

< 논문 >

파레토 인공생명 최적화 알고리즘의 제안

송진대[†] · 양보석^{*}

(2006년 2월 2일 접수, 2006년 8월 7일 심사완료)

Development of Pareto Artificial Life Optimization Algorithm

Jin-Dae Song and Bo-Suk Yang

Key Words : Pareto Artificial Life Algorithm(파레토 인공생명 알고리즘), Pareto Optimum Design(파레토 최적설계), Artificial Life Algorithm(인공생명 알고리즘), Journal Bearing(저널 베어링)

Abstract

This paper proposes a Pareto artificial life algorithm for solving multi-objective optimization problems. The artificial life algorithm for optimization problem with a single objective function is improved to handle Pareto optimization problem through incorporating the new method to estimate the fitness value for a solution and the Pareto list to memorize and to improve the Pareto optimal set. The proposed algorithm was applied to the optimum design of a journal bearing which has two objective functions. The Pareto front and the optimal solution set for the application were presented to give the possible solutions to a decision maker or a designer. Furthermore, the relation between linearly combined single-objective optimization problem and Pareto optimization problem has been studied.

1. 서론

많은 공학적 최적화 문제는 단일 목적 함수보다는 다수의 목적 함수로 구성되는 경우가 많다. 이러한 다목적 최적화 문제는 여러 목적함수를 하나의 목적함수로 변환하고 통상의 단일 목적함수 방법을 적용하여 푸는 방법과, 2 개 이상의 목적함수를 동시에 고려하여 파레토 해집합이라 불리는 최적해 집합을 구하는 방법으로 대별된다.

전자는 일반적으로 다수의 목적 함수를 선형 조합의 형태 혹은 곱의 형태를 취하여 단일 목적함수로 치환하는 방법을 사용하거나, 중요한 하나의 목적 함수만을 설정하고 다른 목적 함수들은 구속

조건으로 처리하는 방법을 택한다. 이러한 방법들은 최적화 과정에서 각 후보해들을 비교하는 단일 기준을 확립하려는 방법론적인 원인과 하나의 최적해(혹은 근사 최적해)를 도출하고자 하는 목적에서 시작되었다. 다른 방법으로 다수의 목적 함수를 동시에 목적 함수로 고려하는 방법을 파레토 최적화(Pareto optimization)라 한다. 이는 최종 의사 결정자에게 가능한 해를 제공하려는 목적으로 단일 목적함수로 변환하여 하나의 해만을 얻게 됨으로써 존재할 수 있는 다른 가능성을 찾지 못하는 단점을 보완하고자 하는 것이다. 또 다른 방법으로는 문제를 목표 계획법으로 변환하여 공식화하기도 한다.

Schaffer⁽¹⁾ 이후 진화 알고리즘,⁽²⁻⁵⁾ 터부(tabu) 탐색법^(6,7) 등의 단일 목적 함수에 대한 휴리스틱 전역최적화 알고리즘들을 파레토 최적화 문제에 적용될 수 있도록 많은 연구가 이루어지고 있다. 함수 최적화의 경우, 휴리스틱 최적화 방법들은 문

[†] 책임저자, 회원, 부경대학교 대학원

E-mail : membrane@pknu.ac.kr

TEL : (051)625-1604 FAX : (051)620-1405

^{*} 회원, 부경대학교 기계공학부

제에 대한 특별한 제한사항을 가지고 있지 않은 장점을 가지고 있고, 전역 최적해에 대한 탐색능력이 우수한 것으로 평가되고 있다.

휴리스틱 전역 최적화 기법의 하나로 인공생명 알고리즘⁽⁸⁻¹⁰⁾이 저자들에 의해 제안되어, 저널 베어링,⁽¹¹⁾ 엔진 마운트^(12,13)의 최적 설계 문제에 적용하여 그 유용성을 입증하였다. 그러나 파레토 최적화에 대한 확장은 아직 시도되지 않았다.

최적화를 위한 인공생명 알고리즘이 다양한 공학적 문제에 폭넓게 활용되기 위해서는 파레토 최적화 문제를 해결할 수 있어야 한다.

따라서 본 연구에서는 인공생명 알고리즘을 파레토 최적화 문제에 적용 가능하도록 확장하였다. 그리고 이를 저널 베어링의 최적 설계에 적용하여 하중 및 운전속도 등의 파라미터에 따른 파레토 최적해를 구하고, 그 결과로부터 선형조합 형태의 단일 목적 함수 최적화 문제와 파레토 최적화 문제와의 관련성을 검토하였다.

2. 파레토 최적화

2개 이상의 목적함수가 존재하는 최소화문제의 경우, 하나의 목적함수 값을 낮추는 설계변수의 변화는 다른 목적함수 값을 높이는 결과를 가져오는 경우가 일반적으로 나타날 수 있다. 따라서 모든 목적함수가 동시에 최소화되도록 만족하는 해 집합은 공집합이 되는 경우가 대부분이다. 결국 다수의 목적함수를 동시에 고려하는 파레토 최적화의 경우에는 새로운 개념이 필요하게 된다.

2개의 목적 함수를 가지는 최소화 문제를 고려하자. 2개의 설계 안 A와 B에 대해 A의 모든 목적함수 값이 B의 모든 목적 함수 값보다 같거나 작고 최소한 하나의 목적 함수가 B에 비해 작을 경우 "B는 A에 의해 지배된다"고 한다. 또, A의 첫 번째 목적 함수 값은 B에 비해 작지만, 두 번째 목적 함수 값은 B보다 클 경우 두 해 A와 B는 "비지배해"라고 한다.

결국 파레토 최적화 문제는 모든 비지배해들의 집합을 구하는 문제로 고려되며, 이러한 집합을 파레토 해집합이라고 한다. 또한 파레토 해집합에 의한 지역에서의 곡선 혹은 곡면을 파레토 전면이라고 한다. 지역은 목적 함수의 수와 동일한 차원을 가지며, 목적 함수가 4개 이상의 경우에는 기하학적으로 표현하기는 어렵다. 따라서 본 논문에서는 확인과 표현이 용이하도록 설계 변수 2개, 목적 함수 2개인 간단한 문제만을 다룬다.

3. 파레토 인공생명 알고리즘

편의상 단일 목적함수에 대한 인공생명 알고리즘⁽⁷⁾을 인공생명 알고리즘(artificial life algorithm, AL), 파레토 최적해를 찾는 인공생명 알고리즘을 파레토 인공생명 알고리즘(Pareto artificial life algorithm, PAL)이라 한다. AL은 해를 찾아가는 과정이 자연현상의 생태학적 과정 중 하나인 군집형성을 모방한 것으로 최적해 근방에 군집형성을 하도록 유도하고 군집에서 집중탐색을 하는 것이 기본적인 발상이다. 여기에 PAL은 AL에서 적응도 평가 방법을 다목적 함수에 적합하도록 개선하였고, 파레토 목록을 추가함으로써 다목적 함수 최적화 문제에 적용 가능하도록 수정하였다.

3.1 적응도의 평가

AL에서는 목적함수 값에 근거한 적응도(fitness)를 평가하여 설계변수 공간 내의 적응도가 우수한 영역에 인공개체들의 군집을 형성하도록 유도하였다. 다목적 함수 최적화 문제의 경우, 설계 변수의 변화가 하나의 목적 함수 값은 감소시키면서 다른 목적 함수 값은 증가시키는 결과를 가져오는 것이 일반적이다. 따라서 적응도 평가를 위한 새로운 방법이 모색되어야 한다.

Horn 등⁽⁴⁾은 Goldberg⁽³⁾가 제안한 배분 적응도(shared fitness)의 개념에 적소(niche)의 개념을 도입한 배분 적응도 평가방법을 제안하여 파레토 최적화 문제를 진화알고리즘으로 해결하고자 하였다. Horn 등에 의한 배분 적응도는 GA에서 사용하는 통상의 적응도를 적소 수로 나누어서 구한다. 적소란 생물학에서 생물학적 지위를 의미하며, GA에서 사용하는 적소의 구체적인 개념은 일종의 해의 밀도로서 이해될 수 있다. Ho 등⁽⁷⁾은 터부 탐색기법을 파레토 최적화 문제에 적용하기 위해 배분 적응도를 수정하였다. Ho 등의 배분 적응도는 해의 밀도라는 개념을 직접적으로 사용한다. 구체적인 차이점으로 Ho 등은 터부 탐색법에서 사용할 수 있도록 GA에서 사용하는 통상의 적응도는 사용하지 않고, 고려하는 해의 밀도의 역수를 사용하였다. 또, Horn 등은 적소 수를 구할 때, 목적함수 공간에서 정의되는 두 개체 i 와 j 의 유클리드 거리 d_{ij} 를 평가하여 반영하였으나, Ho 등은 설정된 근방내의 해의 수만으로 밀도를 평가한다.

PAL에서는 Ho 등의 배분적응도 개념에서 해들 간의 거리를 반영한 밀도 평가방법을 사용하여 개선시킨 배분 적응도를 적용하였다. 구체적으로 PAL의 배분 적응도는 식 (1)과 같이 정의된다.

$$f_{share(i)} = \frac{1/d_i}{\sum_{j=1}^{NAC_j} 1/d_j} \quad (1)$$

$$d_j = \frac{NAC_j}{RC_j} \quad (2)$$

$$RC_j = \begin{cases} \frac{\sum_{k=1}^{NAC_j-1} \|\mathbf{F}^{(k)} - \mathbf{F}^{(j)}\|}{NAC_j - 1} & \text{if } NAC_j = 1 \\ = RC_0 & \text{else} \end{cases} \quad (3)$$

여기서, f_{share} 는 배분 적용도, d_j 는 개체(혹은 후보해) j 의 해의 밀도, RC_0 는 개체 j 의 위치를 기준으로 밀도 d_j 를 계산하기 위한 반경, RC_j 는 d_j 를 계산하는데 사용되는 최종 근방의 반경, NAC_j 는 RC_0 로 정의되는 개체 j 의 근방에 있는 개체의 수를 나타내며 자기 자신을 포함한다.

Ho 등의 배분 적용도에서 RC_j 는 개체나 해의 분포 상태와 관계없이 고정된 값으로, 본 논문의 RC_0 에 대응한다. 따라서 Ho 등은 특정 개체 주위의 개체들의 밀도를 평가함에 있어서 특정 영역 내에 분포해 있는 상태와 관계없이 영역내의 해의 개수에만 의존하였다. 그러나, PAL에서는 RC_j 를 새롭게 도입함으로써 사용자에게 설정된 근방영역내의 해의 수뿐만 아니라, 그 해들의 중심점에 대한 거리를 평가함으로써 해의 밀도평가를 더욱 개선시킬 수 있다.

3.2 파레토 해집합

파레토 목록은 “Pareto Archive”의 용어로, 그 개념이 Ho 등⁽⁷⁾에 의해 제안되었고, 파레토 목록은 터부 탐색법에서 일종의 장기 메모리 형태로, PAL에서는 과거의 집단적 기억으로 이해될 수 있다.

파레토 해집합을 구하기 위해 파레토 목록은 각 세대의 모든 인공개체들 중 비지배해들을 추가 및 교체함으로써 갱신되며, 매 세대마다 갱신된다. 하나의 인공개체에 대한 파레토 목록의 갱신 과정은 다음과 같고, 이 과정을 전 개체에 대해 수행한다.

1) 고려되는 인공 개체가 표현하는 해를 $Sol(new)$ 라 한다. $Sol(new)$ 가 파레토 목록의 임의의 해에 의해 지배되면 파레토 목록은 갱신하지 않고 $Sol(new)$ 에 대한 파레토 목록의 갱신은 종료된다.

2) 파레토 목록의 하나 이상의 해가 $Sol(new)$ 에 의해 지배되는 경우, 지배되는 해들은 제거되고, $Sol(new)$ 는 파레토 목록에 추가된다.

3) $Sol(new)$ 와 파레토 목록의 모든 해가 비지배해의 관계가 되면

- 파레토 목록의 해의 수가 초기 설정의 최대

치에 도달하지 않았을 때, $Sol(new)$ 를 파레토 목록에 추가하고, 파레토 목록의 갱신은 종료된다.

- 파레토 목록의 해의 수가 초기 설정의 최대치에 도달했으면, $Sol(new)$ 를 포함해서 식 (2)로 정의되는 파레토 목록의 모든 해의 밀도를 평가하여 밀도가 가장 높은 해를 제거하고, 파레토 목록의 갱신은 종료된다.

3.3 파레토 인공생명 알고리즘(PAL)

AL에서 해의 탐색은 인공생명체에 의해 수행된다. 이들은 초기 내부에너지 값을 기본값으로 하고 대사에 의해서 에너지를 흡수하고 연령이 증가함에 따라서 에너지를 감소시킨다. AL에서 인공생명체의 내부에너지는 개체의 생존을 결정짓는 요소이며, 동시에 각 개체에 대응하는 해가 살아남을 것인가를 결정짓는 요소이다. 내부에너지와 관련된 요소로는 기본값으로 주어지는 초기내부에너지(I_e), 대사를 수행하고 얻는 내부에너지(G_e), 그리고 연령이 1 증가했을 때 소모하는 에너지(L_e) 등이 있다. 이들의 관계를 규정하기 위해 Yang 등⁽¹⁰⁾은 L_e 로 생존과 관련된 위의 에너지 항들을 정규화하여 그들의 관계를 정의하고 그들의 관계를 조사하였다. PAL에서는 Yang 등⁽¹⁰⁾에 의해 제안된 $I_e = 5$, $G_e = 5$ 및 $L_e = 1$ 등의 값을 사용하였다.

또, 생식과 관련하여 설정되는 파라미터는 생식에 필요한 내부에너지 R_e , 성인으로 간주되는 연령 R_a 및 생식을 수행할 확률 R_p 등이다. Yang 등⁽¹⁰⁾은 Yang 등⁽⁶⁾이 사용하였던 R_e 값을 기반으로 R_e 및 R_p 와 관련하여 다음의 관계식을 제안하였다.

$$R_e = I_e + R_a G_e \quad (4)$$

$$5.0 \times 10^{-7} \leq R_{p,\min} \leq \frac{1}{N_{opt} - 1} \quad (5)$$

식 (4)에서 성인연령 R_a 는 Yang 등⁽⁶⁾으로부터 $R_a = 3$ 이며, $R_e = 20$ 이 된다. 식 (5)에서 $R_{p,\min}$ 은 최소 생식률을 나타내며, N_{opt} 는 탐색효율을 고려한 최적의 개체 수를 나타낸다. PAL에서 N_{opt} 는 정의되지 않으므로 초기 개체 수 160으로 대체하고, 생식률(R_p)을 최소 생식률($R_{p,\min}$)의 최대값인

$$R_p = R_{p,\min} = \frac{1}{N_{opt} - 1} = \frac{1}{160 - 1} = 0.0063 \quad (6)$$

으로 하였다.

제안된 PAL의 과정을 설명하는 알고리즘의 순서도를 Fig. 1에 나타내었으며, 전체적인 과정은 다음과 같이 설명된다.

Step 1: 각 종족에 대해 인공생명체와 자원을 해 공간에 랜덤하게 배치하고, 각 생물체의 초기내부 에너지 $I_e = 5$ 를 부여한다.

Step 2: 모든 인공 개체가 탐색, 대사, 이동 및 생식을 수행한다.

1) 탐색: 인공 생명체는 식 (7)에 의해 정의되는 반경을 갖는 자신의 근방영역 내에 존재하는 자원을 탐색한다.

$$D = e^{-\alpha(G/G_{max})} \quad (7)$$

여기서 G 는 현재의 세대 수, G_{max} 는 최대 세대 수, α 는 근방 영역의 반경이 세대에 따라 감소하도록 하는 인자이다. 특히 α 는 Yang 등⁽⁸⁾에 의해 검토되었으며, 본 논문에서는 $\alpha = 3$ 으로 설정하였다.

2) 대사: 자원이 탐색되면 가장 가까운 곳에 위치한 자원으로 이동하여 대사를 실행한다. 탐색된 자원은 제거되고, 개체는 자원을 섭취한 것으로 가정하여 에너지 $G_e = 5$ 만큼 내부 에너지를 증가시키고, 폐기물을 근방영역 내에 임의의 위치에서 제거한다.

3) 이동: 근방에서 자원을 발견할 수 없는 경우에는 근방 내의 임의의 위치를 선정하여 현재 자신의 위치보다 적응도가 우수한 곳이면 이동하고 그렇지 않으면 새로운 위치를 다시 임의로 선정하는 과정을 반복한다.

4) 생식: 개체의 내부에너지가 생식 가능한 최소 에너지 $R_e = 20$ 이상이 되는 개체는 근방 영역 내에서 자신과 동종인 인공 생명체 중 가장 가까운 개체를 선택하고 동일한 조건을 만족하면 생식률 $R_p = 0.0063$ 에 따라 생식을 하게 된다. 생식에 의해 자손으로 새로운 2개의 개체가 만들어지며, 그들 각각의 초기 위치는 부모 개체 각각의 위치에 대한 근방 영역 내에서 각 부모 개체보다 적응도가 우수한 랜덤한 위치로 결정된다.

Step 3: 3.2절에서 설명한 방법에 따라 파레토 목록을 갱신한다.

Step 4: 세대 수와 생물체 연령을 1 증가시킨다.

Step 5: 내부에너지를 $L_e = 1$ 만큼 감소시켜, 내부 에너지가 음의 값을 가지면, 인공 생명체는 소멸한 것으로 하여 삭제한다.

Step 6: 세대수가 최대세대에 도달하지 않았으면, step 2로 돌아가고 최대 세대에 도달하면 종료한다.

3.4 예제

최적해가 알려져 있는 3개의 시험 함수에 PAL을 적용하여 성능을 검증하였다. 첫째 시험 함수⁽¹⁴⁾는 식 (8)로 정의되며, 편의상 설계 변수의 수 n 은 2로 하였다.

Minimize

$$F(x) = (f_1(x), f_2(x)) \quad (8)$$

$$f_1(x) = 1 - \exp\left(-\sum_{i=1}^n \left(x_i - \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$$

$$f_2(x) = 1 - \exp\left(-\sum_{i=1}^n \left(x_i + \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$$

subjected to

$$-2 \leq x_i \leq 2$$

설계 변수의 상한 및 하한을 제외한 구속조건이 없으며, 파레토 해집합 및 파레토 전면을 PAL에 의한 결과와 함께 Fig. 2에 나타내었다. 점은 파레토 해집합을 보여주며, "o"표시는 PAL에 의해 얻어진 해이다. 결과는 알려져 있는 파레토 전면을 구성하고 있다.

둘째 시험 함수⁽¹⁴⁾는 식 (9)와 같이 정의된다.

Minimize

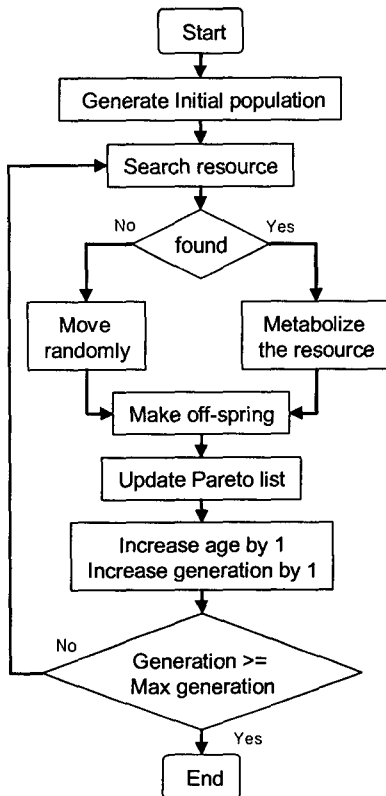


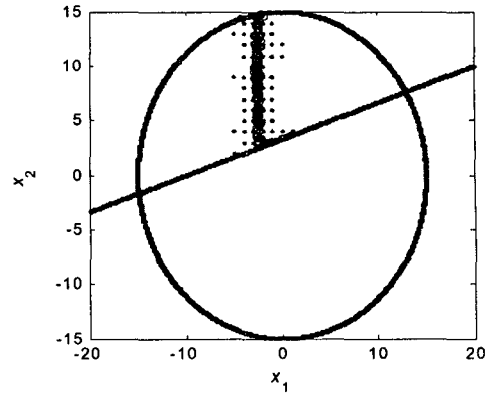
Fig. 1 Flowchart of Pareto artificial life algorithm

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F}(\mathbf{x}) &= (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}))^T \\
 f_1(\mathbf{x}) &= 2 + (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2 \\
 f_2(\mathbf{x}) &= 9x_1 - (x_2 - 1)^2
 \end{aligned} \tag{9}$$

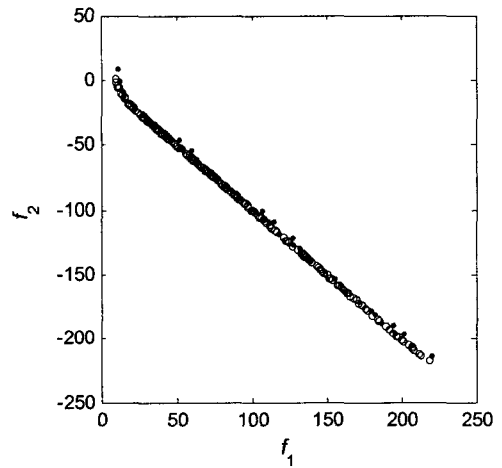
Subjected to

$$\begin{aligned}
 c_1(\mathbf{x}) &\equiv x_1^2 + x_2^2 - 225 \leq 0, c_2(\mathbf{x}) \equiv x_1 - 3x_2 + 10 \leq 0 \\
 -20 &\leq x_1, x_2 \leq 20
 \end{aligned}$$

설계변수의 상한과 하한 외에 2개의 구속조건을 가지고 있으며, 가능해(feasible solution)는 Fig. 3(a)의 그림에서 직선의 상부와 원 내부의 교집합이다. 파레토 해집합을 Fig. 3(a)에서 점으로 표현하고 있고, 겹쳐져 있는 "o"표시는 PAL에 의해 계산된 파레토 해집합을 나타낸다. Fig. 3(b)에 파레토 전면을 나타내었다. 둘째 예제를 통해서 간단한 구속

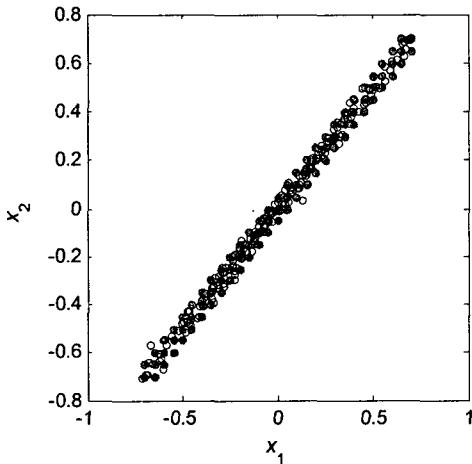


(a) Pareto set

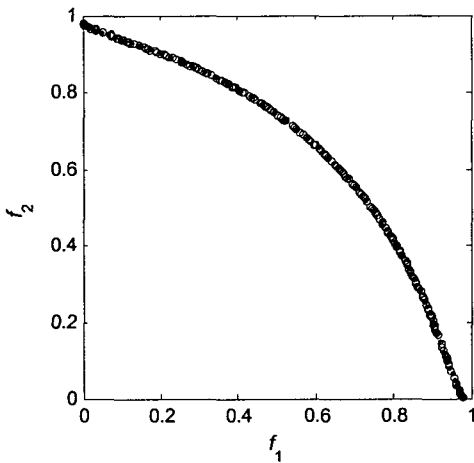


(b) Pareto front

Fig. 3 Pareto set and Pareto front of test function 2



(a) Pareto set



(b) Pareto front

Fig. 2 Pareto set and Pareto front of test function 1

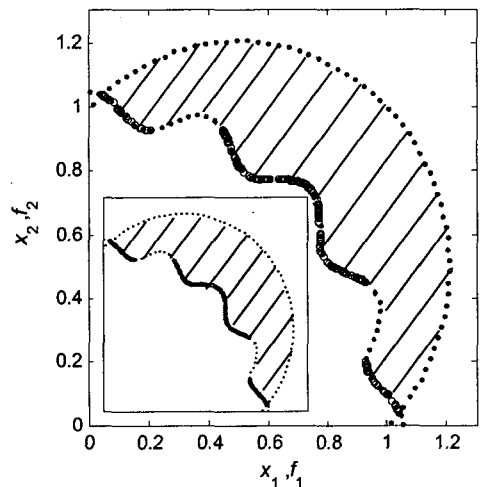


Fig. 4 Pareto set and Pareto front of test function 3

조건이 있는 경우, 구속조건을 만족하면서 파레토 해집합을 잘 찾고 있음을 확인할 수 있다.

셋째 시험 함수⁽⁵⁾는 식 (10)으로 정의된다.

Minimize

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}))^T$$

$$f_1(\mathbf{x}) = x_1, f_2(\mathbf{x}) = x_2 \quad (10)$$

Subjected to

$$c_1(\mathbf{x}) \equiv x_1^2 + x_2^2 - 1 - 0.1 \cos\left(16 \tan^{-1} \frac{x}{y}\right) \leq 0$$

$$c_2(\mathbf{x}) \equiv (x_1 - 0.5)^2 + (x_2 - 0.5)^2 - 0.5 \leq 0$$

$$0 \leq x_1, x_2 \leq \pi$$

Fig. 4의 왼쪽 아래의 작은 그림은 파레토해를 표현하기 위해 나타난 것이다. 두 구속조건에 의해 가능해는 빗금 친 부분이 되고, 여기에 파레토해는 c_2 에 의해 Fig. 4의 파레토해를 두 번째 구속조건 c_1 에 의해 Fig. 4의 작은 그림에서 굵은 선으로 표현되고 있다. 빗금으로 표시되는 가능해 중에서 점선으로 표현되는 부분은 active constraint

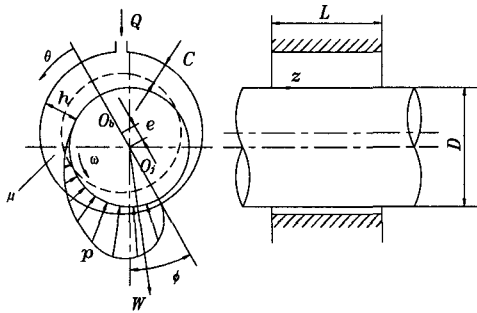


Fig. 5 Geometry of a hydrodynamic journal bearing

Table 1 Input parameters for optimum design

Minimum radial clearance	$C_{min} = 40 \mu\text{m}$
Maximum radial clearance	$C_{max} = 300 \mu\text{m}$
Minimum length to diameter ratio	$\lambda_{min} = 0.2$
Maximum length to diameter ratio	$\lambda_{max} = 0.6$
Lubricant viscosity	$\mu = 0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$
Allowable minimum film thickness	$h_a = 10 \mu\text{m}$
Allowable maximum film pressure	$p_a = 10 \text{ MPa}$
Allowable film temperature rise	$\Delta T_a = 70 \text{ }^\circ\text{K}$
Density of lubricant	$\rho = 860 \text{ kg/m}^3$
Specific heat of lubricant	$C_p = 4.19 \times 10^3 \text{ J/kg}\cdot^\circ\text{K}$

로 가능해이기는 하지만 비지배해가 되지 못하여 파레토 해집합은 되지 못한다. 특히 이 문제는 active constraint가 존재하는 문제에 대한 탐색 능력을 평가하는데 유용하며, PAL은 해집합을 잘 찾고 있음을 확인할 수 있다.

4. 저널 베어링의 파레토 최적설계

Fig. 5에 나타난 고속, 소폭 저널 베어링에 대해 상태변수로 정의되는 구속조건 하에서 유량과 온도의 증가량을 2개의 목적 함수로 하여 파레토 최적화 문제를 고려한다.

저널 베어링의 최적 설계는 최적화 알고리즘으로 Hashimoto⁽¹⁵⁾가 Sequential Quadratic Programming (SQP), Yang 등⁽⁹⁾이 AL 그리고 Song 등⁽¹¹⁾은 향상된 인공생명 알고리즘을 사용하여 최적화를 수행하였다. 그러나 이들은 모두 온도 상승과 유량을 선형 조합한 형태의 단일 목적함수 최적화 만을 수행하였다. 따라서 본 논문에서는 파레토 최적화를 수행하여 파레토 해집합을 제공하고자 한다.

4.1 저널 베어링의 상태 변수 공식화

목적함수 및 구속조건에 사용되는 상태변수들로 베어링 하중 W (N), 회전속도 n_s (rpm), 편심률 ϵ_0 , 유막 압력 p (MPa), 유막 온도 T ($^\circ\text{K}$), 저널 표면의 마찰력 F_f (N), 공급 유량 Q (m^3/s), 휘돌림 시작속도 ω_r (rad/s) 등이 고려된다.

이들 상태변수는 일반적으로 설계변수에 의해 결정되며, 설계 변수로는 반경 틈새 C 와 베어링 폭과 직경의 비인 폭경비 $\lambda (=L/D)$ 를 고려한다.

평균 Reynolds 수는 $Re_c(\mathbf{X}) = \rho C U / \mu$ 와 같이 정의되며, μ 는 점도를 나타낸다. 수정계수 α_m 과 난류 보정계수 G_θ^* 는 Reynolds 수의 영역에 따라 다음 식으로 정의된다.⁽¹⁵⁾

$$Re_c < 510: \quad \alpha_m = 1, \quad G_\theta^* = 1/12$$

$$510 \leq Re_c < 1125: \quad \alpha_m = 5.914 Re_c^{-0.285}, \quad G_\theta^* = 2.915 Re_c^{-0.57}$$

$$1125 \leq Re_c < 13500: \quad \alpha_m = 0.798, \quad G_\theta^* = 2.915 Re_c^{-0.57}$$

$$Re_c \geq 13500: \quad \alpha_m = 0.756, \quad G_\theta^* = 14.45 Re_c^{-0.75} \quad (11)$$

베어링 설계에서 가장 중요한 인자인 수정 Sommerfeld 수 S 와, 이 값의 함수로 표현되는 편심률 ϵ_0 는 각각 다음 식으로 얻어진다.

$$S = \frac{n_s \mu D^3 \lambda}{48 G_\theta^* C^2 W}, \quad \epsilon_0 = \exp(-2.236 \alpha_m \lambda \sqrt{S}) \quad (12)$$

그리고 정상 상태에서의 최소 유막 두께 h_{min} ,

휘둘림 시작 속도 ω_{cr} 및 최대 유막 압력 p_{max} 등은 각각 식 (13), (14) 및 (15)로 얻어진다.

$$h_{min} = C(1 - \epsilon_0) \tag{13}$$

$$\omega_{cr} = [0.0584 \exp(6.99\epsilon_0^{2.07}) - 1.318\epsilon_0 + 2.87](g/C)^{1/2} \tag{14}$$

$$P_{max} = \frac{\pi n_s \mu D^2 \alpha_m^2 \lambda^2}{8G_\theta^* C^2} \frac{\epsilon_0 \sin \theta_0}{(1 + \epsilon_0 \cos \theta_0)^3} \tag{15}$$

여기서 g 는 중력가속도이며, θ_0 는 식 (16)으로 정의되는 최대 유막 압력이 발생하는 각 위치이다.

$$\theta_0 = \cos^{-1} \left(\frac{1 - \sqrt{1 + 24\epsilon_0^2}}{4\epsilon_0} \right) \tag{16}$$

저널 표면의 마찰력은 근사적으로 Reynolds 수의 영역에 따라서 식 (17)로 주어진다.

$R_e < 1125$:

$$F_j \cong \frac{\pi^2 \mu n_s D^3 \lambda}{48G_\theta^* C} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 - \epsilon_0}} + \frac{1 - \epsilon_0}{(1 - \epsilon_0^2)^{3/2}} \right\}$$

$1125 \leq R_e < 13500$:

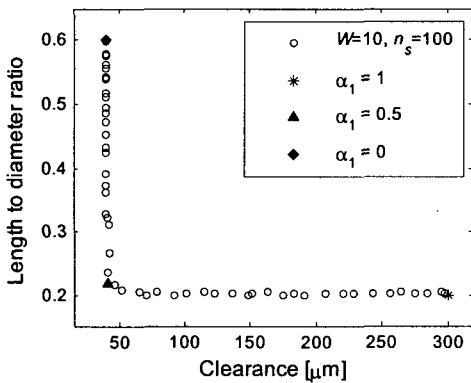
$$F_j \cong \frac{\pi^2 \mu n_s D^3 \lambda}{48G_\theta^* C} (1.109\epsilon_0^2 - 1.490\epsilon_0 + 2.748)$$

$R_e \geq 13500$:

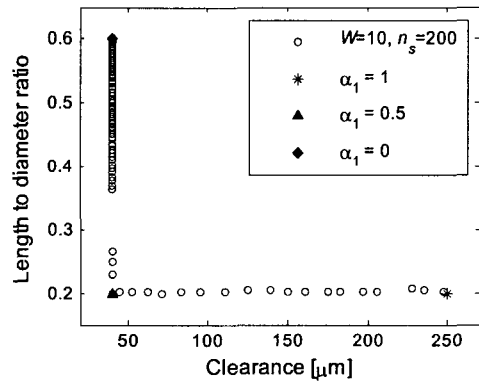
$$F_j \cong \frac{\pi^2 \mu n_s D^3 \lambda}{48G_\theta^* C} (1.792\epsilon_0^3 - 1.523\epsilon_0^2 - 3.697\epsilon_0 + 8.734) \tag{17}$$

마지막으로 공급 윤활 유량 Q 와 유막 온도 상승량 ΔT 는 식 (18)로부터 구할 수 있다.

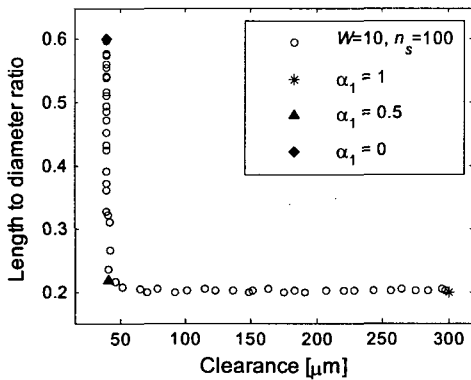
$$Q = \frac{\pi}{4} n_s C D^2 \epsilon_0, \quad \Delta T = \frac{F_j D \omega}{2 \rho C_p Q} = \frac{2 F_j}{\rho C_p D C \epsilon_0} \tag{18}$$



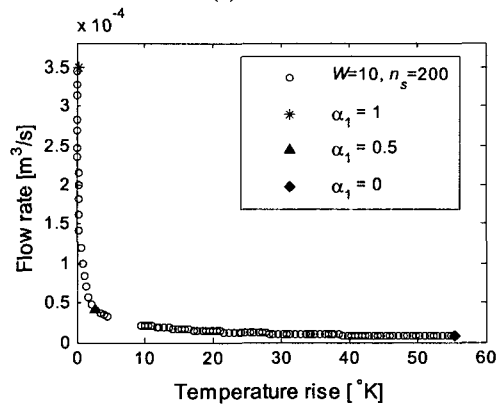
(a) Pareto set



(a) Pareto set



(b) Pareto front



(b) Pareto front

Fig. 6 Comparison of Pareto optimal and single optimal $((\alpha_1, \alpha_2) = \{(1.0, 0.0), (0.5, 0.5), (0.0, 1.0)\})$, $W = 10$ kN, $n_s = 100$ rps)

Fig. 7 Comparison of Pareto optimal and single optimal $((\alpha_1, \alpha_2) = \{(1.0, 0.0), (0.5, 0.5), (0.0, 1.0)\})$, $W = 10$ kN, $n_s = 200$ rps)

4.2 최적 설계 정식화

4.1절에서 설명된 상태변수를 바탕으로 최적화 문제를 정식화 한다. 설계변수로는 반경름새 C 와 폭경비 λ 로 설계변수 벡터는

$$\mathbf{x}=(C,\lambda)^T \tag{19}$$

이고, 목적함수는 온도 상승 및 공급 유량으로

$$\mathbf{F}(\mathbf{x})=(Q(\mathbf{x}), \Delta T(\mathbf{x}))^T \tag{20}$$

와 같이 정의된다. 구속 조건은 설계 변수 및 상태 변수의 허용 범위로 식 (21)로 정의된다.

$$c_i \equiv g_i(\mathbf{x}) \leq 0, \quad (i=1\sim 8) \tag{21}$$

여기서

$$\begin{aligned} g_1 &= C_{\min} - C, & g_2 &= C - C_{\max}, \\ g_3 &= \lambda_{\min} - \lambda, & g_4 &= \lambda - \lambda_{\max}, \\ g_5 &= h_a - C\{1 - \varepsilon_0(\mathbf{x})\} = h_a - h_{\min}, \\ g_6 &= \Delta T(\mathbf{x}) - \Delta T_a, \\ g_7 &= \omega - \omega_{cr}(\mathbf{x}), & g_8 &= p_{\max}(\mathbf{x}) - p_a \end{aligned}$$

식 (21)의 $g_1 \sim g_4$ 에서 하첨자 \min 과 \max 는 각각 설계 변수의 하한과 상한 값을 의미한다. 또한 주요 상태 변수에 따라서 파레토 해집합 및 파레토 전면의 변화를 관찰하기 위해 베어링에 가해지는 하중 W 및 운전속도 n_s 를 변화시키면서 최적화 수행을 하였다.

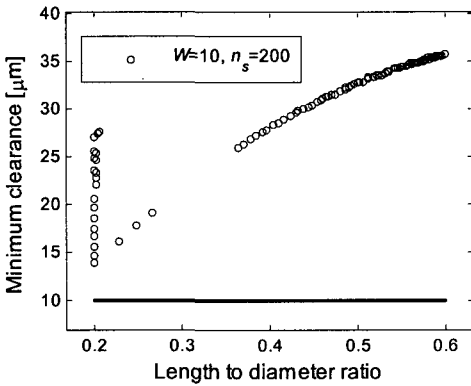
마지막으로 본 문제를 선형 조합 형태의 단일 목적함수화 하여 얻어진 최적해와 파레토 해집합과의 관련성을 조사하기 위해 식 (22)의 목적함수에 대한 최적화를 수행하였다.

$$F(\mathbf{x}) = \alpha_1 \beta_1 Q(\mathbf{x}) + \alpha_2 \beta_2 \Delta T(\mathbf{x}), \quad (\alpha_1 + \alpha_2 = 1) \tag{22}$$

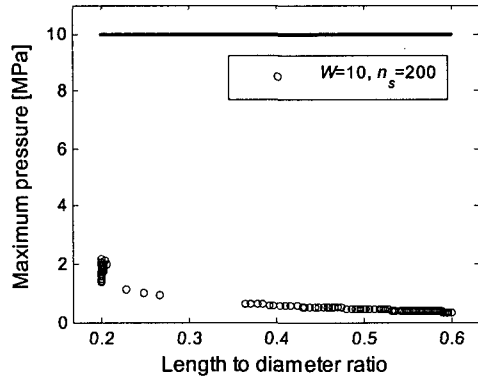
여기서 α_1, α_2 는 가중치이다. 특히 파레토 해집합과 비교를 위해 스케일 상수 $\beta_1 = 1, \beta_2 = 1/5000$ 로 고정하고, 가중치는

$$\begin{aligned} (\alpha_1, \alpha_2) &= \{(1.0, 0.0), (0.8, 0.2), (0.6, 0.4), \\ &\quad (0.5, 0.5), (0.4, 0.6), (0.2, 0.8), (0.0, 1.0)\} \end{aligned}$$

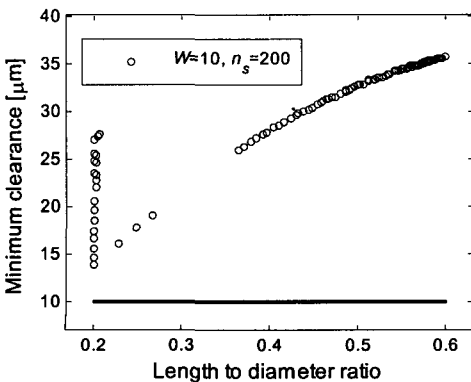
로 하여, 각 경우에 대해서 최적화를 수행하였다.



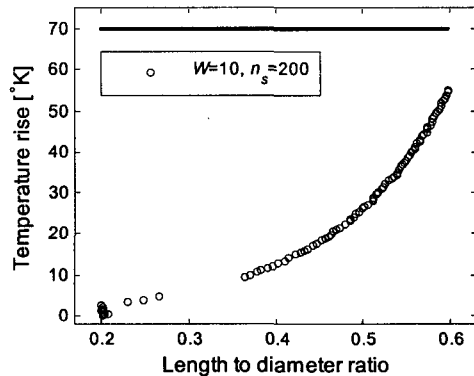
(a) Minimum clearance to h_{\min}



(c) Maximum pressure to p_{\max}



(b) Onset speed to ω_{cr}



(d) Temperature rise to ΔT

Fig. 8 Constraints: $W=10$ kN, $n_s=200$ rps

4.3 최적 설계 결과

PAL에 의한 최적화 결과는 기호 ‘o’로, AL에 의한 식 (22)의 최적화 결과는 기호 ‘*’, ‘▲’ 그리고 ‘◆’ 등으로 Fig. 6과 Fig. 7에 제시하였다.

Fig. 6(a)와 Fig. 7(a)는 얻어진 파레토 해집합을 설계 변수 공간에 표현하고 있다. Fig. 6(b)와 Fig. 7(b)는 Fig. 6(a)와 Fig. 7(a)의 파레토 해집합으로부터 계산된 벡터치 목적함수 값으로 파레토 전면을 구성하고 있다. 단일 목적함수의 경우, 7가지의 가중치에 대해 계산을 수행하였으나 표현을 명료하게 하기 위해 3가지 경우만을 나타내었다.

하중 $W = 10$ kN, 운전속도 $n_s = 100$ rps일 때, PAL에 의한 파레토 해집합 및 파레토 전면과 AL에 의한 단일 목적함수에 대한 해를 비교하였다. $\alpha_1 = 1.0$ 의 경우, 온도 상승만을 고려하는 문제가 되고, 해와 그 해에 대응하는 온도 상승 및 유량이 Fig. 6에서 파레토 해집합에서 우측 하단에, 파레토 전면에서 좌측 상단에 위치해 있다.

또한 $\alpha_1 = 0$ 은 유량만을 고려하는 문제가 되며,

Fig. 6에서 파레토 해집합 및 파레토 전면의 다른 끝에 위치해 있다. 마지막으로 $\alpha_1 = 0.5$ 인 경우, 파레토 해집합 및 파레토 전면에서 위 두 경우의 사이에 위치해 있다. 즉, 선형 결합한 형태의 단일 목적함수 최적화 문제는 그에 대응하는 파레토 최적화 문제의 특수한 해를 찾는 것임을 확인할 수

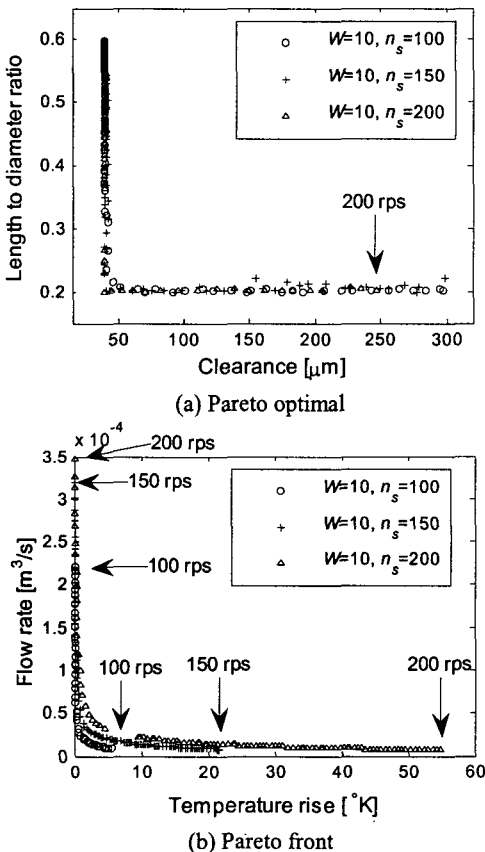


Fig. 9 Pareto optimal and Pareto front ($W=10$ kN, $n_s=100, 150, 200$ rps)

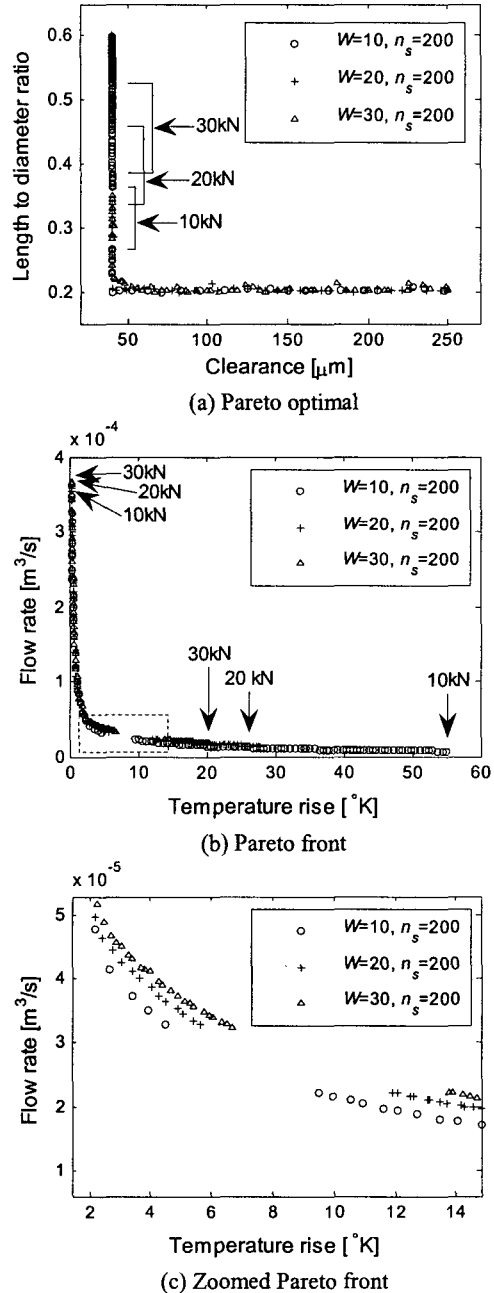


Fig. 10 Pareto optimal and Pareto front ($W=10, 20, 30$ kN, $n_s=200$ rps)

있다. 다른 의미로 설계자의 입장에서는 언어진 파레토 최적해 집합을 활용하여 상황에 따라 선택할 수 있다.

PAL에 의한 결과 중에서 Fig. 7(a)의 가장 오른쪽 해의 값은 $(\lambda, C) = (0.200, 247.3)$ 으로 반경 틸새의 상한인 $300\mu\text{m}$ 에서 $52\mu\text{m}$ 이상의 차이를 보이고 있다. 이 결과는 온도 상승과 관련이 있다. 운전속도 $n_s = 200\text{rps}$, 하중 $W = 10\text{kN}$, 폭경비 $\lambda = 0.2$ 일 때, 반경틸새가 $249.8\mu\text{m}$ 를 넘게 되면 온도 상승 ΔT 가 불연속적으로 증가하게 된다. 이는 식 (11)과 (17)에서 보는 바와 같이 Reynolds 수에 따라서 수정계수 α_m , 난류 보정계수 G_p^* 그리고 마찰력 F_f 등이 불연속적이기 때문이다.

결과적으로 위 조건에서 $C = 249.8\mu\text{m}$ 를 넘는 해들은 비지배해가 되지 못한다. 따라서 최종적인 파레토 해집합에서 다음 영역은 제외된다.

$$S_{ex} = \{(\lambda, C) | C \geq 249.8\mu\text{m}\} \quad (23)$$

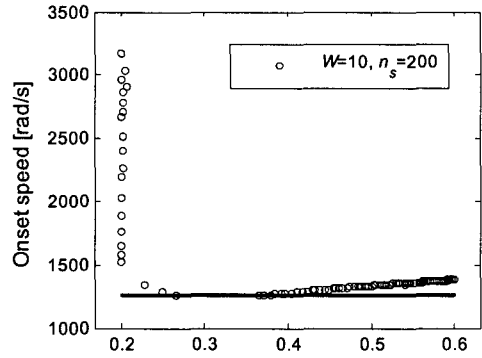
Fig. 7(a)와 (b)를 보면 파레토 해집합 및 파레토 전면에 일정한 공백을 확인할 수 있고, 이는 구속조건과 관련이 있다. Fig. 8에 $W = 10\text{kN}$, $n_s = 200\text{rps}$ 인 경우에 대한 구속조건을 나타내었다. Fig. 8의 점선은 설계 한계값($h_a, \Delta T_a, \omega, P_a$)을 나타낸다. 다른 모든 구속조건은 만족하지만, Fig. 8(b)에서 휘돌림 시작 속도가 운전속도보다 낮게 되어 구속조건에 대한 식 (21)의 c , 을 만족하지 못하는 영역이 존재한다. 그리고 이 영역이 Fig. 7(a)의 파레토 해집합에서 불연속적인 영역과 일치하고 있다. $W = 10\text{kN}$ 일 때, $n_s = 100, 150\text{rps}$ 의 경우는 설계변수의 상한 및 하한을 제외한 모든 구속조건이 파레토 해집합에 영향을 주지 않는다.

Fig. 9는 하중은 10kN 으로 고정하고, 운전속도를 $100, 200, 300\text{rps}$ 로 변화하였을 때의 파레토 해집합과 파레토 전면을 나타내고 있다. Fig. 9(a)의 화살표는 앞에서 설명된 바와 같이 난류 보정계수 등의 불연속성에 기인해서 반경 틸새의 일정 영역이 파레토 해집합에서 제외된 결과를 보여주고 있다. Fig. 9(b)에 표시되어 있는 6개의 화살표는 파레토 전면의 양 끝을 표시하고 있다. 예측되는 바와 같이 파레토 전면은 운전속도가 상승함에 따라서 온도 상승 및 유량이 증가하는 방향으로 이동하고 있음을 확인할 수 있다. 동시에 파레토 전면이 확대되는 것을 확인할 수 있다.

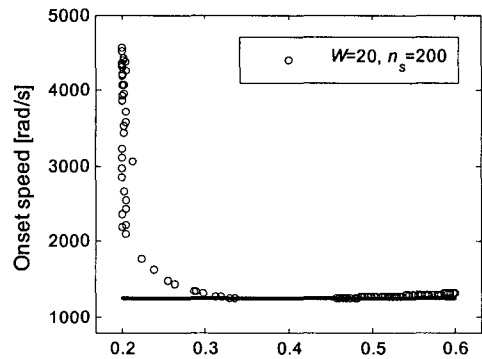
Fig. 10은 운전 속도를 $n_s = 200\text{rps}$ 로 고정하고 하중 W 를 $10, 20$ 및 30kN 으로 한 경우에 대한 파레토 해집합 및 파레토 전면을 나타내고 있다. 각 경우에 대해서 선형 조합 형태의 단일 목적함수의

해를 구하였고, 그 결과는 운전속도를 변화시키면서 수행된 내용 이상의 특이 사항이 없었다. 따라서 단일 목적함수의 결과는 설명하지 않는다.

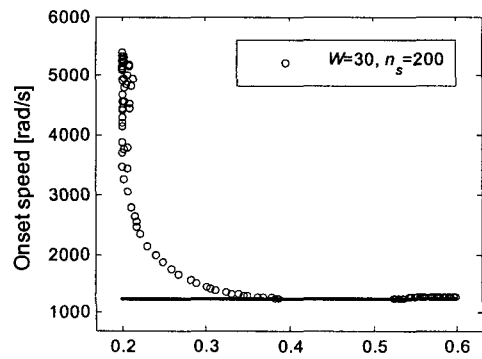
Fig. 10(a)의 3개의 화살표로 표시된 영역은 각 하중조건에서 구속조건에 의해 파레토 해집합에서 제외되는 영역을 나타낸다. $W = 10\text{kN}$, $n_s = 200\text{rps}$ 의 운전 조건은 앞에서 이미 서술된 바 있으며, 하중



(a) $W = 10\text{ kN}$



(b) $W = 20\text{ kN}$



(c) $W = 30\text{ kN}$

Fig. 11 Onset speed to ω_c ($n_s = 200\text{ rps}$)

이 증가함에 따라서 해집합에서 제외되는 영역은 이동하고 있다. Fig. 10(b)의 파레토 전면에서 3개의 해집합에서 구속조건에 의해 불연속적으로 끊겨 있는 영역만을 확대하여 Fig. 10(c)에 나타내었다. Fig. 11은 휘돌림 시작 속도에 대한 구속 조건만을 각 하중에 따라서 나타내었다. 편의 상 Fig. 8(b)를 Fig. 11(a)에 다시 나타내었다. Fig. 8과 같이 설계 한계값(ω_{cr})을 점선으로 나타내었다. Fig. 10(a)의 3개의 불연속 영역은 Fig. 11의 3개의 그림에서 구속 조건을 만족하지 않는 영역과 일치한다.

Fig. 10(a)에 나타난 모든 파레토 해집합에서 식 (23)의 S_{ω} 는 제외되어 있다. 즉, 난류 보정계수 등의 불연속성에 의해서 파레토 해집합에서 제외되는 현상이 모든 경우에 발생한다. 그러나 이 현상을 제거하도록 난류 보정계수의 값을 근사화 한다면, 물리적으로 실제와 맞지 않는 결과를 초래할 것이다. 이 현상은 물리적으로 존재하는 불연속성이 반영된 것으로 수정이 요구되는 문제점은 아니다.

5. 결론

단일 목적함수에 대한 최적화 알고리즘인 인공생명 알고리즘을 바탕으로 다목적 함수의 파레토 해집합을 탐색할 수 있는 파레토 인공생명 알고리즘을 개발하였다. 3개의 알려져 있는 해를 갖는 파레토 최적화 문제를 통해 PAL의 파레토 해집합에 대한 탐색능력을 검증하였다. 그리고 제안된 알고리즘을 이용하여 2개의 목적 함수로 정의된 저널 베어링의 최적설계에 적용하여 파레토 최적해 집합을 탐색하였으며, 단일 목적함수에 의한 최적해와 비교하여 단일 목적함수 최적화의 결과가 파레토 최적해 집합의 특수한 경우를 탐색했음을 본 예제를 통해 확인하였다. 또한 하중조건과 운전속도 조건이 변화했을 때, 파레토 전면의 이동을 확인하였다. 마지막으로 운전조건에 따라 난류 보정계수 등의 불연속성에 의해 일정 영역이 파레토 해집합에서 제외되는 현상을 확인하였다.

참고문헌

- (1) Schaffer, J. D., 1985, "Multiobjective Optimization Using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms," *Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications*, Lawrence Erlbaum Associates, pp. 160-168.
- (2) David, S. J., 1985, "Multiple Objective Optimization with Vector Evaluated Genetic Algorithms." *Proceedings of the 1st International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications*, Lawrence Erlbaum Associates, pp. 93-100.
- (3) Goldberg, D. E., 1989, "Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning," Addison-Wesley Publishing Company, Inc.
- (4) Horn, J., Nafpliotis, N. and Goldberg, D. E., 1994, "A Niched Pareto Genetic Algorithm for Multiobjective Optimization," *Proceeding of the 5th International Conference on Genetic Algorithms*, pp. 82-87.
- (5) Srinivas, N. and Deb, K., 1995, "Multi Objective Optimization Using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms," *Evolutionary Computation*, Vol. 2, No. 3, pp. 221-248.
- (6) Shiyou, Y. and Ni, G., 1998, "An Universal Tabu Search Algorithm for Global Optimization of Multimodal Functions with Continuous Variables in Electromagnetics," *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 34, pp. 2901-2904.
- (7) Ho, S. L., Yang, S., Ni, G. and Wong, H. C., 2002, "A Tabu Method to Find the Pareto Solutions of Multiobjective Optimal Design Problems in Electromagnetics," *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 38, No. 2, pp. 1013-1016.
- (8) Yang, B. S. and Lee, Y. H., 2000, "Artificial Life Algorithm for Function Optimization," *ASME Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference*, DETC2000/DAC-1524.
- (9) Yang, B. S., Lee, Y. H., Choi, B. K., and Kim, H. J., 2001, "Optimum Design of Short Journal Bearings by Artificial Life Algorithm," *Tribology International*, Vol. 34, No. 7, pp. 427-435.
- (10) Yang, B. S. and Song, J. D., 2002, "Development of an Enhanced Artificial Life Optimization Algorithm and Optimum Design of Short Journal Bearings," *Korean Society of Noise and Vibration Engineering*, Vol. 12, No. 6, pp. 478-487.
- (11) Song, J. D., Yang, B. S., Choi, B. G. and Kim, H. J., 2005, "Optimum Design of Short Journal Bearings by Enhanced Artificial Life Optimization Algorithm," *Tribology International*, Vol. 38, pp. 403-412.
- (12) Ahn, Y. K., Song, J. D. and Yang, B. S., 2003, "Optimal Design of Engine Mount Using an Artificial Life Algorithm," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 261, No. 1, pp. 309-328.
- (13) Ahn, Y. K., Song, J. D., Yang, B. S., Ahn, K. K. and Morishita, S., 2005, "Optimal Design of Nonlinear Fluid Engine Mount," *Trans. KSME, Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 19, No. 3, pp. 768-777.
- (14) Fonseca, C. M. and Fleming, P. J., 1995, "Multi-objective Genetic Algorithms Made Easy: selection, Sharing, and Mating Restriction," *Proceedings of the 1st International Conference on Genetic Algorithms in Engineering Systems: Innovations and Applications*, No. 414, pp. 45-52.
- (15) Hashimoto, H., 1997, "Optimum Design of High-Speed Short Journal Bearings by Mathematical Programming," *Tribology Transactions*, Vol. 40, pp. 283-293.