

## 論文

## 축소형 회전익 항공기의 간략화된 동적 모델링

이 환\*, 이상기\*\*

## Simplified Dynamic Modeling of Small-Scaled Rotorcraft

Hwan Lee\* and Sang-Keel Lee\*\*

## ABSTRACT

It is prerequisite that we have to formulate the nonlinear mathematical modeling to design the guidance and control system of rotorcraft-based unmanned aerial vehicle using a small-scaled commercial helicopter. The small-scaled helicopters are very different from the full-scale helicopters in dynamic behavior such as high rotation speed and high frequency dynamic characteristics. In this paper, the formulation of the mathematical model of the small-scaled helicopter to minimize the complexity is presented by component and source build-up approach. It is linearized at the trim condition of hovering and forward flight and analyzed the flight modes. The results of this approach have general trends but a little difference. To verify this approach, it is necessary to compare this theoretical model with experimental results by system identification using flight test as a next research topic.

## 초 록

모형헬리콥터를 이용한 무인항공기 설계를 위해 비선형 형태의 수학적 모델이 선행되어야 한다. 모형헬리콥터는 실기 헬리콥터에 비해 회전수가 훨씬 높으며 따라서 동특성도 실물기에 비해 훨씬 빠르다는 차이점이 있다. 본 논문에서는 축소형 헬리콥터의 수학적 모델링에 필요한 정식화과정으로서 복잡성을 최소화하면서도 실제의 동특성에 잘 부합하도록 각 구성요소별로 계산한 후 전체로 합산하는 방법을 제시하였다. 제자리 비행과 전진비행에서 수치계산을 통해 트림 값들을 계산하고 제자리 비행조건에서 선형 시스템을 해석하여 모형헬리콥터의 비행모드를 분석하였다. 계산결과 일반적인 경향은 몇 가지 작은 부분 이외에는 대체로 다른 연구결과와 비슷하였다. 이 과정을 검증하기 위해서 비행시험을 수행하여 시스템식별에 의한 결과와 비교하는 연구가 후속 수행될 예정이다.

**Key Words** : Dynamic Modeling(동적모델링), Rotorcraft-Based UAV(회전익무인기), Small-Scaled Helicopter(모형헬리콥터), VTOL(수직이착륙), Flight Modes(비행모드)

## 1. 서 론

최근에 회전익 무인항공기에 대한 관심이 고

† 2005년 1월 17일 접수 ~ 2005년 7월 11일 심사완료

\* 정희원, 조선대학교 항공우주공학과 대학원

\*\* 정희원, 조선대학교 항공우주공학과

연락처, E-mail : skblee@chosun.ac.kr

광주시 동구 서석동 375번지

조됨에 따라 모형헬리콥터의 수학적 모델링에 대한 많은 연구가 수행되고 있다. 일반적으로 헬리콥터의 수학적 모델과정은 실제 시스템의 동특성을 충실히 나타내기 위해서 항공 역학적으로 접근되어야 하며 충실도를 높이려면 필연적으로 정식화과정이 복잡해지고 계산시간 또한 길어지게 된다. 본 논문에서는 회전익 무인항공기 시스템의 효율적인 자율비행시스템을 설계하기 위한 선

행연구로서 모형헬리콥터의 동적모델링을 수행하였다. 실물 헬리콥터의 수학적 모델은 공기력을 발생하는 주 회전익의 운동방정식이 비정상흐름 및 블레이드 탄성을 고려하면 매우 복잡하므로 이를 소형 헬리콥터에 적용하는 것은 바람직하지 않다. 소형 헬리콥터는 빠른 회전수로 인해 동특성이 실물기에 비해 훨씬 빠르게 되며 실물기에 없는 보조로터의 동특성이 계산되어야 한다. 따라서 수학적 모델의 복잡함을 줄이고 적합성을 높이는 측면에서 최소 복잡성을 가진 헬리콥터 시뮬레이션 모델을 모형 헬리콥터의 동적 특성에 맞게 제시하였다. 또한, 주 회전익의 회전방향에 대한 방향변수를 도입하여 회전방향을 임의로 선택할 수 있도록 하였다[1, 2]. 소형 헬리콥터의 비행특성을 해석한 결과가 드물어 비교적 결과가 알려져 있는 R-50을 계산예로서 선정하였으며 제자리 비행과 전진 비행에서 수치계산을 통해 트림 값들을 얻은 후 계산된 트림 값으로 각각의 비행조건에서 모형헬리콥터의 선형모델을 해석하여 비행성을 분석하였다.

## II. 헬리콥터 동역학

모형헬리콥터의 동적모델링을 위해서 기체를 강체로 가정하고 뉴턴 제2법칙을 적용하여 운동방정식을 나타낸다. 모형헬리콥터의 수학적 모델링을 수행할 때 작용하는 외력하중들과 속도벡터 등을 헬리콥터의 질량중심에 원점을 둔 기체축 좌표계에 대해 나타내는 것이 일반적이다. 운동방정식을 기체축 좌표계에서 나타내면 모든 관성모멘트가 상수로 유지되기 때문에 편리하다. 따라서 지면에 대해 헬리콥터의 병진운동과 회전운동방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{V}_b = \frac{1}{m} F_b - \omega_b \times V_b + Bg \quad (1)$$

여기서  $V_b = [u \ v \ w]^T$  는 기체 질량중심 속도 벡터,  $\omega_b = [p \ q \ r]^T$  는 질량중심에 관한 각속도 벡터,  $B$  는 관성좌표계 성분을 기체축 좌표계 성분으로 변환하는 행렬,  $g$  는 관성좌표계에서 중력가속도 벡터,  $F_b = [X \ Y \ Z]^T$  는 헬리콥터에 작용하는 외력의 합 벡터,  $m$  는 헬리콥터 질량을 나타낸다. 회전운동 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{\omega}_b = -J^{-1}(\omega_b \times (J\omega_b)) + J^{-1}T_b \quad (2)$$

여기서  $J$  는 강체의 관성모멘트 행렬,  $T_b = [L \ M \ N]^T$  는 기체에 작용하는 외력에 의한

모멘트의 합 벡터 이다.

$$J = \begin{bmatrix} J_{xx} & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{xy} & J_{yy} & -J_{yz} \\ -J_{xz} & -J_{yz} & J_{zz} \end{bmatrix} \quad (3)$$

헬리콥터 자세에 관한 방정식은 운동학적 관계로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= p + (q \sin \phi + r \cos \phi) \tan \theta \\ \dot{\theta} &= q \cos \phi - r \sin \phi \\ \dot{\psi} &= (q \sin \phi + r \cos \phi) \sin \theta \end{aligned} \quad (4)$$

여기서  $\phi, \theta, \psi$  는 지면에 대한 헬리콥터의 자세 각으로서 롤, 피치, 요를 나타낸다. 대부분 수학적 모델링에 대한 작업은 기체에 작용하는 외력과 모멘트 등에 대한 표현을 찾는 것이다. 헬리콥터 비행역학에서 외력과 모멘트 등에 관련된 수식들을 나타낼 때 헬리콥터를 주 회전익, 꼬리 회전익, 동체, 미부 등의 구성요소로 나누어 따로 계산한 후 좌표변환을 수행하여 합산하는 것이 일반적이다. 다음절에서는 각 구성요소들을 개별적으로 고려하여 외력과 모멘트에 관한 수식을 각각의 구성요소의 지역좌표계에서 유도한 후에 기체축 좌표계로 변환하는 과정을 설명한다.

### 2.1 주 회전익 동역학

헬리콥터의 수학적 모델링에서 가장 중요하게 고려해야 하는 부분으로 헬리콥터의 복잡성과 독특한 특징을 보이게 하는 부분이다. 주 회전익 모델은 참고문헌[3]을 토대로 모형 헬리콥터의 독특한 동적 특성에 맞추도록 수정했다. 또한 조종 입력에 대한 플래핑 동역학은 원래는 이차방정식이나 고주파특성을 무시하고 저주파 특성만을 고려하여 1차로 가정한다[4]. 균일 유입유동 분포를 가정하고 운동량이론을 사용하면 추력  $T_{mr}$  과 유도속도  $v_i$  는 다음과 같이 된다.

$$T_{mr} = (\omega_{blade} - v_i) \frac{\rho \Omega_{mr} R^2 abc}{4} \quad (5)$$

$$v_i^2 = \sqrt{\left(\frac{\hat{v}^2}{2}\right)^2 + \left(\frac{T}{2\rho A}\right)^2} - \frac{\hat{v}^2}{2} \quad (6)$$

여기서

$$\omega_{blade} = \omega_r + \frac{2}{3} \Omega_{mr} R \left( \theta_{mr} + \frac{3}{4} \theta_{twist} \right) \quad (7)$$

$$\omega_r = \omega + (a_1 + i_s) u - b_1 v$$

$$\hat{v}^2 = u^2 + v^2 + \omega_r (\omega_r - 2v_i) \quad (8)$$

$$A = \pi R^2$$

또한,  $A$ 는 주 회전의 회전면의 면적,  $b$ 는 깃의 개수,  $c$ 는 시위길이,  $a$ 는 깃 단면의 양력곡선 기울기,  $\Omega_{mr}$ 는 주 회전의 회전각속도로 정의한다. 위 식에서 쓰인 각도 성분들은 매우 작은 값들이므로 각각  $\sin(\alpha) \cong \alpha$ ,  $\cos(\alpha) \cong 1$ 로 가정한다. 식(7)에서 콜렉티브 입력  $\theta_{mr}$ 은 추력에 직접적인 영향을 끼치고 깃의 반경방향 비틀림  $\theta_{twist}$ 는 일정하다.  $w_{blade}$ 는 공기유동에 대한 회전 깃의  $z$ 축 방향 속도이고,  $w_r$ 는 공기유동에 대한 주 회전의 회전면의  $z$ 축 속도로서 기체의 속도성분  $u, v, w$ 와 허브평면에 대한 깃 끝 경로면 경사에 영향을 받는다.  $a_{1s}$ 와  $b_{1s}$ 는 허브평면에 대한 깃 끝 경로면(TPP)의 종방향 경사각과 횡방향 경사각을 나타내며  $i_s$ 는 회전축 경사각을 나타낸다. 이 각들을 통해 기체축계의 속도성분들은 깃 끝 경로면 성분으로 변환되어져 추력계산에 쓰이게 된다. 따라서 주 회전에서 유도속도와 추력은 초기 비행 상태에 대한 추력이 주어졌을 때 식(5)에서(8)를 수회만 반복하면 얻어진다[1]. 이때의 추력 상수는 다음과 같다.

$$C_T = \frac{T_{mr}}{\rho A (\Omega_{mr} R)^2} \quad (9)$$

추력과 유도속도를 구하면 기체의 횡방향 속도와 종방향 속도에 대한 깃 끝 경로면의 변화를 나타내는 주 회전의 상반각 효과를 계산할 수 있다. 횡방향 깃 끝 경로면 기울기에 대한 식은 다음과 같다[2].

$$\frac{db_{1s}}{dv} = -\frac{2}{\Omega_{mr} R} \left( \frac{8C_T}{a\sigma} + \sqrt{\frac{C_T}{2}} \right) \quad (10)$$

여기서  $\sigma = bc/\pi R$ 는 회전의 고형도를 나타낸다. 종방향에 대해서도 같은 효과를 가정하면 종방향 깃 끝 경로면 기울기에 대한 식은 다음과 같다.

$$\frac{da_{1s}}{du} = -\frac{db_{1s}}{dv} \quad (11)$$

식(10)과 식(11)는 제자리비행에서 주 회전의 회전면을 통과하는 공기유동이 균일유입유동으로 가정되면 타당한 값이 되지만 고속전진비행에서는 비균일 유입유동이 고려되므로 근사식이 된다.

그러므로 고속전진비행효과를 고려한 실험적인 변수를 도입함으로써 보다 양호한 근사값을 얻을 수 있다[5]. 주 회전의 깃 끝 경로면의 기울기 각에 영향을 미치는 요소들로 첫째, 스와시

판과 보조회전에서 주 회전에 이르는 기구적인 연결과 주 회전의 허브설계 형태로 인해 발생하는 교차연성효과이고 둘째, 힌지 읍셋에 의해 발생하는 교차연성 효과이다. 이 교차연성 효과들은 부가적인 플랩핑 운동(off-axis response)을 만들기 때문에 플랩핑 운동에서 다시 언급하기로 한다. 첫 번째 교차연성은  $\delta_3$ 각 효과라고 하는데 이 각은 플랩힌지 축과 플랩힌지에서 주 회전의 깃의 피치흔에 이르는 가상선 사이의 각이다. 따라서 교차연성 계수는 다음과 같다.

$$K_1 = \tan \delta_3 \quad (12)$$

이 계수의 의미는 플랩각에서 깃 피치까지의 기구적인 되먹임을 나타내는 것으로 플랩각에 대해 깃 피치각의 변화를 감소시킨다. 두 번째 교차연성은 플랩핑 힌지에 의한 것으로 교차연성 계수는 다음과 같다.

$$K_2 = \frac{3}{4} \frac{e_{mr}}{R} \frac{\Omega_{mr}}{\Omega_f} \quad (13)$$

여기서  $\Omega_f$ 는 힌지읍셋에 의한 고유진동수 변화를 나타내는 상수로 Lock수  $\gamma_{mr}$ 의 함수이다.

$$\Omega_f = \frac{\gamma_{mr} \Omega_{mr}}{16} \left( 1 + \frac{8}{3} \frac{e_{mr}}{R} \right) \quad (14)$$

깃에 작용하는 공기력과 깃의 관성력의 비를 나타내는 Lock수는 다음과 같다.

$$\gamma_{mr} = \left( \frac{\rho a c R^4}{I_b} \right) \quad (15)$$

위의 두 가지 효과를 고려한 교차연성 계수는 다음과 같다.

$$K_c = K_1 + K_2 \quad (16)$$

이제 허브평면에 대한 주 회전의 종횡방향에 대한 깃 끝 경로면 기울기 각에 대한 식을 나타낼 수 있다.

$$a_{1s} = a_1 + A_{1,mr} - \lambda K_c b_1 + \frac{da_1}{du} u (1 + 2f_w) \quad (17)$$

$$b_{1s} = b_1 - B_{1,mr} + \lambda K_c a_1 + \frac{db_1}{dv} v (1 + f_w) \quad (18)$$

여기서  $a_1$ 과  $b_1$ 은 스와시 판에 대한 플랩핑의 종방향 경사각과 횡방향 경사각을 각각 나타낸다. 또한 상반각 효과에 대한 항에서 실험적인 값  $f_w$ 을 도입하여 주 회전의 후류와 동체의 상호작용을 나타내었다. 이것은 저속에서 주 회전의

후류와 동체의 간섭으로 인한 상반각 효과의 영향을 나타낸 것으로 전진속도 또는 측면 속도 변화에 의한 주기적인 플레핑 운동에 직접적인 영향을 주게 된다. 식(17)과 식(18)에서 교차연성 효과를 나타내는 항에서  $\lambda$ 는 주 회전익 회전 방향을 나타내는 인자이고  $A_{1,mr}$ 과  $B_{1,mr}$ 은 각각 횡방향 깃 피치각과 종방향 깃 피치각에 대한 입력으로 스와시판 경사각과 보조회전익 플레핑각의 합성으로 나타낼 수 있다[2].

$$A_{1,mr} = k_{mr}A_{1,sp} + k_{\beta}\beta_{s,cr} \quad (19a)$$

$$B_{1,mr} = k_{mr}B_{1,sv} - k_{\beta}\beta_{c,cr} \quad (19b)$$

위 식에서  $A_{1,sp}$ 와  $B_{1,sv}$ 는 조종입력으로 횡방향 사이클릭 입력과 종방향 사이클릭 입력이고  $\beta_{s,cr}$ 과  $\beta_{c,cr}$ 은 각각 허브평면에 대한 보조회전익의 횡방향과 종방향 깃 끝 경로면 경사각이다. 또한  $k_{mr}$ 는 스와시판 경사각에 대한 주 회전익 피치를 정의하는 계수이고  $k_{\beta}$ 는 보조 회전익 경사각에 대한 주 회전익 피치를 정의하는 계수이다. 스와시판에 대한 플레핑의 종방향 경사각  $a_1$ 과 횡방향 경사각  $b_1$ 은 다음과 같은 주 회전익 플레핑 운동방정식을 고려하여 계산할 수 있다. 스와시판에 대해 상대적으로 회전하고 있는 회전좌표계에서 플레핑 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{a}_1 = -\omega_{\epsilon}a_{1s} - \lambda\omega_{off}b_{1s} - q \quad (20a)$$

$$\dot{b}_1 = -\omega_{in}b_{1s} + \lambda\omega_{off}a_{1s} - p \quad (20b)$$

앞서 언급한 교차연성 효과는 플레핑 운동에도 영향을 미치며 그 효과를 다음과 같은 플레핑 각속도 계수  $\omega_m$ 과  $\omega_{off}$ 를 고려하여 교차연성을 포함한 경우와 포함하지 않는 경우에 대해 플레핑 각을 계산할 수 있다. 교차연성을 포함하지 않는 경우에 대해서  $\omega_m$ 과  $\omega_{off}$ 는 다음과 같다.

$$\omega_{off} = 0, \quad \omega_m = \Omega_f \quad (21)$$

교차연성을 포함한 경우에 대해서  $\omega_m$ 과  $\omega_{off}$ 는 다음과 같다.

$$\omega_{off} = \frac{\Omega_{mr}}{1 + \left(\frac{\Omega_{mr}}{\Omega_f}\right)^2}, \quad \omega_m = \frac{\Omega_{mr}\omega_{off}}{\Omega_f} \quad (22)$$

주 회전익 깃 끝 경로면 경사각에 대한 식과 플레핑 운동방정식에서 콜렉티브 입력은 명확하게 나타나지 않았다. 식(7)에서 콜렉티브 피치는 유도속도와 추력에 직접 영향을 준다고 가정한다. 그러므로 콜렉티브 입력에 의한 깃 피치 변화는 주 회전익 깃 방향각(Azimuth)에 대해 균등

하므로 깃 피치 변화에 대한 횡방향 과 종방향 깃 끝 경로면 경사각의 변화를 무시할 수 있다. 조종사의 사이클릭 입력은 플레핑 운동에 영향을 주어 주 회전익의 깃 끝 경로면 경사각을 변화시키고 힌지 오프셋이 있는 경우 헬리콥터에 작용하는 공기역학적인 깃 모멘트를 발생시킨다. 그러므로 조종사의 사이클릭 입력에 의한 주 회전익의 피칭모멘트와 롤링 모멘트 변화를 힌지 오프셋이 있는 경우에 대해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{dM}{dB_{1,mr}} = \frac{dL}{dA_{1,mr}} = b\frac{\rho}{2}acR^2V_{tip}^2\frac{1}{6}\frac{e_{mr}}{R} \quad (23)$$

여기서  $V_{tip} = \Omega R$ 은 깃 끝 속도이다. 또한, 횡방향과 종방향 깃 끝 경로면 경사각 변화에 대한 피칭모멘트와 롤링모멘트 변화는 다음과 같다[5].

$$\frac{dM}{da_{1s}} = \frac{dL}{db_{1s}} = \lambda\frac{3}{4}\left(\frac{bcR^2\rho(\Omega_{mr}R)^2a}{\gamma}\frac{e_{mr}}{R}\right) \quad (24)$$

이제 주 회전익에서 발생하는 힘과 모멘트요소들을 기체축 좌표계에서 나타낼 수 있다. 주 회전익에서 발생하는 힘을 나타낼 때 추력은 깃 끝 경로면에 수직한 성분으로 가정하고 기체축계로 변환할 때 작은 각 가정을 적용한다.

$$X_{mr} = -T_{mr}(a_{1s} + i_s) \quad (25a)$$

$$Y_{mr} = T_{mr}b_{1s} \quad (25b)$$

$$Z_{mr} = -T_{mr} \quad (25c)$$

여기서  $X_{mr}, Y_{mr}, Z_{mr}$ 은 각각의 축에 대한 힘 성분이다. 주어진 비행조건에 대해 주 회전익 동력 계산은 유도동력  $P_i$ , 공기와 깃 표면 사이의 마찰에 의한 형상동력  $P_{pr}$ , 상승비행동력  $P_c$ , 동체 항력을 극복하기 위한 기생동력  $P_{pc}$  등을 포함한다.

$$P_{mr} = P_{pr} + P_i + P_{pa} + P_c \quad (26)$$

여기서 형상동력 식은 다음과 같은 근사식을 사용하였다[5].

$$P_{pr} = \frac{\rho}{2}\frac{C_{D0}bc\Omega_{mr}R^2}{4} \quad (27a)$$

$$[(\Omega_{mr}R)^2 + 4.6(u^2 + v^2)]$$

$$P_i = T_{mr}v_i \quad (27b)$$

$$P_{pa} = -(X_{fus}u) - (Y_{fus}v) - [Z_{fus}(w - v_i)] \quad (27c)$$

$$P_c = mgh \quad (27d)$$

$h$ 는 헬리콥터의 상승률,  $C_D$ 는 주 회전익의 깃의 형상항력계수이다. 주 회전익 토크는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Q_{mr} = \frac{P_{mr}}{\Omega_{mr}} \quad (28)$$

주 회전익에서 발생하는 모멘트를 기체축계에서 나타내면 다음과 같다[6].

$$L_{mr} = Y_{mr}H + \frac{dL}{db_{1s}} b_{1s} + \lambda \frac{dL}{dA_{1,mr}} (a_{1s} + A_{1,mr} - K_1 b_{1s}) \quad (29a)$$

$$M_{mr} = Z_{mr}S - X_{mr}H + \frac{dM}{da_{1s}} a_{1s} + \lambda \frac{dM}{dB_{1,mr}} (-b_{1s} + B_{1,mr} - K_1 a_{1s}) \quad (29b)$$

$$N_{mr} = \lambda Q_{mr} \quad (29c)$$

여기서  $H$ 와  $S$ 는 허브에서 헬리콥터 무게중심까지 수직거리와 수평거리이다.  $y$ 축 방향 거리는 무게 중심과 허브사이 거리가 매우 작으므로 무시한다.

## 2.2 보조회전익 동역학

모형 헬리콥터에 쓰이는 보조회전익은 벨-힐러 형태로서 대부분 시이소형이다. 따라서 플랩운동에서 상수 플랩각은 무시되고, 봉 끝에 작은 깃들이 존재하므로 공기력은 관성력에 비하여 작다. 그러므로 공기력 대 관성력의 비인 Lock 수가 매우 작다. 보조회전익에 대한 운동방정식은 허브평면에 대해 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{\beta}_{s,\sigma} = -\tau_{\sigma} \beta_{s,\sigma} - \tau_{\sigma} \left[ -A_{1,\sigma} + \frac{q}{\Omega_{mr}} + \Delta\beta_{s,\sigma} \right] + p \quad (30a)$$

$$\dot{\beta}_{c,\sigma} = -\tau_{\sigma} \beta_{c,\sigma} + \tau_{\sigma} \left[ -B_{1,\sigma} - \frac{p}{\Omega_{mr}} + \Delta\beta_{c,\sigma} \right] - q \quad (30b)$$

여기서  $\tau_{cr} = \frac{\Omega_{mr} \gamma_{cr} \xi}{16}$  이고,  $\xi = \left( 1 - \left( 1 - \frac{l_b}{R_{cr}} \right)^4 \right)$ 는 보조회전익 깃이 봉 끝에 부착되어 있는 형태로 길이가 작기 때문에 한정된 공기력을 나타내기 위해 도입하였다.  $l_b$ 와  $R_{cr}$ 는 보조회전익 깃 길이와 반경을 나타낸다.  $\Delta\beta_{s,\sigma}$ 과  $\Delta\beta_{c,\sigma}$ 는 기체 속도에 대한 추가적인 플랩 각으로서 다음과 같다.

$$\Delta\beta_{s,\sigma} = -\frac{\theta_{0,\sigma}}{\gamma_{cr} \xi \Omega_{mr} R_{cr}} v \quad (31a)$$

$$\Delta\beta_{c,\sigma} = \frac{\theta_{0,\sigma}}{\gamma_{cr} \xi \Omega_{mr} R_{cr}} u \quad (31b)$$

$A_{1,\sigma}$ 과  $B_{1,\sigma}$ 는 보조 회전익에 대한 입력으로서 스와시판 경사각과 기구적인 연결계수  $k_{cr}$ 로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$A_{1,\sigma} = k_{cr} A_{1,sp} \quad (32a)$$

$$B_{1,\sigma} = k_{cr} B_{1,sp} \quad (32b)$$

식(30)로 주어진 보조 회전익 회전면 경사각에 대한 방정식의 해는 식(19)에서 알 수 있듯이 주 회전익에 대한 입력으로 나타난다.

## 2.3 동체에서 발생하는 힘

동체에서 발생하는 항력은 헬리콥터에 대해 매우 큰 성분을 차지한다. 그러므로 동체의 형상 항력을 전진비행, 후진비행, 좌우비행뿐만 아니라, 주 회전익의 후류에 의한 부가적인 성분도 고려하여 각각의 축에 대해 계산한다. 이러한 효과들은 직접적인 동력손실과 관련되며 주 회전익이 보상해주어야 한다. 항력 계산은 동체를 가상의 평판으로 가정하여 각각의 축에 대한 병진속도 성분과 평판 면적을 고려하여 계산한다[1]. 주 회전익에 의해 동체에 작용하는 내리흐름의 위치는 다음과 같다.

$$d_{w_{fus}} = \left( \frac{u}{w_{fus}} (WL_{hub} - WL_{fus}) - (STA_{fus} - STA_{hub}) \right) \quad (33)$$

여기서  $w_{fus} = w - v$ , 는 동체에서 수직속도 성분이다. 따라서 동체에서 발생하는 하중성분들을 기체축 좌표계로 변환하여 나타내면 다음과 같다.

$$X_{fus} = \frac{\rho}{2} f_{uu}^{fus} u u \quad (34a)$$

$$Y_{fus} = \frac{\rho}{2} f_{vv}^{fus} v v \quad (34b)$$

$$Z_{fus} = \frac{\rho}{2} f_{ww}^{fus} w_{fus} w_{fus} \quad (34c)$$

$$L_{fus} = Y_{fus} (WL_{fus} - WL_{cg}) \quad (34d)$$

$$M_{fus} = Z_{fus} (STA_{fus} - STA_{cg}) - X_{fus} (WL_{fus} - WL_{cg}) \quad (34e)$$

여기서  $f$ 는 등가 평판면적을 나타낸다.

## 2.4 꼬리회전익에서 발생하는 힘

꼬리회전익은 주 회전익 모델과 유사하게 나타낸다. 즉 추력, 유도속도, 동력, 항력 등의 계산

은 주 회전익에서 적용된 방법과 유사하다. 그렇지만 플랩핑 자유도나 연성효과 등은 무시된다. 조종입력은 콜렉티브 피치만 있고 회전각속도는 주 회전익과 벨트로 연결되어 있으므로 일정하다고 가정한다. 꼬리 회전익에서 발생하는 추력과 유도속도는 다음과 같다.

$$T_{tr} = (v_{blade, tr} - v_{i, tr}) \cdot \frac{\rho a_{tr} (\Omega_{tr} R_{tr}) \sigma_{tr} (\pi R_{tr}^2)}{4} \quad (35)$$

$$v_{i, tr}^2 = \sqrt{\left(\frac{\hat{v}^2}{2}\right)^2 + \left(\frac{T_{tr}}{2\rho A_{tr}}\right)^2} - \frac{\hat{v}^2}{2} \quad (36)$$

$$\hat{v}^2 = u^2 + v_{r, tr}(v_{r, tr} - 2v_{i, tr}) + (w + q(STA_{tr} - STA_{cg}))^2 \quad (37)$$

꼬리회전익에 작용하는 순 수직속도 성분은 다음과 같다.

$$v_{blade, tr} = v_{r, tr} \frac{2}{3} \Omega_{tr} R_{tr} \left( \theta_{tr} + \frac{3}{4} \theta_{twist, tr} \right) \quad (38)$$

기체의 운동으로 인하여 실제 꼬리 회전익 회전면을 통과하는 실제 속도는 다음과 같다.

$$v_{r, tr} = -(v - r(STA_{tr} - STA_{cg})) - (p(WL_{tr} - WL_{cg})) \quad (39)$$

꼬리로터에 작용하는 주요 힘과 모멘트를 정리하면 다음과 같다.

$$Y_{tr} = -T_{tr} \quad (40a)$$

$$L_{tr} = -Y_{tr}(WL_{tr} - WL_{cg}) \quad (40b)$$

$$N_{tr} = Y_{tr}(STA_{tr} - STA_{cg}) \quad (40c)$$

### 2.5 수평미익에서 발생하는 힘

수평미익에서 생성되는 양력을 계산하기 전에 먼저 고려해야 할 사항은 주 회전익에 의한 내리흐름으로 인한 국부속도 성분을 알아야 한다. 수평미익으로 불어오는 바람의 속도는 다음과 같다.

$$V_{hs} = \sqrt{u^2 + v^2 + w_{hs}^2} \quad (41)$$

이때 수직방향으로의 국부속도는 다음과 같다.

$$w_{hs} = w - EPS_{hs} v_i + q(STA_{hs} - STA_{cg}) \quad (42)$$

여기서  $EPS_{hs}$ 는 삼각형 모양의 내리흐름 영역으로 회전익 끝에서 2, 허브에서 0을 가정하여 나타내며 전진속도 20 kt 부근에서 피치 각이 크

게 변화할 때 중요하게 다루어지는 인자이다.

$$EPS_{hs} = 2 \left( 1 - \frac{d_{w, ht}}{R} \right), \quad (0 < d_{w, hs} < R) \quad (43)$$

$$EPS_{hs} = 0$$

수평꼬리날개로 작용하는 내리흐름 위치는 다음과 같이 계산된다.

$$d_{w, hs} = \left( \frac{u}{v_i - w} \right) (WL_{hub} - WL_{hs}) - (STA_{hs} - STA_{hub} - R) \quad (44)$$

수평꼬리날개에 작용하는 주요 힘과 모멘트를 정리하면 다음과 같다.

$$Z_{hs} = \frac{\rho}{2} (f_{uu}^{ht} |u| u + f_{uv}^{ht} |u| w_{ht}) \quad (45a)$$

$$Z_{hs} = \frac{\rho}{2} f_{max}^{ht} |v_{hs}| w_{hs}, \quad (|w_{hs}| > 0.3 |u|) \quad (45b)$$

일반적인 유동장에서 z방향의 항력은 식(45a)와 같고 실속상태에서 z방향 항력은 식(45b)와 같다.

이때 수평미익이 기체에 가하는 피칭모멘트는 다음과 같다.

$$M_{hs} = Z_{hs} (STA_{hs} - STA_{cg}) \quad (45c)$$

### 2.6 수직 미익에서 발생하는 힘

수직미익의 경우에도 양력을 발생시키는 다른 구성요소들과 같이 모델링 된다. 그러나 주 회전익에 의한 내리흐름 영향은 거의 받지 않는 반면, 꼬리회전익에서 발생하는 유도속도에 의한 영향은 고려해야 한다. 꼬리회전익의 유도속도  $v_{i, tr}$ 와 기체의 y축 방향 속도 성분을 고려하여 수직미익에서 국부속도를 계산할 수 있다.

$$v_{vt} = v + v_{i, tr} - r(STA_{vt} - STA_{cg}) \quad (46)$$

이때 수직꼬리날개로 불어오는 바람의 속도는 다음과 같다.

$$V_{vt} = \sqrt{u^2 + v_{vt}^2} \quad (47)$$

따라서 수직미익에서 발생하는 주요 힘을 정리하면 다음과 같다.

$$Y_{vt} = \frac{\rho}{2} (f_{uu}^{vt} |u| u + f_{uv}^{vt} |u| v_{vt}) \quad (48a)$$

$$Y_{vt} = \frac{\rho}{2} f_{max}^{vt} |v_{vt}| v_{vt}, \quad (|v_{vt}| > 0.3 |u|) \quad (48b)$$

식(48a)는 일반적인 유동에서 y방향 힘을 나타내고 식(48b)는 실속상태에서 y방향 힘을 나타낸다.

수직미익에서 발생하는 모멘트성분을 정리하면 다음과 같다.

$$L_{vt} = Y_{vt}(WL_{vt} - WL_{cg}) \quad (49a)$$

$$N_{vt} = -Y_{vt}(STA_{vt} - STA_{cg}) \quad (49b)$$

### 2.7 헬리콥터C.G에 작용하는 합성하중

위에서 고려한 각각의 구성요소들에서 발생하는 힘과 모멘트 등은 헬리콥터의 기체축 좌표계에서 나타내었다. 여기에 기체축 좌표계에서 중력성분을 더하면 헬리콥터 질량중심에 작용하는 합성 하중들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} X &= X_{mr} + X_{fus} + X_{hs} + X_{vt} + X_{tr} - mg \sin \Theta \\ Y &= Y_{mr} + Y_{fus} + Y_{hs} + Y_{vt} + Y_{tr} + mg \sin \Phi \cos \Theta \\ Z &= Z_{mr} + Z_{fus} + Z_{hs} + Z_{vt} + Z_{tr} + mg \cos \Theta \cos \Phi \end{aligned} \quad (50a)$$

$$\begin{aligned} L &= L_{mr} + L_{fus} + L_{hs} + L_{vt} + L_{tr} \\ M &= M_{mr} + M_{fus} + M_{hs} + M_{vt} + M_{tr} \\ N &= N_{mr} + N_{fus} + N_{hs} + N_{vt} + N_{tr} \end{aligned} \quad (50b)$$

### 2.8 시뮬레이션 및 분석

본 연구에서 수행한 수학적 모델링의 타당성을 검증하기 위해 회전익 무인기 연구에 널리 사용되고 비교적 결과가 알려져 있는 R-50 모형헬리콥터를 선정하여 시뮬레이션을 수행하였다.

#### 2.8.1 트림

대상 헬리콥터의 제자리 비행조건에서 동적 특성들을 조사하기 위해 트림값을 계산하여 참고 문헌[2]에 있는 자료와 비교하여 표 1에 나타내었다. 여기서 비행시험값과 기준모사값은 참고 문헌[2] 자료이고 모사값은 본 논문에서 나타난 수학적 모델을 가지고 수치계산을 수행해 얻은 값이다. 결과들을 비교하면 주 회전익 콜렉티브 피치, 꼬리회전익 콜렉티브 피치입력들과 동체 롤자세 각 등은 비교적 유사하다는 것을 알 수 있다.

표 1. 제자리 비행조건에서 트림값 비교

비교대상 트림값	비행시험값	기준모사값	모사값
$\theta_{mr}$ [rad]	0.1567	0.1085	0.1087
$B_{1,sp}$ [rad]	0.0204	-0.007	0.1005
$A_{1,sp}$ [rad]	-0.0089	-0.0291	0.0128
$\theta_{tr}$ [rad]	0.232	0.0046	0.1351
$\Phi$ [rad]	0.0661	0.0561	0.0372
$\Theta$ [rad]	0.0525	-0.0464	-0.1033

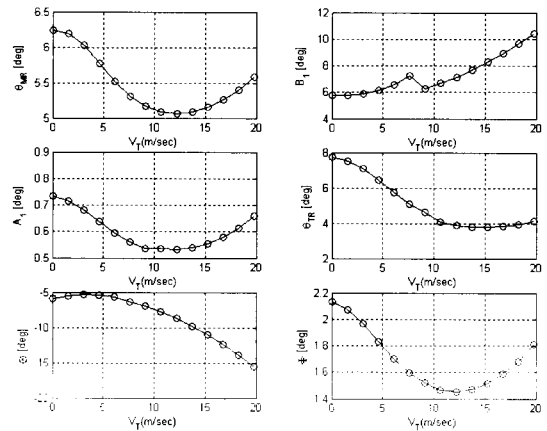


그림 1. 전진비행속도에 대한 트림값 변화

전진비행속도에 대한 트림 값들의 변화를 그림 1에 나타내었다.

계산 결과 상용 헬리콥터의 전진비행속도에 따른 트림 경향들과 유사하다는 것을 알 수 있다. 여기서 속도 범위는 모형헬리콥터의 주 회전익 회전속도를 고려한 것이다.

#### 2.8.2 수치선형화

제자리 비행에서 모형헬리콥터가 갖는 비행특성을 분석하기 위해 비선형 미분방정식을 트림상태에서 미소교란 방법으로 수치선형화를 수행해서 선형시스템 방정식을 다음과 같이 얻었다[7].

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (51a)$$

$$x = [u \ w \ q \ \Theta \ v \ p \ \Phi \ r]^T \quad (51b)$$

$$u = [\theta_{mr} \ B_{1,sp} \ A_{1,sp} \ \theta_{tr}]^T \quad (51c)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0.0531 & 0.0024 & -0.0756 & -0.3701 & -0.4163 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0535 & 0.0225 & -0.7801 & -0.0558 & -0.0174 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0049 & -0.0005 & -0.0221 & 0.4462 & 0.3758 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0001 & 0.0001 & -0.0005 & 0.0168 & 1.0134 & -0.0381 & 0 & 0.0002 & 0 \\ -0.0009 & -0.0058 & 0.0108 & -0.4031 & 0.3634 & -0.1562 & -0.0072 & 0 & 0 \\ -0.0037 & -0.0936 & 0.0380 & -1.5782 & 1.3859 & -0.1485 & -0.0072 & 0 & 0 \\ -0.0002 & -0.0031 & 0.0025 & 0.9411 & 0.0481 & -0.1117 & -0.0006 & 0 & 0 \\ 0.0276 & -0.1008 & -0.2541 & -0.0762 & -0.0025 & 0.6508 & 0.0302 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -41.7796 & -33.2990 & -0.0002 & 0 \\ -402.6483 & -0.4441 & 0.4187 & 0 \\ 0.000 & 40.7281 & 0.0585 & 0 \\ 0.1095 & 1.5273 & 0.0022 & -0.0948 \\ 5.3274 & 0.0498 & 33.0560 & -16.2753 \\ 20.3392 & 0.1091 & 126.2104 & -16.2897 \\ 1.0667 & 0.0041 & 4.7329 & -0.8747 \\ -78.4892 & -0.7340 & -0.0004 & 67.9043 \end{bmatrix}$$

#### 2.8.3 제자리 비행에서 모드 분석

제자리 비행상태의 선형 시스템 행렬로부터 고유치와 각각의 비행모드를 표 2에 정리하였다. 고유모드 중에서 횡방향 장주기 모드에 지배적인 상태변수들을 나타내기 위한 위상선도를 그림 2에

표 2. 제자리 비행상태의 고유 비행모드

고유값	감쇠값	진동수 (rad/sec)	동적모드
-0.1213	1	0.121	롤 모드
$0.2417 \pm 0.0983i$	-0.926	0.261	횡방향 장주기 모드
0.0479	-1	0.0479	피치 모드
$-0.0662 \pm 0.7366i$	0.089	0.74	종방향 장주기 모드
0.0069	-1	0.0069	요 모드
-0.00002	1	0.00002	히브모드

나타내었으며 요잉 각속도  $r$ , 롤 자세각  $\phi$ , 속도 성분  $w$ 가 주로 영향을 미치는 성분이라는 것을 알 수 있다. 종방향 장주기 모드의 경우에 그림3에 나타내었으며 롤링 각속도  $p$ , 요잉 각속도  $r$ , 롤 자세각  $\phi$ 등이 다른 성분들에 비해 영향이 큰 것을 알 수 있다.

### III. 결 론

본 연구에서 복잡성을 최소화하는 동시에 동적 특성에 잘 부합하도록 소형 헬리콥터의 수학적 모델링을 수행하였으며 이를 R-50 상용 헬리콥터에 적용하여 수치계산을 통해 전진속도에 따른 트림 값을 구하고 제자리 비행에서 선형 시스템 행렬을 구하여 비행모드와 위상선도를 기 발표된 결과와 비교하여 그 유용성을 확인하였다. 전진 속도에 따른 트림 값들의 변화는 실물 헬리콥터의 경향과 유사하는 것을 확인할 수 있었다. 아울러 동특성이 알려져 있지 않은 모형 헬리콥터의 동적 특성들을 파악할 수 있는 토대로 활용할 수 있으며 다양한 비행 상태에서 수치선형화에 의한 선형시스템 행렬을 쉽게 확보할 수 있으므로 유도제어 시스템의 개발에 활용될 수 있으리라 사료된다. 향후 연구 과제로 주 회전익 직경이 1.8m급의 모형헬리콥터(R-50의 주 회전익 직경은 약 3m)를 가지고 비행시험을 수행한 후 시스템 식별 연구를 통해 수학적 모델을 타당성을 확인 검증할 예정이다.

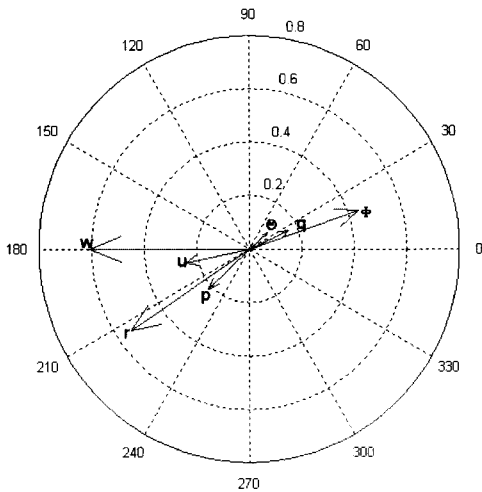


그림 2. 횡방향 장주기 모드 위상선도

### 후 기

이 논문은 조선대학교 및 NURI사업단의 지원으로 수행되었으므로 이에 감사드립니다.

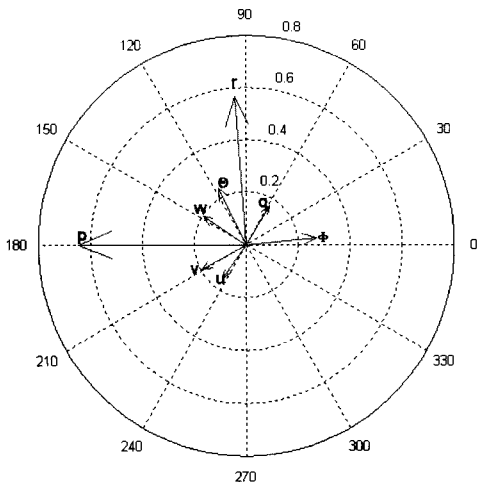


그림 3. 종방향 장주기 모드 위상선도

### 참고문헌

- 1) Robert K. Heffley, M. A. Minch "Minimum-Complexity Helicopter Simulation Math Model", NASA CR 177476, USAVSCOM TR 87-A-7, California, April 1988.
- 2) Christian Munzinger. "Development of a real-time flight simulator for an experimental model helicopter", Master's thesis, Georgia Institute of Technology, School of Aerospace Engineering, Atlanta, GA, July 1997.
- 3) Peter D. Talbot, Bruce E. Tinling, William A. Decker, and Robert T.N. Chen, "A Mathematical



Model of a Single Main Rotor Helicopter for Piloted Simulation", NASA TM-84281, NASA Ames, 1982. 1.

4) Robert T.N. Chen, "A Simplified Rotor System Mathematical Model for Piloted Flight Dynamics Simulation", NASA TP-78575, NASA Ames, 1979.

5) R.W. Prouty, "Helicopter Performance,

Stability, and Control", PWS Publishers, 1990.

6) W. Johnson, "Helicopter Theory", Dover Publications, Inc., New York, 1980.

7) 박춘배, "회전의 조종안정성에 관한 연구", 연구 보고서, 국방과학연구소, 1990.

8) 박상선, 이상기, 이 환, 주광혁, "헬리콥터 시뮬레이션용 GUI S/W 개발", 한국항공우주학회지, 제31권 9호, 2003, pp. 88-93.