

건설 그래픽 시뮬레이션 시스템의 기능 개선을 위한 물리적 모델링

Physical Modeling for Enhancement of the Functionality of Construction Graphical Simulation System

서 종 원* · 김 영 환** · 정 평 기***

Seo, Jong-Won · Kim, Yeong-Hwan · Jung, Pyung-Ki

요 약

일반적으로 건설 그래픽 시뮬레이션은 기하모델에 국한되어 건설장비 및 재료의 물리적인 특성을 반영하지 못하고 있어 건설과정을 현실과 유사하게 모사하는데 있어 그래픽 시뮬레이션에 한계를 보이고 있다. 본 연구에서는 기하모델에 국한된 시뮬레이션 시스템의 기능개선을 도모하기 위하여 크레인 작업에 한정하여 크레인 케이블의 추진동과 같이 건설자재 및 장비의 물리적 특성을 고려한 물리적 모델과 기하모델과의 연계를 통하여 기존 현장에서 고려하지 못한 건설장비의 시뮬레이션의 한계를 극복하고자 하였다. 본 연구에서 적용된 타워크레인 활차의 이동과 봄의 회전에 따른 케이블의 흔들림에 관한 운동방정식을 세우고 수치해석 절차를 거쳐 이 결과를 그래픽 시뮬레이션을 통하여 시각적으로 묘사함으로써 물리적 모델링에 근거한 현실적 건설과정 묘사로 향후 복잡 다변화되고 있는 건설현장에서의 장비 운영에 따른 사전 안정성 확보와 시공성 향상에 이바지 할 수 있을 것이며, 여러 유사관련 분야에서 활용될 것으로 기대된다.

키워드: 건설 그래픽 시뮬레이션, 시각화, 가상현실, 물리적 모델링

1. 서 론

현재의 건설 그래픽 시뮬레이션 시스템에는 건설장비 및 재료의 물리적인 특성이 반영된 모델을 포함하지 못하고 있다. 일반적으로 이러한 물리적 모델을 포함한 그래픽 시뮬레이션을 통해서 시공과정을 현실과 유사하게 모사하기 위해서는 건설장비 및 재료의 하중, 속도 및 가속도 등의 물리적 특성을 우선적으로 분석해야 할 필요가 있다. 이와 관련된 선행연구로 가상현실 방식의 건설시뮬레이션을 위한 물리적 모델의 필요성을 제안하고 있으며(Hendrickson and Rehak 1993), 건설장비 그래픽 시뮬레이션에 물리적 모델을 반영하기 위하여 필요한 기초적 연구로 수반되어야 할 이론적인 연구사항들에 대하여 정리한 바 있다(Beliveau and Dal 1994). 하지만 물리적 모델링을 반영한 그래픽 시뮬레이션을 위하여 장비의 변형, 지반상태, 기상조건 등의 물리적 현상을 고려하기 위해서는 실제로 많은 시간이 소요되

고, 복잡한 모델링 과정이 요구되며, 실시간 해석이 가능치 않게 됨에 따라, 물리적 모델을 반영한 그래픽 시뮬레이션의 현실성이 저감되고 있다.

그러나 이러한 물리적 모델링과 연관된 어려움에도 불구하고, 크레인 작업과 같은 시공과정 즉, 크레인 봄(Boom)을 움직였을 때 나타나는 케이블과 자재의 추진동(Oscillation)은 시공성 증진 및 작업의 안전을 위해서 물리적 특성을 동시에 고려되어야만 현실적이고, 합리적인 구현이 가능한 경우가 존재한다. 이와 유사한 크레인 케이블의 추진동에 관한 연구로서, 크레인 케이블의 물리적 모델링에 관한 연구들을 정리하고 콘트롤 방법들에 대하여 언급하였으며(Abdel-Rahman et al. 2003), 크레인 케이블의 동적거동을 복합 좌표계를 사용한 수치해석방법을 제안하였다(Chin et al. 1998). 또한 타워 크레인의 물리적 특성인 동적 거동을 고려하여 동적 운동 모델링을 수립하는데 수치해법으로 라그랑지(Lagrange) 방정식 해석방법을 제안하였다(Jerman et al. 2004).

한편, 건설 장비를 이용한 시공 작업의 완전한 물리적 모델링에서 고려되어야 할 요소로서 장비의 질량, 강성, 속도, 가속도, 하중, 엔진의 능력과 자재 및 작업환경의 물리적 특성 또한 포함되어야 하며, 이에 대한 동적해석을 위해서는 장비의 저짐 등을 고려한 동적거동을 유한요소법 적용을 통하여 수행하고자 하였

* 종신회원, 한양대학교 토목공학과 조교수, 공학박사(교신저자), jseo@anyang.ac.kr

** 일반회원, (주)화인씨아엠테크 과장, yhkim8603@hwaincem.com

*** 일반회원, (주)화인씨아엠테크 대표이사, 한양대학교 토목공학과 박사과정, gopkjung@hwaincem.com

본 연구는 한국학술진흥재단 연구비 지원에 의한 연구의 일부임. 과제번호 2003-041-D00569.

으나, 이러한 유한요소법에 근거한 경우 실시간 애니메이션(Real-Time Animation) 기능의 효율성이 경감되는 것으로 분석되었다(Beliveau and Dal 1994).

이러한 선행연구결과를 토대로 그래픽 시뮬레이션의 기능 개선을 위한 물리적 모델링의 특성을 분석한 결과, 지반, 날씨, 부재의 처짐 등을 고려할 수 있는 완전한 물리적 모델링과 해석방안을 추구하는 것은 비현실적인 것으로 판단되었으며, 다루어지는 자재가 장비의 End Effector(자재를 직접 다루는 장비의 끝 부분)에 고정되어 시공되는 파이프 매니퓰레이터의 경우 물리적 모델의 고려 없이 기하적인 분석만으로 좁은 공간에서의 장비와 자재와의 충돌, 시공 가능성 여부의 확인에 대해 충분한 기여를 할 수 있지만, 건설공사에서 정형물체를 다루는 가장 대표적 장비인 크레인의 경우 케이블을 이용하게 되므로 추진동과 관련된 동적 거동을 기하분석시 동시에 고려하여야 할 매우 중요한 사항으로 분석되었다.

본 연구에서는 건설 그래픽 시뮬레이션 시스템의 기능개선을 위한 대상 작업의 범위로 건설 현장에서 일반적으로 사용되고 있는 크레인 시스템 즉 인양(引揚)되는 자재가 목표하는 지점에 도달하면 현장 노동자들은 그 물체를 케이블로부터 해체하고 해체된 자재를 목표 구조물에 연결하여 시공되고, 이러한 작업을 위하여 크레인 운전자는 인양되는 부재가 목표 지점에 근접하여 현장의 노동자와 가까워지면 부재의 흔들림이 최소가 되도록 함에 집중하게 되는 작업으로 국한하였으며, 이 작업에 있어 크레인의 물리적 모델링 범위는 케이블의 추진동으로 제한하였다. 크레인의 추진동 운동해석을 위한 운동형태는 활차이동 만을 고려하는 경우, 봄 회전만 고려하는 경우와 봄회전과 활차이동을 모두 고려하는 경우로 구분하여 크레인의 물리적 모델을 제시하였으며, 이러한 물리적 모델과 그래픽 모델과의 연계를 통하여 개선된 건설 그래픽 시뮬레이션 방법을 제안하고자 한다. 이러한 개선된 방법으로 크레인을 이용한 시공 상태를 묘사해 봄으로써, 크레인의 최적의 위치를 선정하고, 그에 따른 소요 크레인의 대수, 운용 방식 등을 결정함에 도움을 주어 시공성 증진과 크레인 케이블의 추진동으로 인한 사고 발생으로 인한 인적 혹은 물적 손실의 경감을 위한 안정성을 확보하여 건설생산성 향상을 도모하고자 하였다.

2. 크레인의 운동해석

본 절에서는 크레인의 동적움직임에 대한 모사를 하기 위해 필요한 물리적 모델링에 대해 설명하였다. 케이블을 사용하는 크레인은 그림 1과 같은 Cart-Pendulum 시스템으로 표현이 가능하다. 케이블이 연결된 활차와 매달려 있는 물체의 역학적

해석을 통하여 활차의 위치와 케이블이 흔들리는 각에 관한 운동 방정식을 구하고, 이로부터 도출된 결과가 크레인 케이블의 흔들림을 모델링하는데 사용되게 된다.

크레인의 운동방정식은 뉴턴의 방법에 의거하여 다음그림 1의 자유물체도에서 식 (1) 및 (2)와 같은 형태로 표현될 수 있다 (Moon 1997).

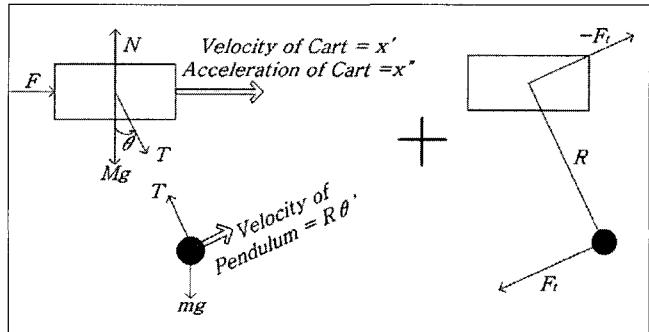


그림 1. 크레인 시스템의 자유물체도

$$(M+m)x'' = mR\theta'^2 \sin\theta - mR\theta'' \cos\theta - F - dx' \quad (1)$$

$$(b/R)\theta' + mx'' \cos\theta + mR\theta'' + mgsin\theta = 0 \quad (2)$$

여기서, M : 활차의 질량

m : 매달린 물체의 질량

R : 케이블 길이

T : 케이블의 장력

x : 활차의 위치

θ : 흔들림 각

F : 활차를 움직이는 힘

F_t : 물체의 흔들림 저항으로 발생하는 우력

$$(\vec{F}_t = \frac{-b}{R}\theta'(\cos\theta\vec{i} + \sin\theta\vec{j}), b \text{ 는 저항계수})$$

g : 중력가속도

본 연구에서 적용된 크레인의 운동해석을 위한 절차를 그림 2에 나타내었다.

그림 2에서 보는바와 같이, 우선 크레인의 운동해석을 위하여 크레인의 운동형태를 활차만 이동하는 경우, 활차의 이동 없이 봄만 회전하는 경우 및 활차의 이동과 봄의 회전이 동시에 발생하는 세가지 경우로 구분하여 운동해석을 수행하였다. 이러한 운동해석을 위한 운동방정식은 일반적인 운동방정식 해법이라 할 수 있는 뉴턴의 방법을 사용하게 되나, 이 뉴턴 방법은 가속도가 필요하고 벡터를 이용하기 때문에 속도를 이용해 스칼라 계산을 하는 라그랑지 방법 보다 다소 복잡하며, 더욱이 크레인

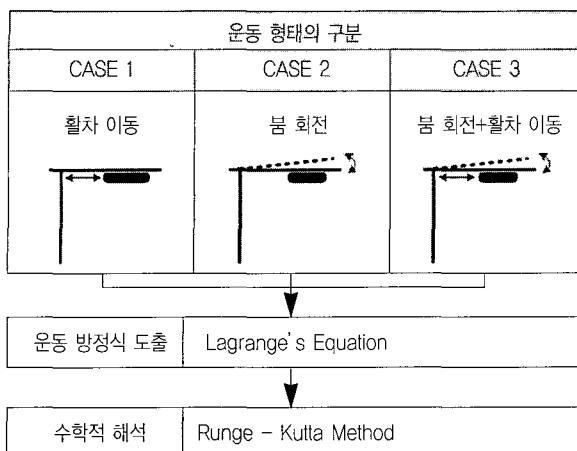


그림 2. 크레인의 운동해석 절차

케이블의 추진동과 같은 3차원 해석이 수반되는 경우에는 뉴턴의 방법을 사용하여 방향별로 작용하는 힘들을 모두 고려하여 평형방정식을 세우는 것은 용이하지 않게 된다. 따라서 각각의 운동형태에 대하여 크레인 시스템에 영향을 주는 힘과 그에 따른 속도, 가속도 등을 합리적으로 고려할 수 있도록 라그랑지 방법을 이용하여 운동방정식을 수립하였다. 라그랑지 방법에 의해 수립된 크레인의 운동방정식의 수치해석을 위하여 Runge-Kutta 해법을 적용하여 시간에 따른 활차의 위치와 케이블의 흔들림 각에 대한 수치해석을 수행하였다.

2.1 활차의 이동만 있을 경우

크레인 활차만이 운동을 한다면, 크레인의 봄(Boom)에 매달려 움직이는 활차의 직선운동에 대한 케이블의 흔들림만을 생각해 볼 수 있다. 이 경우 케이블을 사용하는 크레인은 그림 3의 간략화된 Cart-Pendulum 시스템으로 표현 될 수 있고, 케이블이 연결된 활차와 매달려 있는 물체의 역학적 해석을 통해서

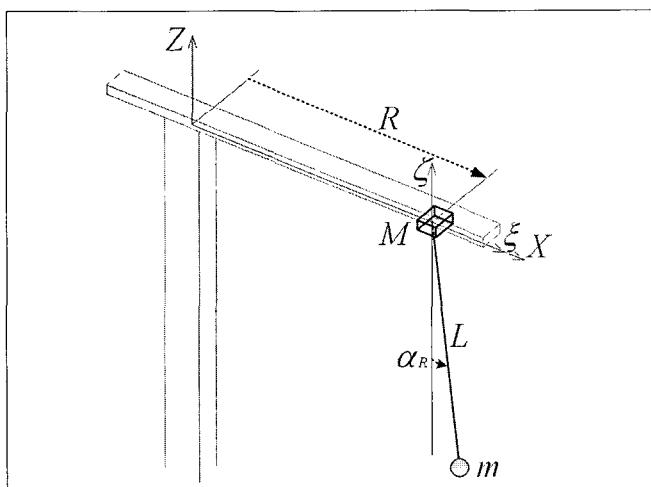


그림 3. 활차의 이동시 케이블의 흔들림

도 활차의 위치와 케이블이 흔들리는 각에 관한 운동 방정식을 얻을 수 있다. 본 연구에서는 후술되는 바와 같이 속도를 이용해 스칼라 계산을 하는 라그랑지(Lagrange) 방법을 사용하였다.

활차의 이동만 있을 경우의 크레인 시스템은 그림 3과 같이 크레인의 수직방향 중심축으로부터 활차까지의 거리를 R , 크레인 케이블의 흔들림 각을 α_R , 활차와 매달린 물체의 질량을 각각 M 과 m , 케이블의 길이를 L 로 나타낼 수 있다.

2.1.1 운동방정식 도출

라그랑지 방정식을 전개하기 위해서는 식 (3)과 같은 시스템의 운동에너지 와 위치에너지 의 산정이 필요하며, 이를 위하여 표 1과 같은 위치와 속도에 대한 고찰 과정이 선행되어야 한다.

표 1. 활차 이동시 위치와 속도

활차의 위치와 속도	
$X_1 = R$	$V_{x1} = \dot{R}$
$Y_1 = 0$	$V_{y1} = 0$
$Z_1 = 0$	$V_{z1} = 0$
물체의 위치와 속도	
$X_2 = R + L\sin\alpha_R$	$V_{x2} = \dot{R} + L\dot{\alpha}_R \cos\alpha_R$
$Y_2 = 0$	$V_{y2} = 0$
$Z_2 = -L\cos\alpha_R$	$V_{z2} = L\dot{\alpha}_R \sin\alpha_R$

$$T = \frac{1}{2}MR^2 + \frac{1}{2}m\{(\dot{R} + L\dot{\alpha}_R \cos\alpha_R)^2 + (L\dot{\alpha}_R \sin\alpha_R)^2\}$$

$$V = -mg(L - L\cos\alpha_R)$$
(3)

식 (3)에서 일반화좌표 $R\alpha_R$, 에 대한 각각의 라그랑지 방정식으로부터 식 (4), (5)의 운동방정식을 도출하였다.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial R}\right) - \frac{\partial T}{\partial R} + \frac{\partial V}{\partial R} = 0$$

$$M\ddot{R} + m\ddot{R} + mL\ddot{\alpha}_R \cos\alpha_R - mL\dot{\alpha}_R^2 \sin\alpha_R = 0$$
(4)

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \alpha_R}\right) - \frac{\partial T}{\partial \alpha_R} + \frac{\partial V}{\partial \alpha_R} = 0$$

$$m\ddot{R}\cos\alpha_R + mL\ddot{\alpha}_R + mg\sin\alpha_R = 0$$
(5)

이와 같이 라그랑지 방정식을 이용하여 크레인 봄의 회전 없이 활차만 움직일 경우의 활차의 위치와 크레인 케이블의 흔들림 각에 대하여 두 운동방정식을 구하였으며, 이는 앞 절에서 언급한 뉴턴의 방법을 통해 도출되는 운동방정식과 동일한 식임을 확인하였다.

2.1.2 수학적 해석

활차의 이동만 있을 경우의 운동방정식인 식 (4)와 식 (5)를 식 (6)의 형태와 같은 정리단계를 거쳐서

$$\begin{aligned}\ddot{R} &= \frac{mL\dot{\alpha}_R^2 \sin \alpha_R + mg \sin \alpha_R \cos \alpha_R}{(M+m \sin^2 \alpha_R)} \\ \ddot{\alpha}_R &= -\frac{mL\dot{\alpha}_R^2 \sin \alpha_R \cos \alpha_R + (M+m)g \sin \alpha_R}{L(M+m \sin^2 \alpha_R)}\end{aligned}\quad (6)$$

활차의 이동 속도를 V , 케이블의 흔들림 각속도를 ω 라는 기호를 사용하여 다음 식 (7)처럼 간략화할 수 있으며, 이는 Runge-Kutta 방법의 적용에 적합한 형태이다.

$$\begin{aligned}\dot{R} &= V \\ \dot{\alpha}_R &= \omega \\ \dot{V} &= \frac{mL\omega^2 \sin \alpha_R + mg \sin \alpha_R \cos \alpha_R}{(M+m \sin^2 \alpha_R)} \\ \dot{\omega} &= -\frac{mL\omega^2 \sin \alpha_R \cos \alpha_R + (M+m)g \sin \alpha_R}{L(M+m \sin^2 \alpha_R)}\end{aligned}\quad (7)$$

2.2 봄의 회전만 있을 경우

크레인 활차가 고정된 상태에서 봄이 회전운동을 할 경우는 그림 4와 같이 크레인의 수직방향 중심축으로부터 활차까지의 거리 R 은 일정하고, 크레인 케이블의 흔들림 각은 봄이 회전하며 그리는 원의 접선방향 흔들림 각 α_T 와 이에 수직인 법선방향 흔들림 각 α_R 로 구분되며, 봄의 회전각 θ 로 표현될 수 있다.

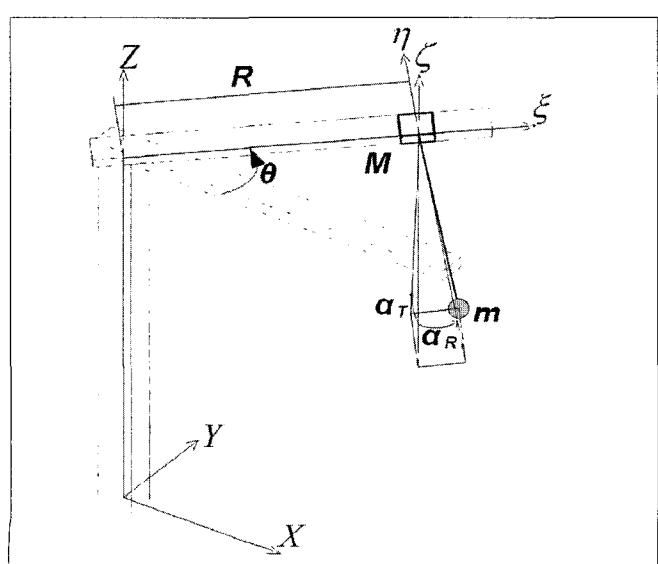


그림 4. 봄의 회전시 케이블의 흔들림

여기서, $\xi = L \sin \alpha_R$, $\eta = L \cos \alpha_R \sin \alpha_T$, $\zeta = L \cos \alpha_R \cos \alpha_T$ 로 나타낸다.

2.2.1 운동방정식 도출

표 2와 같은 위치와 속도에 대한 고찰을 통하여 식 (8)과 같은 운동에너지와 위치에너지가 도출되었다.

표 2. 봄 회전시 위치와 속도

활차의 위치와 속도	
$X_1 = R \cos \theta$	$\dot{X}_1 = -R \dot{\theta} \sin \theta$
$Y_1 = R \sin \theta$	$\dot{Y}_1 = R \dot{\theta} \cos \theta$
$Z_1 = H$	$\dot{Z}_1 = 0$
물체의 위치와 속도	
$X_2 = (R+\xi) \cos \theta - \eta \sin \theta$	$\dot{X}_2 = \xi \cos \theta - (R+\xi) \dot{\theta} \sin \theta$
$Y_2 = (R+\xi) \sin \theta + \eta \cos \theta$	$\dot{Y}_2 = -\eta \sin \theta - \eta \dot{\theta} \cos \theta$
$Z_2 = H + \zeta$	$\dot{Z}_2 = \dot{\zeta}$
$\dot{\eta} = \dot{\xi} \sin \theta + (R+\xi) \dot{\theta} \cos \theta$	
$\dot{\zeta} = \eta \cos \theta - \eta \dot{\theta} \sin \theta$	

$$\begin{aligned}T &= \frac{1}{2} MR^2 \dot{\theta}^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} m [\dot{\xi}^2 + \{(R+\xi)^2 + \eta^2\} \dot{\theta}^2 + \dot{\eta}^2 - 2\xi \dot{\theta} \eta + 2(R+\xi) \dot{\theta} \dot{\eta} + \dot{\zeta}^2] \\ V &= MgH + mg(H+\zeta)\end{aligned}\quad (8)$$

식 (8)에서 일반화좌표 θ , ξ , η , ζ 에 대한 각각의 라그랑지 방정식으로부터 식 (9), (10), (11), (12)의 운동방정식을 도출하였다.

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{\partial V}{\partial \theta} &= 0 \\ MR^2 \ddot{\theta} + m \{ (R+\xi)^2 + \eta^2 \} \ddot{\theta} + 2(R+\xi+\eta) \dot{\theta} \dot{\eta} - \eta \ddot{\eta} + (R+\xi) \ddot{\eta} &= 0\end{aligned}\quad (9)$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\xi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \xi} + \frac{\partial V}{\partial \xi} &= 0 \\ m \{ \ddot{\xi} - (\ddot{\theta} \eta + \dot{\theta} \dot{\eta}) \} - m \{ (R+\xi) \dot{\theta}^2 + \dot{\theta} \dot{\eta} \} &= 0\end{aligned}\quad (10)$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\eta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \eta} + \frac{\partial V}{\partial \eta} &= 0 \\ m \{ \ddot{\eta} - (R+\xi) \ddot{\theta} - \eta \dot{\theta}^2 \} &= 0\end{aligned}\quad (11)$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\zeta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \zeta} + \frac{\partial V}{\partial \zeta} &= 0 \\ m \{ \ddot{\zeta} + g \} &= 0\end{aligned}\quad (12)$$

2.2.2 수학적 해석

붐의 회전만 있을 경우의 운동방정식인 식 (9), (10), (11)을 Runge-Kutta 방법을 적용하기 위하여 식(13)의 형태와 같은 정리단계를 거쳐서

$$\begin{aligned}\dot{\theta} &= \frac{2(\eta\dot{\eta} - R - \xi - \eta)\dot{\theta}}{MR^2 + (m+1)(R+\xi)^2} \\ \ddot{\xi} &= \frac{2(\eta\dot{\eta} - R - \xi - \eta)\dot{\theta}}{MR^2 + (m+1)(R+\xi)^2}\eta + 2\dot{\eta}\dot{\theta} + (R+\xi)\dot{\theta}^2 \\ \ddot{\eta} &= \eta\dot{\theta}^2 + 2\frac{(R+\xi)(\eta\dot{\eta} - R - \xi - \eta)\dot{\theta}}{MR^2 + (m+1)(R+\xi)^2}\end{aligned}\quad (13)$$

붐의 회전 각속도를 ω , 케이블의 접선방향 흔들림 각속도를 s_t , 케이블의 법선방향 흔들림 각속도를 s_r 이라는 기호를 사용하여 다음 식 (14)처럼 간략화할 수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{\theta} &= \omega \\ \dot{\xi} &= s_r \\ \dot{\eta} &= s_t \\ \dot{\omega} &= \frac{2(\eta s_t - R - \xi - \eta)\omega}{MR^2 + (m+1)(R+\xi)^2} \\ \dot{s}_r &= \frac{2(\eta s_t - R - \xi - \eta)\omega}{MR^2 + (m+1)(R+\xi)^2}\eta + 2\omega s_t + (R+\xi)\omega^2 \\ \dot{s}_t &= \eta\omega^2 + 2\frac{(R+\xi)(\eta s_t - R - \xi - \eta)\omega}{MR^2 + (m+1)(R+\xi)^2}\end{aligned}\quad (14)$$

2.3 블의 회전과 활차의 이동이 있을 경우

붐이 회전하는 중에도 활차의 이동이 있을 경우는 그림 5와 같이 표현될 수 있다.

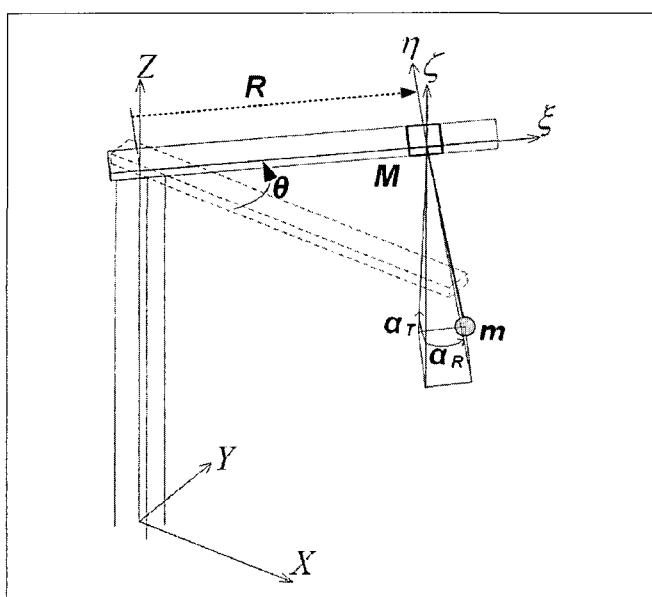


그림 5. 활차이동 및 블 회전시 케이블 흔들림

2.3.1 운동방정식 도출

표 3과 같은 위치와 속도에 대한 고찰을 통하여 식 (15)의 같은 운동에너지와 위치에너지가 도출되었다.

표 3. 활차 이동과 블 회전시 위치와 속도

활차의 위치와 속도	
$X_1 = R\cos\theta$	$\dot{X}_1 = \dot{R}\cos\theta - R\dot{\theta}\sin\theta$
$Y_1 = R\sin\theta$	$\dot{Y}_1 = \dot{R}\sin\theta + R\dot{\theta}\cos\theta$
$Z_1 = H$	$\dot{Z}_1 = 0$
물체의 위치와 속도	
$X_2 = (R+\xi)\cos\theta - \eta\sin\theta$	$\dot{X}_2 = (\dot{R}+\dot{\xi})\cos\theta - (R+\xi)\dot{\theta}\sin\theta - \eta\dot{\sin\theta} - \eta\theta\cos\theta$
$Y_2 = (R+\xi)\sin\theta + \eta\cos\theta$	$\dot{Y}_2 = (\dot{R}+\dot{\xi})\sin\theta + (R+\xi)\dot{\theta}\cos\theta + \eta\cos\theta - \eta\dot{\theta}\sin\theta$
$Z_2 = H + \zeta$	$\dot{Z}_2 = \zeta$

$$\begin{aligned}T &= \frac{1}{2}M(\dot{R}^2 + R^2\dot{\theta}^2) + \frac{1}{2}m\left[(\dot{R}+\dot{\xi})^2 + \{(R+\xi)^2 + \eta^2\}\dot{\theta}^2 + \dot{\eta}^2\right] \\ V &= MgH + mg(H+\zeta)\end{aligned}\quad (15)$$

식 (15)에서 일반화좌표 R , θ , ξ , η , ζ 에 대한 각각의 라그랑지 방정식으로부터 식 (16), (17), (18), (19), (20)의 운동방정식을 도출하였다.

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{R}}\right) - \frac{\partial T}{\partial R} + \frac{\partial V}{\partial R} &= 0 \\ M\ddot{R} + m(\ddot{R} + \ddot{\xi} - \ddot{\theta}\eta) - MR\dot{\theta}^2 - m(R+\xi)\dot{\theta}^2 &= 0\end{aligned}\quad (16)$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{\partial V}{\partial \theta} &= 0 \\ MR(2\dot{\theta} + R\ddot{\theta}) + m\left[\{(R+\xi)^2 + \eta^2\}\ddot{\theta} + 2(R+\xi + \eta + R\xi + R\dot{\xi})\dot{\theta}\right] - m[\eta(\ddot{R} + \ddot{\xi}) - (R+\xi)\ddot{\eta}] &= 0\end{aligned}\quad (17)$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\xi}}\right) - \frac{\partial T}{\partial \xi} + \frac{\partial V}{\partial \xi} &= 0 \\ m\{(\ddot{R} + \ddot{\xi}) - (\ddot{\theta}\eta + 2\dot{\theta}\dot{\eta}) - (R+\xi)\dot{\theta}^2\} &= 0\end{aligned}\quad (18)$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\eta}}\right) - \frac{\partial T}{\partial \eta} + \frac{\partial V}{\partial \eta} &= 0 \\ m\{\ddot{\eta} + (R+\xi)\ddot{\theta} + 2(\dot{R} + \dot{\xi})\dot{\theta} - \eta\dot{\theta}^2\} &= 0\end{aligned}\quad (19)$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\zeta}}\right) - \frac{\partial T}{\partial \zeta} + \frac{\partial V}{\partial \zeta} &= 0 \\ m\{\ddot{\zeta} + g\} &= 0\end{aligned}\quad (20)$$

2.3.2 수학적 해석

붐의 회전과 활차의 이동이 있을 경우의 운동방정식인 식 (16), (17), (18), (19)를 Runge-Kutta 방법을 적용하기 위하여 식 (21)의 형태와 같은 정리단계를 거쳐서

$$\begin{aligned} \ddot{R} &= R\dot{\theta}^2 - \frac{2m\dot{\theta}\dot{\eta}}{M} \\ \ddot{\eta} &= \frac{(R+\xi)}{A} \{ Mm(R+\xi)R^2\eta\dot{\theta}^2 + 2MmR^2\xi\dot{\xi}\dot{\theta} - 2MmR^3\dot{\theta}\dot{R} \} \\ &\quad - \frac{(R+\xi)}{A} \{ 2m\eta(MR^2+m\eta^2)\dot{\theta}\dot{\eta} + 2m\eta(R+\xi)\dot{\theta}\dot{R} \} \\ &\quad + \frac{(R+\xi)}{A} \{ 2(MR^2+\eta)(MR+mR+m\xi+m\eta)\dot{\theta} \} \\ &\quad - \frac{(R+\xi)}{A} \{ (MmR^3+MR^2\xi+m\eta^2R+m\eta^2\xi)\dot{\theta}^2 \} \\ &\quad - \frac{1}{A} \{ 2MR^2(MR^2+m\eta^2)(\dot{R}+\dot{\xi})\dot{\theta} \} \\ &\quad - \frac{1}{A} \{ MR^2(MR^2+m\eta^2)\eta\dot{\theta}^2 \} \\ \ddot{\theta} &= \{ (MmR^3+MR^2\xi+m\eta^2R+m\eta^2\xi)\dot{\theta}^2 \} \\ &\quad - \{ Mm(R+\xi)R^2\eta\dot{\theta}^2 - 2m\eta(MR^2+m\eta^2)\dot{\theta}\dot{\eta} \} \\ &\quad - \{ 2m\eta(R+\xi)\dot{\theta}\dot{R} + 2MmR^2\xi\dot{\xi}\dot{\theta} + 2MmR^3\dot{\theta}\dot{R} \} \\ &\quad - \{ 2(MR^2+\eta)(MR+mR+m\xi+m\eta)\dot{\theta} \} \\ \ddot{\xi} &= \frac{2\eta}{B} \{ m(R+\xi)\dot{R}\dot{\theta} - MR\dot{\theta} - m(R+\xi+\eta)\dot{\theta} \} \\ &\quad + \frac{m\eta^2}{B} \{ 2\dot{\theta}\dot{\eta} + (R+\xi)\dot{\theta}^2 \} + \frac{2m\dot{\theta}\dot{\eta}}{M} + \xi\dot{\theta}^2 + 2\dot{\theta}\dot{\eta} \end{aligned} \quad (21)$$

활차의 이동속도를 v , 붐의 회전 각속도를 ω , 케이블의 접선방향 흔들림 각속도를 s_t , 케이블의 법선방향 흔들림 각속도를 s_r 이라는 기호로 다음 식 (22)처럼 간략화할 수 있고,

$$\begin{aligned} A &= -\frac{1}{MR^2(MR^2+m\eta^2)}, \quad B = \frac{1}{MR^2} \text{ 이다.} \\ \dot{R} &= v, \quad \dot{\theta} = \omega, \quad \dot{\xi} = s_r, \quad \dot{\eta} = s_t, \quad \dot{v} = R\omega^2 - \frac{2m\omega s_t}{M} \\ \dot{\omega} &= \frac{(MmR^3+MR^2\xi+m\eta^2R+m\eta^2\xi)\omega^2 - Mm(R+\xi)R^2\eta\omega^2}{MR^2(MR^2+m\eta^2)} \\ &\quad + \frac{2m\eta(MR^2+m\eta^2)\omega s_t + 2m\eta(R+\xi)\omega v + 2MmR^3\omega v}{MR^2(MR^2+m\eta^2)} \\ &\quad - \frac{2(MR^2+\eta)(MR+mR+m\xi+m\eta)\omega + 2MmR^2\xi\omega s_r}{MR^2(MR^2+m\eta^2)} \\ \dot{s}_r &= \frac{2m\omega s_t}{M} + \xi\omega^2 + 2\omega s_t \\ &\quad + \frac{1}{B} \{ 2m\eta(R+\xi)v\omega - 2MR\eta\omega - 2m(R+\xi+\eta)\eta\omega \} \\ &\quad + \frac{1}{B} \{ 2\omega s_t m\eta^2 + (R+\xi)\omega^2 m\eta^2 \} \\ \dot{s}_t &= \frac{R+\xi}{A} \{ Mm(R+\xi)R^2\eta\omega^2 + 2m\eta(MR^2+m\eta^2)\omega s_t \} \\ &\quad + \frac{R+\xi}{A} \{ (MmR^3+MR^2\xi+m\eta^2R+m\eta^2\xi)\omega^2 \} \\ &\quad + \frac{R+\xi}{A} \{ 2(MR^2+\eta)(MR+mR+m\xi+m\eta)\omega \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &- \frac{R+\xi}{A} \{ 2m\eta(R+\xi)\omega v + 2MmR^2(R\omega v - \xi\omega s_r) \} \\ &- \frac{1}{A} \{ MR^2(MR^2+m\eta^2)2(v+s_r)\omega - \eta\omega^2 \} \end{aligned} \quad (22)$$

3. 활차에 작용하는 힘과 해석 결과

크레인의 콘트롤 입력(Control Input)은 활차, 즉 크레인 Tip의 가속도이다. 크레인 Tip이 정지 상태에서 가속되어 움직이고 감속하여 다시 정지하는 그림 6과 같은 가속도 프로파일을 입력으로 하여 시간에 따른 활차의 위치와 케이블의 흔들림 각에 관하여 결과를 얻을 수 있었다.

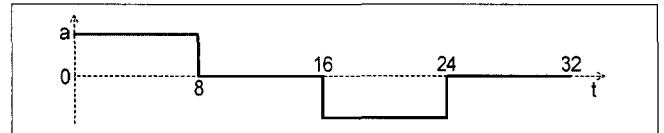


그림 6. 활차의 가속도

그리고 시간간격을 0.1초로 하여 활차 이동시 케이블의 운동방정식이 변환된 형태인 위의 식들을 Runge-Kutta 방법으로 적용하여 시간에 따른 활차의 위치($x(t)$), 속도($v(t)$), 케이블의 흔들림 각($\theta(t)$), 각속도($\omega(t)$)를 구하였다.

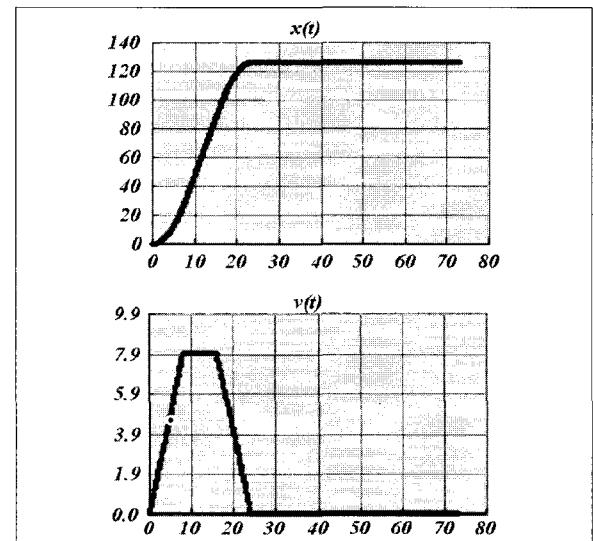


그림 7. 활차의 위치와 속도

그림 6과 같은 가속도 입력값에 따라 활차의 위치와 활차의 이동속도가 그림 7에 보이는 바와 같은 결과로 나타났다.

활차가 이동하면서 흔들리는 케이블의 형태를 그림 8을 통해서 볼 수 있다. 활차가 가속운동을 하는 동안 활차 진행방향의 반대측에서 케이블이 흔들리기 시작하여, 등속운동을 하면서 흔

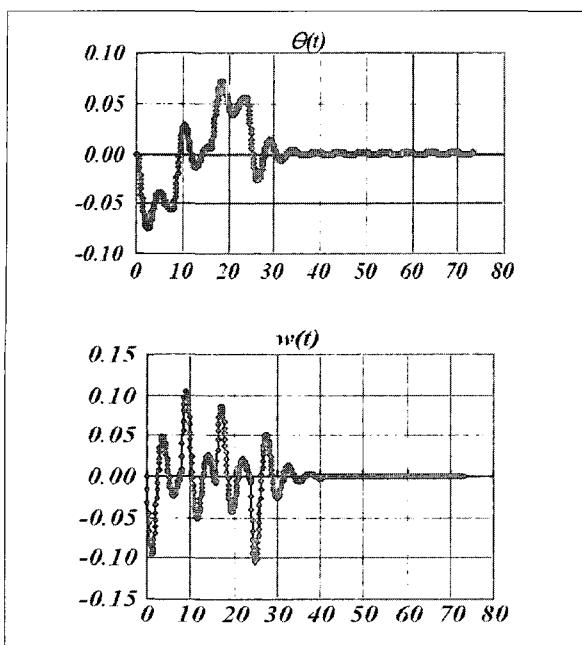


그림 8. 케이블의 흔들림각과 각속도

흔들림각이 진행방향으로 바뀌어, 감속운동하면서 활차의 진행 방향으로 활차를 앞선 측면에서 흔들림이 발생하다가 활차가 멈춘 후, 일정시간이 지나고 나서야 케이블의 흔들림이 소멸된다.

4. 크레인 케이블의 추진동 시각화

크레인 활차 이동시 크레인 케이블이 추진동하는 모습을 가상 현실 프로그램 개발 환경인 WorldUP®의 연계를 통하여 시각화를 구현하였다. WorldUP(EAI-Sense8 Products)은 3차원 가

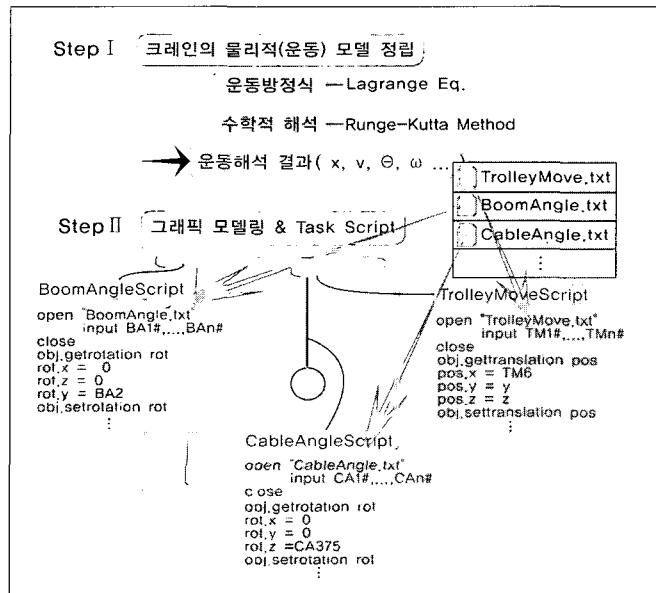


그림 9. 수학적 해석 결과와 그래픽 모델의 연계

상현실 응용 프로그램을 만들기 위한 소프트웨어 개발 및 제작 환경을 제공한다. 프로그램이 제공하는 편리한 사용자 인터페이스를 통해 그래픽 객체를 생성하고, Basicscript 언어를 사용하여 스크립트를 작성하여 그래픽 시뮬레이션을 위한 객체의 동작을 추가하였다. 이 스크립트들은 운동해석을 통하여 얻어진 시간에 따른 활차의 위치와 케이블의 흔들림 각에 대한 결과가 시각화에 반영될 수 있도록 작성하였다. 특정 가속도 입력치에 의해 시간에 따라 이동하는 활차의 위치와 흔들리는 케이블의 각도를 그래픽 객체와 연결하여 운동모습을 시각화로 구현하였으며, 크레인 케이블의 운동해석을 통하여 얻은 수학적 결과와 그래픽 객체의 연결 구조를 그림 9에 나타내었다.

그림 9에서 보는바와 같이, 케이블의 흔들림 각에 대한 해석 결과는 'CableAngle.txt' 파일에 저장되어 케이블의 흔들림을 지시하는 'CableAngle.script'에서 불러들여진다. 이와같이 운동해석을 통해 얻은 활차의 위치, 속도, 봄의 회전각, 케이블의 흔들림 각 등을 텍스트 파일로 저장한 후 스크립트를 이용해 불러들여 WorldUP® 프로그램 상에서 그래픽 객체와 연결하여 작업 진행에 따른 크레인의 움직임과 그에 따른 케이블의 흔들림을 시각화 하였다.

4.1 객체지향 모델

크레인 케이블의 흔들림 각, 활차의 위치 등의 수치로 나타나는 수학적 해석 결과를 효과적으로 시각화하기 위해서 크레인 및 매달린 물체에 관한 객체지향 모델을 고안하였다. 크레인의 봄을 따라 움직이는 활차의 움직임과 더불어 봄의 회전 및 활차의 움직임에 영향을 받는 케이블의 흔들림이 효과적으로 나타내도록 그래픽 모델을 만들었다. 예를들어 봄이 회전하고 활차가 이동하면 활차에 연결된 케이블과 물체도 동시에 회전과 이동이 이루어지며, 더불어 흔들림이 있게 된다. 그림 10는 이러한 객체지향 모델의 구성의 예를 나타낸 것이다.

4.2 그래픽 객체의 조작

그래픽 객체들의 움직임은 WorldUP®에서 Basicscript 언어를

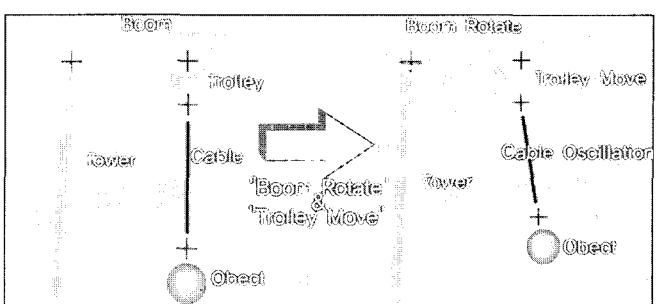


그림 10. 크레인의 객체지향모델

사용해 정의된다. 수학적 해석 과정을 통하여 얻어지는 활차의 위치와 크레인 케이블의 흔들림 각을 그래픽 객체의 움직임을 정의하기 위한 입력값으로 활용하여, 시간에 따른 활차의 위치와 크레인 케이블의 흔들림을 정의하는 스크립트를 작성하였다.

다음의 의사 코드는 정지해 있던 물체가 1초의 시간이 지나는 동안 z축을 중심으로 CA1이라는 각만큼 흔들리는 WorldUP® 프로그램 상의 스크립트 일부이다.

...

```
T= SimulationTime
set obj = Cable
dim rot as orientation
If T<0 then
obj.getrotation rot
rot,z =0, rot,y = 0, rot,x = 0
obj.setrotation rot
End if
If T>0 and T<=1 then
obj.getrotation rot
rot,x = 0, rot,y = 0, rot,z = CA1
obj.setrotation rot
End if
...

```

여기서 T는 시스템의 시간이고, CA1에는 수학적 해석을 통해 얻은 해당 시간에서의 흔들림 각이 불러들여진다. 크레인 케이블의 시뮬레이션에서 케이블의 흔들림 각이 위와 같은 방법으로 연속적으로 갱신된다. 그림 11은 활차가 이동하면서 시각적으로 표현된 케이블의 흔들림 장면들을 보여주고 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 건설현장에서 흔히 활용되고 있는 타워크레인 활차의 움직임과 봄의 회전에 대해서 케이블의 흔들림에 대한 운동방정식과 수치해석을 크레인의 활차이동 만을 고려하는 경우, 봄 회전만 고려하는 경우와 봄회전과 활차이동을 모두 고려하는 경우로 구분하여 크레인의 물리적 모델을 제시하였으며, 이러한 물리적 모델과 그래픽 모델과의 연계를 통하여 시각화를 수행한 개선된 건설 그래픽 시뮬레이션 방법을 제안하였다. 이러한 물리적 모델을 수반한 그래픽 시뮬레이션은 실제 체험하기 힘든 공사과정을 가상환경 하에서 현장상황을 사전에 경험하게 함으로써, 향후 복잡 다변화되고 있는 건설현장에서의 장비 운

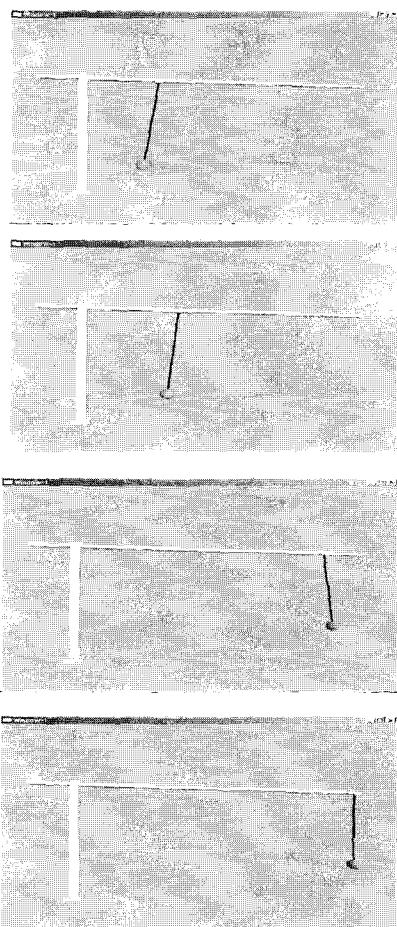


그림 11. 크레인 케이블의 추진동 모습

영에 따른 사전 안정성 확보와 시공성 향상에 이바지 할 수 있을 것으로 사료된다.

참고문헌

1. Abdel-Rahman, E., Nayfeh, A. H., Masoud, Z.(2003), Dynamics and Control of Cranes: A Review, Journal of Vibration and Control, Vol.9 pp.863–908.
2. Beliveau, Y. J. and Dal, T.(1994), Dynamic-Behavior for Material Handling in Construction, Journal of Computing in Civil Engineering, Vol.8 No.3, pp.269–285.
3. Chin, C., Neyfeh, A. H., Abdel-Rahman, E.(1998), Dynamics and Control of Ship-Mounted Cranes, Proceedings of the 39th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference.
4. Hadikusumo, B. H. W. and Rowlinson, S.(2002), Integration of Virtually Real Construction Model and

- Design-for-Safety -Process Database, Automation in Construction, Vol.11 pp.501-509.
5. Hendrickson, C. and Rehak, D.(1993), The Potential of a 'Virtual' Construction Site for Automation Planning and Analysis, Proceedings of the 10th International Symposium on Automation Robotics in Construction, pp. 511-518.
6. Jerman, B., Podrzaj, P., Kramar, J.(2004), An Investigation of Slewing-Crane Dynamics During Slewing Motion- Development and Verification of A Mathematical Model, International Journal of Mechanical Sciences, Vol.46 pp.729-750.
7. Moon, M.(1997), Rule-Based Approaches for Controlling Oscillation Mode Dynamic Systems, Dissertation, Department of Electrical and Computer Engineering, Virginia Polytechnique Institute and State University, August.
8. Schruben, L. W.(1992), SIGMA: A Graphical Simulation Modeling Program, The Scientific Press., South San Francisco, CA.

논문제출일: 2005.05.13

심사완료일: 2006.01.26

Abstract

Construction graphical simulations usually do not reflect physical properties of construction equipment and material because there are restricted to the geometric model. The complete description of construction operations is difficult for graphical simulation without a physical modeling. The object of this research is to enhance the functionality of restricted simulation system to geometric model. And research is conducted to overcome the limitation of current construction graphical simulation system through the connection geometric model and physical model with the physical properties of construction equipment and material such as crane's cable oscillation. The motion equations for the oscillation of crane cable as a result of the trolley's movement and the boom's rotation were derived. The equations were solved through numerical analysis and the results were simulated visually. The realistic description with physical modeling of construction operations will contribute for ensuring preliminary against risks and improving constructability as well as the application of various fields.

Keywords : Construction graphical simulation, Visualization, Virtual Reality, Physical Modeling