

## 수평평판에서 복합 층류 막응축에 대한 연구

이 역 수<sup>†</sup>

부경대학교 기계공학부

### A Study of Conjugate Laminar Film Condensation on a Flat Plate

Euk-Soo Lee<sup>†</sup>

*School of Mechanical Engineering, Pukyong National University, Busan 608-739, Korea*

*(Received August 19, 2004; revision received January 20, 2005)*

**ABSTRACT:** The problem of conjugate laminar film condensation of the pure saturated vapor in forced flow over a flat plate has been investigated as boundary layer solutions. A simple and efficient numerical method is proposed for its solution. The interfacial temperature is obtained as a root of 3rd order polynomial for laminar film condensation, and it is presented as a function of the conjugate parameter. The momentum and energy balance equations are reduced to a nonlinear system of ordinary differential equations with four parameters: the Prandtl number, Pr, Jacob number,  $Ja^*$ , defined by an overall temperature difference, a property ratio R and the conjugate parameter  $\zeta$ . The approximate solutions thus obtained reveal the effects of the conjugate parameter.

**Key words:** Conjugate laminar film condensation(복합 층류 막응축), Conjugate parameter(복합 변수), Interfacial temperature(경계면 온도), Approximate solution(근사해)

#### 기 호 설 명

$A_0$  : 상수

$b$  : 평판의 두께

$C_f$  : 마찰계수

$C_{pl}$  : 정압비열 [kJ/kg<sup>o</sup>C]

$f$  : 무차원 액상 유동함수,  $\phi_l/\sqrt{\nu_l \dot{U}_\infty x}$

$F$  : 무차원 증기상 유동함수,  $\phi_v/\sqrt{\nu_v \dot{U}_\infty x}$

$h$  : 열전달계수 [kW/m<sup>2</sup>°C]

$h_{fg}$  : 잠열 [kJ/kg]

$Ja$  : Jacob 수,  $C_{pl}(T_s - T_w)/h_{fg}$

$Ja^*$  : Jacob 수,  $C_{pl}(T_s - T_b)/h_{fg}$

$k$  : 열전도계수 [kW/m°c]

$\dot{m}$  : 응축률 [kg/m<sup>2</sup>s]

$Nu_x$  : 국소 Nusselt 수,  $hx/k$

Pr : Prandtl 수,  $\nu/a$

$R$  : 물성치비,  $\sqrt{\rho_l \mu_l / \rho_v \mu_v}$

Re : 이상 Reynolds 수,  $U_\infty x / \nu_l$

$Re_x$  : Reynolds 수,  $U_\infty x / \nu$

$T$  : 온도 [°C]

$U$  :  $x$  방향 속도성분 [m/s]

$V$  :  $y$  방향 속도성분 [m/s]

$z$  :  $\theta_w^{1/3}$

#### 그리스 문자

$\delta$  : 응축액 두께

<sup>†</sup> Corresponding author

Tel.: +82-51-620-1617; fax: +82-51-620-1500

E-mail address: esolee@pusan.ac.kr

- $\eta$  : 유사변수,  $y\sqrt{U_\infty/x\nu}$
- $\theta$  : 무차원온도,  $(T - T_s)/(T_w - T_s)$
- $\theta_w$  : 무차원 고체-액체 경계면 온도,  $(T_w - T_s)/(T_b - T_s)$
- $\mu$  : 점성계수 [kg/m s]
- $\nu$  : 동점성계수 [m<sup>2</sup>/s]
- $\rho$  : 밀도 [kg/m<sup>3</sup>]
- $\tau$  : 전단응력 [N/m<sup>2</sup>]
- $\sigma$  :  $C\xi Ja^{*-1/3}$
- $\psi$  : 유동함수
- $\xi$  : 복합 무차원변수

**하첨자**

- $b$  : 평판의 아래쪽
- $f$  : 응축액
- $l$  : 액체
- max : 최대값
- $s$  : 포화상태
- $\nu$  : 증기
- $\delta$  : 액체-증기 경계면에서의 값
- $\infty$  : 자유유동

**1. 서 론**

충류 막응축에 대한 열전달 해석은 냉동 및 공조와 열교환기 설계에서 중요한 분야이다. 그리고 대부분의 충류 막응축 연구는 응축액체와 고체 경계면 사이의 온도는 등온조건으로 가정하고 미리 주어진다. 그러나 더 정확한 해석은 고체의 전도 열저항을 고려하여, 고체-유체 경계면의 온도는 주어지지 않고 고체벽에서 전도열전달과 유체에서의 응축열전달을 동시에 풀어야 한다. 이런 종류의 복합열전달(conjugate heat transfer) 문제를 평판 위의 강제대류열전달 문제에서 Luikov et al.<sup>(1)</sup>가 처음 해석하였으며, 단상(single phase)의 전도-대류열전달에 대하여는 많은 연구가 이루어졌다.

중력에 의해서 유체의 운동이 일어나는 수직평판의 충류 막응축 문제에 대하여 Nusselt<sup>(2)</sup>과 Pan<sup>(3)</sup> 등은 운동량방정식에서 관성력항과 에너지방정식에서 대류항을 무시하였고, Honda and Fujii<sup>(4)</sup>는

수평원판 주위를 흘러내리는 충류 막응축 문제를 복합열전달 문제로서 수치해석으로 연구하였는데, 대류항과 관성력항을 무시하였지만 기존의 실험 결과와 잘 일치함을 보였다.

수평평판의 강제대류 막응축 문제에서 응축막에 작용하는 중요한 힘은 액체-증기 경계면에서 전단응력이며, 응축되는 증기의 운동량 변화가 전단응력에 영향을 준다. Cess<sup>(5)</sup>는 운동량방정식에서 관성력항을 무시하고 에너지방정식에서 대류항을 무시하고 해석하였으며, 수평원판 내에서 막응축에 대한 Memory et al.<sup>(6)</sup>의 연구에서도 관성력과 대류항을 무시하였다. 그리고 Koh<sup>(7)</sup>는 관성력과 대류항을 고려하여 해석하였는데, 무차원 응축액의 두께( $\eta_\delta$ ), 프란틀 수(Pr), 그리고 유체의 물성치비( $R$ )가 이미 주어져 있는 조건에서 수치해석적 방법으로 유사해를 구했다. 그러나 복합열전달 문제로서 수평평판에서 강제대류 막응축에 대한 해석은 그 복잡성 때문에 매우 제한되어 있다.

본 연구에서는 수평평판에서 강제대류 충류 막응축 문제에 대하여 액체-증기 경계면의 전단응력이 존재하는 경우에, 액상의 운동량방정식에서 관성력항과 에너지방정식에서 대류항을 무시할 수 있는지를 유사해를 구해서 확인해 보고, 또한 복합열전달 문제로서 관성력과 대류항을 무시한 근사해를 구해 보고자 한다. 수평평판에서 강제대류 복합 충류 막응축에 대한 근사해는 해석이 간단하면서도 상당히 정확한 값을 줄 수 있다.

**2. 지배방정식과 유사해**

**2.1 유동모델**

Fig. 1은 유동모델에 대한 좌표계를 나타낸다. 증기의 유동속도  $U_\infty$ 는 평판과 나란한 방향( $x$ )

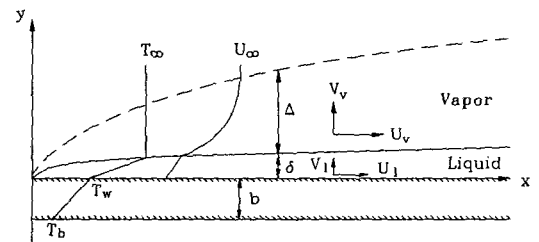


Fig. 1 Physical model and coordinates.

으로 흐르고, 속도분포는 그림과 같이 균일하다.  $T_s$ 는 포화증기의 온도이고  $T_w$ 는 응축액과 두께가  $b$ 인 평판의 경계면에서 온도이며,  $T_b$ 는 평판의 다른 면에서의 온도이다.  $T_b$ 와  $T_w$ 는 일정하고 평판의 열저항을 무시할 수 있다면,  $T_b = T_w$ 가 된다. 그러나 복합열전달 문제로서  $T_b$ 가 주어진 경우에는  $T_w$  값은 일반적으로 알려져 있지 않고 응축액의 유동과 평판의 열전도에 의존한다.  $T_w$ 는  $T_s$ 보다는 낮아서 막응축이 일어난다고 가정한다. 또한 정상상태 층류유동이며, 과동이 없다고 가정한다. 응축액과 증기 경계층의 두께들은 응축이 일어나는 평판의 길이에 비해 상대적으로 짧기 때문에, 증기의 경계층과 마찬가지로 응축액체의 유동에 대해서도 경계층 방정식을 적용할 수 있다. 응축 액막(condensation film)은 얇고 찬 벽면과 인접하므로 액체의 온도분포는 응축액에 수직인 방향( $y$ )에 따라 크게 변화하고,  $y$ -방향의 열전달량이 크기 때문에 액체와 증기, 두 상에서  $x$ -방향의 열전달은 무시할 수 있다.

$x$ -방향의 운동량방정식에서 중력의 영향은 무시할 수 있고, 증기 경계층의 두께 바깥으로는 비압축성 포텐셜 유동이므로 기체의 압력분포는 일정하다. 이와 같이 단순화된 유동모델은 2차원 층류 정상유동이며, 증기의 에너지방정식을 무시할 수 있고, 액체 쪽의 운동량방정식과 에너지방정식에서 부력과 점성에 의한 에너지 손실을 무시한다.

## 2.2 유사해

먼저 평판(고체)의 열저항을 무시할 수 있는 경우, 즉  $T_b = T_w$ 인 경우에 대하여 운동량방정식에서 관성력항과 에너지방정식에서 대류항을 고려한 유사해를 구해 보고자 한다. 기본적인 지배편미분방정식과 경계조건들은 아래와 같다.

액상에서

$$\frac{\partial u_l}{\partial x} + \frac{\partial v_l}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$u_l \frac{\partial u_l}{\partial x} + v_l \frac{\partial u_l}{\partial y} = \frac{1}{\rho_l} \frac{\partial \tau_l}{\partial y} \quad (2)$$

$$u_l \frac{\partial T_l}{\partial x} + v_l \frac{\partial T_l}{\partial y} = \frac{k_l}{\rho_l c_{pl}} \frac{\partial^2 T_l}{\partial y^2} \quad (3)$$

증기상에서

$$\frac{\partial u_v}{\partial x} + \frac{\partial v_v}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

$$u_v \frac{\partial u_v}{\partial x} + v_v \frac{\partial u_v}{\partial y} = \frac{1}{\rho_v} \frac{\partial \tau_v}{\partial y} \quad (5)$$

경계조건

$$y=0: u_l=0, v_l=0, T_l=T_w \quad (6)$$

$$y=\delta+\Delta: u_v=U_\infty, T_v=T_s, \frac{\partial u_v}{\partial y}=0 \quad (7)$$

$$y=\delta: u_l=u_v=u_i \quad (8)$$

$$T_l=T_v=T_i \quad (9)$$

$$\mu_l \frac{\partial u_l}{\partial y} = \mu_v \frac{\partial u_v}{\partial y} = \tau_i \quad (10)$$

$$\dot{m}_l = \dot{m}_v = \dot{m} \quad (11)$$

$$k_l \frac{\partial T_l}{\partial y} = \dot{m} h_{fg} \quad (12)$$

여기서  $\dot{m} = \frac{d}{dx} \int_0^\delta \rho_l u_l dy$ 이다.

액상과 증기상에서 경계층 편미분방정식과 경계조건들을 Blasius형의 유사변환을 사용하여 상미분방정식들로 바꿀 수 있다. 그러므로 유사 변환된 상미분방정식은 다음과 같다

유사변수와 유동함수

$$\eta_l = y\sqrt{U_\infty/x\nu_l}, \quad \eta_v = (y-\delta)\sqrt{U_\infty/x\nu_v} \quad (13)$$

$$\varphi_l = \sqrt{U_\infty\nu_l x} f(\eta_l), \quad \varphi_v = \sqrt{U_\infty\nu_v x} f(\eta_v)$$

액상

$$f''' + 1/2 f f'' = 0, \quad f(0) = f''(0) = 0 \quad (14)$$

$$\theta'' + 1/2 \text{Pr} \theta' = 0, \quad \theta(0) = 1, \quad \theta(\eta_\delta) = 0 \quad (15)$$

증기상

$$F''' + 1/2 F F'' = 0, \quad F'(\infty) = 1 \quad (16)$$

액체-증기 경계면에서 경계조건

$$\begin{aligned} F(0) &= Rf(\eta_\delta), \\ F'(0) &= f'(\eta_\delta), \\ F''(0) &= Rf''(\eta_\delta) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\frac{C_{pl}(T_s - T_w)}{h_{fg} Pr} = -\frac{f(\eta_\delta)}{2\theta'(\eta_\delta)} \quad (18)$$

여기서

$$\theta = \frac{T - T_s}{T_w - T_s}, \quad R = \sqrt{\frac{\rho_l \mu_l}{\rho_v \mu_v}}$$

이고 기호 Prime(')은 유사변수( $\eta$ )에 대한 미분을 의미한다.

먼저  $T_b = T_w$ 인 경우에 유사해를 구해서 관성력항과 대류항을 무시할 수 있는지를 확인해 보고자 한다. 응축 액체막에 관한 물성치를 평가하기 위한 기준 온도는  $T_{film} = T_w + 1/2(T_s - T_w)$ 를 사용하였다. 1기압에서 몇 가지 순수물질을 선택해서 강제대류 층류 막응축의 유사해를 구하였다. 본 연구에서 사용한 유체들에 대한 유사해의 변수들이 Table 1에 나타나 있는데,  $T_s - T_{fr}$ 는 1기압에서 끓는점과 어는점의 온도차이고, 최대 응축막의 두께  $(\eta_\delta)_{max}$ 는 수은을 제외하고 대략 2.1 이하이다. 일단 경계층 방정식들을 풀면 상미분방정식의 독립변수  $\eta$ 의 함수로 얻어지며, 일차적으로 무차원 속도분포와 무차원 온도분포를 얻을 수 있다.

Table 1 Estimation of parameters at 1 atm

Fluids	$T_s - T_{fr}$	Pr	R	$(\eta_\delta)_{max}$
Water	100°C	2.45	231	2.05
R-113	82.5	9.20	351	2.03
Ethanol	192.8	16.3	266	1.98
Glycerin	308.0	425.0	806	1.73
Mercury	395.8	0.012	233	5.69

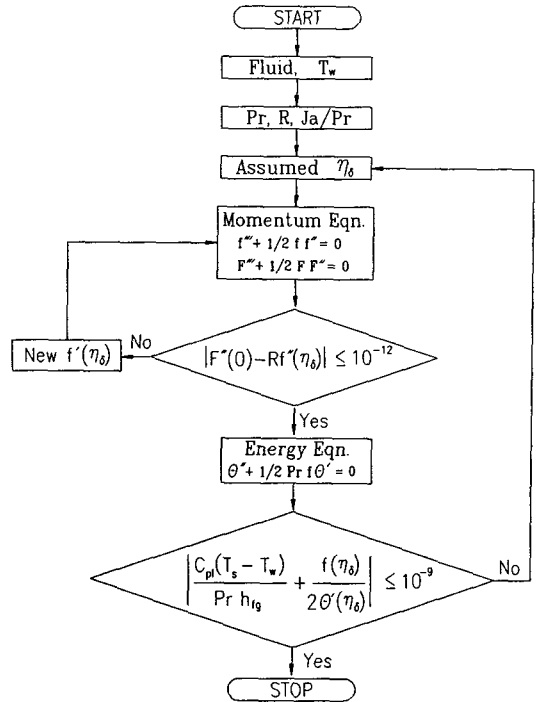


Fig. 2 Flow chart.

평판(고체)의 열저항을 무시할 수 있는 경우에, 유사해는 무차원 3개의 변수, 즉 무차원 액막두께  $\eta_\delta$ (혹은  $Ja/Pr$ ), 프란틀 수( $Pr$ )와 물성치비  $R$ 에 의해서만 직접적으로 영향을 받는다. 그리고 Fig. 2는 유체와 평판온도  $T_w$ 가 주어졌을 경우에, 지배방정식과 경계조건에 대하여 유사해를 계산하는 방법에 대한 흐름도(Flow chart)이다.

3. 복합 층류 막응축에 대한 근사해

Table 1에서 알 수 있듯이 액체금속을 제외하고 대부분의 층류 막응축 문제에서 응축액은 매우 얇으므로, 액체유동에서 관성력항과 대류항은 무시할 수 있을 것이다. 따라서 액상에서 운동량 방정식과 에너지방정식은 아래와 같다.

$$f'''(\eta_l) = 0 \quad (19)$$

$$\theta''(\eta_l) = 0 \quad (20)$$

증기상에서 운동량방정식과 경계조건은 유사해와 동일하고, 액체-기체 경계면의 경계조건들도 유사

해와 동일하다. 근사해의 경우에는 응축액에서 무차원 속도분포  $f'(\eta_l)$ 와 온도분포  $\theta(\eta_l)$ 은 식(19)과 식(20)에서 알 수 있듯이 기본적으로 선형(linear)이다. 층류 막응축에 대한 복합열전달 문제의 해석에서, 전도와 대류에 대한 에너지 보존 방정식들은 응축액과 고체의 경계면에서 열유속(heat flux)이 연속이라는 조건으로 서로 연결된다. 일반적으로 막응축의 경우에는 열전달량이 매우 크기 때문에, 고체벽을 따른 축( $x$ ) 방향의 열전도는 직교 방향( $y$ )의 열전도에 비하여 무시할 수 있다. 그리고 이 경우에 고체 벽 내의 온도분포는 선형이고 아래와 같이 표현된다.

$$k_s(T_w - T_b)/b = k_f \left( \frac{\partial T_f}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (21)$$

액체막이 얇은 경우에는, 응축액의 온도분포를 선형으로 가정할 수 있고 식(21)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{k_s(T_w - T_b)}{b} = \frac{k_f(T_s - T_w)}{\delta(x)} \quad (22)$$

여기서  $\delta(x)$ 는 액체막의 두께이다. 액체막(혹은 열경계층)의 두께는 유체의 물성치와 속도, 그리고 표면온도 등에 의존한다. 본 연구에서는 속도분포와 온도분포를 선형인 근사해로서  $\delta(x)$ 를 Reynolds 수, Prandtl 수, 그리고 Jacob 수의 함수로 나타내어 본다. 식(20)에서

$$\theta'(\eta_\delta) = -(1/\eta_\delta) \quad (23)$$

이고, 식(19)에서

$$\begin{aligned} f(\eta_\delta) &= A_0 \eta_\delta^2 \\ f'(\eta_\delta) &= 2A_0 \eta_\delta \\ f''(\eta_\delta) &= 2A_0 \end{aligned} \quad (24)$$

가 된다. 여기서  $A_0$ 는 임의의 상수이다. 식(18)에 식(23)과 식(24)을 대입하면

$$\text{Ja}/\text{Pr} = \frac{A_0}{2} \eta_\delta^3 \quad (25)$$

이고, 식(13)에서  $\eta_\delta = \delta/x \text{Re}^{1/2}$ 이다. 그러므로  $\delta(x)$ 는 아래와 같이 표현된다.

$$\delta(x) = x \left( \frac{\text{Ja}}{\text{Pr}} \frac{2}{A_0} \right)^{1/3} \text{Re}^{-1/2} \quad (26)$$

여기서  $\text{Re}(=U_\infty x/\nu_l)$ 는 자유유동의 증기속도와 응축액의 물성치를 사용한 이상(two-phase) Reynolds 수이고, Ja는  $T_s - T_w$ 를 기준으로 한 Jacob 수이다. 그리고 무차원 경계면 온도  $\theta_w$ 를 정의하면 아래와 같다.

$$\theta_w = \frac{T_w - T_s}{T_b - T_s} \quad (27)$$

또한 식(22)을 최대온도 차인  $T_s - T_b$ 로 나누고, 식(26)을 대입하여 정리하면 아래와 같다.

$$1 - \theta_w = C \zeta \text{Ja}^{*-1/3} \theta_w^{2/3} \quad (28)$$

여기서 상수  $C=(A_0/2)^{1/3}$ 이고 식(24)에서 알 수 있듯이 물리적으로 무차원 응축률  $f''(\eta_\delta)$ 을 의미한다. 그리고  $\text{Ja}^*$ 는 최대온도 차인  $T_s - T_b$ 를 기준으로 한 Jacob 수로서  $\text{Ja}^* = \text{Ja}/\theta_w$ 의 관계가 있고, 무차원 복합변수  $\zeta$ 는 아래와 같이 정의된다.

$$\zeta = \frac{k_f b}{k_s x} \text{Re}^{1/2} \text{Pr}^{1/3} \quad (29)$$

이 복합변수는 Luikov<sup>(8)</sup>가 단상의 대류 열전달에 대하여 제안한 무차원 복합변수  $\text{Br}_x = (k_f b/k_s x) \times \text{Re}_x^{1/2} \text{Pr}^{1/3}$ 와 유사하다. 이 식에서 복합변수  $\zeta$ 는 응축액의 대류 열저항과 평판(고체)의 전도 열저항의 비(ratio)를 의미한다. 한 예로  $\zeta=0$ , 즉 벽의 열저항  $b/k_s$ 가 응축액의 열저항  $\delta/k_f$ 보다 매우 작을 경우에는  $T_w \cong T_b = \text{constant}$ 가 되는데, 일반적으로 평판의 열저항을 무시한 등온조건으로서 유사해는 이 조건에서 계산되었다. 그리고  $\zeta \rightarrow \infty$ 가 되면 균일 열유속 조건이 된다. 식(28)에서  $z = \theta_w^{1/3}$ 로 두면, 다음과 같이 3차 다항식으로 나타낼 수 있다.

$$z^3 + \sigma z^2 - 1 = 0 \tag{30}$$

여기서 수정된 복합변수  $\sigma = C\zeta Ja^*^{-1/3}$ 이고,  $z$ 는  $\sigma$ 만의 함수이다. 이 식은 3차식이므로 3개의 근이 존재하는데,  $\sigma=0$ 인 경우를 제외하고는 항상 3개의 실근이 존재한다. 그러나 물리적으로 의미가 있는 값은  $0 \leq z \leq 1$  범위이고, 그 범위에서는 무차원 변수  $\sigma$ 의 값에 따라 항상 1개의 실근이 존재한다. 따라서 비선형방정식의 근을 구하는 방법인 Newton-Raphson 방법으로 무차원 경계면 온도  $\theta_w$ 를 구한 결과는 Fig.3에서 볼 수 있다. 경계면 온도  $\theta_w$ 는  $\sigma$ 의 증가와 함께 단조 감소함을 볼 수 있는데, 특히  $\sigma \leq 2.5$ 일 때 1에서 약 0.2까지 매우 급격히 감소하다가 그 후에 완만해짐을 볼 수 있다. 여기서  $\sigma$ 는  $\zeta$ 와  $Ja^*$ , 그리고 상수  $C$ 의 곱으로 이루어져 있기 때문에, 실제로 복합 층류 막응축에 대한 근사해는 4개의 무차원 변수, 즉  $Ja^*$ ,  $Pr$ ,  $R$ , 그리고  $\zeta$ 의 함수임을 알 수 있다. 식(24)에서 알 수 있듯이 무차원 응축률과 관계가 있는 상수  $C = (A_0/2)^{1/3}$ 가 4개의 무차원 변수에 의해서 결정되기 때문에, 수정된 복합 무차원 변수  $\sigma$  역시 4개의 변수에 의해서 결정된다. 그리고 Fig. 4에서  $\sigma$ 는  $\zeta$ 의 영향을 주로 받지만,  $\zeta$ 가 커지면  $Pr$ ,  $R$ 의 영향을 받는 상수  $C$ 와 Jacob 수  $Ja^*$ 의 영향은 상대적으로 커진다.

복합 막응축에 대한 근사해는 액상에서 운동량 방정식(19)와 에너지방정식(20), 그리고 증기에서

운동량방정식(16)과 함께 식(30)이 함께 풀어야 한다. 계산방법은 먼저 유체의 종류와 무차원 변수  $\zeta$ , 그리고  $T_b$ 가 주어진다. 상수  $A_0$ 가 가정되면 무차원 복합변수  $\sigma$ 가 계산되며, 식(30)에서 경계면온도  $\theta_w$ 가 구해지고,  $T_w$ 을 기준으로 막온도  $T_{film} = T_w + 1/2(T_s - T_w)$ 의 평가와 함께 식(24)과 식(25)에서  $\eta_\delta$ 와  $f(\eta_\delta)$ ,  $f'(\eta_\delta)$ ,  $f''(\eta_\delta)$ 가 구해진다. 그리고 액체-증기 경계면 경계조건에서  $F(0)$ ,  $F'(0)$ 를 알 수 있으며  $F'(\infty) = 1$ 의 조건과 함께 식(16)을 풀어서  $F''$ 과  $Rf''$ 의 값을 비교하고 오차가 만족스러울 정도로 아주 작을 때 해(solution)로 취한다. 오차가 큰 경우에는 상수  $A_0$ 를 다시 가정하고 앞의 과정을 반복한다. 적분방법으로 4계 Runge-Kutta method를 사용했으며, Iteration 방법으로 사격법을 사용했다.

일단 복합 열전달에 대한 지배방정식들을 풀면  $f(\eta_\delta)$ ,  $f'(\eta_\delta)$ ,  $f''(\eta_\delta)$ , 그리고  $\theta'(0)$ 의 값들을 이용할 수 있다. 즉, 액체-증기의 경계면 속도, 경계면 전단응력, 무차원 응축률, 그리고 무차원 열전달률 등은 아래의 식(31)~(34)에서 계산할 수 있다.

$$U_i/U_\infty = f'(\eta_\delta) \tag{31}$$

$$1/2 C_f \sqrt{Re} = f''(\eta_\delta) \tag{32}$$

$$(\dot{m}/\rho_l U_\infty) \sqrt{Re} = f(\eta_\delta)/2 \tag{33}$$

$$Nu_x/\sqrt{Re} = -\theta'(0) \tag{34}$$

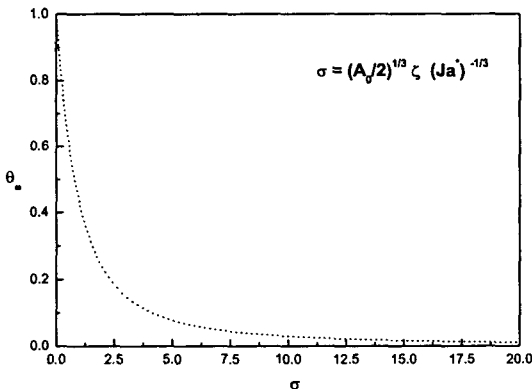


Fig. 3 Dimensionless solid-liquid film interfacial temperatures.

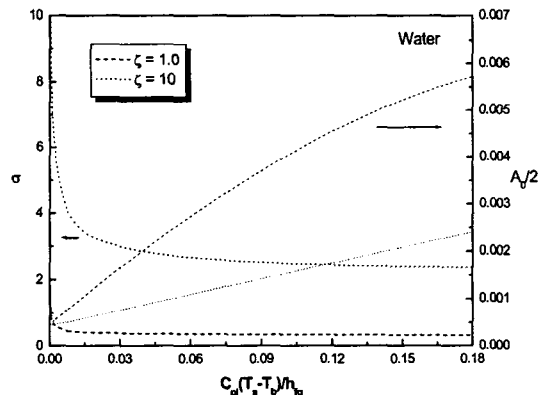


Fig. 4 Relation between  $\sigma$  and  $A_0/2$  with  $C_{pl}(T_s - T_b)/h_{fg}$  for water.

### 4. 계산결과 및 고찰

층류 막응축에 대한 유사해는 3가지 물리적인 무차원 변수인  $Ja$ ,  $Pr$ , 그리고  $R$ 을 포함한다. 그리고 복합 층류 막응축에 대한 근사해는 4가지 무차원 변수,  $Ja^*$ ,  $Pr$ ,  $R$ , 그리고  $\zeta$ 의 함수로서, 평판의 열저항을 무시할 수 있는 경우( $\zeta=0$ )에는 유사해와 근사해를 비교할 수 있다. 먼저 유사해에서 관성력항과 대류항을 무시할 수 있는지를 확인하고, 복합 열전달 문제로서 근사해에 대하여 무차원 복합변수  $\zeta$ 의 영향을 알아본다.

#### 4.1 층류 막응축에 대한 유사해

##### 4.1.1 속도분포

대류항과 관성력항을 고려한 유사해의 경우에 속도분포를 Fig. 5에 나타내었다. 수은(mercury)을 제외하고 최대 응축막의 두께 ( $\eta_\delta$ )<sub>max</sub> 범위에서는 기본적으로 선형이므로 관성력항을 무시할 수 있고, 응축액 두께  $\eta_\delta$ 에 직접적으로 의존한다. 또한 응축액 두께에 따라 선택된 유체들의  $Pr$ 와  $R$ 의 값들이 다르기 때문에 속도분포가 달라지는데, 특히 물성치의 비  $R$ 의 영향을 많이 받는다. 수은의 경우에는 벽면온도의 변화에 매우 민감하며, 본 연구의 범위에서  $\eta_\delta$ 의 값이 대략 2.1 부근보다 큰 경우에는 응축액은 상대적으로 두꺼워지고 응축액의 속도분포는 비선형이 되면서 점점 빨라진다. 그러나  $\eta_\delta$ 의 값이 대략 2.1보다 작은 경우는, 속도분포가 거의 선형이고 응축액의 속

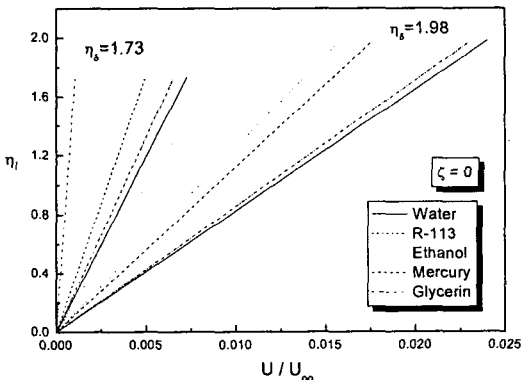


Fig. 5 Velocity profiles in condensate layer.

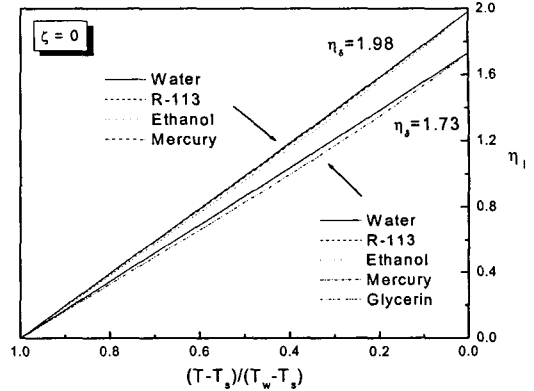


Fig. 6 Temperature profiles in condensate layer.

도가 증기의 속도에 비해서 상대적으로 작으므로 관성력항은 무시될 수 있다.

##### 4.1.2 온도분포

Fig. 6은 선택된 유체들에 대하여 동일한 응축액 두께  $\eta_\delta$ 의 값들에 대한 온도분포를 나타낸다.  $\eta_\delta$ 의 값과  $Pr$ 에 의존하는 온도분포의 비선형성은 대류항의 영향을 나타내는데,  $\eta_\delta$ 의 값과  $Pr$ 이 커질수록 점점 비선형이 된다. 그러나  $Pr$ 이 큰 유체일수록 응축액의 두께  $\eta_\delta$ 의 최대값이 작고,  $\eta_\delta$ 의 최대값이 큰 유체는  $Pr$ 이 상대적으로 작기 때문에 유사해는 3% 이내의 오차에서 거의 선형이다.

##### 4.1.3 무차원 응축액 두께와 수정된 Jacob 수

Fig. 7은 물에 대하여 수정된 Jacob 수  $Ja/Pr$ 와  $\eta_\delta$  사이의 관계를 나타낸다. Fig. 4와 Fig. 5에서

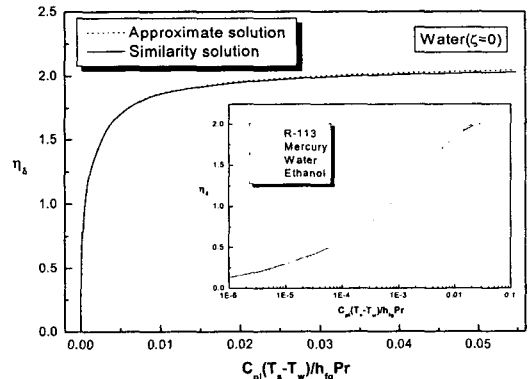


Fig. 7 Modified Jacob number  $Ja/Pr$  and liquid film thickness  $\eta_\delta$ .

속도분포와 온도분포가 거의 선형이므로 유사해와 근사해는 잘 일치하고 있다. 그리고 응축액 두께  $\eta_\delta$ 의 값이 대략 2.1보다 작은 수만을 포함하여 대부분의 응축되는 유체들도 Pr와 R의 차이 때문에 물과는 약간의 차이를 보이고 있으나, 응축액의 두께가 얇기 때문에 유사해와 근사해는 잘 일치하고 있다.

4.2 복합 층류 막응축에 대한 근사해

4.2.1 고체-액체 경계면 무차원 온도

Fig. 8은 수정된 Jacob 수  $Ja^*/Pr$ 에 대한 고체-액체 경계면 무차원 온도  $\theta_w$ 를 보여준다. 전체적으로는 무차원 복합변수  $\zeta$ 가 증가함에 따라  $\theta_w$ 가 감소하고 있음을 알 수 있다. 그리고  $Ja^*/Pr$ 가 증가함에 따라  $\theta_w$ 가 조금씩 증가하는데, 처음에는 변화가 큼을 알 수 있다. 이것은  $Ja^*/Pr$ 가 작은 경우에는, 즉 응축액의 두께가 매우 얇은 경우에는  $\zeta$ 의 변화와 함께 응축액에 대한 물성치인 Pr와 R의 변화가 크기 때문인데, 물성치 Pr와 R은  $Ja^*/Pr$ 의 값이 약 0.01 이하의 경우에는 기준온도에 대한 물성치 평가에서 점성의 변화에 대한 영향을 많이 받아서 급격하게 변하고,  $Ja^*/Pr$ 의 값이 약 0.01 이후로는 Pr와 R의 변화가 완만하다. 그러나 실제 물질의 물성치를 사용하지 않고 단지 복합 무차원 변수의 영향에 대하여 연구한 Luikov<sup>(8)</sup>는 이런 경향은 보이지 않고 무차원 경계면온도  $\theta_w$ 는 일정한 값을 가진다.

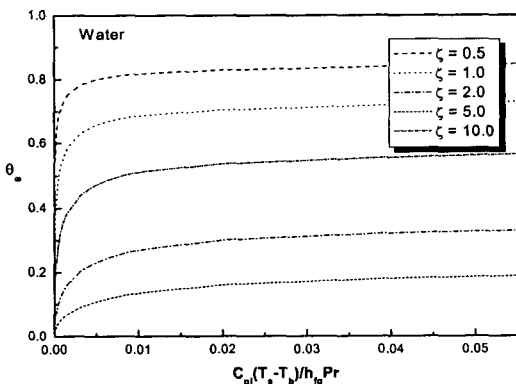


Fig. 8 Variation of interfacial temperature  $\theta_w$  with  $Ja^*/Pr$ .

4.2.2 응축액 두께, 경계면 전단응력 및 열전달

Fig. 9~11에서 무차원 응축액 두께, 경계면 속도, 그리고 무차원 열전달계수에 대하여 복합 무차원 변수  $\zeta$ 의 영향을 볼 수 있다.

Fig. 9에서 응축액 두께  $\eta_\delta$ 는 수정된 Jacob 수  $Ja^*/Pr$ 의 값이 증가함에 따라 처음에는 급격하게 증가하다가 다시 완만히 증가하는데, Fig. 8과 같이  $Ja^*/Pr$ 의 값이 작은 경우에는 무차원 복합변수  $\zeta$ 의 영향을 많이 받고 있으며  $\eta_\delta$ 는  $\zeta$ 가 증가함에 따라 감소한다.

액체-기체 경계면 전단응력  $1/2 C_f \sqrt{Re}$ 는 무차원 변수  $Ja^*/Pr$ 의 값이 증가함에 따라 거의 선형으로 증가함을 Fig. 10에서 볼 수 있는데, 무차원 복합변수  $\zeta$ 의 값이 증가함에 따라서 감소한다.

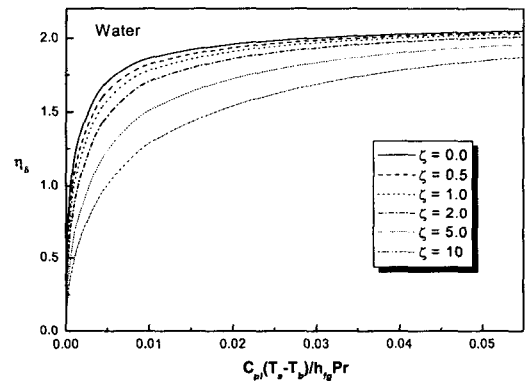


Fig. 9 Effect of conjugate parameter  $\zeta$  on the liquid film thickness  $\eta_\delta$  with  $Ja^*/Pr$ .

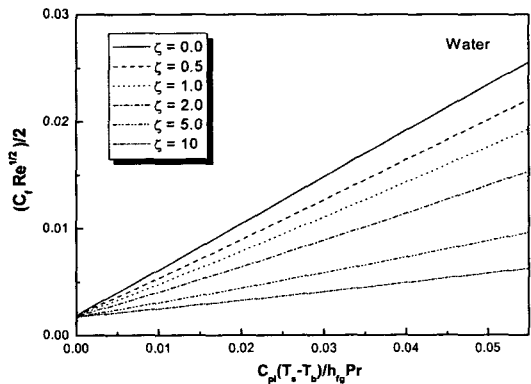


Fig. 10 Effect of conjugate parameter  $\zeta$  on the skin friction  $1/2 C_f \sqrt{Re}$  with  $Ja^*/Pr$ .



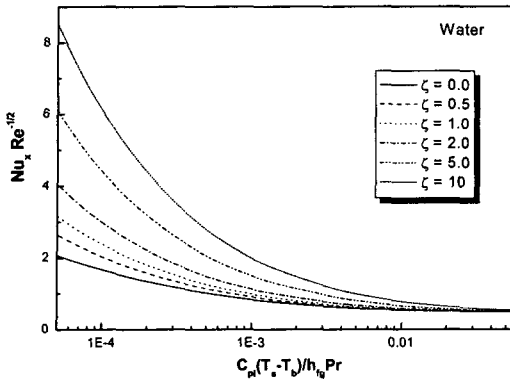


Fig. 11 Effect of conjugate parameter  $\zeta$  on the local Nusselt number with  $Ja^*/Pr$ .

그리고 무차원 응축률  $(\dot{m}/\rho_1 U_\infty)\sqrt{Re}$  과 액체-기체 경계면 속도  $U_i/U_\infty$ 에 대한  $\zeta$ 의 영향은 Fig. 10의 경계면 전단응력과 경향이 유사하므로 나타내지 않았다.

Fig. 11을 살펴보면, 무차원 국소 열전달 계수  $Nu_x/\sqrt{Re}$ 는 수정된 Jacob 수  $Ja^*/Pr$ 의 값이 증가함에 따라서 단조적으로(monotonically) 감소하고 있음을 알 수 있다. 무차원 경계면 온도  $\theta_w$ 에서 설명하였듯이  $Ja^*/Pr$ 가 작은 경우에, 복합 무차원 변수  $\zeta$ 의 영향을 크게 받고 있음을 알 수 있다.

## 5. 결 론

수평 평판위 강제대류에서 순수물질의 층류 막응축에 관한 문제를 증기와 액체유동에 대하여 경계층 이론을 적용하여 유사해를 풀고, 평판의 열저항을 고려하여 복합 열전달 문제로서 근사해를 풀었다.

액체유동의 운동량방정식에서 관성력항의 효과와 에너지방정식에서 대류항의 영향은 매우 작기 때문에, 복합 열전달 문제로서 층류 막응축에 대하여 근사해를 적용하여 해석할 수 있다. 복합 층류 막응축에 대한 근사해는 Jacob 수  $Ja^*$ , 프란틀 수  $Pr$ , 물성치비  $R$ , 그리고 복합 무차원 변수  $\zeta$ 를 포함하여 4개의 무차원 변수의 영향을 받고 있다. 그리고 수정된 Jacob 수  $Ja^*/Pr$ 의 증가와 함께 복합 무차원 변수  $\zeta$ 가 증가하면, 무차원 열전달계수는 증가하지만 무차원 응축액 두께와 경

계면 전단응력 등은 감소하는 경향을 보여주는데, 특히 응축액의 두께가 매우 얇은 경우에는 더욱 민감하다.

## 후 기

이 논문은 두뇌한국 21사업에 의하여 일부 지원되었음.

## 참고문헌

1. Luikov, A. V., Aleksashenko, V. A. and Aleksashenko, A. A., 1971, Analytical methods of solution of conjugated problems in convective heat transfer, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 14, pp. 1047-1056.
2. Nusselt, W., 1916, Die Oberflächen kondensation des wasserdampfes, *Z. Ver. Deutsh Ing.*, Vol. 60, pp. 541-558.
3. Pan, Y., 2001, Condensation characteristics inside a vertical tube considering the presence of mass transfer, vapor velocity and interfacial shear, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 44, pp. 4475-4482.
4. Honda, H. and Fujii, T., 1984, Condensation of flowing vapor on a horizontal tube-numerical analysis as a conjugate heat transfer problem, *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 106, pp. 841-848.
5. Cess, R. D., 1960, Laminar film condensation on a flat plate in the absence of a body force, *Z. Angew. Math. Phys.*, Vol. 11, pp. 426-433.
6. Memory, S. B., Lee, W. C. and Rose, J. W., 1993, Forced convection film condensation on a horizontal tube-effect of surface temperature variation, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, No. 6, pp. 1671-1676.
7. Koh, J. C. Y., 1962, Film condensation in a forced convection boundary layer flow, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 5, pp. 941-954.
8. Luikov, A. V., 1974, Conjugate convective heat transfer problems, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 17, pp. 257-265.