

## 論文

## 중심합성법에 의한 구조최적화에서 회귀함수변화의 영향

박정선\*, 전용성\*\*, 임종빈\*\*

## Effect of Various Regression Functions on Structural Optimizations Using the Central Composite Method

Jung-Sun Park\*, Yong-Sung Jeon\*\* and Jong-Bin Im\*\*

## ABSTRACT

In this paper, the effect of various regression models is investigated on structural optimization using the central composite method. Three bar truss and the upper platform of a satellite are optimized using various regression models that are polynomial, exponential and log functions. Response surface method is non-gradient, semi-global, discrete and fast converging in optimization problem. Sampling points are extracted by the design of experiments using the central composite method. Response surface is generated using the various regression functions. Structural analysis for calculating constraints is executed to find static and dynamic responses. From this study, it is verified that the response surface method has advantage in optimum value and computation time in comparison to other optimization methods.

## 초 록

본 연구에서는 반응표면법에 다항함수, 지수함수, 로그함수등을 적용한 다양한 회귀함수를 이용하여 최적화를 수행하였다. 이를 검증하기 위해 트러스 구조와 하나콤파 복합재 플랫폼에 대하여 응력 및 고유진동수를 고려하여 최적설계를 수행하였다. 근사함수를 효과적이고 용이하게 하는 방법을 실험계획법이라 하는데 중심합성법, 요인설계법, 회전계획법, 심플렉스법 등이 있으며, 본 연구에서는 중심합성법을 이용하여 반응표면을 생성하였다. 이를 위하여 구조해석 코드로 MSC/NASTRAN을 사용하였으며 최적설계 프로그램은 중심합성법을 기반으로 하여 다양한 회귀모델에 의한 반응표면을 적용하여 작성하였다. 또한 이 결과를 기존의 도함수를 이용한 최적화 기법이나 유전자알고리즘을 이용한 최적화 결과와 비교하여 반응표면법의 설계상의 장점 및 반응표면 생성 시 다양한 회귀모델에의 사용에 대한 신뢰성을 확인하였다.

**Key Words** : Response Surface Method(반응 표면법), Regression Model(회귀 모델), Central Composite Method(중심합성법), Honeycomb(하나콤파)

## 1. 서 론

† 2004년 7월 26일 접수 ~ 2004년 11월 22일 심사완료

\* 정희원, 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부  
연락처, E-mail : jungsun@mail.hankong.ac.kr  
경기도 고양시 덕양구 화전동 200-1

\*\* 정희원, 한국항공대학교 대학원

기존의 구조 설계에서 구조물의 각 부재치수나 재료의 특성 그리고 외부에서 가해지는 하중 등을 설계자의 경험 등을 토대로 설계자의 주관에 따라 안전계수를 정하여 구조물의 설계를 수행하

였다. 이는 구조물의 안전성에 대하여 신뢰성 있는 근거가 빈약하여 개선될 여지가 많았다. 이를 극복하고자 하는 많은 시도가 이루어졌으며, 근래에는 구조설계 시 확률분포를 갖는 변수들을 확률 통계적으로 처리하여 구조설계를 할 수 있게 되었다[1]. 이러한 확률 통계적 회귀분석의 한 방법인 반응 표면법(response surface method, RSM)은 1950년대에 Box와 Wilson에 의해 통계학 분야에서 처음으로 개발된 이후 화학, 공학 등에서 널리 응용되었다. 최근에는 Myer의 D-optimal 계획법과 Taguchi의 실험계획법(Taguchi method)을 이용한 최적설계, 강건설계, 다중설계 및 회귀모델의 적합성 검사, 혼합설계 등 물리학, 공학, 의학, 사회학, 생물학과 같은 다양한 연구분야에서 사용되어지고 있다[2].

본 연구에서는 트러스와 실제 구조인 하니콤 복합재 인공위성 플랫폼에 대하여 여러 가지 응력 및 고유 진동수를 제한조건으로 고려하여 최적설계를 수행하였다. 그리고 이를 위하여 구조 해석 프로그램으로 MSC/NASTRAN을 사용하였으며 최적설계 프로그램은 중심합성법을 기반으로 하여 다양한 회귀모델에 의한 반응표면을 적용하여 작성하였다. 본 논문에서는 이러한 다양한 회귀모델들에 의한 최적화 결과의 차이에 대하여 분석되었다. 또한 이 결과를 기존의 변형 유용 방향법(modified method of feasible directions), 유전자 알고리즘(genetic algorithm)에 이용한 최적화 결과와 비교, 분석하여 반응표면법의 최적설계상의 장점 및 반응표면 생성 시 다양한 회귀모델에의 사용에 대한 효율성과 신뢰성을 확인하여 반응표면법을 이용한 구조 최적화 분야의 지침을 마련하고자 한다.

## II. 반응표면법

### 2.1 반응표면의 생성

반응표면법은 전체 설계공간에 걸쳐있는 여러 변수 값들을 복합적으로 적용하여 어떤 반응에 영향을 주고 있을 때 이들의 입력과 출력의 대응 관계를 근사적으로 표현하는 반응표면을 생성하여 새로운 입력에 대한 근사적 결과를 얻어내는 실험계획법이다. 이를 응용한 구조최적 설계에서는 임의의 구조물에 대한 설계변수와 반응값에 대한 관계식을 근사화 하여 특정 범위 내에서의 설계변수의 변화에 따른 구조적 반응치를 근사적으로 예측할 수 있게 한다. 이때 얻어진 근사식을 반응표면(response surface)이라 한다. 반응표

면을 표현하는 근사함수를 효과적이고 용이하게 구하는 방법을 실험계획법이라 하는데 중심합성법(central composite method), 요인설계법(factorial design), 회전계획법(rotatable design), 심플렉스법(simplex design) 등이 이에 속한다. 본 연구에서는 중심합성법을 이용하여 반응표면을 생성하였다. 반응표면을 생성하는 과정에 있어 크게 고려되는 사항은 추출점의 선정 방식과 적절한 회귀모델을 사용하는 것이다. 일반적으로 사용되는 회귀모델로는 식 (1)의 다항함수가 사용되며, 본 연구에서는 식 (2)의 지수함수, 식 (3)의 로그함수 및 식 (4)의 삼각함수 등도 회귀모델의 생성에 추가로 적용해 서로 비교할 것이다. 또한 다항함수에 있어 흔히 사용되는 2차함수 이외에 3차 및 4차의 고차함수로 확대 적용하여 차수(order) 변화에 의한 효율성도 고찰한다.

$$y_i = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i \geq j} \beta_{ij} x_i x_j \quad (1)$$

$$y_i = e^{(\beta_0 + \beta_i x_i)} \quad (2)$$

$$y_i = \log_e(\beta_0 x_i^{\beta_i}) \quad (3)$$

$$y_i = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i \sin\left(\frac{\pi i}{2} + x_i\right) \quad (4)$$

식 (1)~(4)의 회귀모델에서의 회귀상수( $\beta_0, \beta_i$ )를 구하기 위해 회귀함수를 식 (5)와 같은 행렬식으로 표현하여 최소자승법(least square method)을 사용하여 식 (6)~(8)과 같은 과정을 통하여 구한다. 여기서  $y$ 는 설계변수  $x$ 에 대한 반응 값을 표현하며,  $k$ 는 설계변수의 총 수를 의미한다.

$$y_a = X\beta \quad (5)$$

$$L = \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 = \epsilon' \epsilon = (y_e - X\beta)' (y_e - X\beta) = y' y - 2\beta' X' y + \beta' X' X \beta \quad (6)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \beta} = -2X' y + 2X' X \beta = 0 \quad (7)$$

$$\therefore \beta = (X' X)^{-1} X' y \quad (8)$$

### 2.2 중심합성법

독립변수가  $k$ 개인 식 (1)~(4)와 같은 회귀모델은 심플렉스법이나  $2^k$ 요인배치법 등으로는 변수의 수준 변화에 따라서 발생하는 반응량의 변화를 감지할 수 없는 경우가 종종 발생하므로, 회귀계수를 적절히 추정하기 어려운 경우가 있다.

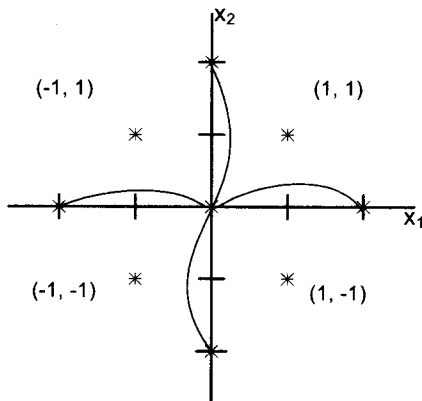


Fig. 1. Central composite method ( $k=2$ )

이런 단점을 보완하고 적은 횟수의 실험으로 반응표면을 추정하기 위하여 중심합성법이 사용된다. 중심합성법에서는 중심점의 수는 제한 없이 하나 이상이면 되며, 축점의 수는  $2k$ 가 된다. 중심합성법이 갖는 또 하나의 다른 장점은 축차실험(sequential experiments)이 가능하다는 것이다. 예를 들어, 실험인자가  $2^k$ 요인 실험계획에 의하여 실험을 한 후에 1차 회귀모델을 사용하여 반응표면 생성을 진행하다가 나중에 이 모델이 적당하지 않은 것이 판명되었다고 하자. 그러면 처음부터 새로이 1차 회귀모델을 추정하기 위하여 다른 실험계획법을 사용할 필요 없이 이제까지 얻은  $2^k$ 요인실험에 추가하여 중심과 축에 새로운 자료점(data points)을 증가시키면 간단하고 쉽게 이용할 수 있는 중심합성법으로 만들 수 있다는 것이다. Fig. 1은  $k$ 가 2인  $2^k$ 요인실험의 중심합성법에 대한 예를 나타내고 있다.

### 2.3 순차적으로 개선된 반응표면에 의한 최적화

순차적으로 개선된(sequentially updated) 반응표면법에 의한 최적화 과정을 Fig. 2에서 같이 살펴보면 설계변수의 전체 도메인에서 회귀모델에 의한 반응표면을 생성하여 최초 최적점(first optimum)을 찾는다. 그리고 이 최적점의 중심점으로부터 적절한 관심 영역을 재 설정한 후 다시 회귀모델을 재 생성하여 이 관심영역 근처에서 지역 최적점(local optimum)을 구하는 최적화를 수행한다. 이러한 과정을 반복하여 수행하여 수렴조건을 만족하면 프로그램은 정지하게 된다. 또한 반응표면 생성후의 최적화 과정에서 이동한계(move limit)와 함께 신뢰구간(confidence

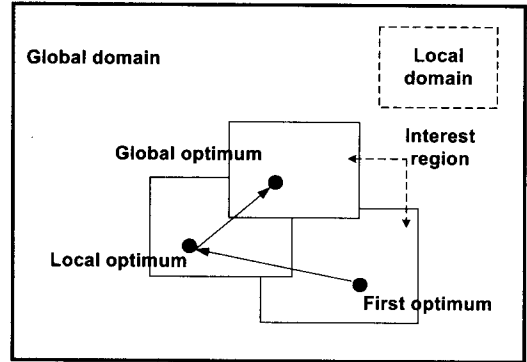


Fig. 2. Optimization process by sequentially updated response surface method

interval)을 적용하여 최적해의 정확성을 높이도록 하였다. 이러한 반응표면법에 의한 최적화 과정을 Fig. 2에서 확인할 수 있다.

## III. 최적화 프로그램의 검증

### 3.1 3부재 트러스의 최적화

본 연구의 검증을 위하여 기존의 다양한 방법으로 최적화가 수행된 3부재 트러스에 대하여 최적화를 수행하고 그 결과를 기존의 최적화 방법인 변형유용방향법(MFD) 및 유전자 알고리즘(GA)으로 수행된 최적값과 비교 분석하였으며, 다양한 회귀함수로 생성된 반응표면에 의한 최적화 값들도 비교 분석하였다.

설계변수는 트러스 구조부재 각각의 면적이며, 목적함수는 트러스 전체의 무게이다. 제한조건은 주어진 하중 하에서의 최대 허용 응력이다. 해석적 방법으로 부재의 면적에 따른 응력과 무게의 식에 물성치 등을 도입하여 다음과 같은 최적화 문제를 정의하였다.

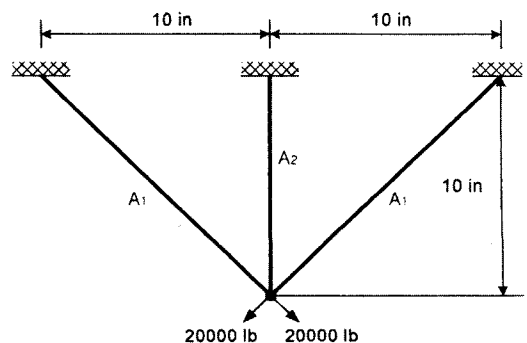


Fig. 3. Three-Bar truss structure

$$\text{Minimize : weight} = r_1 A_1 + r_2 A_2 \quad (9)$$

Subject to :

$$G_1 = \frac{2 A_1 + \sqrt{2} A_2}{2 A_1 (A_1 + \sqrt{2} A_2)} - 1 \leq 0 \quad (10)$$

$$G_2 = \frac{1}{2(A_1 + \sqrt{2} A_2)} - 1 \leq 0 \quad (11)$$

$$0.1 \leq A_i \leq 5.0 \quad (i = 1, 2)$$

식 (9)에서  $r_1$ 와  $r_2$ 는 각각  $2\sqrt{2}$  lb/in<sup>3</sup>과 1.0 lb/in<sup>3</sup>이고  $A_i$ 는 각 트러스의 단면적이다.

### 3.2 최적화 결과 및 분석

중심합성을 적용한 반응표면법(RSM)을 이용한 최적화의 결과를 변형유용방향법(MFD)과 유전자 알고리즘 방법(GA)을 이용한 최적화 결과들과 비교해 보면, 중심합성법에 의한 반응표면을 이용한 최적화의 경우 목적함수인 무게가 2.623~2.626 lb으로 다른 최적화 방법에 의한 결과보다 더 향상된 값을 가짐을 알 수 있다. 이러한 결과는 Table 1에 나타나 있다.

Table 1. Optimization results of three bar truss

		Weight (lb)	A <sub>1</sub> (in <sup>2</sup> )	A <sub>2</sub> (in <sup>2</sup> )	Iteration
초기설계		3.8280	1.0000	1.0000	-
R S M	2차함수	2.6263	0.7905	0.3903	19
	3차함수	2.6258	0.7837	0.4098	26
	4차함수	2.6265	0.7850	0.4062	13
	지수함수	2.6255	0.7837	0.4084	28
	로그함수	2.6230	0.7909	0.3857	40
	삼각함수	2.6243	0.7856	0.4020	24
MFD		2.6330	0.7990	0.3720	-
GA		2.6390	0.7991	0.3723	-

중심합성에 의한 반응표면의 생성 시 고차 및 다양한 회귀함수를 적용하여 최적화를 수행하였고 그 결과를 비교 분석하였다. 최적화 수행 결과, 로그 회귀함수를 이용한 최적화 경우 40번의 반복 수행으로 무게가 2.6230 lb으로 수렴을 하였다.

그 결과는 다른 회귀함수를 사용한 반응표면법의 최적화 값과 비교하였을 때 조금 더 향상된 값에 도달하였음을 알 수 있다. 또한 반복수행에

있어서는 4차 회귀함수를 사용한 경우 가장 빨리 최적 값으로 수렴함을 알 수 있다. 이러한 결과는 Table 1에서 알 수 있다. Fig. 4는 다양한 회귀함수에 대한 최적화 수행 중 목적함수 값의 변화를 보여주고 있다.

그리고 Fig. 5와 6은 최적화 수행 중 트러스 부재의 단면적의 변화를 나타내고 있다. Fig. 7과 8은 각 부재에 대한 최적화수행 중 제한함수 값의 변화 과정을 나타내고 있다.

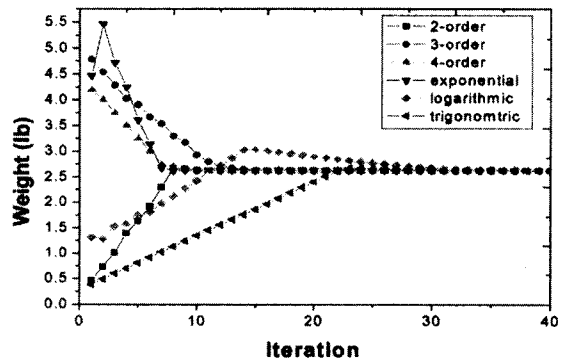


Fig. 4. Iteration history of weight

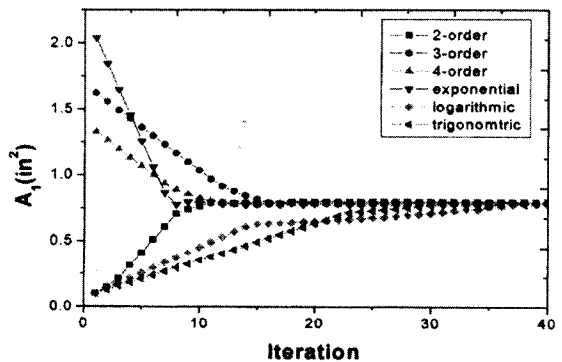


Fig. 5. Iteration history of design variable A<sub>1</sub>

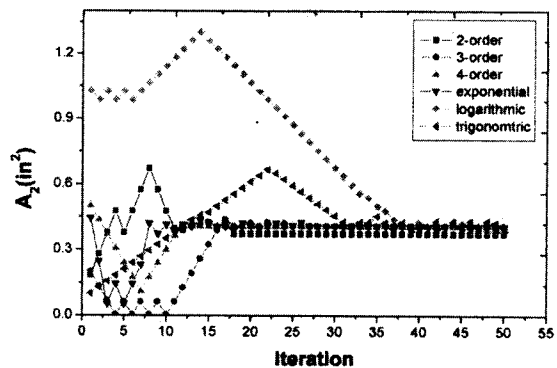


Fig. 6. Iteration history of design variable A<sub>2</sub>

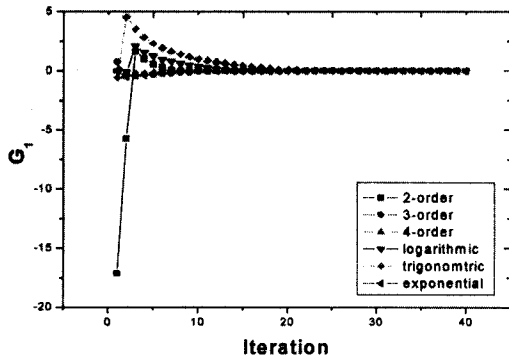


Fig. 7. Iteration history of constraint  $G_1$

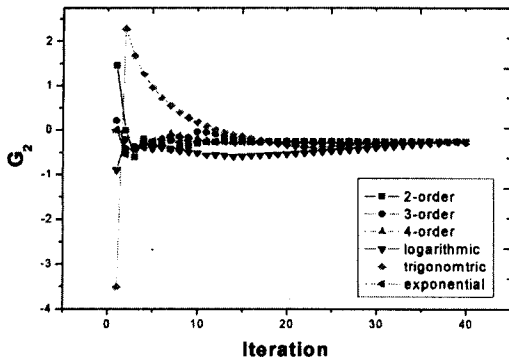


Fig. 8. Iteration history of constraint  $G_2$

#### IV. 하니콤 구조체의 최적화

##### 4.1 하니콤 플랫폼의 최적화

본 연구에서는 하니콤 복합재료인 인공위성 상부 플랫폼에 대해 중심합성에 의해 생성된 반응표면을 이용하여 최적화를 수행하고, 그 결과를 유전자알고리즘을 이용한 최적화 결과와 비교하였다.

또한 다양한 회귀 함수에 의해 생성된 반응표면을 이용하여 최적화를 수행하였으며, 그 결과들을 각각 비교하였다. 하니콤 샌드위치 구조물로 되어있는 인공위성 플랫폼(platform)은 Fig. 9 에서와 같이 3층 적층구조(facesheet/core/face sheet)로 되어있다.

하니콤 플랫폼의 설계는 위성 발사시의 동하중에 견디도록 설계되어야 하며 본 연구에서 사용한 하니콤 판은 z방향으로 10g와 측면 방향으로 X, Y, 45°방향으로 3.5g의 하중을 부가하여 정해석을 수행하였고, 구조체 강성 설계를 위해 고유진동수를 고려하여 동해석을 수행하였다. 하니콤 판의 외판 및 코어의 재료와 물성치는 Table 2

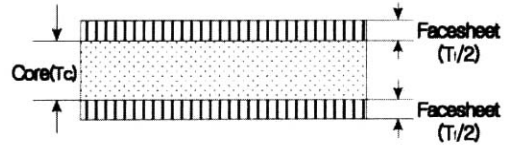


Fig. 9. Three-ply composite material

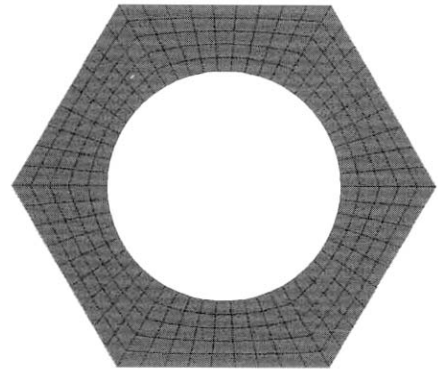


Fig. 10. Honeycomb upper platform model

에 나타나 있다. 하니콤 판의 유한요소 모델은 Fig. 10에서 보는 것과 같으며 유한요소 해석 시 양끝 모서리를 단순지지로 구속하였다. 지압 응력(bearing stress)이 발생하는 6각형의 모서리 부분에서 축방향 응력을 추출하였다.

Table 2. Material properties of honeycomb composite platform

	Upper platform	
	facesheet	core
Material	2024-T81 Al	3.1pcf-5052 Al
E (psi)	10.5e6	-
E <sub>1</sub> (psi)	-	1.0
E <sub>2</sub> (psi)	-	1.0
G <sub>12</sub> (psi)	-	1.0
G <sub>13</sub> (psi)	-	45.0e3
G <sub>23</sub> (psi)	-	22.0e3
ν	0.33	-
ν <sub>12</sub>	-	0.001
γ (lb/in <sup>3</sup> )	0.110	0.00179

하니콤 위성 플랫폼의 최적설계 수행 시 설계 변수는 외판의 두께( $T_i$ )와 코어의 두께( $T_c$ )로 설정하였으며 목적 함수는 플랫폼의 무게로 설정하였다. 따라서 플랫폼의 최적화를 정식화하면 식

(12)~(15)와 같으며 제한조건의 수치들은 Table 3에 나타내었다.

$$\text{Minimize : } OBJ = \sum_{i=1}^{NE} \sum_{j=1}^{NL} \gamma_i A_i t_{ij} \quad (12)$$

Subject to :

$$\frac{\sigma_f}{(\sigma_f)_y} - 1 \leq 0 \quad (13)$$

$$\frac{\sigma_b}{(\sigma_b)_y} - 1 \leq 0 \quad (14)$$

$$1 - \frac{f}{f_u} \leq 0 \quad (15)$$

식 (12)에서 NE는 요소의 수, NL은 2장의 외판과 코어로 3이며,  $\gamma_i$ 는 비중량,  $A_i$ 는  $i$ 번째 요소의 면적,  $t_{ij}$ 는  $i$ 번째 요소의  $j$ 적층의 두께이다. 식(13)은 하니콤에서의 등가 응력(equivalent stress)에 대한 제한조건이고, 식 (14)는 지압 응력(bearing stress)에 대한 제한조건이다. 식 (15)는 고유진동수에 대한 제한조건을 나타낸다. 지압응력과 고유 진동수는 MSC/NASTRAN의 유한요소 해석을 통해 얻어진 값을 이용하여 제한조건으로 사용하였다.

지압응력에 관한 식은 다음에서 볼 수 있다.

$$\sigma_b = \frac{f_b}{A} \quad (16)$$

$$f_b = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \quad (17)$$

여기서,  $f_b$ 는 식(17)과 같이 X, Y방향의 접촉력으로 구한 지압 전단력을 나타내며 A는 접촉면적(외판 두께×베어링 직경)을 나타낸다.

반응표면 생성을 위한 추출 점은 변수의 개수가 2개로 적기 때문에 중심합성법과 3<sup>k</sup>요인설계법을 이용하였으며 그 결과를 유전자 알고리즘을 이용한 최적화 값과 비교하였다.

Table 3. Upper platform constraints

	Stress(psi)		Freq. (Hz)	Thickness (in)	
	yield	bearing	f	T <sub>f</sub>	T <sub>c</sub>
Min.	-56,000	-48,695	75.0	0.028	0.6
Max.	56,000	48,695	-	0.200	1.3

Table 4. Optimization results of honeycomb composite platform

	Iteration	Weight (lb)	Freq. (Hz)	Design variables (in)		
				T <sub>f</sub>	T <sub>c</sub>	
Initial	-	40.341	77.76	0.032	0.800	
R S M	2차 함수	18	38.034	78.39	0.026	0.998
	3차 함수	25	38.557	74.28	0.028	0.869
	4차 함수	13	38.821	77.27	0.029	0.858
	로그 함수	30	39.316	75.39	0.030	0.846
	삼각 함수	20	38.872	75.87	0.028	0.900
GA	430	38.354	86.33	0.028	1.031	

### 4.2 최적화 결과 및 분석

중심합성에 의한 반응표면을 이용한 하니콤 복합재 플랫폼의 최적화 결과와 유전자 알고리즘을 이용한 결과가 Table 4에서와 같이 나타났다. 목적함수의 값이 초기설계의 40.341 lb에서 중심합성법을 이용한 최적화 결과 38.034~39.316 lb로 향상된 값을 가짐을 알 수 있다. 또한 전역최적화 방법인 유전자 알고리즘에 의한 결과와 비교해 보았을 때 유전자 알고리즘이 430번의 세대를 거쳐 2,150번의 유한요소 해석을 수행한 반면에 2차 함수를 적용한 반응표면법은 18번의 반복수행을 거치는 동안 162번의 유한요소 해석을 함으로써 13배 이상의 계산시간이 단축되었으며 해석의 결과에 있어서도 유전자 알고리즘과 비교하여 양호한 값이 도출되었다.

중심합성을 이용한 반응표면법에 의한 최적화에서 고차 및 다양한 회귀함수를 적용하여 생성된 반응표면을 이용한 최적화 결과들을 비교해 보면, 최적화 결과 2차 함수를 이용한 최적화의 경우 18번의 반복수행을 거쳐 목적함수 값이 38.034 lb로 수렴하였으며 그 결과는 다른 회귀함수를 사용한 반응표면법의 최적화 결과와 비교해 보았을 때 향상된 값을 확인할 수 있다. 또한 수렴속도에 있어서는 4차 회귀함수를 사용한 경우 가장 빨리 최적 값으로 수렴하였다.

## V. 결 론

본 연구에서는 반응표면법을 이용하여 3부재 트러스 구조물과 하니콧 인공위성 플랫폼에 대한 최적화를 수행하였고 반응표면법에 의한 최적화 결과들을 변형유용방향법과 유전자알고리즘을 이용한 최적화 결과와 비교 분석하였다. 중심합성을 이용한 반응표면을 생성하는데 있어 기존의 2차 다항식의 회귀함수에 국한되지 않고 고차 및 다양한 회귀함수를 사용하여 반응표면을 생성하여 최적화를 수행하였다.

반응표면법을 이용한 최적화 수행결과 기존의 도함수 응용 최적화 기법인 변형유용방향법 및 확률 통계 방식인 유전자 알고리즘에 의한 최적화 결과보다 좀더 개선된 최적 해가 도출되었음을 확인하였으며, 다양한 회귀함수에 의한 반응표면법의 최적 값들을 비교함으로써 여러 가지 회귀모델함수에 대한 신뢰성을 확인할 수 있었다. 이로써 반응표면법의 구조 최적설계에 대한 효용성 및 다양한 회귀함수를 이용한 반응표면의 생성에 대한 신뢰성을 확인할 수 있었다.

본 연구를 토대로 좀더 복잡한 구조물에 반응표면법을 적용한 최적화를 수행하기 위하여 필요로 하는 빠른 수렴성과 정확한 결과를 최적설계 분야에 응용할 수 있는 가능성을 확인하였다.

## 후 기

이 논문은 과학기술부의 지원으로 수행하는 21세기 프론티어 사업(스마트무인기기술개발사업단)과 국방과학연구소의 비행체특화연구센터의 지원으로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

## 참고문헌

- 1) Box, G. and Wilson, K., "On The Experimental Attainment of Optimum Condition", *Journal of Royal Statistical Society, Ser. B*, Vol. 13, 1951, pp. 1-45.
- 2) Myers, R., Khuri, A. and Carter, W., "Response Surface Methodology: 1966-1998", *Technometrics*, Vol. 31, No. 2, 1989, pp. 137-157.
- 3) 박정선, 윤진환, 임종빈, "반응표면법에 의한 인공위성 구조체의 최적설계", *한국항공우주학회지*, 제32권, 제1호, 2004, pp. 22-28.
- 4) Myers, R. and Montgomery, D. C., *Response Surface Methodology-Process and Product Optimization Using Designed Experiments*, John Wiley & Sons, 1995.
- 5) Hunter, W., "A Review of Response Surface Methodology: A Literature Survey", *Technometrics*, Vol. 8, No. 4, November, 1966, pp. 571-590.
- 6) Anne Broudiscou, Riccardo Leardi and Roger Phan-Tan-Luu, "Genetic Algorithm as a Tool for Selection of D-optimal Design", *Chemometrics and Intelligent Laboratory System* 35, 1996, pp. 105-116.
- 7) Box, G.E.P and Hunter, J. S., "Multifactor experimental designs for exploring response surface", *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 28, No. 28, 1957, pp. 195-247.
- 8) Melih Papila and Raphael T.Haftka, "University and Response Surface Approximation", *AIAA-2001-1680*, 2001.
- 9) Li, G. and Grandhi, R., "Accuracy and Efficiency Improvement of Response Surface Methodology for Multidisciplinary Design Optimization", *AIAA 2000-4715*, 2000.