

論文

중수소 분사각에 따른 불화중수소 화학레이저의 성능향상에 관한 수치적 연구

박준성*, 백승욱**

Numerical Study of DF Chemical Laser Performance with Variations of D₂ Injection Angles

Jun Sung Park* and Seung Wook Baek**

ABSTRACT

In the chemical laser system with a radial expansion nozzle array, the laser beam generation is achieved by mixing F atom from supersonic nozzle and D₂ molecule from holes of round-bended supply line. Based on that the fuel injection angle with main stream has a great influence of performance on supersonic combustor, the effects of D₂ injection angles with the main F flow on mixing enhancement are numerically investigated. The results are discussed by comparison with three cases of D₂ injection angles; 10°, 20° and 40° with the main flow direction. Major results reveal that as the D₂ injection angle increases, the maximum small signal gains and the static pressure in the laser cavity become higher. Consequently, the D₂ injection angle between 20° and 40° is recommended as an optimized geometric parameter in consideration of both of high gains and low cavity pressure.

초 록

환형 노즐을 갖는 불화중수소 화학레이저 시스템에서 레이저빔 발진은 불소 원자와 중수소 분자의 혼합을 통해서 얻어진다. 초음속 연소기에서 연료의 분사각이 성능에 큰 영향을 미친다는 연구에 근거하여, 혼합률을 증진시키기 위한 연구로서 주유동과 일정각을 가지고 분사되는 중수소의 불소 원자와의 혼합률 증진에 대한 수치적 연구를 수행하였다. 중요 결과로서 중수소 분사각(10, 20, 40도)이 커짐에 따라서 최대 소신호 광학이득계수와 레이저 공동내의 압력이 상승하게 된다. 또한, 광학이득계수와 공동압력의 관점에서 불화중수소 화학레이저 발진을 위한 최대 성능은 20~40도 사이의 중수소 분사각에서 나타난다.

Key Words : DF Chemical Laser(불화중수소 화학레이저), D₂ Injection Angle(중수소 분사각), Gains(광학이득계수), Cavity Pressure(공동 압력)

1. 서 론

† 2004년 2월 14일 접수 ~ 2004년 9월 14일 심사완료

* 정회원, 한국과학기술원 항공우주공학전공

** 정회원, 한국과학기술원 항공우주공학전공

연락처, E-mail : swbaek@kaist.ac.kr

대전광역시 유성구 구성동 373-1

화학레이저는 일반 레이저와 다르게 레이저빔 발진을 위해서 전기 에너지를 사용하지 않고 오로지 화학반응만을 이용하여 레이저 시스템을 작동시킨다. 즉, 일반 레이저 시스템이 사용하는 다이오드 또는 램프를 이용한 레이저 공동내의 분

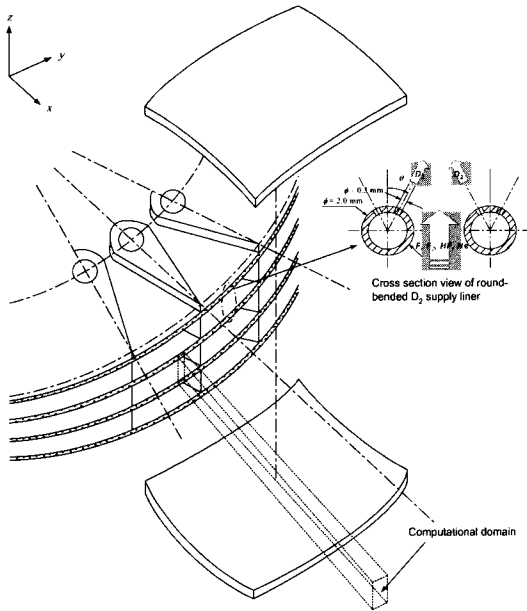


Fig. 1. A schematic of the DF chemical laser cavity block with the radial-expansion nozzle array

자 또는 원자의 밀도반전 원리와는 다르게, 화학 레이저 시스템에서는 화학반응만을 통하여 밀도 반전 현상을 일으키며 레이저를 작동시키기 위해 필요한 모든 에너지를 화학반응으로부터 얻는다. 또한, 고체상의 매질 내에서 여기분자가 생성되며 궁극적으로 밀도반전이 일어나는 일반 레이저 시스템과는 다르게 기체상의 매질인 연료와 산화제가 혼합되어 밀도반전이 일어나는 화학레이저의 경우, 여기분자를 생성하는 특수한 혼합 과정 및 화학반응이 매우 중요하게 되므로 이에 대한 심도있는 연구가 필요하다.

화학레이저 공동 내에서 발생하는 연료와 산화제의 혼합현상은 다양한 물리인자에 영향을 받게 되는데, 이는 확산형태의 혼합현상을 이용하는 화학레이저 시스템 내에 연료분사와 산화제 유동사이의 압력비[1], 연료와 산화제의 화학조성 [2, 3], 노즐 및 공동 형상[4] 등을 포함하고 있다. 위에서 나열한 화학레이저 특성을 조절할 수 있는 인자 중에서 특히, 형상에 관한 인자는 전체 시스템이 완성된 후에는 변경할 수 없는 부분이기 때문에, 결과적으로 시스템 제작 관점에서 살펴보면 가장 중요한 부분에 해당한다고 할 수 있다. 화학레이저에 대한 본격적인 연구에 앞서 상당한 연구가 진행되어온 초음속 연소현상에 대한 연구에서 연료와 산화제의 혼합현상을 향상시키는 연구는 전체적 연구에서 그 중심에 위치한다.

이 중에서 연료의 산화제 흐름에 대한 분사각의 혼합 및 연소 효율에 대한 영향 연구[5, 6]는 핵심적인 연구로서 다뤄지고 있다. 유사한 혼합과정을 경험하는 화학레이저 시스템에 적용되는 연료 분사각에 대한 연구 또한 연료와 산화제의 혼합현상 및 궁극적으로 밀도반전현상에 큰 영향을 미칠 것으로 기대된다.

화학레이저 공동은 기본적으로 거울과 기저부, 초음속 노즐을 가지고 구성되어있으며, 일반적으로 초음속 노즐은 평면 2차원 형태를 갖는다. 하지만, 2차원 형태의 노즐을 갖는 화학레이저 시스템은 기저부 위에 작은 구멍을 많이 뚫어야 하는 가공상의 제약 조건이 있을 뿐만 아니라 큰 유량을 공급할 수 없기 때문에 큰 출력의 발생을 요구하는 시스템에 부적절한 것으로 알려져 있다. 이러한 단점을 개선하기 위하여 Fig. 1에 보이는 것과 같은 환형의 초음속 노즐 및 분사구를 갖는 새로운 형상의 화학레이저 시스템이 고안되었다.

다른 기존의 고체 레이저, 반도체 레이저, 염료 레이저 등과는 다르게 화학레이저의 출력은 혼합률에 의해서 지배적으로 결정된다. 따라서, 화학레이저 성능향상을 위해서 혼합률과 레이저 빔 강도를 증대시킬 수 있는 조건을 찾는 작업이 필요하다. 본 연구에서는 MW급의 출력과 3.8 μ m의 파장을 갖는 불화중수소 화학레이저에서 중수소 분사각 변화에 따른 밀도반전 및 광학이득계수 특성변화에 대하여 혼합증대 및 레이저 출력 증가관점에서 접근하여 연구를 수행하였다. 중수소 분사각은 초음속 산화제 유동에 대하여 10, 20, 40도의 각을 선택하였으며, 기체 화학반응 유동장의 계산을 위하여 유한체적법과 TVD 기법, 보존형태의 3차원 Navier-Stokes 방정식, 화학종 방정식을 사용하였다. 특히 불화중수소 레이저의 화학반응을 모사하기 위하여 여기분자를 포함하는 11개의 화학종을 사용하며 32단계의 화학반응을 갖는 다단 화학반응모델을 적용하였다.

II. 지배 방정식

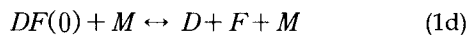
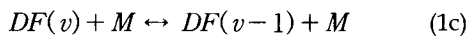
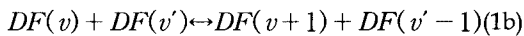
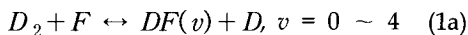
불화중수소 화학레이저 시스템에 대한 형상은 Fig. 1에 잘 나타나있으며, 고출력 달성이 용이한 환형 노즐을 가지고 있는 시스템이다. Fig. 1에서 점선으로 표시된 부분은 중수소 분사각에 따른 혼합률 및 광학이득계수에 대한 영향을 살펴보기 위해서, 본 연구에서 수치적으로 해석이 진행되는 영역을 나타낸 것이다. 이 계산영역은 환형 노즐 및 화학레이저 공동으로 구성된 전체영역을

대칭면을 따라서 나누어 선택된 부분이다. 그리고, 중수소 분사구에 대한 상세한 단면 형상은 Fig. 1 오른쪽 윗부분에 자세히 나타나있다.

환형 노즐을 통하여 F, F₂, HF, He으로 구성되어 있으며 균일하게 혼합된 기체 혼합물이 M = 4.5, P = 7.49 torr, T = 275.86 K의 상태로 화학 레이저 공동 안으로 유입된다. 환형으로 굽어진 파이프 위에 위치한 중수소 분사구에서는 중수소가 M = 1.0, P = 200.96 torr, T = 250.35 K의 상태로 유동방향의 10, 20, 40도의 각을 이루며 분사된다. 초음속 노즐을 중심으로 위아래에 위치한 중수소 분사구의 분포 형상은 지그재그 형상을 하고 있으며, 이는 혼합면 및 반응면을 넓게 만들어서 혼합률을 증대시키고 밀도반전을 크게 일으키는데 목적이 있다. 주어진 계산영역에서 혼합률 증대와 관련된 불화중수소 화학레이저 공동 내에서 일어나는 현상을 분석하기 위해서, 3차원 Navier-Stokes 방정식 및 화학종 방정식이 사용되며 이를 본 연구에서 다루지는 시스템에 적용하게 된다.

Fig. 1에서와 같이 층을 이루고 있는 환형 노즐은 각 층의 높이가 3mm이며 중수소 인젝터의 지름이 0.3mm이다. 그리고 각각을 통해서 공동으로 4.5와 1.0의 마하수, 7.49 torr와 200.96 torr의 압력으로 유입된다. 즉, 일반적인 상황과 비교하여 특성길이가 매우 작으며 밀도는 극히 낮은 상황이다. 따라서 층류와 난류를 구분지어주는 레이놀즈 수는 10¹ order의 매우 작은 값을 갖게 되고 초음속 연소라고 할지라도 본 연구에서 다루지는 유동은 층류 유동이라고 말할 수 있다.

올바르게 화학레이저 시스템 내에서 일어나는 밀도반전 및 레이저빔 발진현상을 분석하기 위해서, 화학반응 메커니즘에 대한 정확한 모델링이 필요하다. 불화중수소 화학레이저의 경우, 여기상태의 불화중수소 분자는 중수소와 불소원자사이의 화학반응에 의해서 생성되고, 분자간의 충돌에 의해서 에너지준위가 떨어지게 되며, 이와 함께 유도방출이 일어나게 된다. 불화중수소 화학 레이저빔을 생성하는 과정에서 나타나는 대표적인 화학반응은 아래와 같다.



위에서 표현된 화학반응과정에서 반응(1a)는 여기분자를 생성하는 펌핑반응을 나타낸 것이며,

반응(1b)는 진동에너지 사이의 이동, 반응(1c)는 진동에너지의 비활성화 반응, 반응(1d)는 바닥상태에 있는 불화중수소 분자의 해리를 나타낸다[7]. 수치적으로 위의 화학반응모델을 본 연구에 접목시키기 위해서 다단 화학반응모델이 필요하게 되며, j번째 화학종의 생성률은 모든 화학반응에 의한 영향을 고려하여 다음과 같이 계산된다.

$$\dot{\omega}_j = W_j \sum_{i=1}^{N_E} \left[(v_{ij}'' - v_{ij}') \left(k_{fi} \prod_{l=1}^{NS} n_l^{v_l} - k_{bi} \prod_{l=1}^{NS} n_l^{v_l} \right) \right] \quad (2)$$

위 식(2)에서 v_{ij}' 와 v_{ij}'' 는 각각 j번째 화학종의 i번째 화학반응에 의한 정반응, 역반응 당량계수를 나타내며, n_j 는 j번째 화학종의 몰농도를, NS와 N_R 은 각각 전체 화학종의 개수와 화학반응단계의 개수를 나타낸다. 그리고, k_{fi} 와 k_{bi} 는 각각 정·역반응 계수를 나타내며, 이는 Arrhenius 방정식의 형태로 주어진다.

수치해석과정에서 불화중수소 화학레이저빔 생성에 큰 영향을 미치는 불화중수소 분자에 대한 진동에너지 준위, $v=0\sim4$ 에서의 분포를 다음과 같이 각각의 불화중수소 분자(DF(0), DF(1), ..., DF(4))로 간주하여 화학종 방정식을 통해 계산하게 된다. 그리고 각각의 진동에너지 준위에서 각 회전에너지 준위 분포는 병진운동온도, T에서 Boltzmann 분포를 따른다고 가정하여

$$\rho_{v,j} = \rho_v \frac{2J+1}{Q(v)} \exp\left(-\frac{hc}{k} \frac{E_{v,j}}{T}\right) \quad (3)$$

의 식으로 표현된다. 위의 식을 통하여 각 진동에너지, 회전에너지 준위의 분자 분포를 계산하게 된다.

III. 수치해석기법

불화중수소 화학레이저 공동 내에서 일어나는 화학반응유동을 분석하고 여기분자 및 연료, 산화제의 화학종 분포, 광학이득계수 등의 레이저빔 발진과 관련된 데이터를 얻기 위해서, 여러 개의 방정식으로 구성된 지배 방정식 시스템을 한꺼번에 풀어야 한다. 이 방정식은 수학적인 해석방법으로 해를 얻기 어려운 쌍곡선 방정식의 형태를 갖고 있으며, 더군다나 본 연구에서 사용되는 계산영역은 복잡한 형상을 갖고있기 때문에 수치적인 해석방법을 사용해서 해를 구하게 된다. 그리고 강한 충격파의 상호작용이 계산영역 내에서 나타나기 때문에, 계산영역은 비교적 쉽게 보존법칙을 만족하며 충격파와 같은 불연속면

에서 수치적으로 안정하다고 알려져 있는 유한체 적법을 사용하여 차분하게 된다.

충격파의 상호간섭 및 반사형태에 대한 자세한 분석을 위하여 2차의 정확도를 갖는 TVD 기법[8, 9]을 사용하게 되며, 비점성항의 공간차분을 위해 van Leer 제한자가 적용되었다. 또한, 유동 Jacobian 행렬내의 고유치를 수정함으로써 비물리적인 해의 발생을 막기위한 방법으로 엔트로피 보정기법이 사용되었다. 이때 사용한 δ 는 0.01의 작은 값을 사용하였다. 마지막으로 점성항의 공간차분시에는 2차의 정확도를 갖는 중앙차분법을 사용하였다.

최종적인 결과는 LU 분해기법을 통해서 얻어지게 되며, 이는 많은 계산시간을 요구하는 역행렬 연산에 필요한 계산량을 줄여줄 수 있다는 장점을 갖고있다[10]. 지배 방정식의 시간에 대한 적분을 수행하기 위해서 적용되는 시간간격은 전체 계산영역에서 수치적으로 안정하다고 판단된 가장 작은 값을 취하게 된다.

중수소 공급라인 사이에 위치한 환형의 초음속 노즐을 통해서 F, F₂, HF, He으로 구성된 기체 혼합물이 레이저 공동 속으로 유입하게 된다. 중수소는 주유동에 대하여 일정한 각을 갖고 분사구를 통해서 음속의 속도로 엇갈려 분출되며, 본 연구에서 사용한 분사각은 10, 20, 40도 이다. 초음속 노즐 출구와 중수소 분사구에서의 조건은 Table 1에 상세하게 설명되어있으며, 분사구를 제외한 중수소 공급라인에 대해서는 단일조건이 주어진다. 계산영역 상하 경계면에서는 주기조건이 사용되고, 좌우 경계면에서는 대칭조건이 적용되며, 마지막으로 출구 경계면에서는 고유치가 모두 양의 값을 갖는 초음속 유동이 나타나기 때문에 1차의 외삽을 통해서 조건이 주어진다.

위에서 언급한 수치해석 기법을 통해 본 연구를 위해서 개발된 코드는 불화중수소 화학레이저 공동을 적절하게 모사하기위해서, 충격파, 경계층 사이의 상호작용, 초음속 유동으로의 분사,

화학레이저 출력 비교 등 다양한 경우에 대하여 비교·검증을 수행하였다[11].

IV. 결과 및 분석

일반적인 레이저 시스템과는 다르게 화학레이저 시스템에서 연료와 산화제의 혼합률 조절은 유도방출 및 밀도반전 현상을 일으키며 레이저빔 출력특성을 향상시키는데 매우 중요하다. 화학레이저 공동 내에서 일어나는 초음속 유동 내의 밀도반전 현상과 유사하게 스크램젯에서는 초음속 환경에서 연료와 산화제의 혼합 및 연소효율을 향상시키기 위하여 주유동에 대한 연료분사형태의 영향에 대하여 많은 연구가 진행되었다[5, 6]. 이와 같은 맥락에서 레이저 공동 내에서 연료(H₂ 또는 D₂)와 산화제(F)의 혼합 및 화학반응을 향상시키기 위한 연구로서, 화학레이저 시스템에서 사용되는 연료의 주유동에 대한 분사각에 따른 밀도반전 및 광학이득계수의 변화, 정압력의 변화 등을 살펴봄으로써 환형 노즐을 갖는 고풍력 화학레이저 시스템의 성능향상에 대한 연구를 수행하였다. 본 연구를 통하여 얻어진 결과와 이에 대한 고찰 부분은 다음과 같다.

$x = 0 \sim 5 \text{ cm}$ 의 제한된 영역에 대하여, 중수소 분사각에 따른 온도분포가 Fig. 2에 나타나있다. 이 영역은 레이저 공진기를 구성하는 거울 폭이 5 cm이며, 초음속 노즐 출구단($x = 0 \text{ cm}$)에 거울

Table 1. DF chemical laser supersonic nozzle exit and D₂ injector conditions

	Nozzle exit		D ₂ injector	
Mach number	4.5		1.0	
Temperature (K)	275.86		250.35	
Pressure (torr)	7.49		200.96	
Species mass fraction	F	0.199	D ₂	1.0
	F ₂	0.050		
	HF	0.437		
	He	0.314		

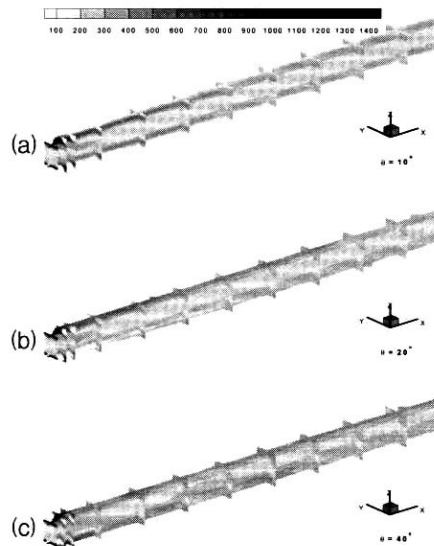


Fig. 2. Effects of D₂ injection angles on the temperature contour

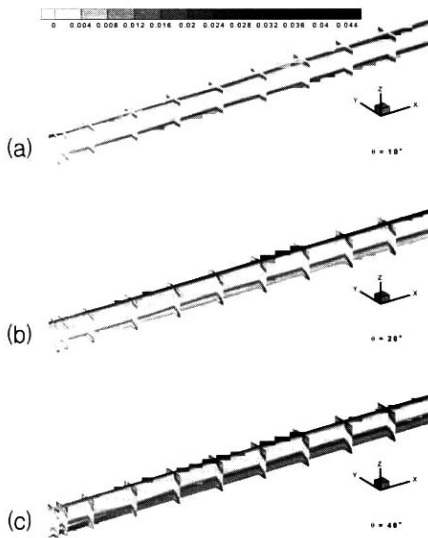


Fig. 3. Effects of D_2 injection angles on the DF(1) mass fraction contour

의 한쪽 끝이 위치하기 때문에 설정된 것이다. 온도 분포는 전영역에 걸쳐 중수소 분사각이 증가함에 따라 상승하고 있음을 알 수 있다. 이는 높은 중수소 분사각으로 인하여 유동흐름이 크게 방해받아서 유동에너지가 열에너지의 형태로 변화하였기 때문이다. 그리고, 중수소 분사각이 낮아짐에 따라서 매우 높은 압력으로 분사되는 중수소 분자가 더욱 후류로 퍼져나감을 또한 확인할 수 있으며, $y-z$ 평면에서 나타나는 겹쳐진 두 개의 평행사변형과 y 축이 이루는 각이 중수소 분사각이 증가함에 따라 더욱 커짐을 확인할 수 있다.

Fig. 3은 불화중수소 화학레이저 시스템에서 발생하는 대표적인 여기분자인 DF(1)의 중수소 분사각에 따른 질량분율의 공간분포를 보여주고 있다. DF(1) 여기분자가 나타나는 영역은 중수소 분사각이 높을수록 넓어지게 되는데, 이는 앞에서 설명한 것과 같이 중수소 분사각이 커질수록 화학반응면이 더욱 넓어지게 되며 온도가 전반적으로 상승하기 때문이다. 특히, 중수소 분사각이 40°일 경우에는 입구단 근처에서의 강한 화학반응으로 인하여 상당히 많은 양의 DF(1) 여기분자가 관찰되며, 반응면이 말굽 형상을 하고 있음을 살펴볼 수 있다.

광축에 수직한 $x-y$ 평면에서 나타나는 최대 소신호 광학이득계수[12] 분포는 Fig. 4에 나타나 있다. 소신호 광학이득계수는 공진기내의 매질을 빛이 지나감에 따라서 얻을 수 있는 증폭 정도를 나타내는데, 간단한 복사강도식, $I=I_0 \exp(\alpha z)$ 에서

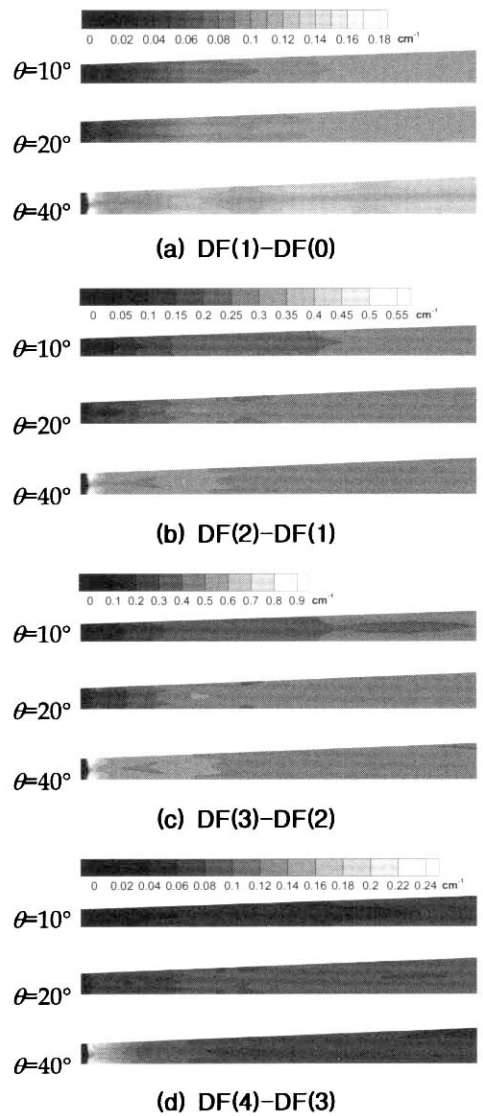


Fig. 4. Maximum small signal gain distributions in the $x-y$ plane

지수항인 α 를 의미하며 결과적으로 빛의 세기에 지대한 영향을 미치게 된다. 모든 경우에 대해서 초음속 노즐 출구단을 제외하고 최대 소신호 광학이득계수가 0의 값을 갖는 경우는 없다. 초음속 노즐 출구단을 벗어나자마자 가장 높은 최대 소신호 광학이득계수가 나타나는데, 이는 강한 충격파사이의 상호작용과 더불어 이로 인한 온도 상승 때문에 발생하는 것이다. 특히 중수소 분사각이 40°일 때에는 전체 경우 중 가장 높은 값을 보이고 있으며, 중수소 분사각이 10°, 20°일 경우에는 모든 진동에너지 전이에 대하여 그 값이 주 유동 방향을 따라서 점차적으로 증가하는 형태를

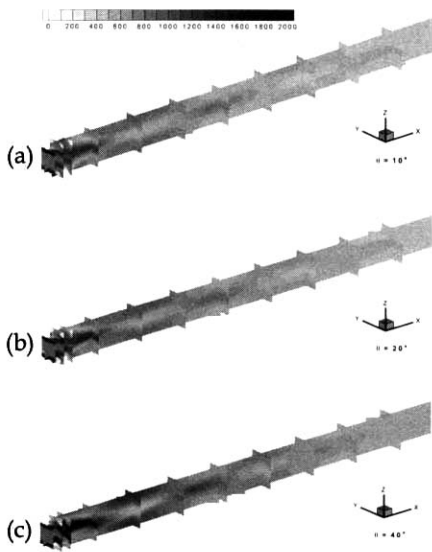


Fig. 5. Effects of D_2 injection angles on the static pressure contour

보이고 있다. 이와는 달리 중수소 분사각이 40° 일 경우에는 노즐 출구단에서 대략 2 cm 정도 떨어진 곳까지는 최대 소신호 광학이득계수가 증가하지만, 그 이후로는 감소하게 된다. 이러한 현상은 불화중수소 여기분자의 에너지 준위가 떨어지면서 발생한 것으로서, 주유동에 대하여 높은 각도를 가지고 분사된 중수소 분자 흐름에 의해서 레이저 공동 내의 압력이 상승하게 되고 분사각의 충돌회수가 증가하게 되어 궁극적으로는 여기분자의 에너지 준위가 떨어지는데 소요되는 시간이 짧아지기 때문이다. 따라서, 중수소 분사각이 커질수록 밀도반전이 일어나는 영역이 줄어들게 된다. 그러므로, 공진기 내에서 강한 레이저빔을 생성하기 위한 방법으로서 높은 광학이득계수를 얻는 방법과 높은 상태의 에너지 준위를 오랫동안 유지하는 방법 사이의 절충점인 최적의 조건을 찾아내는 작업이 필요하다.

중수소 분사각에 따른 화학레이저 공동 내의 정압력 변화 경향은 Fig. 5에 잘 나타나있다. 중수소 분사각이 커짐에 따라서 두 가지 두드러진 특징이 나타나는데, 하나는 전체 영역에 걸쳐서 정압력이 상승한다는 것이며, 다른 하나는 충격파의 반사각이 커지게 되어 그 반복주기가 짧아진다는 것이다. 초음속 노즐 출구단으로부터 대략 1 cm 떨어진 곳에서 중수소 분사각이 10°와 20°인 경우를 비교하면 그 차이는 두드러지지 않다. 하지만 40°의 경우에는 그 차이가 명백해진다. 결과적으로 정압력의 증가관점에서 살펴보면, 즉

높은 에너지 준위에서 머무는 시간을 생각했을 때, 중수소 분사각이 40°일 때보다 10°와 20°의 경우가 밀도반전 측면에서 레이저 시스템에 더욱 적합한 조건을 제공해준다고 할 수 있다.

V. 결 론

본 연구를 통해서 전체 화학레이저 시스템의 성능에 큰 영향을 미치는 혼합률을 제어할 수 있는 연료 분사각 변화에 따른 밀도반전 및 광학이득계수의 변화, 정압력의 변화 등을 살펴봄으로써 환경 노즐을 갖는 고출력 화학레이저 시스템의 성능향상에 대한 연구를 수행하였다. 본 연구를 통하여 얻어진 결과에 근거하여 내린 결론은 다음과 같다.

1. 중수소 분사각이 커질수록 화학반응면이 더욱 넓어지게 되고 온도가 전반적으로 상승하기 때문에 DF(1) 여기분자가 나타나는 영역이 넓어지게 된다. 특히, 중수소 분사각이 40°일 경우에는 입구단 근처에서의 강한 화학반응으로 인하여 상당히 많은 양의 DF(1) 여기분자가 관찰되고 초음속 연소현상에서 관찰되는 말굽형상의 반응면이 나타난다.
2. 중수소 분사각이 증가함에 따라서 최대 소신호 광학이득계수는 더욱 커지게 되며, 광학이득계수가 높게 분포하는 영역이 전 영역에 걸쳐 보다 넓게 나타나게 된다.
3. 중수소 분사각이 커짐에 따라서 전체 영역에 걸쳐서 정압력이 상승하며, 충격파의 반사각이 커지게 되어 반복주기가 짧아지게 된다.

최종적인 결론으로서 본 연구에서 다루어지는 불화중수소 화학레이저에서 최대 출력을 얻을 수 있는 조건은 20°와 40° 사이의 중수소 분사각에서 도출될 것으로 예상된다.

후 기

본 연구는 CERC(연소기술연구센터)의 지원으로 수행하였으며, 관계자 여러분의 지원에 감사드립니다.

참고문헌

- 1) Park, J. S. and Baek, S. W., "Effects of Pressure Ratio on Population Inversion in a

DF chemical Laser Cavity", *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, Vol.92, 2005, pp.31-49.

2) Spencer, D. J., Mirels, H. and Durran, D. A., "Performance of CW HF Chemical Laser with N₂ or He Diluent", *Journal of Applied Physics*, Vol. 43, No. 3, 1972, pp.1151~1157.

3) Hess, L. D., "HF Chemical Laser Studies: Use of MoF₆ to Increase Reaction Rates in H₂-F₂ Mixtures", *Journal of Applied Physics*, Vol. 43, No. 3, 1972, pp.1157~1160.

4) Hua, W., Jiang, Z. and Zhao, Y., "Nozzle Design in CW Hydrogen Fluoride Chemical Laser", *SPIE*, Vol. 2889, 1996, pp.135~140.

5) Eklund, D. R. and Gruber, M. R., "Study of a Supersonic Combustor Employing an Aerodynamic Ramp Pilot Injector", *AIAA* 99-2249, 1999.

6) Fuller, R. P., Wu, P. K., Nejad, A. S. and Schetz, J. A., "Comparison of Physical and Aerodynamic Ramps as Fuel Injectors in Supersonic Flow", *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 14, No. 2, 1998, pp.135~145.

7) King, W. S. and Mirels, H., "Numerical Study of a Diffusion-Type Chemical Laser", *AIAA Journal*, Vol. 10, No. 12, 1972, pp.1647~1654.

8) Yee, H. C., "Construction of Explicit and Implicit Symmetric TVD Schemes and Their Applications", *Journal of Computational Physics*, Vol. 68, 1987, pp.151~179.

9) Yee, H. C., "A Class of High Resolution Explicit and Implicit Shock-Capturing Methods," *NASA TM 101099*.

10) Jameson, A. and Turkel, E., "Implicit Schemes and LU Decompositions", *Mathematics of Computation*, Vol. 37, No. 156, 1981, pp.385~397.

11) Park, J. S., *Study of Population Inversion and Laser Beam Generation in DF Chemical Laser System*, Ph.D. Thesis, Division of Aerospace Engineering, KAIST, 2005.

12) Gross, R. W. F. and Bott, J. F., *Handbook of Chemical Lasers*, John Wiley & Sons, New York, 1976.