 위치 r_i 를 이용하여 바요소의 절점을 식 (9)와 같이 나타낼 수 있다. 이 관계식을 식 (10)과 같이 행렬식으로 표현하여 네 꼭지점을 바요소 절점의 절점으로 변환하는 행렬 T_2 를 계산하였다.

$$x_{bar}^i = \frac{b_i}{a_i + b_i} r_i x_{plane}^{b_i} + \frac{a_i}{a_i + b_i} \frac{1}{r_i} x_{plane}^{a_i} \quad (9)$$

$$\{x_{bar}\} = [T_2] \{x_{plane}\} \quad (10)$$

여기서 상대적 위치 r_i 는 보강섬유의 적층각도와 배열간격으로 계산하였다. 육면체 요소의 절점 벡터를 바요소의 절점 벡터로 변환하는 절점변환

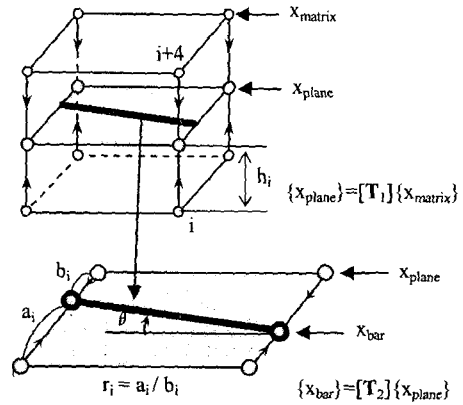


Fig. 1 Nodes transformation from matrix element to bar element

행렬 Q 는 식 (11)과 같이 T_1 과 T_2 를 연산하여 계산된다. 육면체 요소의 절점으로 표현된 바요소의 강성행렬 K_i^{fiber} 는 식 (12)와 같으며 모재의 강성행렬과 합산 할 수 있는 형태가 된다. 요소 내의 모든 보강섬유에 대한 강성행렬은 식 (13)과 같다.

$$[Q] = [T_2] [T_1] \quad (11)$$

$$[K_i^{fiber}] = [Q_i]^T [K_i^{bar}] [Q_i] \quad (12)$$

$$K_e^{fiber} = \sum_i^{nf} K_i^{fiber} \quad (13)$$

여기서, nf 는 요소가 포함하는 보강섬유의 개수이며 i 는 각 보강섬유를 나타낸다. 회전변환행렬과 좌표변환행렬은 증분해석의 매 단계마다 계산하였다.

2.2.2 보강섬유의 물성치 대입

고무기지 섬유강화 복합재료는 대부분의 하중을 보강섬유가 지지하므로 보강섬유의 강성을 정확히 고려하는 것이 중요하다. 특히, 대변형이 발생하는 문제의 경우 보강섬유는 비선형 거동을 나타낸다. 보강섬유의 비선형성은 초탄성 구성식을 사용하여 표현할 수 있으나 이 방법은 별도의 수식화로 인하여 유한요소해석의 적용에 어려움이 요구된다. 본 논문에서는 보강섬유의 비선형 거동을 표현하기 위하여 보강섬유의 하중-변위 곡선을 대입하는 방법을 이용하였다. 보강섬유의 인장시험을 통하여 얻은 하중-변위 선도를 간단한 함수로 근사하고 변형률의 함수로 변환하면 별도의 수식화 없이 일차미분을 통하여 강성행렬에 대입할 수 있다

보강섬유의 인장시험을 통해 얻은 하중-변위 선도는 초기 시편의 길이와 변위를 이용하여 공칭

변형률 ϵ 의 함수로 변환이 가능하다. 하중-변위 선도의 ϵ 에 대한 변환을 $F(\epsilon)$ 라고 하면, 특정 시점 t 에서 공칭 변형률의 미소 증가량 $\Delta\epsilon^t$ 에 대한 하중의 증가량 ΔF^t 는 식 (14)와 같이 나타낼 수 있다.

$$F'(\epsilon^t) \cdot \Delta\epsilon^t = \Delta F^t, \quad F'(\epsilon^t) = \frac{F(\epsilon^t)}{d\epsilon^t} \quad (14)$$

$$\Delta\epsilon^t = \frac{u^t}{L}, \quad u^t = x^{t+1} - x^t \quad (15)$$

이 때, 공칭변형률 ϵ 는 식 (15)와 같다.

위의 관계를 이용하여 보강섬유에 대한 강성행렬은 식 (16)와 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix}, \quad k = \frac{F'(\epsilon^t)}{L} \quad (16)$$

3. 수치해석

2 장에서 기술한 리바요소를 적용하여 프로그램을 구성하고 섬유강화 복합재료에 관한 수치해석을 수행하였다. 먼저 단위요소의 유한요소해석을 수행하여 본 논문에서 구성한 리바요소가 변형 중 발생하는 보강섬유의 회전과 복합재 전체의 강성변화를 표현하는지 확인하였다. 또한 섬유강화 고무기지 복합재료의 인장시험에 대한 유한요소해석을 수행하여 타 모델링 기법과 결과를 비교함으로써 본 논문에서 제안한 모델링 기법의 타당성을 검증하였다.

인장해석을 수행한 재료는 CR(Chloroprene rubber)모재에 아라미드계 보강섬유가 로빙의 형태로 포함되어 있는 섬유강화 복합재료이며 적층효과가 없는 홀 겹 코드지와 두 겹의 보강섬유층을 포함한 적층 복합재료로 두 종류이다. 해석결과와의 비교를 위하여 다음과 같은 세 모델을 정의 하고 유한요소해석을 수행하였다.

Model 1) 본 논문에서 구성한 리바요소로 구성된 모델

Model 2) ABAQUS/Standard 의 리바요소로 구성된 모델

Model 3) 복합재료를 균질의 재료로 가정하고 Halpin-Tsai 식을 대입한 모델

여기서, 두 번째 모델과 세 번째 모델은 ABAQUS/Standard 를 이용하여 해석을 수행하였다.

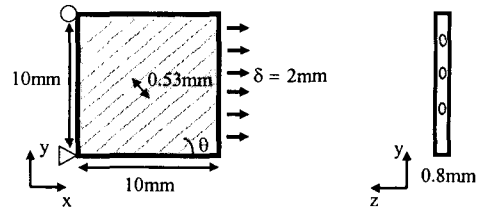


Fig. 2 Single proposed rebar element model and boundary condition

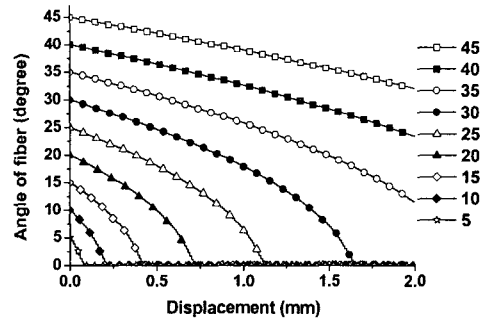


Fig. 3 Orientation of fibers during deformation

홀 겹 코드지의 인장시험 결과는 Ahn⁽⁵⁾의 논문을 참조하였으며 두 겹의 보강섬유층을 포함한 적층 복합재료는 직접 인장시험을 수행하여 결과를 확보하였다.

3.1 단위요소의 인장특성

단위요소모델의 형상과 경계조건을 Fig. 2 에 도시하였다. 보강섬유의 단면적은 0.21mm^2 이며 0.53mm 의 간격으로 배열하였다. 보강섬유와 인장축이 이루는 각도를 0° 에서 45° 까지 달리하였으며 경계조건으로 x 방향 끝단에 균일한 변위를 부과하였다. 모재와 보강섬유에 CR 과 나일론 로빙의 선형 탄성 물성치를 대입하였으며 각 물성치는 식 (17)과 같다.

$$\begin{aligned} E_{\text{matrix}} &= 3.3 \text{ MPa}, \quad \nu_{\text{matrix}} = 0.49 \\ E_{\text{fiber}} &= 1340 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (17)$$

인장변위에 대한 보강섬유의 각도변화를 Fig. 3 에 도시하였다. 0° 를 제외한 모든 경우에서 보강섬유의 각도가 감소하며 보강섬유의 각도가 작을수록 급격하게 감소한다. $5^\circ \sim 30^\circ$ 의 경우 보강섬유가 0° 로 수렴하여 최종적으로 인장축과 평행한 상태를 이루었다. 보강섬유의 각도에 따른 인장-회전 경향을 관찰하기 위하여 섬유의 각도변화를 선형적 구간으로 근사 할 수 있는 0.1mm 변위의 각도 변화량을 Fig. 4 에 도시하였다. 각도 변화량은 초기각도가 작을 때 크고 점차 작아지는 초기각도와

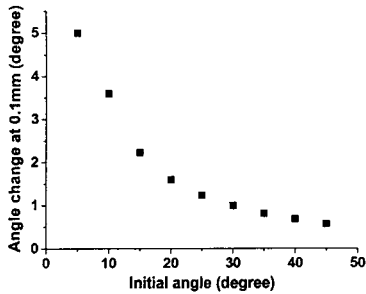


Fig. 4 Angle Change of fibers at 0.1mm extension

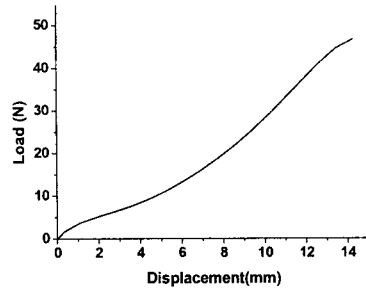


Fig. 6 Load-displacement curve of nylon roving

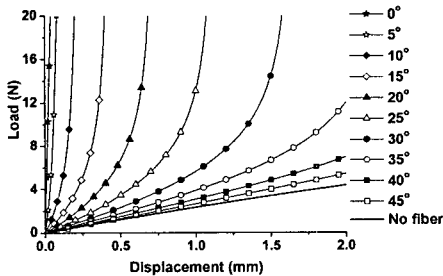


Fig. 5 Load-displacement curves of single proposed rebar element with respect to initial angle

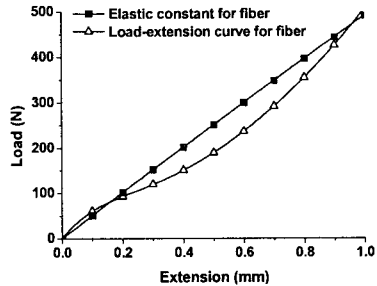


Fig. 7 Load-extension curve when load-displacement curve of fiber is applied

반비례하는 경향을 보인다. 보강섬유와 모재의 변형이 상응하는 리바요소의 가정에 의하여 위 경향성은 재료의 인장-전단 상호 관계를 표현한다. Ahn⁽⁵⁾은 본 장의 단위리바요소와 유사한 복합체에 대하여 각도 별 인장시험을 수행하고 인장-전단 상호관계가 보강섬유의 초기각도에 반비례하는 본 해석결과와 유사한 경향성을 확인하였다.

단위요소모델의 하중-변위 곡선을 Fig. 5에 나타내었다. 보강섬유의 초기각도가 작을수록 큰 하중 값을 나타내었다. 이는 재료가 변형하는 방향과 보강섬유가 이루는 각의 크기가 작을수록 같은 변위에 대하여 보강섬유의 신장이 크게 발생하여 지지하는 하중이 커지기 때문이다. 보강섬유와 인장 축이 평행한 0°의 경우를 제외한 모든 결과에서 변형의 진행에 따라 기울기가 증가하는 비선형 거동을 나타냈다. 이는 보강섬유가 인장축과 이루는 각의 크기가 줄어드는 방향으로 회전하여 재료 전체에 미치는 강성이 증가했기 때문이다.

보강섬유에 비선형 물성치를 대입한 경우의 효과를 확인하기 위하여 보강섬유에 하중-변위 곡선을 대입하고 보강섬유가 인장 축과 평행한 경우의 해석을 수행하였다. 리바요소에 대입한 보강섬유의 하중-변위곡선은 Fig. 6과 같으며 강성행렬에 대입하기 위하여 변환된 값은 식 (18)과 같다.

$$\frac{dF(\epsilon)}{d\epsilon} = 456.21 - 34682.05 \epsilon + 1.34 \times 10^6 \epsilon^2 - 21.87 \times 10^6 \epsilon^3 + 171.42 \times 10^6 \epsilon^4 - 516.12 \times 10^6 \epsilon^5 \quad (18)$$

하중-변위 곡선을 선형 물성치를 대입한 결과와 함께 Fig. 7에 도시하였다. 재료 전체의 비선형성이 나타나며 하중-변위 곡선이 Fig. 6에 도시한 보강섬유의 하중-변위 곡선과 유사한 형태를 보이는 것을 확인하였다.

단위요소모델의 인장해석 결과를 바탕으로 본 논문에서 제안한 모델링기법이 변형 도중 보강섬유의 회전에 의한 강성변화와 보강섬유의 비선형 거동에 의한 영향을 효과적으로 표현하는 것으로 판단하였다.

3.2 홀 겹 코드지의 인장시험 해석

인장시험을 수행한 재료는 철도용 공기스프링의 에어백을 이루는 주 재료로 CR에 나일론 로빙이 함침된 구조이다. 나일론 로빙의 직경은 약 0.55mm 이고 약 0.9mm의 간격으로 배열되어 있다. 재료는 한 겹이며 총 두께는 0.9mm이다. 실험에 사용된 시편은 가로 20mm, 세로 200mm로 종횡비가 10:1이 되도록 하였다. 실험결과는 Ahn⁽⁵⁾의 논문을 참조하였다. 이중 보강섬유와 인장 축이 이루는 각도가 0°, 30°, 45°인 경우의 시편에 대하여 각각의 유한요소모델을 구성하였다. ABAQUS/Standard에서 많은 수의 보강섬유를 고려하기 위하여 리바층을 정의하게 된다. 이러한 리바층은 셀 또는 막요소 내에 정의되어야 하며 8절점 육면체 요소 내에 리바층을 구성하기 위해서는 리바층이 정의된 셀 또는 막요소를 삽입하여야 한다. 홀 겹 코드지 인장시편의 ABAQUS/Standard 리바요소 모델은 얇은 두께를 고려하여 리바층이 정의된 셀요소로 구성하였다. 각 모델의 경계조

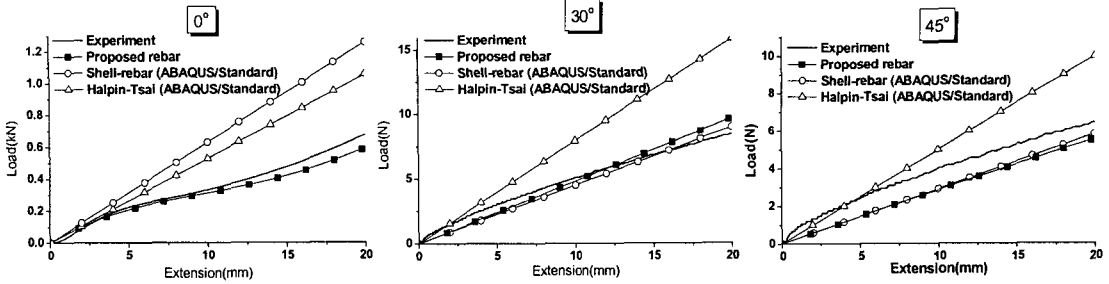


Fig. 8 Load-extension curves of one ply cord sheet

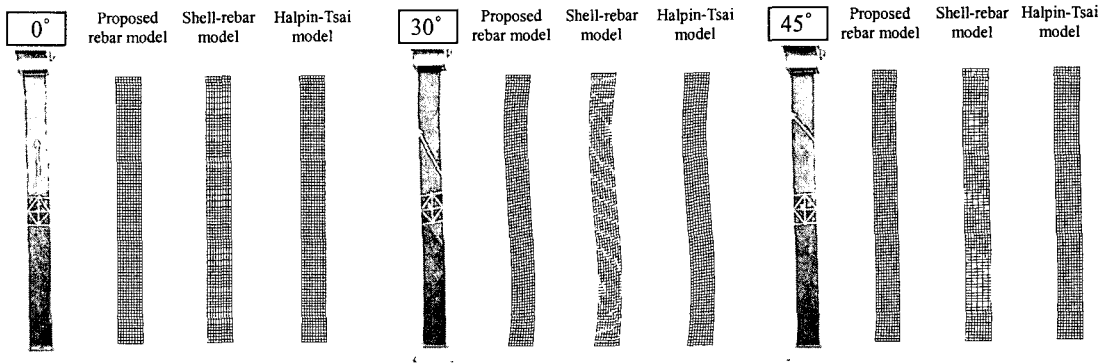


Fig. 9 Deformed shape of finite element model of one ply cord sheet

건으로 유한요소모델의 상단에 20mm의 변위를 부과하고 상단과 하단의 다른 모든 변위를 구속하였다. ABAQUS/Standard의 리바요소 모델에는 식 (19)와 같은 선형 물성치를 대입하였으며 본 논문에서 제안한 모델에는 보강섬유의 물성치로 재료에 함침된 나일론 로빙의 하중-변위 곡선을 대입하였다. 나일론 로빙의 물성치는 보강섬유와 인장축이 이루는 각도가 0°인 시편의 하중-변위 곡선으로부터 계산하였으며 식 (20)과 같다. Halpin-Tsai 물성치는 선형 등방성 물성치를 참조하여 식 (21)와 같이 계산하였다.

$$\begin{aligned} E_{\text{matrix}} &= 3.3 \text{ MPa}, \nu_{\text{matrix}} = 0.49 \\ E_{\text{fiber}} &= 2400 \text{ MPa}, \nu_{\text{fiber}} = 0.3 \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \frac{dF(\epsilon)}{d\epsilon} &= 618.6 - 15.62 \times 10^3 \epsilon + 0.88 \times 10^3 \epsilon^2 \\ &+ 5.2 \times 10^6 \epsilon^3 - 54.43 \times 10^6 \epsilon^4 \\ &+ 163.5 \times 10^6 \epsilon^5 \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} E_1 &= 699.3 \text{ MPa}, E_2 = 7.35 \text{ MPa}, E_3 = 7.35 \text{ MPa} \\ \nu_{12} &= 0.435, \nu_{13} = 0.435, \nu_{23} = 0.435 \\ G_{12} &= 2.02 \text{ MPa}, G_{13} = 2.02 \text{ MPa}, G_{23} = 2.02 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (21)$$

인장시험과 유한요소해석결과의 하중-변위 곡

선을 Fig. 8에 나타내었다. 0°의 해석결과에서 보강섬유에 비선형 물성치를 대입한 본 논문에서 제안한 모델의 결과와 시험결과가 유사한 것을 확인하였다. 다른 두 모델의 결과는 인장 초기의 구간을 제외하면 큰 오차를 보인다. 30°의 경우 본 논문에서 제안한 모델과 ABAQUS/Standard 리바요소 모델의 결과가 유사하며 실험값과 오차가 적다. Halpin-Tsai 모델은 다른 모델과 비교하여 큰 하중값을 나타내는 것을 확인하였다. 45°의 경우 30°의 경우와 유사하게 본 논문에서 제안한 모델과 셸-리바요소 모델의 해석결과가 유사하며 Halpin-Tsai 모델의 결과는 큰 하중값을 나타내었다. 30°, 45°의 해석결과에서 본 논문에서 제안한 모델의 결과가 0°에서와 같이 비선형성이 크게 나타나지 않는 이유는 보강섬유의 인장량이 작아 비선형성이 크게 나타나는 변형 범위에 있지 않기 때문이다.

실험 및 유한요소 해석에서 시편의 변형 형상을 Fig. 9에 비교하였다. 30°와 45°의 경우 실험과 유한요소해석 모두 굽힘변형이 나타나는데, 이는 구속조건에 의해 발생한 전단력의 영향으로 판단된다. 보강섬유의 각도가 작은 경우 인장-전단 상호관계가 강하여 30°의 경우가 45°의 경우보다 과도한 굽힘변형이 관찰되었다. 유한요소모델의 변형형상은 세 모델 모두 유사한 결과를 보인다.

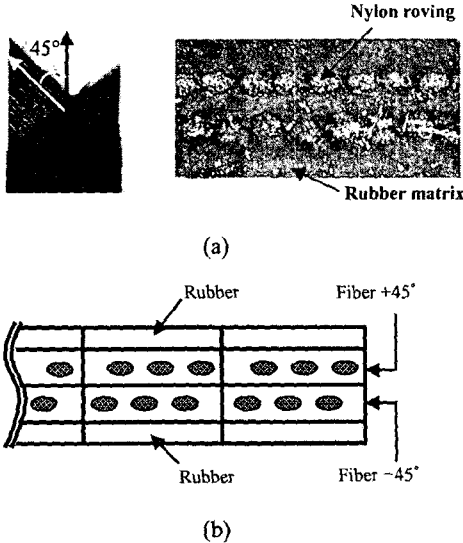


Fig. 10 Cross section: (a) specimen; (b) finite element model

3.3 고무기지 적층 복합재의 인장시험 해석

고무기지 적층 복합재료의 인장시험과 유한요소 해석을 수행하기 위하여 실제 자동차용 공기스프링의 에어백을 재단하여 인장시편을 제작하였다. 본 논문에서 사용한 공기스프링의 에어백은 CR 모재에 직경이 0.52mm 인 나일론 로빙이 0.53mm의 간격으로 배열된 구조를 갖는다. 또한 나일론 로빙은 재료의 중앙면을 기준으로 Fig. 10(a)와 같이 ±45°를 이루며 두 층으로 적층되어 있으며 재료의 총 두께는 2.5mm 이다. 시편의 크기는 가로 25mm, 세로 200mm 로 종횡비가 8:1 이 되도록 제작하였다.

재료의 두께가 보강섬유의 직경에 비해 두꺼우므로 단면의 형상을 Fig. 10(b)과 같이 가정하였다. 본 논문에서 구성한 리바요소를 이용한 모델은 가운데 두 층을 리바요소로 모델링하고 바깥의 두 층은 보통의 연속체 요소로 모델링 하였다. ABAQUS/Standard 의 리바요소 모델은 리바층이 정의된 셀요소를 연속체 요소내에 삽입하여 모델링 하였다. ABAQUS/Standard 의 리바요소 모델에는 식 (22)의 선형 탄성 물성치를 대입하였고 본 논문에서 제안한 리바요소 모델에는 식 (23)과 같은 실험을 통해 얻은 하중-변위 곡선을 대입하였다. Halpin-Tsai 물성치 대입 모델의 물성치는 선형 탄성 물성치를 이용하여 식 (24)와 같이 계산하였다.

$$\begin{aligned} E_{\text{matrix}} &= 3.3\text{MPa}, \nu_{\text{matrix}} = 0.49 \\ E_{\text{fiber}} &= 1340\text{MPa}, \nu_{\text{fiber}} = 0.3 \end{aligned} \quad (22)$$

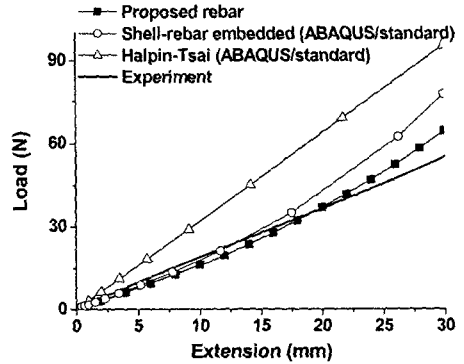


Fig. 11 Load-extension curve of two ply cord-sheet

$$\begin{aligned} \frac{dF(\epsilon)}{d\epsilon} &= 456.2 - 34.7 \times 10^3 \epsilon + 1.34 \times 10^6 \epsilon^2 \\ &\quad - 21.87 \times 10^6 \epsilon^3 + 171.4 \times 10^6 \epsilon^4 \\ &\quad - 516.1 \times 10^6 \epsilon^5 \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} E_{11} &= 482.38\text{MPa}, E_{22} = 8.978\text{MPa}, E_{33} = 8.978\text{MPa} \\ \nu_{12} &= 0.422, \nu_{13} = 0.422, \nu_{23} = 0.42 \\ G_{12} &= 2.34\text{MPa}, G_{13} = 2.31\text{MPa}, G_{23} = 2.34\text{MPa} \end{aligned} \quad (24)$$

실험결과와 각 유한요소모델의 하중-변위 곡선을 Fig. 11 에 나타내었다. 공칭변형률 15%에 해당하는 30mm 인장변위까지의 결과를 도시하였다. 리바요소를 이용한 두 모델에 비해 Halpin-Tsai 물성치 모델은 큰 오차를 나타내었다. 본 논문에서 구성한 리바요소 모델과 ABAQUS/Standard 의 리바요소 모델은 유사한 결과를 나타내었으며 전 변형구간에서 비선형거동을 나타내었다. 이러한 결과는 요소의 변형에 따라 재료 내 보강섬유의 각도가 인장축과 작은 각을 이루도록 변화하여 요소 전체의 강성이 증가했기 때문이다. 실제 인장시험 수행 후 하중-변위를 관찰하여 인장 변위 40mm 이후 하중곡선의 기울기가 증가하는 현상을 확인하였다. 유한요소 해석결과와 달리 곡선의 기울기 증가가 뒤늦게 나타나는 것은 각 유한요소모델이 보강섬유층간 고무모재의 전단변형을 고려하지 않았기 때문에 시편의 보강섬유와 유한요소모델 내 리바의 거동이 일치하지 않기 때문으로 판단된다.⁽¹¹⁾

이상의 고무기지 섬유강화 복합재료의 인장해석에서 리바요소를 이용한 두 모델의 결과가 Halpin-Tsai 물성치 모델과 비교하여 더 정확한 결과를 나타내는 것을 확인하였다. 또한 본 논문에서 제안한 리바요소가 ABAQUS/Standard 의 리바요소와 비교하여 유사한 결과를 나타냄을 확인하였고 실제해석에 적용하기 타당한 방법임을 검증하였다.

4. 결 론

본 논문에서는 섬유강화 고무기지 복합재료의 인장해석에 대하여 리바요소와 Halpin-Tsai 물성치를 이용하여 각각 모델링하고 해석을 수행하였다. 또한 보강섬유를 간단히 바요소로 근사한 리바요소를 구성하고 전라그란지안 기반의 비선형 프로그램에 대입하여 해석에 적용하였다. 하중-변위 곡선의 비교에서 리바요소를 이용한 두 가지 모델링 기법이 Halpin-Tsai 물성치 모델과 비교하여 보다 정확한 수치해석결과를 보이는 것을 확인하였다.

본 논문에서 구성한 리바요소가 변형도중 보강섬유의 회전에 의한 재료의 전단변형과 그에 따른 강성변화를 표현하는 것을 확인하였다. 또한 보강섬유의 하중-변위 곡선을 직접적으로 대입하여 보강섬유의 변형량이 큰 경우 해석결과가 개선되는 것을 확인하였다. 또한 한 겹으로 이루어진 섬유강화 복합재료와 적층 복합재료의 인장해석을 수행하고 ABAQUS/Standard 의 리바요소와 비교하여 본 논문에서 구성한 리바요소의 신뢰성을 확보하였다.

참고문헌

- (1) ASTM, 1997, Annual Books of ASTM Standard, Vol. 15.01.
- (2) CONTINENTAL co., CONTI Air Springs and Air Suspension Systems for Rail Vehicles.
- (3) Lee, D.G., 1993, "Composite Materials," Sungand.
- (4) Lee, H. W., Kim, S. H., Huh, H., Kim, J. Y. and Jeong, S. G., 2003, "Finite Element Analysis of Diaphragm-Type Air Springs with Fiber-reinforced Rubber Composites," *J. Composite Materials*, Vol. 37, No. 14, pp. 1261~1274.
- (5) Ahn, H.T., 1999, "Characterization of the Mechanical Properties of Fiber-reinforced Rubber-matrix Composite Materials," *Master thesis in KAIST*.
- (6) Park, H.C. and Youn, S.K., 1998, "Finite Element Analysis and Constitutive Modeling of Anisotropic Nonlinear Hyperelastic Bodies with Convected Frames," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrn.*, Vol. 151, pp. 605~618.
- (7) Helnwein, P., Liu, C.H., Meschke, G. and Mang, H.A., 1993, "A new 3-D Finite Element Model for Cord-reinforced Rubber Composites-Application to Analysis of Automobile Tires," *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 14, pp. 1~16.
- (8) Meschke, G. and Helnwein, P., 1994, "Large-Strain 3D-Analysis of Fibre-Reinforced Composites Using Rebar Elements: Hyperelastic Formulations for Cords," *Computational Mechanics*, Vol. 13, pp. 241~254.
- (9) Sprenger, W. and Wagner, W., 1999, "On the Formulation of Geometrically Nonlinear 3D-Rebar-Elements Using the Enhanced Assumed Strain Method," *Engineering Structure*, Vol. 21, pp. 209~218.
- (10) HSK INC., 2004, ABAQUS/Standard Analysis User's Manual.
- (11) Pidaparti, R. M. V. and Kakarla, V. P., 1994, "Three-Dimensional Stress Analysis of Two-Ply Cord-Rubber Composite Laminates," *Composite Structures*, Vol. 28, pp. 433~440