

< 기술논문 >

## 고속 궤도차량의 동역학적 모델링 및 해석

이 병 훈\* · 서 병 일\*

(2006년 6월 29일 접수, 2006년 8월 31일 심사완료)

### Dynamic Modeling and Analysis of a High Mobility Tracked Vehicle

Byung Hoon Lee and Byung Yil Souh

**Key Words:** Tracked Vehicle(궤도차량), Dynamic Analysis(동역학 해석), Catenary Equation(현수 방정식), Velocity Transformation(속도변환)

#### Abstract

This paper presents a dynamic model of a high mobility tracked vehicle composed of rigid bodies. Track is modeled as an extensible cable and the track tension between the sprocket and roller is calculated by the catenary equation. The ground force acting on a road wheel is calculated by the Bekker's pressure-sinkage relationship using the segmented wheel model. System equations of motion and constraint acceleration equations are derived in the joint coordinate space using the velocity transformation method.

#### 기호설명

#### 1. 서 론

- $p$  : 지면의 수직반력
- $\tau$  : 토양 변형에 의한 전단응력
- $f$  : 궤도 단위길이 당 전단력
- $F_{sh}$  : 슬립에 의하여 궤도에 작용하는 전단력
- $T_{cat}$  : 현수장력
- $\Delta$  : 지면의 전단변위
- $\dot{\Delta}$  : 슬립속도
- $t_c$  : 전단하중이 가해지는 시간
- $L_0$  : 궤도의 초기길이
- $l$  : 상부궤도의 처진 길이
- $M^*$  : 일반질량행렬
- $Q^*$  : 일반력 벡터

군사적 목적으로 사용되는 궤도차량은 기동성이 큰 차량으로서 차량에 탑재된 사격장치의 명중률은 노면의 굴곡에 따른 차체(chassis)의 움직임과 포신(gun)의 진동에 직접적인 영향을 받는다. 따라서 다양한 환경에서 차량의 체계성능을 확인하기 위하여 고속주행시의 동적거동을 해석할 필요가 있다.

궤도차량에 있어서 궤도(track)는 그것이 가지는 특성 때문에 차량의 동역학 해석에 많은 어려움이 따른다. 즉, 궤도는 굽힘에는 유연하고 인장에는 강한 특성을 지니고 있으므로 지면의 형상이나 보기륜(road wheel)의 위치에 따라 궤도의 형태가 매우 불규칙하게 나타난다. 그리고 지면으로부터는 수직반력, 전단력 등의 분포력을 받으면서 보기륜에는 강한 구속력을 작용한다.

궤도효과와 지면과의 접촉영역을 고려한 근

---

† 책임저자, 회원, 부산대학교 기계공학부, 기계기술연구소(RIMT)  
E-mail : mebhlee@pusan.ac.kr  
TEL : (051)510-2305 FAX : (051)514-7640  
\* 회원, 동양대학교 기계설계학과

사적 해석 방법에는 궤도를 적절히 가정된 여러 개의 스프링으로 연결된 요소로 모델링하는 방법<sup>(1)</sup>과 궤도에 의한 구속력을 직접 구하여 차량의 운동방정식에 외력으로 넣어주는 방법<sup>(2)</sup>이 있다. 본 연구에서는 전자의 방법보다 개선된 모델로 인정되는 후자의 방법으로 해석하며, 특히 궤도는 인장에 대하여 탄성을 가진 현으로 가정한다. 그리고 시스템의 운동방정식은 속도 변환법을 이용하여 시뮬레이션에 효율적인 상대조인트 좌표로 유도한다.

2. 시스템 모델링

2.1 전체 시스템의 구성

Fig. 1은 대표적인 궤도차량의 예로서 차체를 중심으로 좌우측에 6개의 보기륜 조립(road wheel assembly)이 차체와 회전조인트로 연결되어 있으며 각각 현수장치가 장착되어 있다. 현수장치의 특성은 회전스프링 및 감쇠기로 모델링한다. 차량의 전면 좌우에는 유도륜(idler), 후면에는 구동륜(sprocket)이 차체에 회전조인트로 연결되어 있으며 구동륜은 엔진으로부터의 구동력을 궤도에 전달한다. 포탑(turret)은 차체의 상부에, 마운트는 포탑의 전면에 각각 회전조인트로 연결되어 유압모터 또는 실린더에 의하여 구동되며, 포신은 마운트에 병진조인트로 연결되어 있다. 시스템의 각 부품은 3차원 운동을 하는 강체로 모델링한다.

각 부품의 운동을 정의하는데 기준이 되는 관성좌표계는 원점을 양쪽 구동륜 중심에 설정하고 궤도차량의 길이방향으로 X축, 수직방향으로 Z축을 취하였으며, 각 부품의 이동좌표계는 원점을 질량중심에 설정하고 좌표축은 초기상태에서 관성좌표계와 나란하도록 하였다.

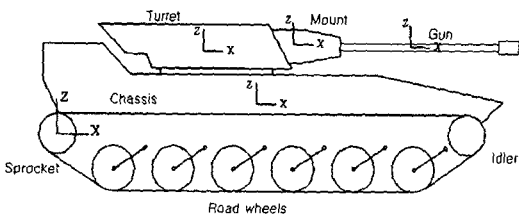


Fig. 1 Model of a tracked vehicle

2.2 궤도 모델

궤도는 보기륜, 유도륜, 구동륜에 단순히 힘을 전달하는 요소로 가정한다. 즉 궤도의 질량에 따른 동역학적 힘은 무시하며 궤도의 인장력에 의하여 각 휠에 전달되는 힘을 고려한다. 궤도를 통하여 보기륜에 전달되는 힘은 지면의 수직반력 p, 지면과의 마찰에 의한 전단력 f, 궤도장력 T<sub>i</sub> 등이 있으며(Fig. 2), 지면의 수직반력과 보기륜을 감싸는 궤도의 인장력은 차체의 상하방향 운동을 일으키며 좌우궤도에 걸리는 지면의 전단력 및 전단력에 의한 궤도장력은 차량을 주행 또는 조향시키는 힘이 된다.

2.2.1 궤도 장력

구동륜을 구동시키면 궤도와 지면사이의 슬립에 따라 궤도에 작용하는 전단력에 의하여 보기륜 좌우의 궤도장력은 다르게 되며 차체가 전진 가속되는 경우 구동륜과 마지막 보기륜사이의 궤도장력이 가장 커진다.

본 연구에서는 궤도를 두께와 폭이 일정한 탄성을 가진 현으로 가정하고, 유도륜과 구동륜사이의 궤도 상부의 장력은 현수방정식<sup>(3)</sup>에 의하여 계산한다.

구동륜, 유도륜 및 지지물러 사이의 간격이 일정할 때 상부궤도의 처진 길이 ℓ은 다음과 같이 구해진다.

$$\ell = \frac{L_0 + \delta L_0 - L'}{2(m+1)} + a \tag{1}$$

여기서 L<sub>0</sub>는 궤도의 초기길이, δL<sub>0</sub>는 인장력에 의한 궤도길이 증가량, L'은 궤도연결 알고리즘으로부터 얻어지는 궤도의 상부가 직선인 궤도

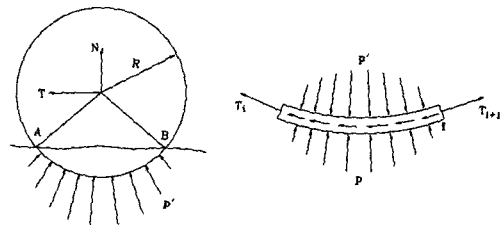


Fig. 2 Forces acting on a road wheel

길이,  $a$ 는 지지롤러 사이 거리의 반이며  $m$ 은 롤러 개수이다.

현수방정식에 의하여 Fig. 3의 궤도장력  $T_{cat}$ 와 처진 길이  $\ell$ 의 관계는 다음과 같다.

$$T_{cat} = b w_0 \cosh x \tag{2}$$

$$\ell = b \sinh x \tag{3}$$

여기서  $b = \frac{H}{w_0}$ ,  $x = \frac{a}{b}$ 이며  $H$ 는 궤도의 수평 방향 장력,  $w_0$ 는 궤도의 단위길이 당 무게이다.

식 (1)을 식 (3)에 대입하면 다음과 같다.

$$L_0 + \delta L_0 - L' + 2(m+1)a - 2(m+1)a \frac{\sinh x}{x} = 0 \tag{4}$$

궤도길이 증가량  $\delta L_0$ 는 보기륵 사이 각 구간의 궤도장력은 일정하다고 가정하면 다음과 같다.

$$\delta L_0 = \frac{1}{kL'} \sum_{i=1}^n T_i L_i \tag{5}$$

여기서  $k$ 는 궤도의 길이방향 스프링 상수,  $L_i$ 는 각 구간의 길이,  $T_i$ 는 Fig. 4의 구동륵, 유동륵 및 보기륵 사이 각 구간의 궤도장력으로서 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} T_i &= T_{cat} + \sum_{j=1}^i F_{sh}(j) \quad i=1, 2, \dots, n-1 \\ T_n &= T_{cat} \end{aligned} \tag{6}$$

여기서  $T_{cat}$ 은 현수장력,  $F_{sh}$ 는 지면과의 슬립에 의하여 궤도에 작용하는 전단력이다.

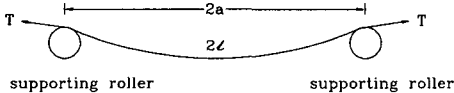


Fig. 3 Catenary cable

식 (2) 및 식 (4)~(6)을 정리하면 다음과 같은 관계식을 얻는다.

$$\begin{aligned} &\frac{aw_0}{k} \cosh x - 2(m+1)a \sinh x \\ &+ \left[ L_0 + \frac{1}{kL'} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^i F_{sh}(j) L_i - L' + 2(m+1)a \right] x = 0 \end{aligned} \tag{7}$$

위 식의  $x$ 에 대한 비선형 방정식을 풀어 상부궤도의 수평장력  $H$ 를 구하고 각 구간의 궤도장력  $T_i$ 를 식 (6)에서 구한다.

2.2.2 지면력

지면의 함몰에 의하여 보기륵에 가해지는 반력을 구하는 모델에는 보기륵과 접촉하는 영역에서 지면경사가 거의 균일하다고 가정하여 접촉영역 모든 점에서의 함몰깊이를 보기륵의 최하 꼭지점에서의 함몰깊이 함수로 계산하여 수직반력을 구하는 방법<sup>(4)</sup>과 보기륵의 지면과의 접촉구간을 여러 개의 요소로 분할하고 각 요소의 함몰깊이에 따른 반력을 구하여 합하는 방법이 있다. 후자의 방법이 전자에 비하여 계산과정이 복잡한 점이 있으나 일반적인 노면형상에 대하여 적용할 수 있다는 장점이 있다. 따라서 본 연구에서는 Fig. 5에서 보여주는 후자의 모델을 이용하여 보기륵에 가해지는 수직반력과 지면의 전단변형에 따라 궤도에 가해지는 전단력을 구한다.

지면이  $z$ 만큼 함몰할 경우 Bekker<sup>(5)</sup>의 압력-침하 관계식은 다음과 같다.

$$p = (k_c/W + k_\phi) z^n \tag{8}$$

여기서  $W$ 는 궤도의 폭,  $k_c$ ,  $k_\phi$ 와  $n$ 은 토양상수

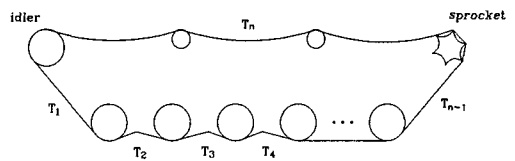


Fig. 4 Track tension

이다.

식 (8)를 이용하여 보기륵에 가해지는 수직방향의 압력을 구하며 이를 보기륵과 지면의 접촉 영역에서 지면의 침하에 대한 수직반력을 구한다.

다음, 토양(콘크리트)의 변형에 의한 전단응력  $\tau$ 는 다음과 같다.

$$\tau = \frac{G(c + p \tan d) \Delta}{c + p \tan d + G|\Delta|} \quad (9)$$

여기서  $G$ 는 토양상수,  $c$ 는 결함상수,  $d$ 는 마찰각이며  $\Delta$ 는 접촉시간 동안의 전단변위로서 다음과 같이 구한다.

궤도아래의 전단변위는 궤도의 회전속도( $s$ )와 보기륵의 종방향 병진속도( $v_x$ )의 차이를 슬립속도(slip velocity)  $\Delta_{lat}$ 로 정의하고 이 속도로 보기륵의 각 분할요소를 지난다고 가정하여 전단하중이 가해지는 시간  $t_c$ 를 구하며, 슬립속도와  $t_c$ 를 곱하여 전단변위를 구한다.

보기륵이  $J$ 개의 분할요소로 구성되었을 때  $i$ 번째 분할요소에 전단하중이 가해지는 시간은 다음과 같다.

$$(t_c)_i = \left(\frac{i}{J}\right) \left(\frac{S}{v_x}\right) = \left(\frac{s_i}{v_x}\right) \quad (10)$$

여기서  $S$ 는 보기륵의 호 길이,  $s_i$ 는  $i$ 번째 분할요소까지의 호의 길이이다.

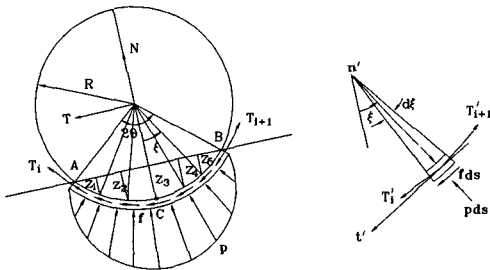


Fig. 5 Segmented wheel model

따라서 지면의 전단변위  $\Delta$ 는 다음과 같다.

$$\Delta_i = |\Delta| \times (t_c)_i \quad (11)$$

만약 궤도가 종 방향과 횡 방향으로 동시에 슬립이 일어난다면 슬립속도는 다음과 같이 된다.

$$|\dot{\Delta}| = \sqrt{\dot{\Delta}_{long}^2 + \dot{\Delta}_{lat}^2} \quad (12)$$

그리고 전단하중이 가해지는 시간은

$$(t_c)_i = \left(\frac{s'}{\sqrt{v_x'^2 + v_y'^2}}\right) \quad (13)$$

여기서  $s' = \frac{W|\dot{\Delta}_{lat}| + s_i|\dot{\Delta}_{long}|}{|\dot{\Delta}|}$ ,  $\dot{\Delta}_{long}$ 와

$\dot{\Delta}_{lat}$ 는 각각 종방향 및 횡방향 슬립속도이며  $v_y'$ 은 보기륵의 횡방향 속도이다.

식 (12)과 식 (13)의 값을 식 (11)에 대입하여 종방향과 횡방향으로 슬립이 일어날 경우의 전단변위를 구할 수 있다.

식 (9)를 적용하여 전단응력을 구한 후 접촉면적을 곱하여 토양의 슬립에 의한 힘을 구한다. 이 힘의 횡방향 성분은 보기륵의 횡방향으로 가해지고 종방향 성분은 전단력으로서 보기륵 양쪽의 장력차이를 일으킨다. 따라서 보기륵 아래에서 생겨난 종방향 슬립에 따른 힘은 유동륵, 구동륵, 보기륵에 작용하여 궤도장력 차이를 일으켜 차량에 작용한다.

Fig. 5의 미소궤도를 통하여 보기륵에 작용하는 힘들( $T'_{i+1}$ ,  $T'_i$ ,  $fRd\theta$ )의 알짜힘 중에서 접선성분은 힘의 평형에 의하여 0이며 보기륵 중심방향성분  $dF$ 는 다음과 같다.

$$dF = (T'_{i+1} + T'_i) \sin \frac{d\theta}{2} \quad (14)$$

이 힘의 현 AB에 수직방향성분  $dF_N$  및 수평방향성분  $dF_T$ 는 각각 다음과 같다.

$$dF_N = (T_{i+1}' + T_i') \sin \frac{d\xi}{2} \cos \xi \quad (15)$$

$$dF_T = (T_{i+1}' + T_i') \sin \frac{d\xi}{2} \sin \xi \quad (16)$$

여기서 보기륜과 지면과의 접촉길이에 걸쳐 궤도 단위길이당 전단력  $f$ 가 일정하다고 가정하여 식(15)와 식 (16)을 적분하면 각각 다음과 같이 된다.

$$F_N = (T_{i+1} + T_i) \sin \theta \quad (17)$$

$$F_T = 2Rf(\sin \theta - \theta \cos \theta) \quad (18)$$

2.3 운동방정식

강체  $i$ 상에 있는 임의 점의 관성좌표계에 대한 위치는 이 물체에 설정한 이동좌표계의 관성좌표계에 대한 위치좌표  $r^i$  및 이동좌표계의 좌표계의 자세를 나타내는 오일러 매개변수<sup>(6)</sup>  $p^i$ 로 나타낼 수 있다. 따라서 물체  $i$ 의 절대좌표 벡터를 다음과 같이 나타낸다.

$$x^i = [ r^iT, p^{iT} ]^T \quad (19)$$

상대조인트좌표는 그 물체의 기준물체 (reference body)와의 조인트에서의 상대적 회전각 및 병진 거리로 정의되며 조인트 유형에 따라 운동형태 및 자유도 수가 결정된다. 기초물체 (base body)의 상대좌표는 그 물체의 직교좌표로서 정의한다. 본 논문에서는 이와 같이 정의되는 상대좌표를 물체  $i$ 의 일반좌표  $q^i$ 로 한다. 일반적으로 절대속도벡터  $\dot{x}$ 는 속도변환행렬  $S$ 를 이용하여 일반속도벡터  $q^i$ 로 표현할 수 있다. 시스템의 운동방정식을 라그랑지 방정식과 속도 및 가속도변환식을 이용하여 일반좌표로 유도한 결과는 다음과 같다.<sup>(7-9)</sup>

$$M^* \ddot{q} = Q^* - \Phi_q^T \lambda \quad (20)$$

$$M^* = S^T M S \quad (21)$$

$$Q^* = S^T [ F - M \dot{S} \dot{q} - M \dot{x} + \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^T ] \quad (22)$$

여기서  $T$ 는 운동에너지,  $F$ 는 직교력 벡터,  $\Phi_q$

는 구속조건식( $\Phi = 0$ )의 자코비안 행렬,  $\lambda$ 는 라그랑지 승수이다.

한편, 구속조건식의 2차 시간미분( $\Phi_q \ddot{q} = \gamma$ )과 식 (20)을 결합하면 다음과 같은 미분방정식과 대수방정식의 합성형태로 나타나는 행렬형의 운동방정식을 얻게 된다.

$$\begin{bmatrix} M^* & \Phi_q^T \\ \Phi_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q^* \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (23)$$

여기서

$$\gamma = - \ddot{\Phi}_q \dot{q} - \dot{\Phi}_t \quad (24)$$

이며,  $\Phi_t = \partial \Phi / \partial t$ 이다.

식 (23)으로부터 시스템의 일반좌표 공간에서의 운동 및 구속력을 구할 수 있으며 속도 및 가속도 변환식을 이용하여 절대운동으로 변환할 수 있다.

3. 수치해석

앞에서 제시한 궤도 모델을 고속으로 주행하는 차량에 적용하여 동적거동을 해석하여 DADS 프로그램<sup>(10)</sup>으로 해석한 결과와 비교하였다. 차량은 궤도차량의 대표적인 기동성 시험 주행로인 Profile IV(콘크리트)를 40km/h로 직선 주행한다. 주요 부품의 물성치는 Table 1과 같으며 차체와 보기륜 사이에 장착된 현수장치의 스프링 및 감쇠특성은 Fig. 6과 같다.

Table 1 Properties of bodies

Body	Mass (kg)	Moment of Inertia (kg · m <sup>2</sup> )		
		I <sub>xx</sub>	I <sub>yy</sub>	I <sub>zz</sub>
Chassis	20,000	38,000	96,000	113,000
Turret	3,800	3,000	2,300	4,100
Mount	600	30	200	200

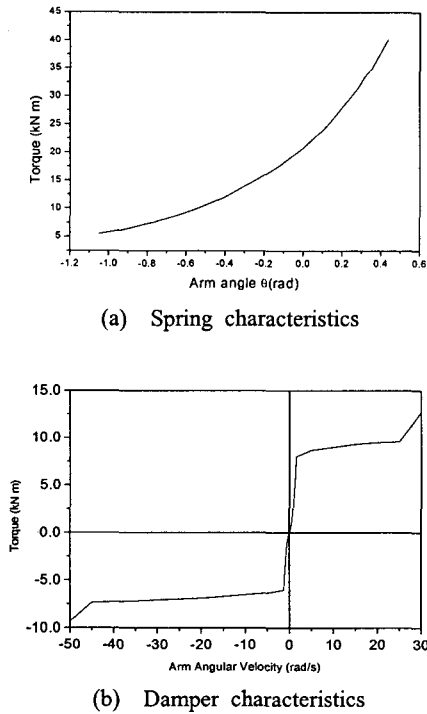


Fig. 6 Characteristics of the Suspension

차체의 수직위치, 수직가속도, 차체의 피치각 등에 대한 본 프로그램의 해석결과가 DADS프로그램의 해석결과와 거의 유사하게 나타났다.(Fig. 7~Fig. 9). Fig. 7에서 두 프로그램의 관성좌표계 설정위치 차이에 따라 차체의 평형위치가 다르게 나타났으나 노면주행에 따른 수직변위는 거의 유사함을 알 수 있다. 그리고 Fig. 9의 차체의 피치각에서 두 결과의 부호가 반대로 나타난 것은 각 프로그램의 좌표축 방향 설정이 다르기 때문이다. 본 프로그램에서는 차체가 앞으로 기울어지면 피치각은 양의 값이 되나 DADS프로그램에서는 음이 된다. 평형위치에서의 피치각이 약 0.02rad(본 프로그램)인 것은 차량의 무게가 약간 앞쪽으로 쏠려있음을 뜻한다. Fig. 8의 수직가속도에서 본 프로그램의 결과가 DADS의 결과에 비해 피크값들이 상당히 완화되어 있음을 알 수 있는데, 이것은 본 프로그램의 궤도모델은 궤도의 탄성을 고려하였기 때문이라 사료되며 보다 실제에 근접한 모델이라 본다.

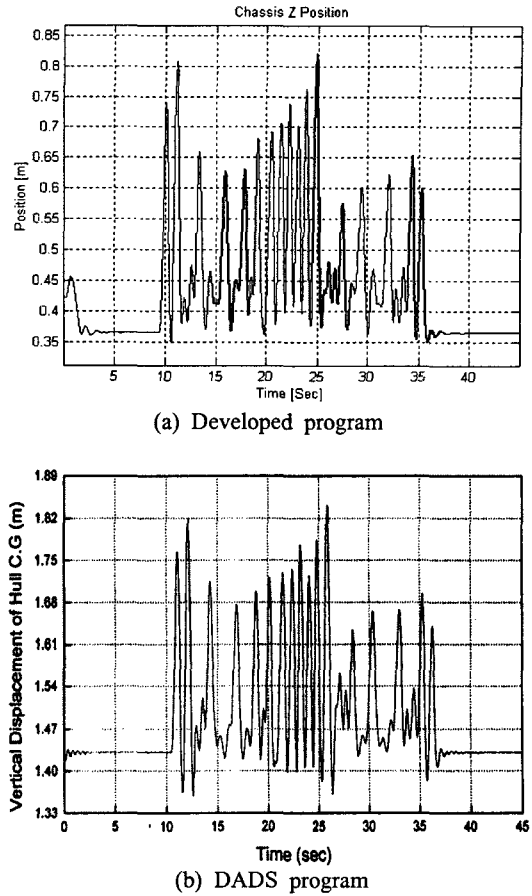
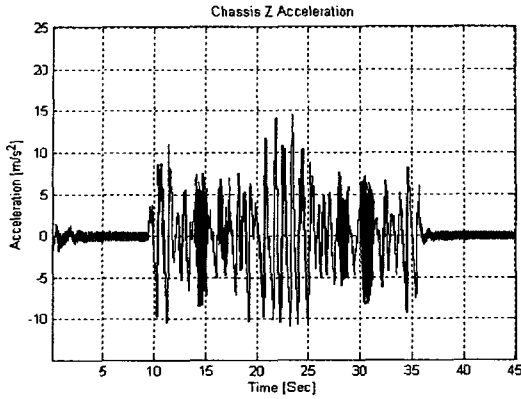


Fig. 7 Vertical position of chassis

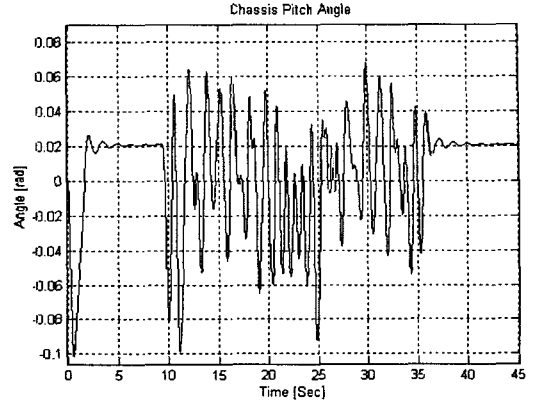
#### 4. 결론

본 연구에서 고속으로 주행하는 궤도차량의 동역학 해석 모델을 개발하였다.

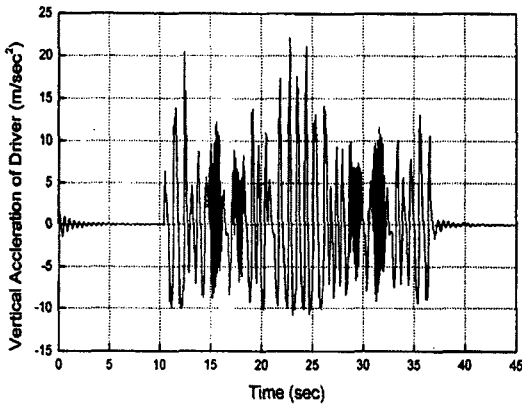
궤도차량의 동적거동에 가장 큰 영향을 미치는 궤도를 보기륜, 유동륜, 구동륜에 단순히 힘을 전달하는 탄성을 가진 현으로 가정하고, 유동륜과 구동륜사이의 궤도 상부의 장력은 현수방정식에 의하여 계산하였다. 지면의 함몰에 따라 보기륜에 가해지는 반력은 보기륜의 지면과의 접촉구간을 여러 개의 요소로 분할하고 각 요소의 함몰깊이에 따른 반력을 구하여 합하는 모델을 이용하여 Bekker의 압력-침하 관계식에 따라 계산하였다. 궤도와 지면과의 슬립에 따른 전단력은 토양의 전단응력이론에 따라 계산하였다.



(a) Developed program

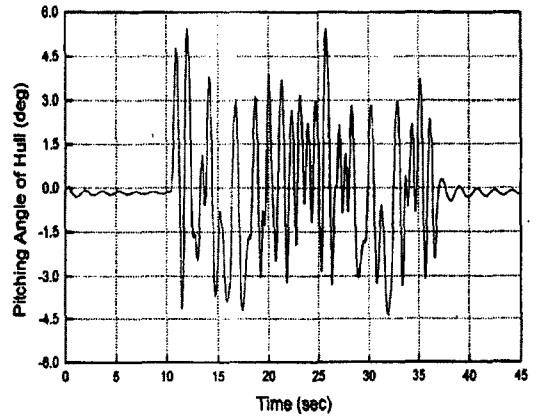


(a) Developed program



(b) DADS program

Fig. 8 Vertical acceleration of chassis



(b) DADS program

Fig. 9 Pitch angle of chassis

시스템을 구성하는 각 부품은 3차원 운동을 하는 강체로 모델링하였으며 속도변환법을 이용하여 시뮬레이션에 효율적인 상대조인트 좌표로 운동방정식을 유도하였다.

고속주행 시 차체의 동적거동 해석을 통하여 본 연구에서 개발한 궤도차량의 동역학 해석 모델이 타당함을 확인하였으며, 차량의 기동성뿐만 아니라 체계성능 해석에 유용하게 적용될 수 있으리라 본다.

후 기

이 논문은 부산대학교 자유과제 학술연구비(2년)에 의하여 연구되었음.

참고문헌

- (1) Wehage, R. A., Haug, E. J. and Beck, R. R., 1977, "Dynamic Analysis of High Mobility Tracked Vehicles," *Proceedings of the 11th Annual Pittsburgh Conference on Modelling and Simulation*, Vol. II, Part 3, p. 947.
- (2) McCullough, M. K. and Haug, E. J., 1985, "Terra-Dynamics of High Mobility Track Vehicles," *Technical Report 85-22, Center for Computer Aided Design*, Univ. of Iowa.
- (3) Kerr, W. C., Jurkat, M. P. and Ehrlich, I. R., 1975, "Dynamics of Tracked Vehicles," *Rept. STT-DL-1800, Davidson Lab, Stevens Inst. of*

- Tech.*, Hoboken, New Jersey.
- (4) Misklevitz, S. L., 1973, "A Dynamic Simulation of Soil-Wheel Interaction," *Rept. STT-DL-73-1689, Davidson Lab, Stevens Inst. of Tech.*, Hoboken, New Jersey.
- (5) Bekker, M. G., 1969, "Introduction to Terrain-Vehicle Systems," *Univ. of Michigan Press*, Ann Arbor MI.
- (6) Nikravesh, P. E., 1988, "Computer-Aided Analysis of Mechanical Systems," *Prentice-Hall*.
- (7) Lee, B. H., Yoo, W. S., and Kwak, B. M., 1993, "A systematic Formulation for Dynamics of Flexible Multi-body System Using the Velocity Transformation Technique," *Journal of Mechanical Engineering Science, ImechE*, Vol. 207, Part C, No 4, pp. 231~238.
- (8) Lee, B. H., Ahn, D. H., 1995, "Dynamic Analysis of Flexible Mechanical Systems with Closed Loops," *Trans. of the KSME*, Vol. 19, No. 1, pp. 271~276.
- (9) Lee, B. H., 2003, "Inverse Dynamic Analysis of Mechanical Systems in Joint Coordinate Space," *Journal of Multibody Dynamics, ImechE*, Vol. 217, Part K1, pp. 29~37.
- (10) CADSI, 1997, "DADS 8.5 User's Manual," *Computer Aided Design Software Inc.*