

〈 논문 〉

반응표면법과 최적화방법을 이용한 자동차 세라믹 모노리스 담체의 파단계수에 미치는 치수효과

백석흠* · 조석수† · 신순기** · 주원식***
(2006년 3월 3일 접수, 2006년 9월 8일 심사완료)

Size Effect on the Modulus of Rupture in Automotive Ceramic Monolithic Substrate using Optimization and Response Surface Method

Seok-Heum Baek, Seok-Swoo Cho, Soon-Gi Shin and Won-Sik Joo

Key Words: Size Effect(치수효과), Modulus of Rupture(파단계수), Ceramic Substrate(세라믹 담체), Response Surface Method(반응표면법), Desirability Function(만족도 함수)

Abstract

Since the monolithic ceramic substrate was introduced for automotive catalytic converters, the durability of the substrate has been a continuing requirement to reduce the emission gas of vehicle. The substrate can occupy a volume as small as 82 cm³ and as large as 8200 cm³ to provide the required substrate for catalytic activity. The long-term durability varies with the size of the substrate from manufacture's point of view. Therefore This study presents that the response surface model using central composite design can explain size effect on the modulus of rupture in a cordierite ceramic monolithic substrate.

1. 서 론

국내 제작 자동차의 경우 1980년부터 배출가스 규제를 실시한 이래 1987년 7월부터 휘발유 및 액화석유가스를 사용하는 승용차에 대해서 미국과 같은 수준의 엄격한 배출 가스 허용기준으로 강화하였다. 따라서 자동차 제작사는 엄격한 배출가스 허용기준을 만족시키기 위하여 엔진 성능을 개량하는 것을 기초로 후처리 장치인 삼원촉매변환기(three-way catalyst converter)를 장착하고 있다.⁽¹⁾ 삼원촉매변환기는 일산화탄소(CO)와 탄화

수소(HC)를 산화 반응에 의해 이산화탄소(CO₂)와 수증기(H₂O)로, 질소산화물(NO_x)을 환원반응에 의해 질소(N₂)와 산소(O₂)로 분리하고 분리된 산소는 다시 일산화탄소와 반응하여 이산화탄소를 발생시킨다. 이러한 변환기는 Fig. 1과 같이 금속제 하우징(metal housing), 담체(substrate), 담체 위의 중간층인 워시코트 층(washcoat layer) 및 촉매 물질 층으로 구성되어 있다. 여기서 담체는 촉매 변환기의 골격을 이루는 부품으로서 구슬형(pellet type)과 세라믹 일체형(ceramic monolith), 금속제 일체형(metal monolith) 등이 있다.

세라믹 담체는 자동차 배기 후처리장치로서 가장 일반적으로 사용되는 담체이며 내열성이 높은 마그네슘, 알루미늄, 실리케이트가 주성분으로 제작되고 배기가스가 통하는 통로는 벌집 모양의 미소 격자로 구성되어 있다. 세라믹 모노리스 담체는 삼원 촉매장치의 요구 조건을 만족시키기 위하여 격자 형

† 책임저자, 회원, 강원대학교 자동차공학과
E-mail : sscho394@kangwon.ac.kr
TEL : (033)570-6394 FAX : (033)570-6399

* 회원, 동아대학교 기계공학과 대학원

** 회원, 강원대학교 신소재공학과

*** 회원, 동아대학교 기계공학과

상, 담체 크기와 형상 및 체적 등에 큰 영향을 받는다. 상용 엔진은 0.1ℓ(모터 사이클)에서 7ℓ(디젤 엔진)까지 다양한 크기가 존재하므로 촉매의 요구 성능을 만족시키기 위해서는 촉매장치의 담체 체적이 82 cm³에서 8200 cm³까지 다양하게 변화되어야 한다. 또한, 국내의 경우만 하더라도 대기환경보존법에 의하여 모든 담체는 5년 또는 80,000 km의 내구성을 가지고 있어야 하며 미국의 경우 10년 또는 160,000 km의 내구성을 가지고 있어야 한다.

담체의 내구성은 격자 형상 및 크기, 격자 수, 격자 벽 다공도, 담체와 워시코트 상호작용, 담체 형상과 종횡비, 담체 온도, 패키징 설계 방법 등에 영향을 받으나 재료 강도학 측면에서는 담체 치수가 가장 큰 영향을 미칠 것으로 생각된다.⁽²⁻⁴⁾

Griffith⁽³⁾는 취성 재료 강도에 미치는 치수 효과(size effect)를 제안하였다. 즉, 시험편의 치수 증가에 따라 시험편에 존재하는 결함 크기가 증가할 확률이 커지기 때문에 강도가 감소한다고 주장하고 있다. 그러나 시험편이 유리나 세라믹과 같이 균질 등방성 재료의 경우에는 적용할 수 있지만 압출 다공성 벌집 격자 구조(extruded porous honeycomb structure)를 가진 재료의 경우 강도에 미치는 치수 효과에 대한 연구는 거의 이루어지지 않는 상태이다.

대표적인 자동차용 세라믹 담체 체적은 대략 1640 cm³이다. 자동차 주행 중 반경 방향의 온도 기울기로 인한 인장 열응력을 받는 체적은 전체 체적의 10%정도이다. 이 값은 열피로 손상을 최소화시켜 내구성을 보장하기 위하여 담체 파단계수(modulus of rupture, MOR)의 50% 아래에 있어야 한다. 그러나 담체 설계에 사용하는 인장강도는 2.5 cm × 1.2 cm × 10 cm (W×T×L) 시험편에 대하여 4점 굽힘 시험(4-point bend test)에서 구한 값이 일반적이다. 인장 응력을 받는 체적은 단지 3.2 cm³ 또는 전체 담체 체적의 0.2%에 지나지 않는다.

디젤 엔진의 세라믹 담체의 경우 가솔린 엔진에 비해 큰 전면 개구면적을 가지고 있어 담체 체적에서 차지하는 인장 응력 부분이 시험편보다 매우 커서 실험적 재현성이 떨어진다. 그러므로 세라믹 담체가 강도측면에서 성공적인 설계를 위해서는 인장 응력을 받는 단면적에 대해 치수효과를 파악할 필요가 있다.

본 연구에서는 세라믹 담체의 기본 성능인 파단

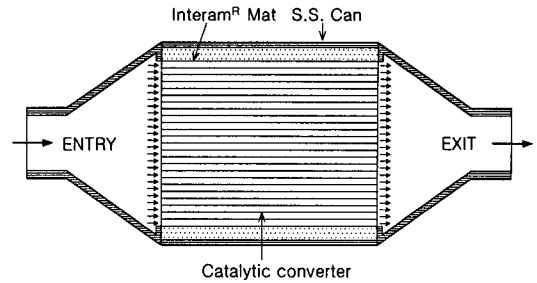


Fig. 1 Schematic of three-way catalytic converter assembly

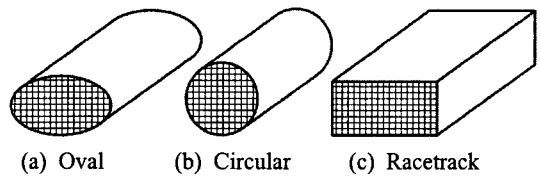


Fig. 2 Type of ceramic monolithic substrate

계수에 미치는 시험편 치수와 시험조건을 설계변수로 선정하여 반응표면법(response surface method)^(5,6)을 이용하여 파단계수에 대한 평가모형을 구성하였다. 반응표면법은 n 개($n>1$)의 설계변수에서 예측된 응답 y 의 관계를 근사한 것으로 최적화(optimization) 또는 실험예측에 효율적으로 이용된다.⁽⁷⁻¹⁰⁾ 치수 효과는 반응표면모델에서 최소 및 최대값의 비를 치수 수정계수로 정의하여 세라믹 담체의 강도 설계에 필요한 파단 계수를 제안하였다.

2. 실험방법

2.1 재료와 시험편

본 연구에서 사용한 재료는 승용차와 트럭에 많이 사용되고 있는 EX-20, 400/6.5 코제라이트 세라믹 담체(cordierite ceramic substrate)이다.

Fig. 1은 삼원촉매변환기를 나타낸 것이다. 배기가스가 통과하는 통로는 벌집 모양의 미소 격자로 구성되어져 있다. 특히, 세라믹 담체는 진동이나 충격에 매우 약하기 때문에 하우징과 담체 사이를 금속성 울(metal wool)과 스테인레스 철선망으로 구성된 고탄성 물질로 채워져 있다. 이러한 탄성체는 담체와 하우징 사이의 열팽창 차이를 보상하여 기계적 응력을 흡수한다.⁽¹¹⁾

Fig. 2는 본 연구에서 사용한 EX-20, 400/6.5 코

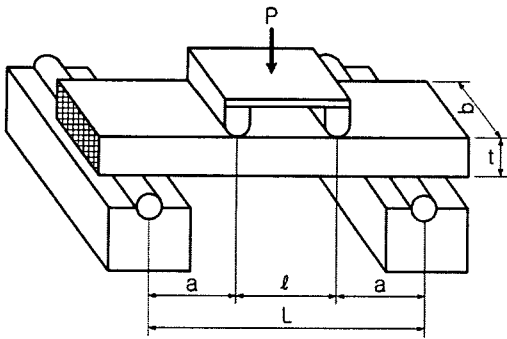


Fig. 3 Pertinent parameters for computing specimen strength during 4-point bend test

제라이트 세라믹 담체 형상의 종류를 나타낸 것이다. 세라믹 모노리스 담체에 사용한 시험편^(12,13)은 사각평판 축 방향 시험편(axial specimen)으로 접선방향 시험편을 선정하지 않은 이유는 다음과 같다.

축방향 시험편은 시험편 가공 시 절삭이나 연마 손상을 발생시키지 않아 담체 표면에서의 압출 품질을 그대로 보존하고 있다. 또한 담체는 축매 활성화로 발생하는 반경 방향의 온도 기울기가 담체의 축방향 응력(피로 손상을 최소화하기 위하여 축 강도의 50%이하로 제한하여야 함)을 발생시킨다.

이상에서 축 강도를 정확히 파악하는 것은 세라믹 모노리스 담체의 내구성을 확보하는데 매우 중요함을 알 수 있다.

Fig. 3은 세라믹 모노리스 담체의 축 강도를 측정을 위한 4점 굽힘 시험 장치를 나타낸 것이다. 본 연구에서 4점 굽힘 시험으로 선택한 이유는 전단 응력의 영향을 줄이고 순수 굽힘 상태에서 인장 응력에 대한 강도를 평가하기 위함이다. 사각 평판의 시험편은 이미 제작된 삼원 촉매 변환기에서 스테인레스 강제 캔을 제거하여 채취한 담체에서 톱을 이용하여 시험편의 치수와 형상대로 수작업으로 가공하였다. 여기서 a 는 모멘트 암, l 은 부하 스패, b 는 시험편 폭, t 는 시험편 두께를 나타내고 있다. 축 파단계수는 Fig. 3의 부하 방법을 사용하면 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$MOR = \frac{3Pa}{bt^2} \quad (1)$$

2.2 반응표면법의 적용

세라믹 모노리스 담체의 파단계수를 구하기 위해 ASTM E855-90⁽¹⁴⁾에 규정에 의해 시험편을 제작하고, 4점 굽힘 시험은 상온에서 일정한 하중 속도(5 MPa/sec)를 주어서 실험하였다. 실험조건에 대한 시험편 치수와 시험방법에 대한 설계변수와 파단계수 사이의 회귀모델을 추정하기 위해 반응표면법을 이용하였다.

반응표면법은 정량적인 실험 또는 설계변수의 집합을 분석하여 관측된 반응값을 임의의 모델로 근사화시켜 반응값을 최적화할 수 있는 조건을 찾는 것이다. 본 논문에서 사용한 중심합성계획(central composite design)^(6,15)에 의한 반응표면모델은 식 (2)와 같은 $\beta_0, \beta_i, \beta_{ij}$ 가 각각 중심점에서 회귀계수, 선형 및 교호작용 계수를 가지는 일반화된 모델로 구성된다.

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i x_i + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_{ij} \quad (2)$$

반응표면모델의 정확도는 저차항을 우선으로 분산분석(analysis of variance)을 이용해서 추가된 설계변수의 영향도(sensitivity)를 단계별 평가(forward and backward elimination) 방법을 이용해서 선택하였다. 설계변수 선택의 기준은 식 (3)으로 표현되는 부분 F (partial F) 검정과 식 (4)의 수정결정계수를 병행하여 변수를 선택하였다.⁽¹⁶⁾ 부분 F 검정은 p 개의 변수를 모두 포함하는 완전모델(full model)과 q 개의 요인을 제외한 나머지 변수로 이루어진 축소모델(reduced model)의 추가제곱합으로 유의수준을 찾는다.

$$F = \frac{\{SSR(RM) - SSR(FM)/q\}}{\{SSE(FM)/(n-p-1)\}} \quad (3)$$

$$R_{adj}^2 = 1 - \frac{SSE/(n-p)}{SST/(n-1)} \quad (4)$$

여기서 SST는 총제곱합(total sum of squares), SSR(RM)은 축소모델에서 회귀제곱합, SSE(FM)은 완전모델에서 잔차제곱합을 의미한다.

Table 1은 Fig. 3에 나타낸 4개의 설계변수에 대한 중심합성계획의 실험배치(design matrix)를 나타낸 것이다. 중심합성계획의 경우 실험점은 $2^n + 2n + 1$ 개의 점을 사용하지만 교호작용을 고려한

Table 1 Experiment layout for axial MOR

No.	Width b	Thickness t	Load span ℓ	Moment arm a
1	2	2	2	4
2	3	3	3	3
3	2	4	4	4
4	3	3	3	3
5	3	3	3	3
6	2	2	2	2
7	4	4	4	2
8	4	2	4	4
9	5	3	3	3
10	3	3	3	3
11	4	2	2	2
12	4	4	2	2
13	3	3	3	5
14	2	4	4	2
15	2	2	4	2
16	2	4	2	2
17	3	5	3	3
18	4	2	2	4
19	3	3	3	3
20	3	3	3	3
21	4	4	4	4
22	1	3	3	3
23	3	3	3	1
24	3	1	3	3
25	2	4	2	4
26	4	2	4	2
27	4	4	2	4
28	2	2	4	4
29	3	3	5	3
30	3	3	3	3
31	3	3	1	3

Table 2 The uncoded design variables and their levels

Design variable	1 Level	2 Level	3 Level	4 Level	5 Level
b (cm)	1.5	4	6.5	9	11.5
t (cm)	0.5	1.75	3	4.25	5.5
ℓ (cm)	2	3.5	5	6.5	8
a (cm)	4	5.5	7	8.5	10

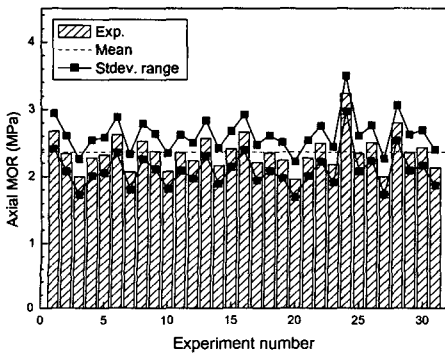


Fig. 4 Experiment results for axial MOR

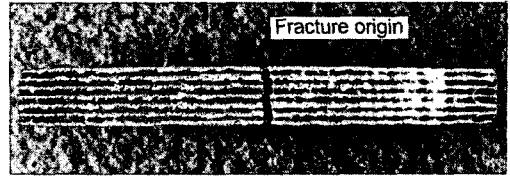


Fig. 5 Fracture pattern of axial MOR specimens

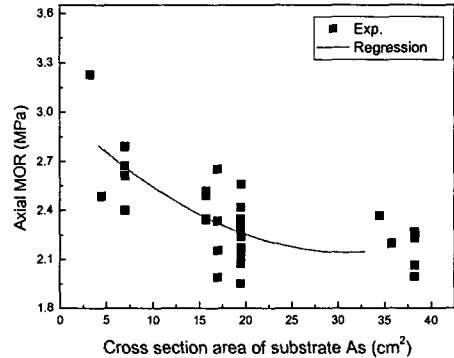


Fig. 6 Relation between cross section area of substrate A_s and axial MOR using simple regression

2차 반응표면모델을 생성할 수 있게 오름차순으로 16개의 2ⁿ 요인점(factorial point)과 2차항을 추정할 수 있는 8개의 축점(axial point), 7개의 중심점(center point)을 추가하여 31회 실험점을 선택하였다. Table 2는 설계변수와 수준을 나타낸 것으로 최대값과 최소값은 현재 사용하고 있는 실험장치를 고려하여 범위를 결정하였다.

3. 결과 및 고찰

3.1 실험결과

Fig. 4는 Table 1의 31회 실험조건에 대한 파단계수 결과이고, Fig. 5는 4점 굽힘 시험에 의하여 파단된 세라믹 모노리스 담체 시험편의 파단 양식을 나타낸 것이다. 시험편 대부분은 파괴인성이 매우 낮은 재료이기 때문에 순수 굽힘 영역(최대 인장 영역)에서 하나의 균열이 시작되어 순식간에 파손되는 전형적인 취성 파괴양상을 나타내었다.

3.2 반응표면법을 이용한 파단계수의 회귀모델 인장강도나 항복강도는 통계적으로 Weibull 확률 분포로 나타내는데 취성재료는 일반적으로 재료

Table 3 Analysis of variance for regression model

Item	Degree of freedom	Sum of Squares	Variance	F-ratio	P-value
Regression	14	1.6670	0.11907	4.35	0.003
Linear	4	0.9893	0.24732	9.03	0.001
Square	4	0.3834	0.09586	3.5	0.031
Interaction	6	0.2942	0.04904	1.79	0.164
Residual error	16	0.4381	0.02738		
Lack-of-Fit	10	0.2818	0.02818	1.08	0.483
Pure error	6	0.1563	0.02605		
Total	30	2.1051			

Table 4 Analysis of variance for axial MOR

Variable	Dimension	DOF	Variance	F-ratio	Effective ratio(%)
<i>b</i>	1	1	0.09983	3.65	11.7
	2	1	0.04126	1.51	4.8
<i>t</i>	1	1	0.02061	0.75	2.4
	2	1	0.34382	12.56	40.3
<i>ℓ</i>	1	1	0.02383	0.87	2.8
	2	1	0.00248	0.09	0.3
<i>a</i>	1	1	0.01257	0.46	1.5
	2	1	0.01507	0.55	1.8
<i>b t</i>	1	1	0.00242	0.09	0.3
<i>b ℓ</i>	1	1	0.11648	4.25	13.6
<i>b a</i>	1	1	0.00002	0	0
<i>t ℓ</i>	1	1	0.05761	2.1	6.7
<i>t a</i>	1	1	0.06006	2.19	7
<i>ℓ a</i>	1	1	0.05766	2.11	6.8
Error		16	0.02738		
Total		30		31.18	100

의 단면적(치수) 영향이 크다.⁽¹⁷⁾

Fig. 6은 시험편이 인장 응력을 받는 단면적에 따른 파단계수 관계를 표시하고 있다. 파단계수의 강도의 평균과 분산은 단면적이 작을수록 크고 단면적이 클수록 작다. 이러한 결과는 치수가 클수록 파괴확률이 증가되는 비례적인 관계가 아니다.^(18,19) 또한 시험편의 인장 응력을 받는 단면적에 대한 파단계수의 회귀모델에서 결정계수는 51.8%로서 시험편 단면적으로 파단계수를 설명하기 어렵다.

Table 3과 4는 시험편 치수의 모든 선형 항과 제곱 항 및 2인자 교호작용을 고려하여 회귀모델의 적합성과 모든 차수의 영향도를 나타낸 것이다. 교호작용의 $P=0.164$ 이고 제곱항의 $P=0.031$ 이라는 것은 회귀모델에 곡면이 있음을 알 수 있다. 파단계수는 선형 항의 경우 시험편 폭 *b*가, 이차항의 경우 시험편 두께 *t*가, 교호작용의 경우 시험편 폭 *b*와 부하 스패 *ℓ*이 유의한 것으로 판단

Table 5 Analysis of variance^{2nd} for regression model

Item	Degree of freedom	Sum of Squares	Variance	F-ratio	P-value
Regression	10	1.6455	0.16455	7.16	0
Linear	4	0.9893	0.05445	2.37	0.087
Square	2	0.3644	0.18219	7.93	0.003
Interaction	4	0.2918	0.07295	3.17	0.036
Residual error	20	0.4596	0.02298		
Lack-of-Fit	14	0.3033	0.02166	0.83	0.639
Pure error	6	0.1563	0.02605		
Total	30	2.1051			

Table 6 Analysis of variance^{2nd} for axial MOR

Variable	Dimension	DOF	Variance	F-ratio	Effective ratio(%)
<i>b</i>	1	1	0.17866	7.30	19.6
	2	1	0.04126	1.69	4.5
<i>t</i>	1	1	0.01820	0.74	2
	2	1	0.34382	14.05	37.8
<i>ℓ</i>	1	1	0.02383	0.97	2.6
	2	0	0.00248	0	0
<i>a</i>	1	1	0.01352	0.55	1.5
	2	0	0.01507	0	0
<i>b ℓ</i>	1	1	0.11648	4.76	12.8
<i>t ℓ</i>	1	1	0.05761	2.35	6.3
<i>t a</i>	1	1	0.06006	2.45	6.6
<i>ℓ a</i>	1	1	0.05766	2.36	6.3
Error		20	0.02447		
Total		30		37.22	100

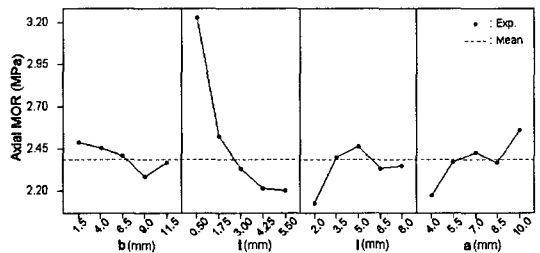


Fig. 7 Main effect for axial MOR

된다. *a*의 경우는 파단계수에 유의하지 않지만 본 연구에서 시험조건 전반의 정보를 평가하기 위해 관련항으로 선택하였다. 따라서 Table 4의 결과를 이용하여 유의하지 않는 차수와 교호작용을 제외한 회귀모델에 대한 2차 적합성과 분산분석을 Table 5와 6에 나타내었다.

다시 적합한 파단계수와 변수관계가 초기모델보다 P 값이 매우 유의하고 회귀모델에 의해 설명되는 변동의 기여율인 수정결정계수 R_{adj}^2 도 초기의 60.9%보다 향상된 79.2% 값을 보였다. 하지만

여전히 오차변동이 존재한다. 이러한 결과는 시험편 치수에 의한 파단계수의 변동보다는 재료 자체의 의한 변동의 영향이 존재함을 알 수 있다. 그러나 적합 결여(lack-of-fit)는 $P=0.639$ 로 높은 편으로 식 (5)에 포함되지 않은 고차 항이 필요치 않음을 의미한다. 따라서 반응표면모델은 식 (5)의 회귀식으로 구성할 수 있으며 시험편 치수에 대한 파단계수 관계를 잘 표현할 수 있다고 판단된다.

$$Y_{MOR} = 4.1129 - 0.2165b + 0.00587b^2 - 0.1788t + 0.0693t^2 - 0.2404l - 0.0149a + 0.0228bl - 0.032tl - 0.0327ta + 0.0267la \quad (5)$$

Fig. 7은 파단계수에 대한 주효과를 나타낸 것이다. 그림에서 파단계수에 시험편 두께가 가장 큰 영향을 미치고 있다. 이러한 결과는 식 (1)에서 다른 요인과는 달리 시험편 두께 항만 제곱항으로 표현되어 지기 때문인 것으로 생각된다. 또한 Table 6의 분산분석에서 파단계수에 영향을 미치는 주요 요인 중 교호작용이 존재하고 있음을 알 수 있다. 즉, 시험편 폭 b 와 하중 스패 l , 시험편 두께 t 와 모멘트 팔 a 사이에 교호 작용이 작용하고 있다. 전자는 파단계수 시험편이 4점 굽힘 하중을 받아 순수 굽힘 응력이 작용되고 있는 면적으로 본 연구에서는 bl 파라미터로 표기한다. 후자는 전단 응력과 인장 응력 비 또는 시험편 폭과 모멘트 팔 비 $t/4a$ 파라미터로 표기한다. 이하에 상술의 각 파라미터에 의해 파단계수에 미치는 효과에 대하여 검토해 보기로 한다.

순수 굽힘 응력을 받는 면적인 bl 은 위험 영역에 노출된 표면적이 증가할수록 강도가 저하된다는 Weibull 분포에 기초하고 있으며 그 관계식은 다음과 같다.⁽²⁰⁾

$$\frac{MOR_1}{MOR_2} = \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^{1/m} \quad (6)$$

여기서, 계수 m 은 면적 $\ln(bl)$ 과 $\ln(MOR)$ 의 관계를 선형적합 시켰을 때의 기울기 역수이다.

Fig. 8은 면적 bl 과 파단계수 MOR 을 각각 로그 좌표계로 표시한 것으로 사각 점은 실험 데이터를, 실선은 파단계수를 면적 bl 에 대하여 직선 회귀시킨 것이다. 실험점 20과 실험점 22를 식 (6)에 $MOR_{20}=1.95244$ MPa, $MOR_{22}=2.48529$ MPa,

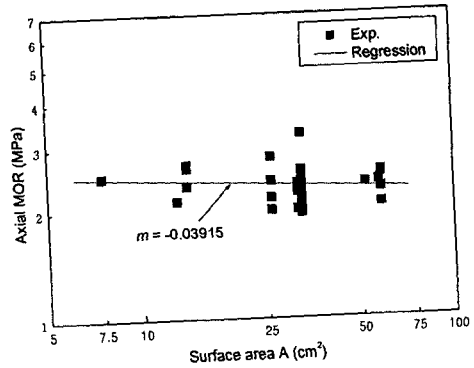


Fig. 8 Relationship between axial MOR and surface area under maximum tensile stress

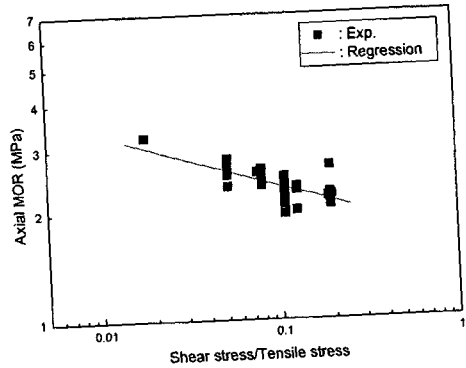


Fig. 9 Relationship between MOR and shear stress /tensile stress ratio

$A_{20}=32.5$ cm², $A_{22}=7.5$ cm²를 각각 대입하면 파단계수의 변화율이 나오게 된다. 식 (7)은 파단계수의 변화율을 실험값으로, 식 (8)은 단면적으로 표시한 것이다.

$$\frac{MOR_{20}}{MOR_{22}} = 0.79 \quad (7)$$

$$\frac{A_{22}}{A_{20}} = \left(\frac{7.5}{32.5} \right)^{0.03915} = 0.94 \quad (8)$$

예측값 0.94는 면적이 7.5 cm²에서 32.5 cm²로 증가하면 파단계수가 약 6%정도 감소된다는 것을 의미한다. 그러나 실험값에서 파단계수는 0.79로 강도가 21%정도 감소되었다는 것을 의미한다. 이러한 결과는 파단계수가 감소되는 것이 하중을 받는 부분의 면적에만 의존하는 것이 아니라 다른 요인, 즉 굽힘 응력에 대한 전단 응력의 영향

을 크게 받는다는 것을 알 수 있다. 분산분석표에서 두께 t 와 모멘트 팔 a 사이에 교호작용이 있으며 이것은 굽힘 응력에 대한 전단 응력의 효과로서 설명할 수 있다.

식 (1)은 4점 굽힘 시험에서의 순수 굽힘 응력을 고려하는 식으로 전단 응력을 전혀 고려하지 않은 식이다. 식 (9)는 4점 굽힘 시험에서의 최대 전단 응력을 나타낸 것이다.

$$\tau = \frac{3P}{4bt} \tag{9}$$

세라믹 모노리스 담체에 대한 순수 굽힘 응력에 미치는 전단 응력의 효과를 설명하기 위하여 파단계수에 대한 전단 응력의 비를 식 (10)과 같이 제안한다.

$$\frac{\tau}{MOR} = \frac{t}{4a} \tag{10}$$

Fig. 9는 $t/4a$ 에 대한 파단계수의 분포를 나타낸 것이다. 그림에서 $t/4a$ 가 증가할수록 파단계수의 값이 급격히 감소하고 있어 $t/4a$ 가 파단계수에 미치는 파라미터임을 알 수 있다. 이러한 결과는 굽힘 응력이외의 굽힘 응력과 전단 응력의 중첩 효과가 나타나 세라믹 모노리스 담체의 파단계수가 감소하는 것으로 생각된다.

3.3 세라믹 모노리스 담체의 치수효과

3.2 절의 식 (5)는 담체의 시험편 치수와 시험 방법에 따른 파단계수의 반응표면모델을 나타낸 것이다. 이러한 반응표면모델에서는 각 시험편 치수와 시험 방법의 범위 안에서 파단계수의 최소값과 최대값이 존재하게 된다. 따라서 이러한 값을 이용하면 현재 자동차용으로 사용되고 있는 담체의 파단계수에 미치는 최대치수효과를 검토할 수 있다. 본 절에서는 MINITAB R13에서 제공하는 반응최적화(response optimization) 방법⁽²¹⁾을 이용하여 파단계수의 최대값과 최소값을 구하였으며 그 과정은 다음과 같다.

(단계1) 각각의 시험편 치수와 시험방법 파라미터에 대한 개별 만족도 함수(desirability function)를 구한다.

(단계2) 결합 또는 합성된 만족도 함수를 구하기 위하여 개별 만족도 함수에 대해 가중기하평균

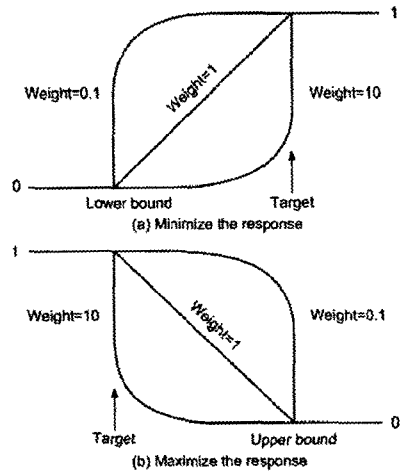


Fig. 10 Desirability function for response optimization

Table 7 Optimal specimen size and axial MOR by response surface optimization

Goals	b (cm)	t (cm)	l (cm)	a (cm)	Volume (cm ³)	Axial MOR (MPa)	Desirability function
Minimize	11.5	4.9	2.0	10	1239.7	1.634	0.97
Maximize	1.5	0.5	2.0	10	16.5	3.857	0.98

을 적용해 합성된 만족도 함수를 구한다.

(단계3) 심플렉스 방법(simplex method)을 이용한 최적해(시험편 치수와 시험방법 최적 설정치)를 결정하는 합성된 만족도를 최대화 한다.

Fig. 10의 (a)는 최대화 문제에, (b)는 최소화 문제에서 사용하는 만족도 함수를 나타낸 것이다. (a)의 경우 축 파단계수는 망대(larger-the-better) 특성으로 목표값과 하한치를 가지며 축 파단계수가 목표값과 일치하면 1이고 하한값이면 0이 된다. 또한 (b)의 경우 축 파단계수가 망소(smaller-the-better)특성으로 목표값과 상한치를 가지며 축 파단계수 값이 목표값과 일치하면 1이고 상한값이면 0이 된다.^(22,23)

Table 7은 반응최적화 과정에서 나온 결과로 최소 파단계수는 1.634이고 최대 파단계수는 3.857이다. 최소 파단계수를 보이는 시험편 치수(11.5 cm × 4.9 cm × 22 cm)와 최대 파단계수를 보이는 시험편 치수(1.5 cm × 0.5 cm × 22 cm)를 체적으로 비교하면 전자가 후자에 비하여 75배 정도

크다. 파단계수의 경우도 후자가 전자에 비하여 2.36(3.857 MPa/1.634 MPa)배 정도 크다. 따라서 같은 종류의 재료를 사용하여 담체를 제작하더라도 담체의 크기에 따라 파단계수에 미치는 치수 효과는 매우 크다는 것을 알 수 있다.

일반적으로 세라믹 모노리스 담체의 파단계수를 평가하기 위하여 사용되는 시험편 크기는 2.5 cm × 1.2 cm × 10 cm로 이 치수를 식 (5)에 대입하여 구하면 2.94 MPa정도의 값이 예측된다.

따라서 현재 사용하고 있는 시험편은 최소 파단계수를 보이는 시험편에 비하여 2.94 MPa/1.634 MPa=1.8 정도의 응력이 과대평가되고 있어 삼원촉매변환기 체적이 큰 대형 엔진의 경우 삼원촉매변환기의 내구성에 심각한 문제를 일으킬 수 있다. 이러한 문제를 해결하기 위해서는 삼원촉매변환기의 체적을 고려한 파단계수를 식 (5)에서 직접 구하는 것이 삼원촉매변환기의 안전성을 확보하는 가장 확실한 방법일 것으로 생각된다.

4. 결론

본 논문은 코제라이트 세라믹 모노리스 담체의 파단계수에 대한 시험편 치수와 시험방법의 영향을 반응표면법을 이용하여 치수효과를 검토하였다. 결과를 정리하면 다음과 같다.

- (1) 인장하중을 받는 단면적만으로는 시험편 치수나 시험 방법의 영향을 설명할 수 있는 파단계수의 회귀모델을 만들 수 없었다.
- (2) 반응표면법을 이용하여 코제라이트 세라믹 모노리스 담체의 파단계수에 대한 회귀모델을 만들 수 있었으며 그 결과 최대파단계수는 최소파단계수에 비하여 2.36배의 치수효과를 보이고 있다.
- (3) 일반적으로 사용하고 있는 파단계수 시험편은 최소 파단계수를 보이는 시험편에 비하여 파단계수가 1.8배 정도 과대평가 되고 있어 삼원촉매변환기 체적이 큰 경우 삼원촉매변환기의 내구설계에 심각한 문제를 일으킬 수 있다.
- (4) 다양한 크기의 담체를 설계하기 위해서는 파단계수에 대한 회귀모델을 만들어 담체 체적이 맞는 파단계수를 구하는 것이 필요하다.

참고문헌

(1) Gulati, S. T., 1991, "Optimization of Substrate/

washcoat Interaction for Improved Catalyst Durability," *SAE Paper*, No. 910372.

(2) Gulati, S. T., 1992, "Design Considerations for Diesel Flow Through Converters," *SAE Paper*, No. 920145.

(3) Griffith, A. A., 1920, "The Phenomena of Rupture and Flow in Solids," *Phil. Trans. Royal Soc., London*, Vol. A221, pp. 163~198.

(4) Cho, K. R., Kim, J. C. and Hong, Y. D., 1995, "Exhaust Emission Characteristics of In-use Passenger cars Equipped with Three-way Catalyst," *Journal of Korea Air Pollution Research Association*, Vol. 11, No. 2, pp. 153~162.

(5) Myers, R. C., 1971, *Response Surface Methodology*, Allyn and Bacon, Inc., Boston.

(6) Montgomery, D. C., 2001, *Design and Analysis of Experiments, Fifth Edition*, John & Sons.

(7) Korngold, J. C. and Gabriele, G. A., 1997, "Multidisciplinary Analysis and Optimization of Discrete Problems Using Response Surface Methods," *ASME J. Mech. Des.*, Vol. 119, No. 4, pp. 427~433.

(8) Lee, T. H., Lee, K. K. and Koo, J. K. 2000, "Optimization of Chassis Frame by Using D-Optimal Response Surface Model," *Transactions of KSME, A*, Vol. 24, No. 4, pp. 894~899.

(9) Youn, B. D. and Choi, K. K., 2004, "A New Response Surface Methodology for Reliability-Based Design Optimization," *Computers and Structures*, Vol. 82, Iss.2-3, PP. 241~256.

(10) Baek, S. H., Cho, S. S., Kim, H. S. and Joo, W. S., 2006, "Trade-off Analysis in Multi-objective Optimization Using Chebyshev Orthogonal Polynomials," *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 20, No. 3, pp. 366~375.

(11) *Monthly Car and Tech Magazine(in korean)*, 2003, No. 2, CarTech Publication.

(12) Maret, D., Gulati, S. T., Lambert, D. W. and Zink, U. 1991, "Systems Durability of a Ceramic Racetrack Converter," *SAE Technical Paper*, No. 912371.

(13) Gulati, S. T. and Reddy, K. P., 1993, "Measurement of Biaxial Compressive Strength of Cordierite Ceramic Honeycombs," *SAE Technical Paper*, No. 930165.

- (14) ASTM E855-90, 1994, *Metals Test Methods and Analytical Procedures*, Vol. 03.02, pp. 650~657.
- (15) Krottmaier, J., 1993, *Optimizing Engineering Designs*, McGraw-Hill.
- (16) Neter, J., Wasserman, W. and Kutner, M. 1985, *Applied Linear Statistical Models*, Richard D. Irwin, Inc.
- (17) Oh, H. G. and Kim, H. S., 1994, "A Study on Statistical Nature of Fatigue Fracture Toughness," *Transactions of KSME, A*, Vol. 18, No. 11, pp. 2894~2901.
- (18) Yiwang, B., Zongzhe, J. and Xiaorui, L., 1994, "Evaluation of K_{IC} Depending on Sample Size for Ceramics," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 48, No. 1, pp. 85~90.
- (19) Kim, A. K., Koh, S. W. and Jung, G. D., 1996, "A Probabilistic Study on Thickness Effect of Fracture Toughness in Heterogeneous Brittle Materials," *Transactions of KSME, A*, Vol. 20, No. 4, pp. 1356~1362.
- (20) Weibull, B. W. and Sweden, S., 1951, "A Statistical Distribution Function of Wide Applicability," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 18, pp. 293~297.
- (21) Castillo, E. D., Montgomery, D. C., and McCarville, D. R. 1996, "Modified Desirability Functions for Multiple Response Optimization," *Journal of Quality Technology*, Vol. 28, pp. 337~345.
- (22) Derringer, G. and Suich, R., 1980, "Simultaneous Optimization of Several Response Variables," *Journal of Quality Technology*, Vol. 12, pp. 214~282.
- (23) Phadke, M. S., 1989, *Quality Engineering Using Robust Design*, Prentice Hall, New Jersey.