

< 논문 >

경사면 위에서 작은 정다각형 부품의 구름 거동

한 인 환[†]

(2006년 6월 28일 접수, 2006년 8월 19일 심사완료)

The Rolling Behavior of a Small Regular Polygonal Part on an Inclined Plane

Inhwan Han

Key Words: Rolling(구름), Polygonal Part(다각형 부품), Inclined Plane(경사면), Shape-Separation(형상 분리), Parts Separation(부품 분리)

Abstract

This paper presents the mathematical model for rolling behaviors of a small regular polygonal part on an inclined plane. Throughout the numerical analysis performed with the simulation program which has been experimentally validated, it is shown that the number of edges of the rolling polygonal part can be a measure for the energy dissipation rather than the coefficient of friction. The appropriate slope angle has been found to be around 20 degree for roughness-separation as well as shape-separation of polygonal parts which have small number of edges. In additions, the vibratory motion applied to the inclined plane is able to cause mixed parts to be separated more effectively according to the shape or the roughness. Finally, a couple of parts separation methods based on the analysis results are presented, and are validated through the numerical simulation.

1. 서 론

생산 현장에서의 부품 이송 공정은 크게 분리(separation), 정렬(orienting), 그리고 공급(presentation)의 3단계로 구성된다.⁽¹⁾ 분리는 섞여 있는 여러 형태와 크기의 부품들을 분류하거나 혹은 뒤엎겨 있는 부품들을 서로 떼어놓는 작업을 의미하고, 정렬 작업을 통해 특정 방향으로 부품들을 배열한 뒤에, 작업 스테이션에 차례로 공급하게 된다. 이송 공정에 관한 기존 연구들은 주로 부품 정렬에 집중되어 왔으며, 부품들이 적절히 분리되어 정렬 공정에 도달한 것으로 고려하였다. 그러나, 소형 부품이나 입자들의 적절한 분리 작업은 생산 공정에서 가장 우선적이며 매우 중요하다.

한편, 입자 혹은 소형 부품들의 크기에 따른 분류 및 분리 방안은 비교적 많은 연구가 진행되어 다양하게 개발되었지만, 형상에 따른 입자 혹은 부품 분리 방안은 그 중요성에도 불구하고 아직은 초기 단계를 많이 벗어나고 있지 못하다. 형상에 따라 부품을 분리하는 가장 간단하면서도 널리 사용하는 수법은 경사면 위에서 속도 차이를 활용하는 것이다. 이외에 체(sieve)를 사용하거나 혹은 부품 형상에 따른 부착력의 차이 그리고 액체 속에서 침전 속도 차이를 활용하는 방법 등이 있다.⁽²⁾ 본 논문에서는 경사면 위에서 소형 부품의 미끄러지고 구르며 튀기는 동적 거동에 관한 해석 결과를 제시하여, 이들의 형상 분리 방안에 활용할 수 있도록 한다.

Beunder 등⁽³⁾은 경사면을 내려가는 정다각형 부품의 운동에 대해 연구하였고, 이것이 불규칙 형상을 가진 물체의 불완전 구름에 대한 모델로 이용할 수 있음을 보여주었다. 실제로 모든 부품은

[†] 회원, 홍익대학교 기계정보공학과
E-mail : ihhan@hongik.ac.kr
TEL : (041)860-2581 FAX : (041)865-9321

경사면 위에서 구를 수 있지만, 불규칙 형상의 부품들은 구를 포함한 원형 부품과는 상이한 방식으로 즉, 마찰력보다는 주로 경사면과의 연속적인 충돌들에 의하여 에너지를 소산시킨다. 또한, 불규칙 형상 부품들은 원형 부품과는 달리 구르는 동작 중에 발생하는 충돌로 인하여 경사면과의 접촉을 잃고 자유 운동을 할 수 있다. 한편, 이들은 이전의 다른 연구⁽⁴⁾에서는 원형 부품들을 대상으로 크기에 따른 분리 방안을 제시한 바 있다. Shinohara⁽⁵⁾는 경사면 위에서 타원체 부품의 형상 차이에 따른 속도 차이를 활용한 분리를 보여주었고, 최근에는 이러한 경사면 위에서 속도 차이를 이용하는 형상 분리 방안이 근거한 분류기들이 발표되었다.^(6,7) Furuuchi 등은 회전하는 실린더를 이용하여 구형과 비구형 부품에 대한 분리 방안을 제시하였으며,⁽⁸⁾ 부품의 형상에 따른 대표적인 4가지 분리 방안을 설명하고 응용예들을 보여 주었다.⁽²⁾

본 연구에서는 Beunder 등⁽³⁾이 채택했던 것과 유사한 가정 아래 동일한 모델을 활용한다. 경사면 위에서 운동하는 소형 정다각형 부품의 동적 거동을 해석하고 그 결과에 근거한 효과적인 형상 분리 방안을 제시한다. 불규칙 형상을 가진 부품에 대한 모델을 정다각형으로 하는 것은 단일 변수 즉 면수만으로 형상을 정의하는 것을 가능하게 하며 블록(정사각형)과 원형 부품을 면수의 상·하한치로 각각 고려할 수 있다. 미끄러지는 블록은 마찰력에 의해서 에너지를 소모하며, 구르는 원형 부품은 에너지를 소모하지 않는 반면 구르는 다각형 부품은 충돌에 의해 에너지를 소모한다. 정다각형 부품의 경사면과의 접촉 형태에 따라 동적 거동을 구분하여 각각 해석을 수행하고, 분리되어 있다가 경사면과 충돌하는 상황에 대한 충돌 해석 결과를 제시한다. 정다각형 입자의 충돌 거동 해석을 위해서는 Han 등⁽⁹⁾이 제시한 마찰 충돌 이론을 적용한다. 이 이론은 종래의 해석방법들이 가지는 치명적인 오류나 문제점들을 제거할 수 있다. 마찰 충격량을 단순히 무시함으로 인해 생기는 오류, 단순히 법선충격량에 마찰계수를 산술적으로 곱함으로써 충돌후의 운동에너지가 충돌 전에 비해 오히려 증가하게 되는 오류, 마지막으로 문제에 대한 탄성학적 접근으로 발생하는 수학적 난해성과 비효율성이다. 정적영역 및 동적 영역에서의 마찰 접촉 문

제에 대한 해석, 기구학적 구속조건의 변화, 마찰 충돌 해석 등 각 부문들에 대한 해석들을 유기적으로 결합하여 시뮬레이션 해석을 수행한다. 경사면 위를 구르는 정다각형 부품의 동적 거동에 대한 시뮬레이션 해석의 신뢰도를 확인하기 위하여 실험을 수행하고 시뮬레이션 결과와 정량적 비교를 수행한다.

2. 정다각형 부품의 거동 해석

정다각형 부품의 경사면과의 접촉 형태에 따라 동적 거동을 구분하여 각각 해석을 수행하고, 분리되어 있다가 경사면과 충돌하는 상황에 대한 충돌 해석 결과도 제시한다.

2.1 정다각형 부품의 구름/미끄럼 거동

Fig. 1은 정다각형 형태의 부품이 중력 g 에 일정한 각도 ϕ 를 가진 경사면과 접촉하여 운동하는 상황을 보여준다. 경사면 위의 접촉점 C 에는 수직 반력 N 과 마찰력 F 가 작용하며, 부품은 경사면을 따라 아래로 진행을 하고 순수 구름 혹은 미끄럼 형태를 가지게 된다. θ 는 정다각형 부품의 무게 중심에서 접촉점 C 를 연결하는 선과 경사면에 대한 법선과의 각도로서 부품의 방향을 나타낸다. 한편, 부품은 질량 m 과 질량 관성모멘트 $I(=mk^2)$ 를 가지며 접선과 법선 방향 속도 성분 v_t 와 v_n 그리고 각속도 ω 에 의해 그 운동을 표현한다.

경사면 위에서 부품의 운동은 경사면과의 접촉점에서의 수직 반력의 유무에 따라서 접촉 운동과 자유 운동(free flight)의 두 가지 형태로 구분한다. Fig. 1에서 보여지는 것처럼, 경사면과 접촉을 유지하고 있는 정다각형 부품의 운동 방정식

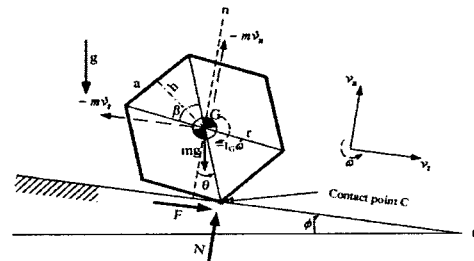


Fig. 1 The motion of a polygon on an inclined plane

은 식 (1)로 구할 수 있다.

$$\begin{cases} \dot{v}_t = g \sin \phi + \frac{F}{m} \\ \dot{v}_n = -g \cos \phi + \frac{N}{m} \\ \dot{\omega} = \frac{rN}{mk^2} \sin \theta + \frac{rF}{mk^2} \cos \theta \end{cases} \quad (1)$$

여기서,

$$\omega = \dot{\theta}, \quad k = \text{radius of gyration}$$

경사면과 접촉점에서의 상대 속도 유무에 따라서 구름/정지 영역(rolling/sticking region)과 미끄럼 영역(sliding region)으로 구분할 수 있다.

구름/정지 영역에서 기구학적 구속조건을 포함하는 운동방정식을 성긴 행렬 형태로 표현하면 식 (2)로 나타난다. 식 (3)은 식 (2)에 포함된 관성행렬 M , 법선과 접선 방향의 기구학적 구속조건 행렬 Φ_n, Φ_t 를 보여주고 있다.

$$\begin{bmatrix} M & \Phi_n^T - \Phi_t^T \\ \Phi_n & 0 & 0 \\ \Phi_t & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V} \\ N \\ F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{ext} \\ \gamma_n \\ \gamma_t \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix}, \quad \dot{V} = \begin{bmatrix} \dot{v}_t \\ \dot{v}_n \\ \dot{\omega} \end{bmatrix}, \quad F_{ext} = \begin{bmatrix} mg \sin \phi \\ -mg \cos \phi \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Phi_n = [0 \ 1 \ r \sin \theta], \quad \Phi_t = [1 \ 0 \ r \cos \theta]$$

$$\gamma_n = -r\omega^2 \cos \theta, \quad \gamma_t = r\omega^2 \sin \theta \quad (3)$$

식 (3)에 보여지는 표현들을 식 (2)에 대입하여 정리하면, 식 (4)로 나타난다.

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & m & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & I & -r \sin \theta & -r \cos \theta \\ 0 & 1 & r \sin \theta & 0 & 0 \\ 1 & 0 & r \cos \theta & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v}_t \\ \dot{v}_n \\ \dot{\omega} \\ N \\ F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} mg \sin \phi \\ -mg \cos \phi \\ 0 \\ -r\omega^2 \cos \theta \\ r\omega^2 \sin \theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

식 (4)를 풀면 식 (5)와 같은 결과를 얻을 수 있으며, 이는 부품이 구름 운동을 할 때 부품의 동적 거동과 접촉점에서의 수직 반력 N 및 정지 마찰력 F 에 대한 해석적 표현식이다.

$$\begin{cases} \dot{v}_t = \frac{gr^2 \sin(\phi - 2\theta) + gr^2 \sin \phi + 2r^3 \omega^2 \sin \theta + 2rk^2 \omega^2 \sin \theta}{2(r^2 + k^2)} \\ \dot{v}_n = \frac{gr^2 \cos(\phi - 2\theta) - gr^2 \cos \phi - 2r^3 \omega^2 \cos \theta - 2rk^2 \omega^2 \cos \theta}{2(r^2 + k^2)} \\ \dot{\omega} = \frac{-gr \sin(\phi - \theta)}{r^2 + k^2} \\ N = m \frac{gr^2 \cos(\phi - 2\theta) + gr^2 \cos \phi + 2gk^2 \cos \phi - 2r^3 \omega^2 \cos \theta - 2rk^2 \omega^2 \cos \theta}{2(r^2 + k^2)} \\ F = m \frac{gr^2 \sin(\phi - 2\theta) - gr^2 \sin \phi - 2gk^2 \sin \phi + 2r^3 \omega^2 \sin \theta + 2rk^2 \omega^2 \sin \theta}{2(r^2 + k^2)} \end{cases} \quad (5)$$

구름/정지 영역에서는 식 (5)에서 정지마찰력 F 가 최대정지마찰력 μN 보다 항상 작아야하며 그렇지 않으면 미끄럼 영역으로 고려하여야 한다.

한편, 미끄럼 영역에서는 부품이 경사면과 계속적인 접촉을 유지하며 미끄럼 마찰력이 작동되므로, 접선 방향 기구학적 구속 조건이 삭제되고 힘 구속 조건이 추가되어 부품 거동에 대한 운동방정식을 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} M & -\Phi_n^T - i_c \mu \Phi_t^T \\ \Phi_n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V} \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{ext} \\ \gamma_n \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서,

$$i_c = -sgn(v_c) = -sgn(\Phi_t \cdot V) = -sgn(v_t + r\omega \cos \theta)$$

식 (6)에 식 (3)의 표현들을 대입하여 정리하면 식 (7)로 나타난다.

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 & -i_c \mu \\ 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & -r \sin \theta - i_c \mu r \cos \theta \\ 0 & 1 & r \sin \theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v}_t \\ \dot{v}_n \\ \dot{\omega} \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} mg \sin \phi \\ -mg \cos \phi \\ 0 \\ -r\omega^2 \cos \theta \end{bmatrix} \quad (7)$$

그리고, 운동방정식 (7)을 풀면 식 (8)과 같은 해석적 해를 얻을 수 있다.

$$\begin{cases} \dot{v}_t = \frac{gr^2 \sin \theta \sin \phi (\sin \theta + i_c \mu \cos \theta) + i_c \mu k^2 (g \cos \phi - r\omega^2 \cos \theta)}{r^2 (\sin \theta + i_c \mu \cos \theta) \sin \theta} \\ \dot{v}_n = -g \cos \phi \\ \dot{\omega} = \frac{g \cos \phi - r\omega^2 \cos \theta}{r \sin \theta} \\ N = \frac{mk^2 (g \cos \phi - r\omega^2 \cos \theta)}{r^2 (\sin \theta + i_c \mu \cos \theta) \sin \theta} \end{cases} \quad (8)$$

미끄럼 영역에서는 경사면과 접촉점에서의 상대 속도가 항상 존재하여야 한다. 경사면과 접촉하여 운동하면서 접촉점에서의 마찰력의 효과로 인

하여 접촉점에서의 상대 미끄럼 속도가 0 혹은 이에 근접하는 값을 가지게 되면, 구름/정지 영역으로 고려하여야 한다.

미끄럼 영역 혹은 구름/정지 영역에 있는 부품과 경사면과의 접촉점에서 수직 반력 $N=0$ 이 되면 경사면으로부터 분리되어 자유 운동을 하게 된다. 따라서, 모든 구속 조건이 제거되고, 운동 방정식은 식 (9)로 바뀌게 된다.

$$M\dot{V} = F_{ext} \text{ or } \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v}_t \\ \dot{v}_n \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} mg\sin\phi \\ -mg\cos\phi \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

운동방정식 (9)를 풀어 그 해를 식 (10)과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{cases} \dot{v}_t = g\sin\phi \\ \dot{v}_n = -g\cos\phi \\ \dot{\omega} = 0 \end{cases} \quad (10)$$

정다각형 부품은 각속도의 크기가 변화하지 않는 자유 운동을 하다가, 부품의 꼭지점이 경사면과 충돌 접촉을 하게 된다. 충돌 접촉의 감지는 컴퓨터 그래픽스에서 활용하는 기법을 사용하였다.

2.2 정다각형 부품의 충돌 거동

본 논문에서는 부품과 경사면과의 충돌현상을 아주 짧은 시간동안에 발생하는 것으로 고려하며, 충돌과정동안의 동적 거동 해석을 충격량-운동량 법칙과 쿨롱의 법칙을 이용하여 수행한다. 그러나 충돌의 짧은 시간동안 부품의 위치는 불변으로 가정한다. 정다각형 입자의 충돌 거동 해석을 위해서 Han 등이 제시한 마찰 충돌 이론⁽⁹⁾을 적용한다.

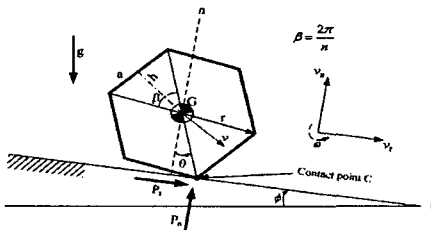


Fig. 2 The impact motion of a polygon on an inclined plane

Fig. 2에 주어진 상황에서, 충돌 동안의 충격량-운동량 방정식은 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{cases} v_n(\tau) = v_{n0} + \frac{1}{m} P_n(\tau) \\ v_t(\tau) = v_{t0} + \frac{1}{m} P_t(\tau) \\ \omega(\tau) = \omega_0 + \frac{r}{mk^2} [P_t(\tau)\cos\theta + P_n(\tau)\sin\theta] \end{cases} \quad (11)$$

식 (11)에서 $P_n(\tau)$ 와 $P_t(\tau)$ 는 각각 충돌 접촉점 C에서 정다각형 부품에 작용하는 법선과 접선 방향 충격량들이다. 접촉점에서 부품의 법선과 접선방향 속도는 식 (12)로 구해지며,

$$\begin{cases} v_{cn}(\tau) = v_n(\tau) + r\sin\theta\omega(\tau) \\ v_{ct}(\tau) = v_t(\tau) + r\cos\theta\omega(\tau) \end{cases} \quad (12)$$

식 (11)을 활용하면, 식 (13)과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{cases} v_{cn}(\tau) = v_{cn0} + \frac{1}{m_n} P_n(\tau) + \frac{1}{m_e} P_t(\tau) \\ v_{ct}(\tau) = v_{ct0} + \frac{1}{m_e} P_n(\tau) + \frac{1}{m_t} P_t(\tau) \end{cases} \quad (13)$$

여기서,

$$\begin{cases} m_n = \frac{k^2}{k^2 + r^2 \sin^2\theta} m \\ m_t = \frac{k^2}{k^2 + r^2 \cos^2\theta} m \\ m_e = \frac{k^2}{r^2 \sin\theta\cos\theta} m \end{cases} \quad (14)$$

위 식들에서, v_{cn0} 와 v_{ct0} 는 $\tau=0$ 일 때 접촉점에서의 속도들이며 $v_{cn0} < 0$ 과 $m_e^2 > m_t m_n$ 의 관계가 항상 성립한다. 한편, Han 등의 마찰 충돌 해석⁽⁹⁾에서 충돌 유형을 구분하기 위하여 정의한 계수들은 아래와 같다.

$$P_{ns} = \frac{m_t m_e v_{ct0}}{i\mu m_e - m_t}, \quad P_{nc} = \frac{m_n m_e v_{cn0}}{i\mu m_n - m_e},$$

$$P_{nf} = (1 + e)P_{nc} \quad (15)$$

$$\tan\theta_s = \frac{m_t}{|m_e|} = \frac{r^2 \sin\theta\cos\theta}{k^2 + r^2 \cos^2\theta} = \frac{\sin\theta\cos\theta}{\rho^2 + \cos^2\theta} \quad (16)$$

여기서,

$$i = \text{sgn}(v_{ct0}) = \frac{v_{ct0}}{|v_{ct0}|}, \quad \rho = \frac{k}{r} < 1$$

식 (15)와 (16)으로 정의되는 계수들로 정다각형 부품과 경사면과의 충돌 유형을 분류하고 각각의 유형에 대하여 충격량 값들을 아래와 같이 구할 수 있다.

· 충돌 유형 1 (압축구간-미끄럼 정지 충돌) :

$$P_{ns} \leq P_{nc} \text{ and } \tan\theta_s < \mu$$

$$P_{nf} = (1+e) \frac{m_e^2 m_n (-v_{cn0}) + m_e m_t m_n v_{ct0}}{m_e^2 - m_t m_n} \quad (17a)$$

$$P_{tf} = -\frac{m_t}{m_e} P_{nf} - m_t v_{ct0} \quad (17b)$$

· 충돌 유형 2 (압축구간-역미끄럼 충돌) :

$$P_{ns} \leq P_{nc} \text{ and } \tan\theta_s \geq \mu$$

$$P_{nf} = \frac{(1+e)m_n m_e}{m_e + i\mu m_n} (-v_{cn0} + \frac{i\mu m_t m_e v_{ct0}}{m_t - i\mu m_e}) \quad (18a)$$

$$P_{tf} = i\mu P_{nf} + \frac{i\mu m_t m_e v_{ct0}}{m_t - i\mu m_e} \quad (18b)$$

· 충돌 유형 3 (반발구간-미끄럼 정지 충돌) :

$$P_{nc} < P_{ns} \leq P_{nf} \text{ and } \tan\theta_s < \mu$$

$$P_{nf} = (1+e) \frac{m_e m_n (-v_{cn0})}{m_e - i\mu m_n} \quad (19a)$$

$$P_{tf} = -\frac{m_t}{m_e} P_{nf} - m_t v_{ct0} \quad (19b)$$

· 충돌 유형 4 (반발구간-역미끄럼 충돌) :

$$P_{nc} < P_{ns} \leq P_{nf} \text{ and } \tan\theta_s \geq \mu$$

$$P_{nf} = (1+e) \frac{m_e m_n (-v_{cn0})}{m_e - i\mu m_n} \quad (20a)$$

$$P_{tf} = i\mu P_{nf} + \frac{i\mu m_t m_e v_{ct0}}{m_t - i\mu m_e} \quad (20b)$$

· 충돌 유형 5 (순미끄럼 충돌) :

$$P_{ns} > P_{nf}$$

$$P_{nf} = (1+e) \frac{m_e m_n (-v_{cn0})}{m_e - i\mu m_n} \quad (21a)$$

$$P_{tf} = -i\mu P_{nf} \quad (21b)$$

그런데, 반발계수가 0인 완전 소성 충돌의 경우에는 충돌 유형 3과 4는 존재하지 않는다. 그리고, 역미끄럼 충돌이 발생하려면 $\tan\theta_s \geq \mu$ 의 조건이 만족되어야 가능하다. 식 (16)으로부터 알 수 있는 것처럼 마찰계수가 비교적 작을수록 그 가능성이 높게 된다. 원형 부품의 경우에는 역미끄럼 충돌 유형이 발생하지 않는다.

한편, 마이크로 입자 충돌의 경우에는 통상적

인 접촉에서 발생하는 마찰력뿐만 아니라 반데르발스 힘, 모세관 힘, 그리고 정전기력 등과 같은 여러 힘들이 작용한다. 마이크로 입자의 충돌에 관한 최근 연구 결과들은 많은 경우에 반데르발스 힘의 형태로 발현되는 부착력에 의한 손실이 지배적인 역할을 할 수 있다는 실험 결과를 제시한다. 그런데, 입자가 충돌후에 기표에 부착되는 포획속도 이하에서는 반발계수가 0인 완전 소성 충돌, 포획속도 이상에서는 부착력을 고려하지 않는 매크로 부품의 충돌로 고려할 수 있다.⁽¹⁰⁾

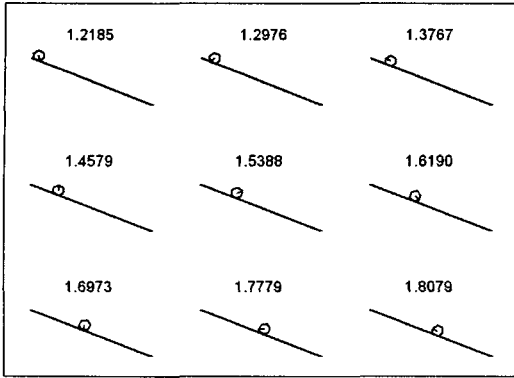
3. 동적 거동 시뮬레이션 해석 및 실험

전술한 바와 같은 각 부문들에 대한 해석들이 유기적으로 결합되어 시뮬레이션을 수행할 수 있다. 우선, 경사면 위를 구르는 정다각형 부품의 동적 거동에 대한 시뮬레이션 해석의 유효성을 확인하기 위하여 실험을 수행하였다. 그리고 시뮬레이션을 활용해서 경사면 위 부품의 운동을 분석하여 부품 분리 방안에 활용할 수 있도록 하였다.

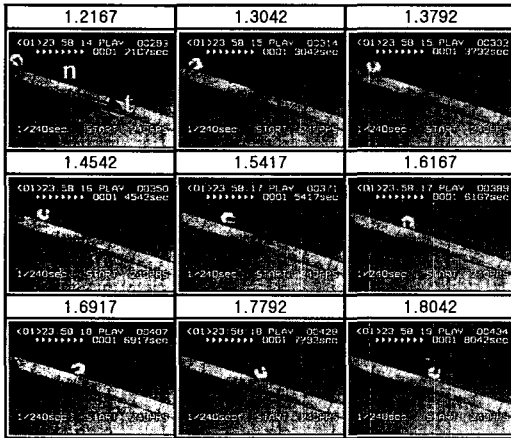
3.1 부품 거동 실험

실험에 사용한 부품들은 MDF(Medium Density Fiberboard)로 제작하였다. 부품의 평면 운동을 보장하는 지지면은 부품 바닥면과의 마찰 효과를 제거하기 위하여 에어 테이블을 사용하였으며 에어 테이블의 공기 유출 구멍은 지름이 1mm로 부품과 실제로 접촉할 수 있는 모든 범위에 상하 및 좌우 각각 15mm의 간격으로 뚫려 있다.

경사면 위에서 정육각형 부품의 거동에 대한 시뮬레이션을 수행하여, 실험에서 고속 비디오 카메라(FASTCAM-Rabbit)로 촬영하고 영상 처리한 결과와 프레임별 비교뿐만 아니라 정량적인 비교도 함께 수행하였다. Fig. 3에서 볼 수 있는 것처럼 부품에 4개의 점을 표시하고, Matlab으로 작성한 영상 처리 프로그램을 활용하여 그 점들의 움직임을 추적해서 부품의 변위, 속도 등의 동적 변수들을 구하였다. Fig. 3(a)는 경사면을 내려오는 부품의 시뮬레이션 결과이고, Fig. 3(b)는 초당 240프레임으로 촬영한 실험 결과로서 좋은 일치율을 보여주고 있다. Table 1에는 실험에 사용된 정육각형 부품의 물리 데이터 등이 요약되어 있으며, 본 저자의 이전 연구⁽¹¹⁾에서와 같은 예비실험을 통하여 마찰계수 및 반발계수를 측정하였다.



(a) Simulation results



(b) Test results

Fig. 3 Qualitative comparison between test and simulation results

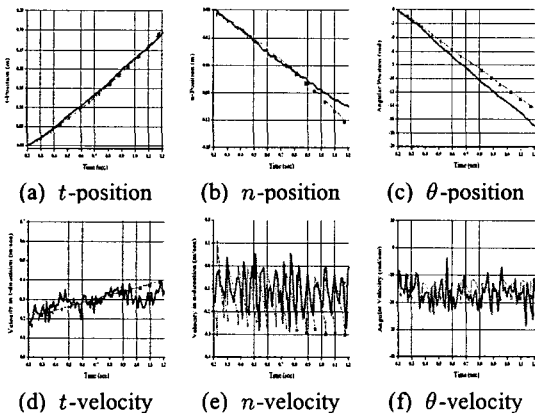


Fig. 4 Quantitative comparison between test and simulation results

Table 1 Measured physical data for the test

$m = 7.66e-3 \text{ kg}$	$I = 1.3e-6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
$\mu = 0.38$	$e = 0.36$
$\phi = 20^\circ$	$r = 0.015\text{m}$

Fig. 4는 정육각형 부품이 경사면에서 거동할 때 여러 동적 변수들에 대한 실험과 시뮬레이션 결과를 정량적으로 비교한 것이다. 시간이 경과함에 따라 오차가 누적되어, 실험과 시뮬레이션 결과의 차이가 다소 커지는 경향은 있지만, 모든 방향으로 변위와 속도 모두 아주 좋은 일치성을 보여주고 있다. 다만, 선속도까지는 잘 일치하고 있으나 각속도의 경우에는 다소 오차가 있음을 볼 수 있다. 이는 부품의 이동 거리에 비해 부품 크기가 작으므로, 각도 측정에서의 오차가 미분 작업을 통한 각속도 추정 작업에서 확대된 것이다. 부품의 기하학적 형상 및 각종 물성치들의 불확실성 등을 감안할 때, 이러한 실험과 시뮬레이션 해석의 비교 결과는 정다각형 부품의 경사면에서의 동적 거동에 대한 시뮬레이션 해석의 신빙성을 입증하고 있다.

3.2 시뮬레이션 해석

시뮬레이션 프로그램을 활용하여, 경사면 위에서 용이하게 구를 수 있는 면이 다섯 개 이상인 몇가지 정다각형 부품들의 동적 거동을 경사각과 마찰 계수를 변화시키면서 해석하였다. 경사각은 대략 20°-40° 그리고 마찰계수는 0.1-0.5 사이의 변화를 주었으며 참고를 위해 원형 및 블록 부품에 대한 해석 결과를 일부 포함하였다. 한편, 충돌 효과를 단순화하고 비교 해석의 편의를 위하여 대부분의 예에서 반발계수는 0인 완전 소성 충돌로 고려하였다. 이에 대한 자세한 토론은 Beunder 등의 최근 연구⁽³⁾에서 볼 수 있다. 수십 마이크로 대의 직경을 가지는 마이크로 입자의 기표와의 충돌에서는 반발 계수는 통상 0으로 고려한다.

시뮬레이션 해석에서 모든 부품들에게 동등한 여건을 부여하기 위하여, 질량과 질량 관성 모멘트는 각각 동일하게 주었다. 그리고, Fig. 5에서 보이는 것처럼 접촉점에서 인접한 다각형의 면과 경사면이 이루는 양측의 각도 θ_1 과 θ_2 를 같게 하여서 모든 정다각형이 경사면 위에서 비교적 잘 움직이기 시작할 수 있도록 하였다.

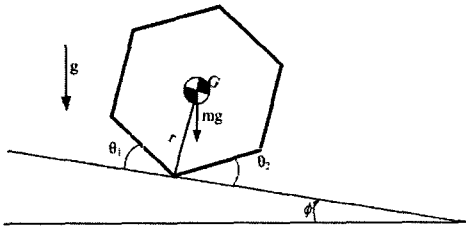


Fig. 5 Initial Configuration of a part on an inclined plane

3.2.1 부품 형상 및 마찰 계수

정다각형 부품의 형상 즉 면수, 경사면과 부품 사이의 마찰계수 차이에 따라 부품의 거동이 어떻게 변화하는 지를 보기 위해서, 경사각은 20°로 고정하고 정오각형부터 십이각형 부품과 원형 부품에 대해 마찰계수를 변화시켜가며 시뮬레이션을 수행한 결과가 Fig. 6에 보여진다.

20°의 경사면 위에서 원형 부품이 정지 상태에서부터 움직이기 시작해서 미끄럼이 없는 순수 구름 운동을 보장하는 마찰 계수의 최소값은 대략 $0.12(=\tan\phi/3)$ 의 값을 가진다. 마찰계수가 0.1인 경우에 대하여 해석한 Fig. 6(a)에는 블록과 원형 부품도 함께 보여주고 있는데, 블록을 제외한 나머지 정다각형과 원형 부품들은 미끄러지며 이동하여 진행거리에서 큰 차이를 보이지 않는다. 블록의 경우에는 회전 운동도 없을 뿐만 아니라 경사면과의 충돌도 발생하지 않으므로 진행거리가 가장 크게 되고, 충돌이 발생하지 않는 원형 부품이 다른 정다각형보다는 진행 거리가 크다. 5-7각형까지는 경사면과 첫번째 충돌후에 회전 방향이 바뀌고 이어서 반대쪽으로 두번째 충돌한 후 경사면과 면접촉을 유지하면서 미끄러지는 반면, 8-12각형은 한번의 충돌 후에 바로 경사면과 면접촉을 하면서 그대로 미끄러진다. 이는 면수가 작은 경우 첫번째 충돌까지 회전 각도가 커서 충돌 전 속도가 상대적으로 커지는 것에 기인한다.

마찰계수가 0.12보다 커서 원형 부품의 구름 운동이 보장되는 Fig. 6(b), (c)를 보면 원형 부품 그리고 면수가 다른 정다각형 부품들의 시간에 따른 이동 거리의 차이가 현격히 커지고 있다. 마찰계수가 대략 $0.36(=\tan\phi)$ 이상이면 블록은 20°의 경사면위에서 움직이지 않게 된다. 또한, 마찰계수가 증가함에 따라서 정다각형 면수 차이에 따른 이동 거리 차이가 커지고 있을 뿐만 아니라, 모든 마찰 계수에서 정다각형 면수가 증가

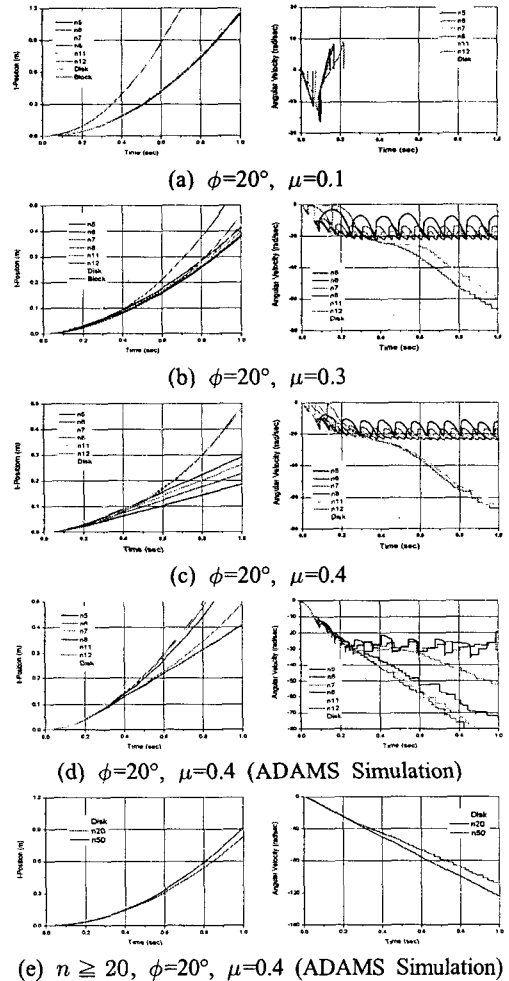


Fig. 6 Effects of the shape and the friction coefficient

하면 진행거리도 증가한다. 이는 정다각형의 경사면 위의 거동에서 마찰 계수뿐만 아니라 면수도 에너지 손실 정도의 기준이 된다는 사실을 알 수 있다. 이는 정다각형 부품의 면수 차이에 따른 분리 즉 부품의 형상에 따른 분리 방안의 근거가 된다. 구름 운동이 발생하여 경사면과의 반복 충돌이 발생하고 있는 Fig. 6(b), (c)에서 각속도의 변화에 주목하면, 정다각형 면수가 증가할수록 각속도의 평균 크기도 커지게 되며 반복되는 충돌에서 각속도의 감소량도 현저히 줄어들게 된다. 면수가 작을 때는 충돌로 인한 에너지 손실이 구르는 부품 각속도의 지속적인 증가를 억제하여 일정 범위내로 제한하지만, 어느 정도 이상의 면수가 되면 충돌 접촉점에서 충돌 전 속도

가 작아지게 되어 충돌 에너지 손실이 각속도의 증가를 억제하지 못하므로 각속도의 크기가 제한된 범위에 머물지 않고 선형적으로 급격히 증가함을 볼 수 있다. 그러한 특정한 수 이상의 면을 가진 정다각형은 각속도의 크기가 제한된 범위 내에 머무를 정도로 면수가 작은 다각형에 비해 이동 거리가 현격히 증가하여, 부품 분리에 대단히 효과적으로 활용할 수 있다. 그러나 각속도의 크기가 제한된 범위내에 머물지 않고 이탈할 수 있을 만큼의 많은 면수를 가진 부품끼리는 면수 차이에 따른 이동 거리의 차이가 거의 없다.

Fig. 6(d)에 있는 ADAMS 시뮬레이션 결과를 동일한 조건의 Fig. 6(c)와 비교해 보면 특히 경사면으로부터 분리되어 자유 운동하는 구간(일정한 각속도)들이 더 길음에도 불구하고 각속도가 일정 범위내로 제한되지 않은 채 그 증가가 과도함을 알 수 있는 데, 이는 충돌 해석에서 마찰력의 효과가 적절히 반영되지 않아서 충돌로 인한 에너지 감소가 과소 평가된 것에 기인한 것으로 여겨진다. 다각형 면수에 따른 각속도의 크기와 진행 거리의 변화가 혼돈 양상을 보이다가 어느 정도 시간이 경과되면 전술한 것과 같이 정렬되는 경향을 보이기는 하지만 다소의 혼돈된 모습은 여전히 있다. 한편, 면수가 20, 50개로 대단히 많은 정다각형 부품에 대한 Fig. 6(e)의 ADAMS 시뮬레이션 해석 결과를 보면 각속도들이 거의 선형적으로 증가하고 있으며, 면수의 증가에 따른 이동 거리 증가가 계속 유효함을 볼 수 있다. 그런데, Fig. 6(c)에서 알 수 있는 것처럼 면수가 10개를 넘어 증가할수록 반복되는 충돌에서 각속도 변화의 효과가 줄어들게 된다.

3.2.2 경사각

경사각을 증가하면, 당연히 정다각형 부품의 이동 거리는 늘어나게 된다. Fig. 6에 비해 경사각을 25°로 다소 증가한 Fig. 7(a)와 (b)에서는 면수에 따른 이동 거리 순서는 여전히 유지되지만 면수에 따른 차이가 줄어들게 되며 특히 마찰계수가 작을수록 그 차이는 더욱 줄어들어 분리가 어렵게 된다. 한편, 경사각을 40°로 설정한 Fig. 7(c)와 (d)를 보면 기존의 면수에 따른 이동 거리의 정렬 순서도 뒤바뀌며 혼돈스럽게 된다. 이는 경사각이 증가함에 따라 부품의 이동 속도가 대폭 증가하는 반면 각속도는 거의 변화가 없고 경

사면에 대한 법선 방향 속도 성분이 줄어들게 됨에 따라 면수 차이에 따른 충돌 에너지 손실 변화가 상대적으로 작아지게 됨에 기인하는 것으로 보인다. 따라서 Fig. 6~7에서 볼 수 있는 것처럼 면수가 10여개 이내인 다각형 부품에 대해서는 경사각이 대략 20-25° 보다 크지 않게 설정하는 것이 형상 분리의 목적을 위해서 바람직스럽다.

그런데, 경사각 25°인 Fig. 7(a)와 (b)에서 동일 면수를 가진 정다각형 부품의 이동거리를 서로 비교해 보면 마찰계수의 작은 변화에 이동 거리에는 큰 차이가 난다. 이는 경사각 20°인 Fig. 6의 경우도 동일한 현상을 볼 수 있다. 그러나 경사각 40°로 상당히 큰 Fig. 7(c)와 (d)를 비교해서 보면 마찰계수 변화에도 동일 면수를 가진 정다각형 부품의 이동 거리에는 거의 차이가 없다. 따라서 경사각을 20° 내외로 하면 형상 차이에 의한 부품 분리뿐만 아니라 동일한 형상의 부품들에 대하여 마찰 즉 표면 거칠기 등의 차이에 의한 부품 분리도 용이함을 알 수 있다.

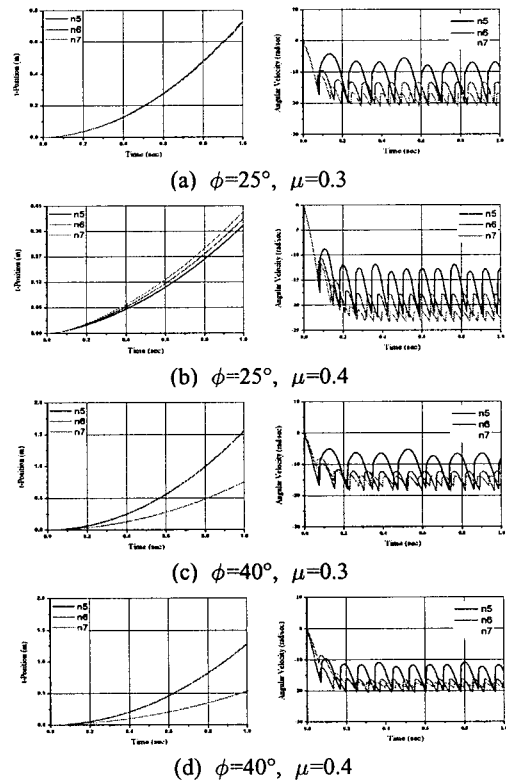


Fig. 7 Effect of the slope

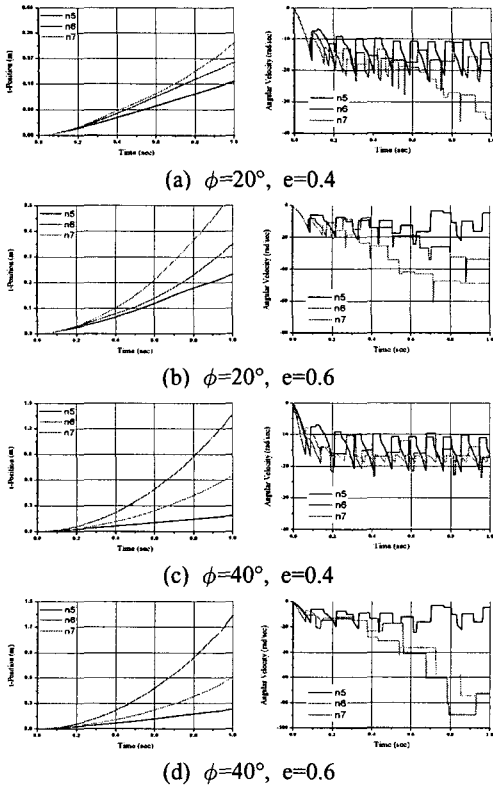


Fig. 8 Effect of the restitution coefficient: $\mu=0.4$

3.2.3 반발계수

앞서 제시한 결과들은 모두 부품과 경사면과의 반발계수 $e=0$ 즉 완전 소성 충돌로 고려하였다. 그런데 많은 기계 부품의 경우에는 반발계수의 존재를 무시할 수 없다. Fig. 8은 $e \neq 0$ 인 탄성 충돌에 관한 해석 결과를 일부 보여주고 있다. 반발계수가 증가할수록 충돌 후에 정다각형 부품이 경사면으로부터 분리되어 자유 운동을 하는 시간이 증가하며, 부품들의 이동 거리에는 차이를 주지 못한다. 특히 경사각이 큰 Fig. 8(c), (d)로부터 잘 볼 수 있는 것처럼 반발계수의 차이에 따른 부품의 이동 거리는 거의 변화가 없다. 동일한 경사각과 마찰계수를 가지고 있으나 $e=0$ 으로 고려한 Fig. 6(c)와 Fig. 8(a)를 비교해보면, 동일한 면수를 가진 부품들의 이동 거리는 거의 차이가 없음을 볼 수 있다. 따라서, 경사면과의 반발계수는 본 연구에서 제시하는 것과 같은 부품의 형상 분리에는 큰 영향이 없으며, 해석의 편의상 $e=0$ 으로 설정하고 수행한 시뮬레이션 결과들과 그 해석이 적절함을 알 수 있다.

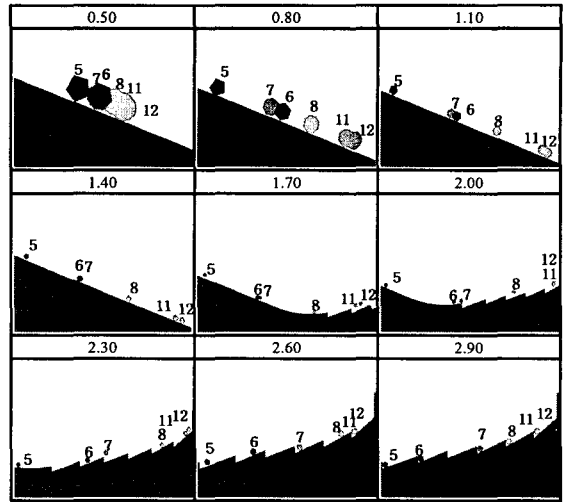


Fig. 9 Shape separation of regular polygonal parts

그런데, Fig. 8에서 볼 수 있는 것처럼 탄성 충돌의 경우에는 충돌 후 각속도의 감소량이 줄어들게 되어 증가하는 각속도를 제대로 억제하지 못하므로 각속도의 제한 범위 이탈이 반발계수가 커질수록 빨리 나타나게 된다.

4. 정다각형 부품 분류 방안

부품의 동적 거동은 통상 여러 변수에 의존하므로, 다른 변수들은 고정일 때 형상에 따라서 현저한 변화를 보이는 분류 기준을 선정해야 한다. 정다각형 면수에 따른 경사면 위에서 이동 거리 차이를 형상 분류/분리 기준으로 활용하여 설계한 정다각형 부품 분리 장치의 시뮬레이션 결과가 Fig. 9에 보여진다. 시뮬레이션에 사용된 부품들은 직경($2r$) 3cm를 가지고 정 5, 6, 7, 8, 11, 12각형까지 모두 6가지 형상을 가지고 있다. 경사각 ϕ 는 20° , 반발계수는 0 그리고 마찰계수는 0.4로 하여 ADAMS 시뮬레이션을 수행하였다.

부품들은 임의의 높이에서 낙하 후 2m의 경사면을 내려가는 동안에 Fig. 6(c)와 (d)에서 이미 보았던 것처럼 부품 분리를 가능케 하는 속도 차이가 발생한다. 그런 후에 부품들은 다시 계단형의 경사면을 거슬러 올라가게 된다. Fig. 9의 마지막 프레임에서 보여진 것과 같이, 형상 차이 즉 면수의 차이에 따라 속도가 달라진 부품들이 이 과정 동안에 분리가 이루어지게 된다. 분리

정렬이 완료된 후의 결과들을 살펴보면 이동거리와 각속도가 가장 큰 11, 12각형은 제일 높은 부분에 위치하고 그 다음으로 8각형, 7각형, 6각형, 5각형 순으로 분리가 이루어졌다. 11, 12각형은 동일한 스테이션에 위치하였는데 이는 본 연구에서 개발한 시뮬레이션 프로그램의 수행 결과인 Fig. 6(c)에서 예측될 수 있는 것처럼 두 다각형의 경사면 상 이동 거리에 큰 차이가 없어 실제로 형상 분리가 용이하지 않을 것으로 판단하여 설계하였다. 그러나, ADAMS 시뮬레이션 상으로는 11, 12각형의 분리는 여전히 가능하다.

진동 보울피더(vibratory bowl feeder)⁽¹²⁾는 진동수송의 원리에 의하여 소형부품을 급송하는 기기 중 가장 광범위하게 사용되고 있다. 기존의 보울피더들은 진동운동의 효과로 부품들이 트랙을 따라 이동하는 과정에 여러가지 트랩들⁽¹³⁾을 장치하여 부품을 정렬하거나 선별하도록 한다. Fig. 10은 경사면에 진동을 주어 더욱 효과적인 부품 분류를 하는 모습을 보여주는 데, 본 연구를 통하여 개발한 시뮬레이션 프로그램을 가지고 해석한 결과들이다. 여기서 초기 위치는 적색으로 그리고 최종 위치는 황색으로 보다 열게 표시하였다.

Fig. 10(a)-(c)의 결과는 반발계수가 0.3이고 마찰계수는 각기 다른 정육각형 부품이 진동하는 경사면을 따라 이동하는 과정을 보여주고 있다. (a)에서처럼 마찰계수가 작은 부품은 제자리에서 미끄럼 운동만을 하다가 경사면에서 떨어지게 되지만 (b)와 (c)에서처럼 마찰 계수가 어느 값 이상인 부품은 경사면을 타고 위로 이동하게 된다. 이러한 제안들은 거칠기가 적정하지 않은 부품들을 올려 보내 표면 처리 공정 등에서 다시 가공하도록 하는 장치로 활용이 가능하다고 여겨진다.

한편, Fig. 10(c)-(f)는 마찰계수가 0.6으로 모두 동일한 경사면에서 6각형부터 12각형까지 형상차이에 따라 부품을 분류하는 과정을 보여주고 있다. (c)에서처럼 면의 수가 상대적으로 적은 정6각형 부품은 진동의 영향으로 상향 이송되지만, (d)-(f)에 보여지는 것처럼 면의 수가 많은 부품은 경사면을 거슬러 올라가지 못하고 구름/미끄럼 운동을 반복하다가 결국 이동방향이 바뀌어 경사면을 따라 떨어지게 된다. 이 결과를 바탕으로 형상이 다른 부품들이 서로 섞여있는 경우에 경사면에 적절한 진동을 주어 원하는 형상의 부품들만 트랙을 따라 이송되도록 하는 분리 목적으

로 활용할 수 있다. 이는 테이블을 구성하는 수많은 셀들의 개별적인 진동에 의해 테이블 위에 있는 부품들의 움직임을 제어하는 분산 처리(distributed manipulation)⁽¹⁴⁾와 관련을 가진다.

5. 결론

본 논문에서는 실험을 통해 그 신뢰도를 입증한 경사면위에서 움직이는 정다각형 부품의 운동에 대한 시뮬레이션 해석을 통하여, 마찰 계수뿐만 아니라 면수도 에너지 손실 정도의 기준이 된다는 사실을 확인했다. 이는 정다각형 부품의 면수 차이 즉 형상에 따른 부품 분리 방안의 근거가 된다. 면수가 10여개 이내인 다각형 부품에 대해서는 경사각을 20° 내외로 하는 것이 형상차이에 의한 부품 분리뿐만 아니라 동일한 형상의 부품들에 대한 마찰 즉 표면 거칠기 등의 차이에 의한 부품 분리에도 용이하다. 또한 경사면에 적절한 진동을 주어 부품들을 형상 혹은 표면 거칠기 등의 차이에 따라서 효과적으로 분리할 수 있다. 이러한 사실들에 근거한 분리 방안들을 설계하고 시뮬레이션 해석 결과를 제시하였다.

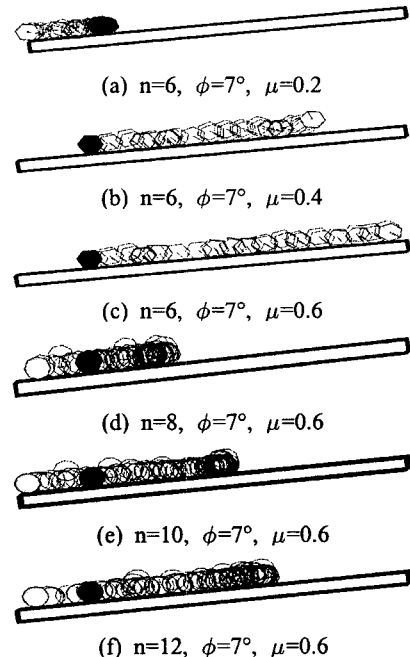


Fig. 10 Vibratory separation of regular polygonal parts: Amplitude=2.5mm, Frequency=20Hz

후 기

이 논문은 한국학술진흥재단 지원(R05-2004-000-10103-0)과 2006년도 홍익대학교 학술연구진 흥비에 의하여 연구되었고, 실험 수행과 도표 작성에 홍익대학교 김병기 학생이 도움을 주었습니다.

참고문헌

- (1) Swanson, P., 1997, "Orienting Small Parts with Passive Juggling," *Assembly Automation*, Vol. 17, No. 2, pp. 122~128.
- (2) Furuuchi, M. and Gotoh, K., 1992, "Shape Separation of Particles," *Powder Technology*, Vol. 73, pp. 1~9.
- (3) Beunder, E. M. and Rem, P. C., 2003, "The Motion of a Rolling Polygon," *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 70, pp. 275~280.
- (4) Beunder, E. M. and Rem, P. C., 1999, "Screening Kinetics of Cylindrical Particles," *International Journal of Mineral Processing*, Vol. 57, pp. 73~81.
- (5) Shinohara, K., 1986, "Fundamental Analysis on Gravitational Separation of Differently Shaped Particle on Inclined Plates," *Powder Technology*, Vol. 48, pp. 159~159.
- (6) Muchova, L., Mooij, M., van Kooy, L. and Berkhout, P., 2005, "A Cascade wire Separator," *International Journal of Mineral Processing*, Vol. 78, pp. 40~48.
- (7) Beunder, E. M., van Olst, K. A. and Rem, P. C., 2002, "Shape Separation on a Rotating Cone," *International Journal of Mineral Processing*, Vol. 67 No. 1/4, pp. 145~160.
- (8) Furuuchi, M. and Gotoh, K., 1988, "Continuous Shape Separation of Binary Mixture of Granular Particles," *Powder Technology*, Vol. 54, pp. 31~37.
- (9) Han, I. and Gilmore, B. J., 1993, "Multi-Body Impact Motion with Friction-Analysis, Simulation and Experimental Validation," *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 115, pp. 412~422.
- (10) Han, I., 2002, "Microparticle Impact Motion with Adhesion and Frictional Forces," *Trans. A of the Korean Society of Mechanical Engineers*, Vol. 26, No. 8, pp. 1698~1708.
- (11) Han, I. and Park, S., 2001, "Impulsive Motion Planning for Positioning and Orienting a Polygonal Part," *International Journal of Robotics Research*, Vol. 20, No. 3, pp. 249~262.
- (12) Han, I. and Lee, Y., 2002, "Chaotic Dynamics of Repeated Impacts in Vibratory Bowl Feeders," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 249, No. 3, pp. 529~541.
- (13) Jaksic, N. I. and Maul, G. P., 2001, "Development of a Model for Part Reorientation in Vibratory Bowl Feeders with Active Air Jet Tooling," *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 17, No. 1/2, pp. 145~149.
- (14) Frei, P., 2002, "An Intelligent Vibratory Conveyor for the Individual Object Transportation in Two Dimensions," *Proc. of IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp. 1832~1837.