

< 논문 >

2축하중을 받는 직교이방성 경사균열에서 임계응력의 예측

임원균[†] · 조형석^{*} · 정우길^{*} · 이일수^{**}
(2006년 2월 28일 접수, 2006년 8월 1일 심사완료)

Prediction of the Critical Stress for the Inclined Crack in Orthotropic Materials under Biaxial load

Won-Kyun Lim, Hyung-Suk Cho, Woo-Kil Jeong and Ill-Soo Lee

Key Words: Anisotropic Material(이방성재료), Biaxial Load(2축하중), Inclined Crack(경사균열), Critical Stress(임계응력), Principal Material Axes(재료주축)

Abstract

The problem of an infinite anisotropic material with a crack inclined with respect to the principal material axes is analyzed. The material is subjected to uniform biaxial load along its boundary. It is assumed that the material is homogeneous, but anisotropic. By considering the effect of the horizontal load, the distribution of stresses at the crack tip is analyzed. The problem of predicting critical stress in anisotropic solids which is a subject of considerable practical importance is examined and the effect of load biaxiality is made explicitly. The present results based on the normal stress ratio theory show significant effects of biaxial load, crack inclination angle and fiber orientation on the critical stress. The analysis is performed for a wide range of the crack angles and biaxial loads.

1. 서 론

복합재료와 같은 고등 공업용 재료가 항공기, 자동차 그리고 발전설비 시스템 등과 같은 여러 분야에서 사용되고 있다. 이들 시스템의 안전과 신뢰성은 시스템을 구성하고 있는 요소의 설계에 좌우된다. 설계의 과정에서 이들 요소들은 응력 집중부위를 갖게 되며, 요소에 작용하는 하중에 의하여 이들 부위에 균열이 발생하게 된다. 따라서 노치 또는 균열과 같은 초기결함을 가진 복합재료에서 파괴해석과 강도평가는 복합재료구조물의 설계와 평가에 있어서 매우 중요한 사항이다.

이방성복합재료에서의 파괴는 등방성재료에서의 경우보다도 상당히 복잡하며 균열의 전파하는 방향과 하중은 여러 변수의 함수로 표시된다. 복합재료에서 변화하는 재료강도는 균열의 성장방향과 가장 밀접히 연관되어 있으며, 균열성장방향과 하중 모두 균열주위의 응력과 균열각도 그리고 재료강도의 함수이다. 이러한 응력과 재료강도의 함수는 매우 복잡하여 균열이 성장하는 방향과 하중을 해석적으로 결정하는 일은 더욱 복잡하다. 그러므로 많은 해석이 이루어져 있지 않다. 더욱이 이들 해석의 대부분은 단순하중을 받는 이방성복합재료의 균열진전거동을 예측하는 데에 집중되어 있다.⁽¹⁻⁴⁾

일반적으로 복합재료의 구성요소들은 단순하중 뿐만 아니라 자주 2축하중, 일반하중 등 여러 가지 하중상태에 놓이게 된다. 그러므로 이와 같은 고등 복합재료를 최대한 안전하게 사용하기 위해서는 이와 같이 복잡한 하중을 받는 요소의 파괴 거동에 대한 해석이 이루어져야 한다. 2축하중을

[†] 책임저자, 회원, 명지대학교 기계공학과
E-mail : limwk@mju.ac.kr
TEL : (031)330-6422 FAX : (031)321-4959

^{*} 명지대학교 대학원

^{**} 자동차부품연구원

받는 등방성재료 내 균열의 문제는 여러 연구자⁽⁵⁻⁸⁾에 의하여 이루어졌으며, 2축하중이 균열주위의 응력장, 균열진전각도 그리고 임계응력에 많은 영향을 끼치고 있음을 보고하고 있다. 그러나 균열을 가진 이방성재료에서 2축하중의 영향을 분석한 연구는 많지가 않으며, 여기에는 Lim 등⁽⁹⁻¹¹⁾에 의한 연구와 Carloni 등⁽¹²⁻¹⁴⁾에 의한 연구가 있을 뿐이다. Lim은 2축하중을 받는 무한직교이방성체에서 모드I 및 혼합모드 균열에 대한 복소해석함수를 유도하여 균열진전각도에 미치는 2축하중의 영향을 분석하였으며, Carloni는 2축하중을 받는 무한 직교이방성체에서 경사균열에 대한 복소변수식을 유도하여 균열진전각도와 파괴계적에 미치는 2축하중의 영향을 분석하였다. 이의 해석 결과는 모두 2축하중에 매우 의존적임이 나타났다. 노치 또는 균열을 가진 직교이방성복합재료에서 파괴해석과 이의 강도평가가 적층복합재료 구조물의 설계와 안전평가에서 중요한 사항임을 생각할 때에 2축하중에서의 복합재료의 거동을 정확히 평가하는 일은 경제적으로나 기술적으로 매우 중요하다.

본 연구에서는 무한 직교이방성복합재료가 2축 방향으로 균일하중을 받는 중앙경사균열의 문제에서 임계응력을 결정한다. 이때 균열축과 재료주축이 평행하지 않으며 일정한 각도를 이루고 있다. 파괴기준으로 Buczek와 Herakovich⁽¹⁵⁾에 의하여 제안된 수직응력비이론을 적용하여 직교이방성균열평판에서 가로축과 평행하게 작용하는 수평하중, 균열경사각 그리고 재료주축과 균열축이 이루는 각 등이 임계응력에 미치는 영향을 정

량적으로 제시하고자 한다. 이를 위하여 2축하중을 받는 균열주위의 응력식에서 수평하중을 내포하고 있는 2차응력성분을 고려한다.

2. 2축하중을 받는 균열선단주위의 응력

Fig. 1과 같이 2축하중을 받는 무한 직교이방성 평판내 경사균열의 해석함수식은 Savin⁽¹⁶⁾에 의한 경사하중을 받는 타원공의 해석해를 중첩하여 구할 수 있다.⁽¹⁰⁾ 이를 이용한 균열선단주위의 응력 성분들은 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} = & \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{Re} \left[\frac{s_1 s_2}{(s_1 - s_2)} \left(\frac{s_2}{\sqrt{\cos \theta + s_2 \sin \theta}} - \frac{s_1}{\sqrt{\cos \theta + s_1 \sin \theta}} \right) \right] \\ & + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{Re} \left[\frac{1}{(s_1 - s_2)} \left(\frac{s_2^2}{\sqrt{\cos \theta + s_2 \sin \theta}} - \frac{s_1^2}{\sqrt{\cos \theta + s_1 \sin \theta}} \right) \right] \\ & + \sigma^\infty \operatorname{Re} [(\cos \alpha + s_1 \sin \alpha)(\cos \alpha + s_2 \sin \alpha) \\ & + k(\sin \alpha - s_1 \cos \alpha)(\sin \alpha - s_2 \cos \alpha)] \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{yy} = & \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{Re} \left[\frac{1}{(s_1 - s_2)} \left(\frac{s_1}{\sqrt{\cos \theta + s_2 \sin \theta}} - \frac{s_2}{\sqrt{\cos \theta + s_1 \sin \theta}} \right) \right] \\ & + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{Re} \left[\frac{1}{(s_1 - s_2)} \left(\frac{1}{\sqrt{\cos \theta + s_2 \sin \theta}} - \frac{1}{\sqrt{\cos \theta + s_1 \sin \theta}} \right) \right] \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{xy} = & \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{Re} \left[\frac{s_1 s_2}{(s_1 - s_2)} \left(\frac{1}{\sqrt{\cos \theta + s_1 \sin \theta}} - \frac{1}{\sqrt{\cos \theta + s_2 \sin \theta}} \right) \right] \\ & + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{Re} \left[\frac{1}{(s_1 - s_2)} \left(\frac{s_1}{\sqrt{\cos \theta + s_1 \sin \theta}} - \frac{s_2}{\sqrt{\cos \theta + s_2 \sin \theta}} \right) \right] \quad (3) \end{aligned}$$

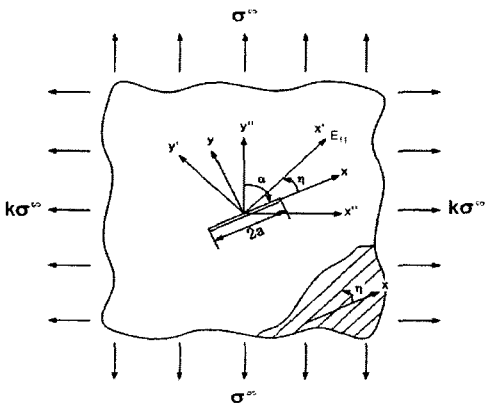


Fig. 1 Infinite center cracked plate under biaxial load

여기서 K_I 과 K_{II} 는 모드I 과 모드II의 응력확대계수로서 각각 다음과 같다.

$$K_I = \frac{\sigma^\infty \sqrt{\pi a}}{2} [(1+k) - (1-k)\cos 2\alpha] \quad (4)$$

$$K_{II} = \frac{\sigma^\infty \sqrt{\pi a}}{2} (1-k)\sin 2\alpha \quad (5)$$

직각좌표로 표시한 σ_{xx} 의 응력성분에서 우측 마지막 항은 직교이방성체내 균열선단 부근의 응력함수에 대한 급수전개식에서 2차응력성분을 나타낸 것으로서, 이는 외부작용응력 σ^∞ 와 수평하중비 k , 균열경사각 α 그리고 특성방정식의 근 s_1, s_2 의 항으로 되어 있다.

3. 균열축에 대한 특성방정식의 근

이방성복합재료에서 재료주축인 x', y' 축에 대한 특성방정식은 다음과 같다(Fig. 1).

$$a_{11}s^4 - 2a_{16}s^3 + (2a_{12} + a_{66})s^2 - 2a_{26}s + a_{22} = 0 \quad (6)$$

여기서 a_{ij} 는 컴플라이언스 계수로서 직교이방성체에서는 $a_{12} = a_{26} = 0$ 이 된다. 상기 특성방정식으로부터 구한 특성방정식의 근을 s_1', s_2' 이라고 하면, 균열축인 x, y 축에 대한 이들의 값은 다음의 Lekhnitskii⁽¹⁷⁾ 축변환식을 이용할 수 있다.

$$s_1 = \frac{s_1' \cos \eta - \sin \eta}{\cos \eta + s_1' \sin \eta} \quad (7)$$

$$s_2 = \frac{s_2' \cos \eta - \sin \eta}{\cos \eta + s_2' \sin \eta}$$

식 (7)의 근은 실수가 아니며 복소수나 순허수의 값을 가진다. 이렇게 변환된 특성방정식의 근 s_1, s_2 를 식 (1)~식 (3)에 대입하여 균열선단주위의 응력분포를 구할 수 있다.

4. 수직응력비기준

직교이방성복합재료 내 균열진전거동의 예측을 위하여 Buczek 와 Herakovich⁽¹⁵⁾에 의하여 개발된 수직응력비기준을 적용하였다. 복합재료에 있어서 균열의 진전은 Fig. 2에서와 같이 점유의 방향에 따라서 변화하는 이방성강도함수 $T_{\theta\theta}$ 를 가정하고, 이를 원주인장응력 $\sigma_{\theta\theta}$ 에 나누어줌으로서

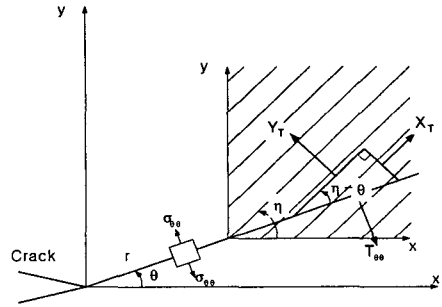


Fig. 2 Normal stress ratio parameters.

언은 값 즉, 수직응력비 R_0 가 최대인 방향으로 진전하며, 균열진전은 이의 값이 임계값 R_{0max} 에 도달했을 때 일어난다고 가정한다. 이에 대한 필요충분조건은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$R_0(r_0, \theta) = \frac{\sigma_{\theta\theta}(r_0, \theta)}{T_{\theta\theta}} \quad (8)$$

$$\frac{\partial R_0}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial^2 R_0}{\partial \theta^2} < 0 \quad (9)$$

여기서 $T_{\theta\theta}$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$T_{\theta\theta} = X_T \sin^2(\eta - \theta) + Y_T \cos^2(\eta - \theta) \quad (10)$$

위의 식에서 X_T 는 재료주축 방향의 인장강도이고, Y_T 는 재료주축과 수직방향의 인장강도이다. 한편 균열선단 주위의 원주응력 $\sigma_{\theta\theta}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{xx} \sin^2 \theta + \sigma_{yy} \cos^2 \theta - 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta \quad (11)$$

수직응력인 식 (1)~(3)을 식 (11)에 대입하면 다음의 원주응력분포식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta} = & \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} (A \sin^2 \theta - 2E \sin \theta \cos \theta + C \cos^2 \theta) \\ & + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} (B \sin^2 \theta - 2F \sin \theta \cos \theta + D \cos^2 \theta) \\ & + \sigma^\infty L \sin^2 \theta \end{aligned} \quad (12)$$

여기서

$$A = \text{Re} \left[\frac{s_1 s_2}{s_1 - s_2} \left(\frac{s_2}{z_2} - \frac{s_1}{z_1} \right) \right]$$

$$\begin{aligned}
 B &= \operatorname{Re} \left[\frac{1}{s_1 - s_2} \left(\frac{s_2^2}{z_2} - \frac{s_1^2}{z_1} \right) \right] \\
 C &= \operatorname{Re} \left[\frac{1}{s_1 - s_2} \left(\frac{s_1}{z_2} - \frac{s_2}{z_1} \right) \right] \\
 D &= \operatorname{Re} \left[\frac{1}{s_1 - s_2} \left(\frac{1}{z_2} - \frac{1}{z_1} \right) \right] \\
 E &= \operatorname{Re} \left[\frac{s_1 s_2}{s_1 - s_2} \left(\frac{1}{z_1} - \frac{1}{z_2} \right) \right] \\
 F &= \operatorname{Re} \left[\frac{1}{s_1 - s_2} \left(\frac{s_1}{z_1} - \frac{s_2}{z_2} \right) \right] \\
 L &= \operatorname{Re} \left[(\cos \alpha + s_1 \sin \alpha)(\cos \alpha + s_2 \sin \alpha) \right. \\
 &\quad \left. + k(\sin \alpha - s_1 \cos \alpha)(\sin \alpha - s_2 \cos \alpha) \right] \quad (13)
 \end{aligned}$$

식 (10)과 식 (12)를 식 (8)에 대입하고 정리하면 수직응력비 R_0 는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
 R_0 &= \frac{1}{\sqrt{2r}} \frac{(K_I A + K_{II} B) \sin^2 \theta + (K_I C + K_{II} D) \cos^2 \theta}{X_T \sin^2(\eta - \theta) + Y_T \cos^2(\eta - \theta)} \\
 &\quad - \frac{1}{\sqrt{2r}} \frac{2(K_I E + K_{II} F) \sin \theta \cos \theta}{X_T \sin^2(\eta - \theta) + Y_T \cos^2(\eta - \theta)} + L_R \quad (14)
 \end{aligned}$$

여기서

$$L_R = \frac{\sigma^\infty L \sin^2 \theta}{X_T \sin^2(\eta - \theta) + Y_T \cos^2(\eta - \theta)}$$

위의 식에서 L_R 은 $\sigma_{\theta\theta}$ 의 원주응력성분에서 2차응력항인 $\sigma^\infty L \sin^2 \theta$ 를 고려하였을 때 부가되는 새로운 항으로, 여기에는 특성방정식의 근, 수평하중비, 균열경사각, 재료강도 그리고 균열축과 재료주축이 이루는 각도들이 포함되어 있다.

5. 임계응력비

수직응력비이론의 가정으로부터 균열진전은 수직응력비의 최대값 $(R_0 \max)_{\theta = \theta_0}$ 에서 일어나므로 순수모드I의 경우 $(R_0 \max)_\alpha$ 는 식 (14)에 $k = 0$, $\eta = 0$, $\alpha = 90^\circ$, $\theta = 0^\circ$ 를 대입하여 구할 수 있으며, 이는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 (R_0 \max)_{\alpha = 90^\circ} &= \frac{1}{\sqrt{2r}} \frac{K_{IC} C}{Y_T} \\
 &= \sigma_c^\infty_{\alpha = 90^\circ} \sqrt{\frac{\pi a}{2r}} \frac{1}{Y_T} \quad (15)
 \end{aligned}$$

여기서 $K_{IC} = \sigma_c^\infty_{\alpha = 90^\circ} \sqrt{\pi a}$ 이고, $C = 1$ 이다. 한편 혼합모드인 경우 $(R_0 \max)_\alpha$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 (R_0 \max)_\alpha &= \frac{1}{\sqrt{2r}} \frac{(K_I A + K_{II} B) \sin^2 \theta_0 + (K_I C + K_{II} D) \cos^2 \theta_0}{X_T \sin^2(\eta - \theta_0) + Y_T \cos^2(\eta - \theta_0)} \\
 &\quad - \frac{1}{\sqrt{2r}} \frac{(2K_I E + 2K_{II} F) \sin \theta_0 \cos \theta_0}{X_T \sin^2(\eta - \theta_0) + Y_T \cos^2(\eta - \theta_0)} + L_R(\theta_0) \quad (16)
 \end{aligned}$$

여기에서 θ_0 는 균열진전각도이다. 위의 식에 식 (4)와 식 (5)의 K_I 과 K_{II} 를 대입하여 정리하면 다음이 된다.

$$(R_0 \max)_\alpha = \sqrt{\frac{\pi a}{2r}} \cdot \frac{\sigma_c^\infty}{2} \cdot$$

$$\begin{aligned}
 &\left[\frac{(GA + HB) \sin^2 \theta_0 + (GC + HD) \cos^2 \theta_0}{X_T \sin^2(\eta - \theta_0) + Y_T \cos^2(\eta - \theta_0)} \right. \\
 &\quad - \frac{(2GE + 2HF) \sin \theta_0 \cos \theta_0}{X_T \sin^2(\eta - \theta_0) + Y_T \cos^2(\eta - \theta_0)} \\
 &\quad \left. + \sqrt{\frac{2r}{\pi a}} \frac{2L \sin^2 \theta_0}{X_T \sin^2(\eta - \theta_0) + Y_T \cos^2(\eta - \theta_0)} \right] \quad (17)
 \end{aligned}$$

식 (15)와 식 (17)을 같다고 놓으면 혼합모드의 임계응력비 $\sigma_c^\infty_{\alpha} / \sigma_c^\infty_{\alpha = 90^\circ}$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \frac{\sigma_c^\infty_{\alpha}}{\sigma_c^\infty_{\alpha = 90^\circ}} &= \left[\frac{2}{Y_T} \{X_T \sin^2(\eta - \theta_0) + Y_T \cos^2(\eta - \theta_0)\} \right] / \\
 &\left[\frac{(GA + HB) \sin^2 \theta_0 + (GC + HD) \cos^2 \theta_0}{X_T \sin^2(\eta - \theta_0) + Y_T \cos^2(\eta - \theta_0)} \right. \\
 &\quad \left. - (2GE + 2HF) \sin \theta_0 \cos \theta_0 + \sqrt{\frac{2r}{\pi a}} 2L \sin^2 \theta_0 \right] \quad (18)
 \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned}
 G &= [(1+k) - (1-k) \cos 2\alpha] \\
 H &= (1-k) \sin 2\alpha
 \end{aligned}$$

6. 해석결과 및 고찰

직교이방성균열체에서 수평하중이 임계응력에 미치는 영향을 분석하기 위하여 Fig. 1과 같이 2축하중을 받는 중앙경사균열에 대하여 해석을 수행하였다. 본 해석에서는 2종류의 재료를 사용하였으며, 이들의 특성치는 Table 1에서와 같다. 재료A는 Graphite-Epoxy(AS4/3501-6)복합재의 특성

Table 1 Properties of orthotropic materials(GPa)

| | Material A | Material B |
|------------|------------|------------|
| E_{11} | 126.0 | 2.0 |
| E_{22} | 10.0 | 1.389 |
| μ_{12} | 5.61 | 0.769 |
| ν_{12} | 0.305 | 0.3 |
| X_T | 1.45 | 0.02 |
| Y_T | 0.0533 | 0.01 |

치이며, 재료B의 특성치는 재료의 이방성을 비교적 작게하여 임의로 선택하였다.

수직하중비가 임계응력에 미치는 영향을 분석하기 위하여 먼저 섬유배향각 $\eta = 0^\circ$ 인 경우에 수평하중비 k 에 따른 임계응력비 $(\sigma_c^\infty)_\alpha / (\sigma_c^\infty)_{\alpha=90^\circ}$ 를 계산하였다. Fig. 3은 재료A에 대한 해석결과로서 균열경사각 α 의 변화에 따라서 도시하였다. 그림에서 실선은 균열선단주위의 응력식에서 특이응력성분만을 고려한 것이고, 점선은 2차응력성분까지를 고려한 결과이다. 이때 균열선단으로부터의 거리 $r_0/a=0.01$ 로 놓았다. 그림에서 보듯이 k 가 1보다 큰 경우 즉, 인장응력의 수평하중이 주어지면 임계응력비는 모든 α 에 대하여 1보다 작은 값을 가진다. 임계응력비는 k 의 증가와 함께 점진적으로 작아지는데, 이의 변화는 매우 미미하다. 그러나 k 가 1보다 작은 값을 가지며 압축수평하중을 받으면 임계응력비는 큰 증가를 나타내며 1이상의 값을 가진다. 특히 k 가 -1과 1사이에서 임계응력비는 급격하게 변화하는 현상을 보인다. 압축응력의 수평하중이 더욱 크게 작용하면(k 의 값이 더욱 작아지는 경우) 임계응력비는 다시 작아진다. 이와 같은 현상은 균열각 α 가 작은 값을 가질수록 더욱 뚜렷하게 나타난다. 결과적으로 임계응력비에 미치는 수평하중의 영향은 경사균열이 수직에 가까워지고, 압축수평하중을 받을 때에 가장 크게 나타남을 알 수 있다. 이는 α 의 값이 작아지면 압축수평하중에 의한 균열단형현상이 크게 작용하기 때문으로 생각된다. 특히 $k=1$ 의 균일인장-인장의 경우에 임계응력비는 모든 균열각에 대하여 1의 값을 가진다. 또한 $\alpha=90^\circ$ 의 수평균열에 대해서도 임계응력비는 모든 2축하중에서 1의 값을 가진다. 이러한 특이 하중

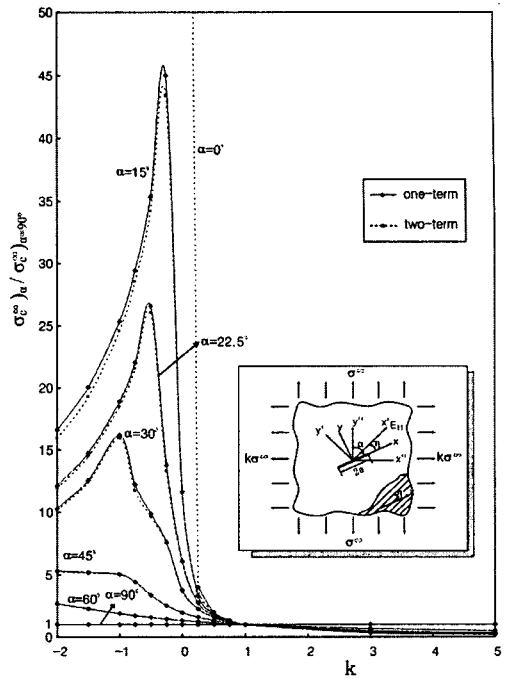


Fig. 3 Variation of $(\sigma_c^\infty)_\alpha / (\sigma_c^\infty)_{\alpha=90^\circ}$ with k for $\eta = 0^\circ$ (material A)

조건이나 균열각에서 수평하중은 균열의 임계응력에 영향을 나타내지 않음을 의미한다. 한편 특이항만을 고려한 해석결과와 2차응력항을 고려한 해석에서는 일반적으로 그 차이가 매우 작음을 알 수 있다. 그러나 $\alpha=0^\circ$ 의 수직균열이 압축수평하중을 받는 경우($k \leq 0$)에 특이항만으로는 임계응력비를 구할 수 없다. 이는 특이항만을 가지고는 수직응력비 R_0 의 최대값이 나타나지 않기 때문인데, 이와 같은 경우에 2차응력항까지를 고려한 해석이 필요하다.

Fig. 4는 재료B에 대한 해석결과이다. 임계응력비는 재료A에서의 것과 비교하여 상당히 작은 값을 나타냄을 알 수 있다. 특히 k 가 1보다 작은 값을 가질 때에 더욱 그렇다. 그러나 k 가 1보다 큰 인장수평하중에서 임계응력비의 변화는 재료A에서의 것과 거의 비슷하다. 이는 압축수평하중이 주어질 때 임계하중비의 값은 재료의 이방성에 아주 민감하게 작용함을 의미한다. 그러나 수평균열이 2축하중을 받을 때와 모든 균열각이 균일인장-인장하중을 받을 때에 임계하중비는 재료A에서의 결과와 동일한 값을 가지는 것으로 보

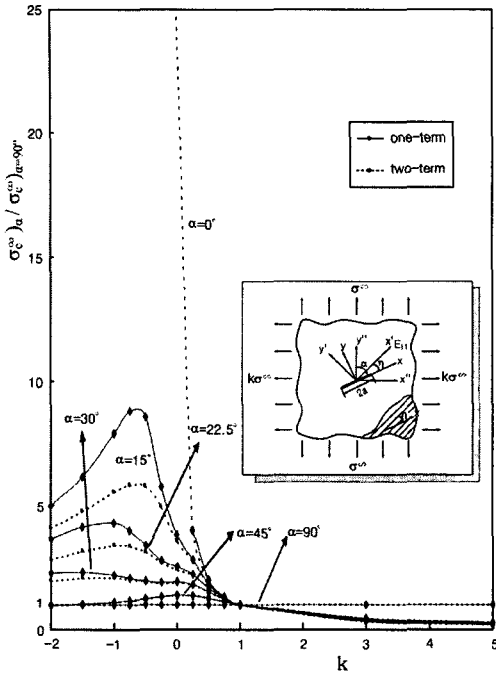


Fig. 4 Variation of $\sigma_c^\infty)_\alpha / \sigma_c^\infty)_\alpha=90^\circ$ with k for $\eta = 0^\circ$ (material B)

아 이와 같은 특이한 하중조건과 균열각에서 임계하중비는 재료의 이방성에 상관하지 않음을 알 수 있다. 한편 임계응력비에 미치는 2차응력항의 영향은 재료A에서 보다도 크게 나타난다. 일반적으로 재료의 이방성이 작은 재료에서 2차응력항의 영향이 크게 나타남을 의미한다. 이와 같은 현상은 경사균열이 수직균열에 가까워지고, 압축수평하중이 작용할수록 더욱 뚜렷이 나타난다.

다음은 섬유배향각 η 의 변화에 따른 임계응력비를 예측하여 보았다. Figs. 5(a)~(d)는 재료A에 대한 것으로서 균열각 α 가 각각 30° , 45° , 60° , 90° 에서의 해석결과이다. 이들은 모두 수평하중비 k 의 변화와 함께 도시하였다. 그림에서 보듯이 k 에 따른 임계응력비의 변화는 η 에 큰 영향을 받고 있으며, η 의 값과 임계응력비는 함께 크게 증가한다. 이는 균열과 경사를 이루는 섬유배향각이 균열의 임계응력을 상승시키는 역할을 하고 있음을 의미한다. 일반적으로 임계응력비는 $\eta = 45^\circ$ 주위의 값에서 가장 큰 값을 나타내며, 이의 각도를 벗어나면서 감소한다. 아울러 k 에 따른 임계응력비는 단순인장하중에서 가장 큰 값을

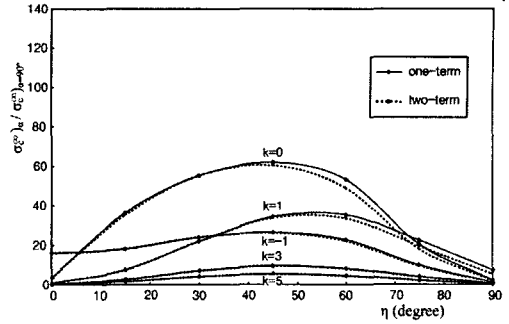


Fig. 5(a) Variation of $\sigma_c^\infty)_\alpha / \sigma_c^\infty)_\alpha=90^\circ$ with η for $\alpha = 30^\circ$ (material A)

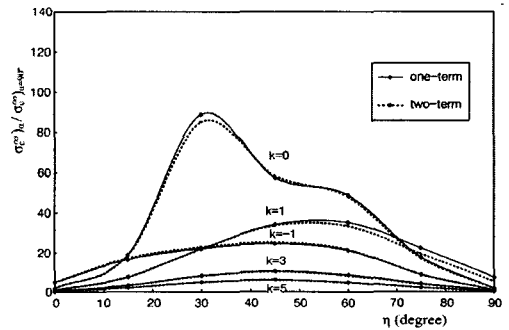


Fig. 5(b) Variation of $\sigma_c^\infty)_\alpha / \sigma_c^\infty)_\alpha=90^\circ$ with η for $\alpha = 45^\circ$ (material A)

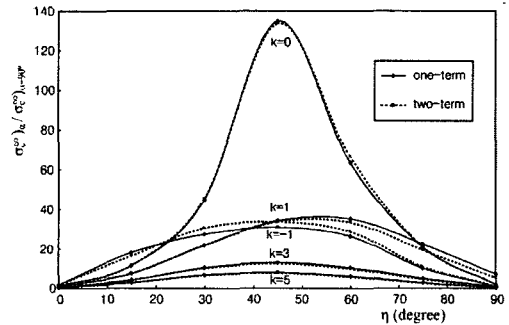


Fig. 5(c) Variation of $\sigma_c^\infty)_\alpha / \sigma_c^\infty)_\alpha=90^\circ$ with η for $\alpha = 60^\circ$ (material A)

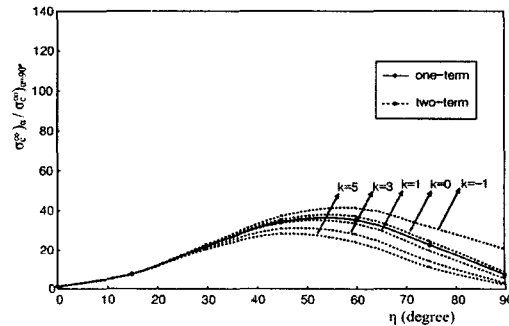


Fig. 5(d) Variation of $\sigma_c^\infty)_\alpha / \sigma_c^\infty)_\alpha=90^\circ$ with η for $\alpha = 90^\circ$ (material A)

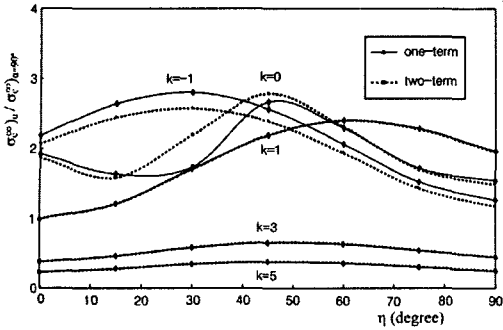


Fig. 6(a) Variation of $\sigma_c^\infty / \sigma_c^\infty$ with η for $\alpha = 30^\circ$ (material B)

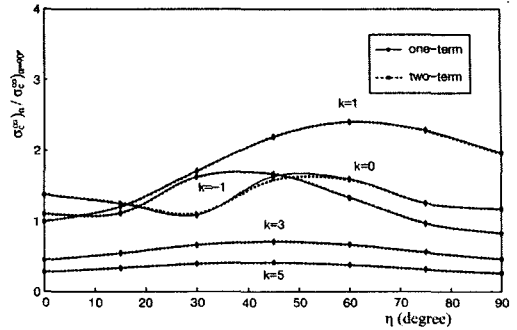


Fig. 6(b) Variation of $\sigma_c^\infty / \sigma_c^\infty$ with η for $\alpha = 45^\circ$ (material B)

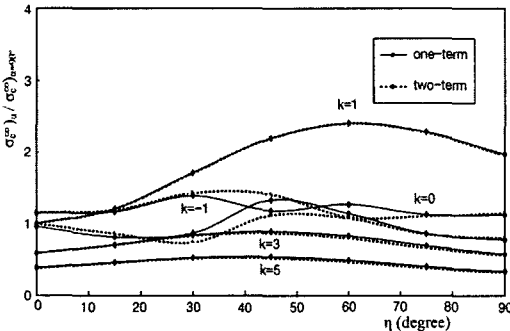


Fig. 6(c) Variation of $\sigma_c^\infty / \sigma_c^\infty$ with η for $\alpha = 60^\circ$ (material B)

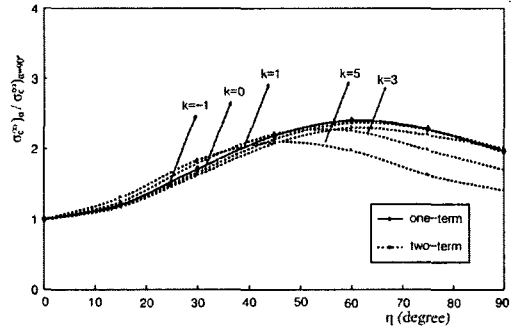


Fig. 6(d) Variation of $\sigma_c^\infty / \sigma_c^\infty$ with η for $\alpha = 90^\circ$ (material B)

나타낸다. 여기에 2축하중으로 인장수평하중이 작용하면 임계응력비는 점차적으로 작아지기 시작하며, 압축수평하중이 주어지면서 임계응력비는 상승한다. 특히 $k=1$ 의 하중에서 임계응력비는 η 의 값에 따라 변화하고 있으나, 이의 곡선은 모든 균열경사각에 상관없이 동일하다. 이는 섬유와 경사를 이룬 균열이 균일인장-인장의 하중을 받을 때에 임계응력은 수평하중의 영향을 받지 않으며 오로지 섬유배향각에 좌우됨을 의미한다.

한편 임계응력비에 미치는 2차응력항의 영향은 일반적으로 작게 나타남을 알 수 있다. 그러나 $\alpha=90^\circ$ 의 수평균열의 경우 특이항만을 고려한 해석에서는 k 에 상관없이 모두 하나의 곡선으로 나타났으나, 2차응력항을 고려한 결과는 k 의 값에 따라서 많은 차이를 보인다. 이러한 균열문제에서 임계응력의 정확한 예측을 위하여 2차응력항을 고려한 해석이 필수적임을 알 수 있다.

Figs. 6(a)~(d)는 재료B에 대한 임계응력비의 해석결과이다. 전체적으로 임계응력비 곡선은 재료

A의 해석결과와 비교하여 보다 완만하게 변화하고 있으며, 임계응력비의 값은 재료A에서 보다는 상당히 작은 값을 나타냄을 알 수 있다. 재료의 이방성이 작은 관계로 임계응력비에 미치는 η 의 영향도 작게 나타난다. 여기에서도 $k=1$ 의 하중에서는 η 의 값에 따라 변화하는 임계응력비의 곡선은 균열경사각에 상관없이 모두 동일하다. 임계응력에 미치는 2차응력항의 영향은 $\alpha=30^\circ$ 의 균열각이 압축수평하중을 받을 때에 가장 크게 나타남을 알 수 있다. Fig. 4의 결과에서도 보듯이 α 가 작은 값을 가지며 수직균열에 가까워질수록 이의 영향은 더욱 뚜렷이 나타날 것으로 생각된다.

7. 결론

2축하중을 받는 직교이방성복합재료에서 재료주축과 경사를 이루는 중앙균열의 문제에 대하여 강도해석을 수행하였다. 이를 위하여 균열주위의 응력식에서 수평하중을 내포하고 있는 2차응력항

을 고려하였다. 수직응력비기준을 적용한 임계응력의 계산에서 이들은 수평하중비, 균열경사각 그리고 균열과 섬유각이 이루는 각에 매우 의존적임을 보였다. 재료주축과 일치하는 균열에서 임계응력비는 압축수평하중을 받을 때에 가장 크게 상승하며, 인장수평하중에 의한 임계응력비는 완만하게 감소한다. 아울러 균열과 섬유배향각이 이루는 각은 균열의 임계응력을 크게 상승시키는 역할을 하고 있음을 확인하였다. 이와 같은 현상은 재료의 이방성이 클수록 현저하게 나타난다. 또한 임계응력의 정확한 예측을 위해서는 2차응력항을 고려한 해석이 필수적임을 확인할 수 있었다.

후 기

이 논문은 2004년도 학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었습니다(KRF-2004-041-D00017). 이에 관계자 여러분들께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Ye, Z, Ayari, M.L., 1994, "Prediction of Crack Propagation in Anisotropic Solids," *Engng Fracture Mech.*, Vol. 49, pp. 797~808.
- (2) Ayari, M.L., and Ye, Z., 1995, "Maximum Strain Theory for Mixed Mode Crack Propagation Anisotropic Solids," *Engng Fracture Mech.*, Vol. 52, pp. 389~400.
- (3) Kadi, H.E and Ellyin, F., 1995, "Crack Extension in Unidirectional Composite Laminae," *Engng Fracture Mech.*, Vol. 51, pp. 27~36.
- (4) Beuth Jr, J.L. and Herakovich, C.T., 1989, "Analysis of Crack Extension in Anisotropic Materials Based on Local Normal Stress," *Theor. Appl. Fract. Mech.*, Vol. 11, pp. 27~46.
- (5) Eftis, J. and Subramonian, N., 1978, "The Inclined Crack under Biaxial Load," *Engng Fracture Mech.*, Vol. 10, pp. 43~67.
- (6) Eftis, J., 1987, "On the Fracture Stress for the Inclined Crack under Biaxial Load," *Engng Fracture Mech.*, Vol. 26, No. 1, pp. 105~125.
- (7) Eftis, J., Jones, D.L., and Liebowitz, H., 1990, "Load Biaxiality and Fracture: Synthesis and Summary," *Engng Fracture Mech.*, Vol. 36, No. 4, pp. 537~574.
- (8) Haefele, P.M. and Lee, J.D., 1995, "The Constant Stress Term," *Engng Fracture Mech.*, Vol. 50, No. 5/6, pp. 869~882.
- (9) Lim, W.-K., Choi, S.-Y. and Sankar, B.V., 2001, "Biaxial Load Effects on Crack Extension in Anisotropic Solids," *Engng. Fracture Mech.*, Vol. 68, No. 4, pp. 403~416.
- (10) Lim, W.-K. and Choi, S.-Y., 2002, "Analysis of Inclined Crack Extension in Orthotropic Solids under Biaxial Loading," *Trans. of KSME, A*, Vol. 26, No. 6, pp. 993~1000.
- (11) Kang, S.-J., Cho, H.-S. and Lim, W.-K., 2005, "Mixed Mode Crack Extension in Orthotropic Materials," *J. of the Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 33, No. 10, pp. 35~41.
- (12) Carloni, C. and Nobile, L. 2002, "Crack Initiation Behavior of Orthotropic Solids as Predicted by the Strain Energy Density Theory," *Theor. Appl. Fract. Mech.*, Vol. 38, pp. 109~119.
- (13) Carloni, C., Piva, A. and Viola, E., 2003, "An Alternative Complex Variable Formulation for an Inclined Crack in an Orthotropic Medium," *Engng. Fracture Mech.*, Vol. 70, pp. 2033~2058.
- (14) Nobile, L and Carloni, C., 2005, "Fracture Analysis for Orthotropic Cracked Plates," *Composite Structures*, Vol. 68, pp. 285~293.
- (15) Beuth Jr, J.L. and Herakovich, C.T., 1985, "A Normal Stress Criterion for Crack Extension Direction in Orthotropic Composite Materials," *J. Compos. Mater.*, Vol. 19, pp. 544~553.
- (16) Savin, G.N., 1961, *Stress Concentration Around Holes*, Pergamon Press, Oxford.
- (17) Lekhnitskii, S.G., 1963, *Theory of Elasticity of an Anisotropic Body*, Holden-Day, San Francisco, USA.