〈논문〉

외란관측기를 이용한 서보계의 통합설계

정 성 종† · 김 민 석*

(2004 년 10 월 14 일 접수, 2005 년 2 월 17 일 심사완료)

Integrated Design of Servomechanisms Using a Disturbance Observer

Sung-Chong Chung and Min-Seok Kim

Key Words : Disturbance Observer(외란관측기), Integrated Design(통합설계), Internal Stability(내부안정도), Multiobjective Function(다목적 함수), Nonlinear Optimal Design(비선형 최적설계), Q-Filter (Q-필터), Servomechanism(서보계)

Abstract

This paper proposes a systematic design methodology for high-speed/high-precision servomechanisms by using a disturbance observer. A multiplicative uncertainty model and a two degree-of-freedom controller composed of a disturbance observer (DOB) and a PD controller are considered as subsystems. Analysis of the system performance, such as internal stability and bandwidth of a servomechanism, according to subsystem parameters is conducted for better understanding of the dynamic behavior and interactions among the subsystem parameters. Then, an integrated design methodology, where the interactions are considered simultaneously, is applied to design processes of the servomechanism. The tradeoff relationship between disturbance suppression and measurement noise rejection of the DOB is considered through the design process. Numerical case studies show the improved possibility to evaluate and optimize the dynamic motion performance of the servomechanism. Moreover, the disturbance observer designed based on the proposed design methodology yields excellent disturbance suppression performance.

기호설명

C_i : 다목적 함수의 가중치, i=1~4
D_a : 아베오프셋, m
D_{a0} : 아베오프셋의 초기값, m
d : 외란, N·m
E_r : 반지름오차
E_{r0} : 반지름오차의 초기값
$G_c(s)$: 서보계 폐루프 전달함수
$G_m(s)$: 서보계 기계부 전달함수
$G_o(s)$: 서보계 개루프 전달함수
$G_{pc}(s)$: 외부루프 제어기 전달함수
$g_i(x)$: 비선형 제한조건 함수, i=1~9
J_m : 모터축 회전관성, kg·m^2
K_{emf} : 역기전력상수, V_{rpm}/rpm
K_{eq} : 서보계 등가강성, N/m
K_t : 토크상수, N·m/A_{rms}
K_p : 외부루프 제어기 비례이득, V/V
K_d : 외부루프 제어기 미분이득, V/V
$Q(s)$: Q-필터 전달함수
R : 직선-회전운동 변환 상수
u : 외부루프 제어기로부터의 제어입력, N·m
v_t : 테이블 운동속도, m/sec
$W(s)$: 곱셈형 섭동 전달함수
$W_1(s)$: 민감도 전달함수
$W_2(s)$: 여민감도 전달함수
x : 최적설계 설계변수 벡터
x_c : 지령위치, m
x_t : 테이블 직선운동거리, m
τ : Q-필터 시정수, sec

† 책임저자, 회원, 한양대학교 기계공학부
E-mail : schung@hanyang.ac.kr
TEL : (02)2290-0444 FAX : (02)2298-4634
* 한양대학교 기계설계학과

τ_d : 외부루프 미분 제어기 시정수, sec
ω_b : 시스템 대역폭, rad/sec
ω_{b0} : 시스템 대역폭 초기값, rad/sec
ω_q : Q-필터 대역폭, rad/sec
ω_{q0} : Q-필터 대역폭의 초기값, rad/sec
ζ : 측정 잡음, m/sec

1. 서 론

고속·고정밀 서보계는 반도체, 정보통신, 생산시스템 관련 운동제어에서 핵심적인 요소이다. 고속 고정밀 서보계 설계과정에서 가장 중요한 목표는 시스템의 위치결정 속도와 정밀도의 향상이다. 이러한 위치결정 속도와 정밀도는 시스템의 내적 또는 외적인 외란(disturbance)에 의해 크게 좌우된다. 예를 들어, 하드디스크 (hard disk) 같은 정보저장기기는 디스크 표면진동 및 편심진동, 구동기 자체에 기인한 공진 등의 외란이 고속화·고밀도화의 실현에 가장 큰 제약 요소이다. 또한 고속 공작기계 서보계의 경우 기계요소의 안내면에 존재하는 마찰력이나 기계가공 시 발생하는 절삭력 등과 같은 외란이 위치결정 정밀도를 저하시킨다.[1,2] 따라서 서보계의 고속화 및 고정밀화를 위해서는 이러한 외란들을 효과적으로 보상할 수 있는 제어기가 요구된다.

위치결정 정밀도를 향상시키고 외란에 의한 서보계의 성능 감소를 최소화 하기 위해 2 자유도 (two degree-of-freedom) 제어기가 제안되었다.[2~5] 제안된 제어기들은 일반적으로 강인성(robustness)을 위한 내부루프 제어기와 원하는 성능기준을 만족시키기 위한 외부루프 제어기로 구성된다. 내부루프 제어기에는 실제 시스템의 동적 특성을 신뢰성 있는 공칭시스템(nominal system)의 동적 특성에 일치시키는 역할을 함으로써 외란을 효율적으로 보상할 수 있는 외란관측기(disturbance observer)가 폭넓게 응용된다. 또한 외부루프 제어기는 전체시스템의 성능 향상을 위해 주어진 공칭모델에 대하여 설계가 이루어진다.

일반적으로 외란관측기에서는 제어기의 실현성(causality)을 위해 구조가 간단하고 실제 시스템의 적용에 유연성을 가지는 Q-필터(Q-filter)가 사용된다. Q-필터는 외란관측기의 특성과 외란제거 성능을 결정하는 가장 중요한 요소이다. Q-필터의 설계법으로 $Q(s)$와 $1-Q(s)$ 사이의 상충관계를 고려한 설계법[3]과 이산영역에서 감도함수 최소화 방법을 이용한 설계법[4]이 제안되었다. 그러나 시스템 구성 요소의 상호관계를 고려한 외란관측기의 설계 및 구현에 관련된 연구는 미흡하다.

서보계는 기계요소 및 제어요소로 이루어진 대표적인 메카트로닉시스템(mechatronic system) 이다. 따라서 고성능의 서보계를 설계하기 위해서는 기계요소 및 제어요소를 독립적으로 설계하는 기존의 요소설계(component design)가 아닌, 전체 시스템의 정적 및 동적 특성과 시스템의 각 요소에 대한 설계 필요사항을 만족시키며, 기계요소 및 제어요소를 동시에 설계하는 통합설계(integrated design)가 요구된다.[6~12]

본 논문에서는 기계요소와 제어요소의 독립적인 성능과 함께 구성요소 사이의 상호관계를 고려하는 통합설계 방법론에 기초하여 외란관측기를 설계한다. 통합설계를 위해 곱셈 불확실성 모델(multiplicative uncertainty model)을 고려한 기계요소 모델과, 외란관측기 및 비례-미분 제어기로 구성된 2 자유도 제어기 모델을 고려한다. 또한 기계요소 및 제어요소에 대한 설계변수들의 상호작용과 이러한 상호작용이 내부안정성(internal stability) 등과 같은 서보계 성능에 미치는 영향을 모의실험을 통해 분석한다. 이러한 과정을 바탕으로 고성능 서보계 설계 시 필수적으로 고려되어야 할 윤곽오차 및 아베오프셋(Abbe offset)[7~10]을 최소화하면서, 우수한 외란 억제 성능을 얻기 위한 Q-필터 대역폭의 최대화와 폐루프 시스템 대역폭의 최대화를 목적으로 하는 다목적함수(multiobjective function)의 통합설계를 수행한다. 마지막으로 다양한 사례연구로부터 통합설계 방법을 통해 설계된 서보계는 내부안정성을 만족하면서 우수한 외란제거 성능을 가지는 것을 보인다. 본 논문에서 제안하는 통합설계는 제어기 설계 시 다른 구성 요소들과의 상호관계를 고려할 수 있기 때문에 최적의 외란관측기 설계에 이용된다.

2. 서보계 모델링 및 규명

2.1 기계요소의 모델링 및 규명

본 논문에서 고려하는 서보계의 기계요소는 Fig. 1 과 같이 동력원인 모터와 모터의 회전운동을 직선운동으로 변환하는 볼나사와 너트(nut), 지지베어링, 그리고 테이블 등으로 구성된다. 서보계 기계요소의 수학적 모델은 모터, 볼나사 및 너트, 지지베어링, 직선안내면, 그리고 테이블 사이의 운동방정식으로부터 수립한다. 모터토크와 테이블 속도 사이의 전달함수 $G_m(s)$는 식 (1)과 같다.[7,10]

$$G_m(s) = \frac{b_1}{s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3} \tag{1}$$

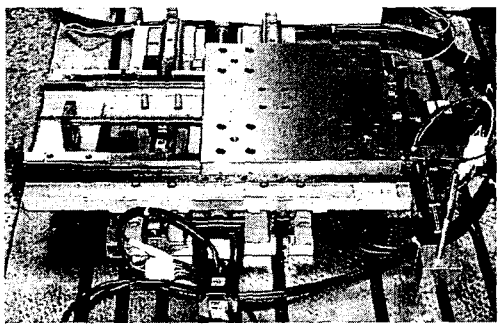


Fig. 1 Configuration of the servomechanism

여기서, $a_1 = \dfrac{J_m B_t + \left(K_t K_{emf} + B_m\right) M_t}{J_m M_t}$

$$a_2 = \frac{\left(K_t K_{emf} + B_m\right) B_t}{J_m M_t} + \frac{\left(J_m \eta + R^2 M_t\right) K_{eq}}{J_m M_t \eta}$$

$$a_3 = \frac{\left(K_t K_{emf} + B_m\right) K_{eq}}{J_m M_t} + \frac{R^2 B_t K_{eq}}{J_m M_t \eta}$$

$$b_1 = R K_t K_{eq} \eta$$

$$R = \frac{l}{2\pi}$$

외란관측기를 설계하기 위해 기계요소 G_m 를 공칭모델 G_m^n 과 곱셈섭동(multiplicative perturbation) $W(s)$ 으로 구성되는 곱셈 불확실성 모델[13]을 사용하여 다음과 같이 표현한다.

$$G_m(s) = \{1 + W(s)\} G_m^n(s) \tag{2}$$

공칭모델은 간단하고 신뢰성이 있으며 작동범위 내에서의 시스템 특성을 올바르게 표현해야 한다. 서보계 공칭모델을 정의하기 위해 식 (1)의 기계요소 모델에서 등가강성 K_{eq}을 무한대라 가정한다.

$$G_m^n(s) = \lim_{K_{eq} \to \infty} G_m(s) = \frac{\dfrac{J_m M_t R K_t \eta^2}{J_m \eta + R^2 M_t}}{s + \dfrac{\left(K_t K_{emf} + B_m\right)\eta + R^2 B_t}{J_m \eta + R^2 M_t}} = \frac{b_1^*}{s + a_1^*} \tag{3}$$

식 (1)~(3)으로부터 곱셈섭동 $W(s)$는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$W(s) = \frac{-b_1^* s^3 - b_1^* a_1 s^2 - \left(b_1^* a_2 - b_1\right) s - b_1^* a_3 + b_1 a_1^*}{b_1^* \left(s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3\right)} \tag{4}$$

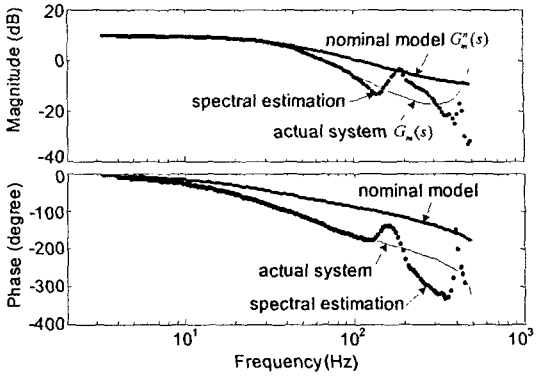


Fig. 2 Frequency responses of the mechanical models

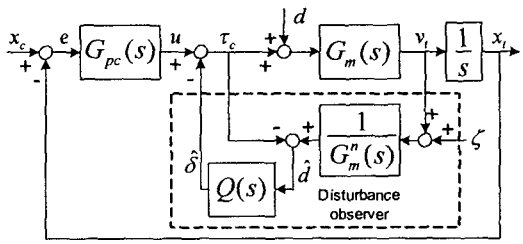


Fig. 3 Servomechanism with disturbance observer

시스템 규명작업을 통해 본 논문에서 제시한 기계요소 전달함수의 신뢰성을 판별한다. 마찰력 등 서보계에 내제된 비선형 특성들이 시스템 규명작업에 미치는 영향을 최소화 할 수 있는 규명법(7)을 사용하여 Fig. 1 의 서보계 기계요소를 규명한 결과를 Fig. 2 에 나타내었다.

Fig. 2에서 알 수 있듯 이 본 논문에서 사용하는 공칭모델은 고주파역에서는 근사오차가 존재하지만 서보계의 작동범위인 저주파역에서는 실제 모델의 특성과 잘 일치한다.

2.2 제어요소의 모델링

본 논문에서 고려하는 2 자유도 제어기는 원하는 추종성능(tracking performance)을 얻기 위한 비례-미분 제어기(외부루프 제어기)와 외란 및 부하변동에 대해 강인성을 가지는 외란관측기(내부루프 제어기)로 구성된다. 외란관측기를 고려한 서보계의 블록선도를 Fig. 3 에 보인다. Fig. 3 에서 $G_{ps}(s)$는 외부루프 제어기를 의미한다.

$$G_{pc}(s) = K_p + \frac{K_d s}{1 + \tau_d s} \tag{5}$$

여기서 K_p 는 비례이득, K_d 는 미분이득 그리고 τ_d 는 미분 시정수이다.

외란관측기는 비선형 및 시변(time variant)특성을

가지는 실제 시스템의 동적 특성을 모델링 및 규명작업을 통해 얻어진 선형 및 시불변(time invariant) 특성을 가지는 공칭모델의 동적특성에 일치시키는 역할을 한다. 일반적으로 외란관측기에는 칼만 필터(Kalman filter)나 Q-필터 등이 사용된다. 본 논문에서는 구조가 간단하고 여러 가지 형태로 구현이 가능하여 실제 시스템의 적용에 유연성을 가지는 Q-필터를 대상으로 한다.

외란관측기는 Fig. 3 과 같이 공칭모델과 Q-필터를 이용하여 외란을 추정한다. Fig. 3 으로부터 서보계의 속도출력 v_t 는 외부루프 제어기로부터의 제어입력 u, 외란 d, 측정잡음 ζ 에 대하여 식(6)과 같이 표현할 수 있다.

$$v_t = G_{uv_t}(s)u + G_{dv_t}(s)d + G_{\zeta v_t}(s)\zeta \tag{6}$$

여기서, $G_{uv_t}(s) = \dfrac{G_m(s)G_m^n(s)}{G_m^n(s)+\{G_m(s)-G_m^n(s)\}Q(s)}$

$$G_{dv_t}(s) = \frac{G_m(s)G_m^n(s)\{1-Q(s)\}}{G_m^n(s)+\{G_m(s)-G_m^n(s)\}Q(s)}$$

$$G_{\zeta v_t}(s) = -\frac{G_m(s)Q(s)}{G_m^n(s)+\{G_m(s)-G_m^n(s)\}Q(s)}$$

식 (6)에서 알 수 있듯이 Q-필터는 외란관측기의 설계에 가장 중요한 요소이다. 만약 $|Q(j\omega)|=1$ 이면 식 (6)은 다음과 같이 표현된다.

$$G_{uv_t}(s) \approx G_m^n(s), G_{dv_t}(s) \approx 0, G_{\zeta v_t}(s) = -1 \tag{7}$$

이러한 경우 실제 시스템 G_m 은 공칭모델 G_m^n 처럼 거동하고 외란의 영향이 상쇄된다.

반면 $|Q(j\omega)|=0$ 이면 식 (6)은 다음과 같이 표현된다.

$$G_{uv_t}(s) \approx G_m(s), G_{dv_t}(s) \approx G_m(s), G_{\zeta v_t}(s) = 0 \tag{8}$$

이러한 경우 측정잡음이 억제되어 측정잡음에 대한 강인성이 향상된다. 따라서 저주파역에서는 외란 억제를 위해 $|Q(j\omega)|=1$, 고주파역에서는 측정잡음 억제를 위해 $|Q(j\omega)|=0$ 의 특성을 가지도록 Q-필터를 설계해야 하며, 이러한 외란 억제성능과 측정잡음 억제성능에 대한 상충조건(trade-off)이 Q-필터설계에 가장 중요한 고려사항이다. 이를 위해 다음과 같은 Q-필터가 제안되었다.[3]

$$Q(s) = \frac{1+\sum_{k=1}^{N-r} a_k(\tau s)^k}{1+\sum_{k=1}^{N} a_k(\tau s)^k} \tag{9}$$

식 (9)의 계수 a_k 를 결정하기 위해 다음과 같은 최적화 문제가 일반적으로 사용된다.[3]

$$\min_{a_k}\left[\left|W_1^{-1}(j\omega)\cdot\{1-Q(j\omega)\}\right|^2 + \left|W_2^{-1}(j\omega)\cdot Q(j\omega)\right|^2\right] \tag{10}$$

여기서 W_1 과 W_2 는 각각 민감도함수(sensitivity function)와 여민감도함수(complementary sensitive function)이다.

$$W_1(s) = \frac{G_m^n(s)\{1-Q(s)\}}{\{G_m(s)-G_m^n(s)\}Q(s)+G_m^n(s)} \approx 1-Q(s) \tag{11}$$

$$W_2(s) = \frac{G_m(s)Q(s)}{\{G_m(s)-G_m^n(s)\}Q(s)+G_m^n(s)} \approx Q(s) \tag{12}$$

식 (10)에 대한 최적해로서 본 논문에서는 외란억제 성능과 잡음억제 성능 사이의 상충관계를 고려하기 위해 $|Q(j\omega)|$의 고주파역 기울기와 $|1-Q(j\omega)|$의 저주파역 기울기가 동일한 식 (13)과 같은 Q-필터를 도입한다.[5]

$$Q(s) = \frac{3(s\tau)+1}{(s\tau)^3+3(s\tau)^2+3(s\tau)+1} \tag{13}$$

따라서, 서보계의 기계요소 모델과 외란관측기가 포함된 2 자유도 제어기 모델로부터 설계 대상 서보계의 개루프 전달함수 $G_o(s)$ 및 폐루프 전달함수 $G_c(s)$는 각각 다음과 같다.

$$G_o(s) = \frac{G_m(s)G_m^n(s)G_{pc}(s)}{\left[\{1-Q(s)\}G_m^n(s)+Q(s)G_m(s)\right]s} \tag{14}$$

$$G_c(s) = \frac{G_{pc}(s)G_m(s)G_m^n(s)}{\left[\{1-Q(s)\}G_m^n(s)+Q(s)G_m(s)\right]s+G_{pc}(s)G_m(s)G_m^n(s)} \tag{15}$$

3. 서보계 성능 해석 및 평가

서보계의 구성 요소들은 에너지 관점으로 밀접한 연관성이 있으며 서로 구속 조건을 부과하기 때문에, 전체 시스템의 성능은 각 구성요소의 독립적인 성능과 함께 구성 요소 사이의 상호작용에

의해 결정된다. 따라서 올바른 통합설계를 위해서는 구성요소 사이의 상호작용이 서보계의 성능에 미치는 영향을 분석 · 평가하는 과정이 선행되어야 한다.[6,7]

3.1 성능평가 함수

외란관측기의 성능을 평가하는 중요한 두 가지 기준은 외란억제 성능과 내부안정성(internal stability)이다. 외란관측기의 내부 안정성을 위해서는 다음과 같은 조건을 만족해야 한다.[5,13]

$$|W_2(s)|_{s=j\omega} \approx |Q(s)|_{s=j\omega} < \left|\frac{1}{W(s)}\right|_{s=j\omega}, \forall\omega \tag{16}$$

또한 외란관측기의 외란억제 성능은 여민감도 함수 또는 Q-필터의 대역폭으로부터 평가할 수 있다.

$$\omega_q = \left\{\omega : |W_2(s)|_{s=j\omega} \approx |Q(s)|_{s=j\omega} = \frac{1}{\sqrt{2}}\right\} \tag{17}$$

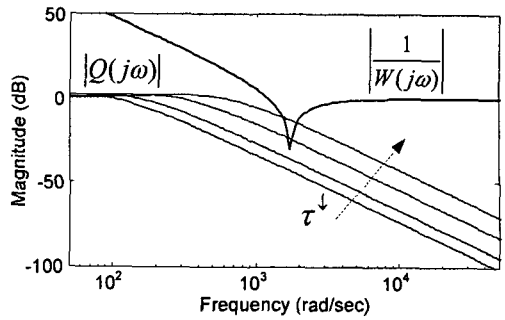
서보계의 성능을 평가하는 기준으로는 외란관측기의 외란억제 성능과 내부안정성 외에 시스템 전체의 공칭안정성 및 상대안정성, 폐루프 전달함수의 대역폭으로 평가할 수 있는 응답성, 원호보간 시 발생하는 윤곽오차 등이 있다. 또한 외력에 의한 서보계 구조부의 변형 및 볼나사 축의 좌굴하중, 볼나사의 공진에 의한 한계속도 그리고 제어기의 포화 등도 서보계의 통합설계 시 반드시 고려해야 한다.[8~10]

3.2 구성요소 파라미터에 따른 서보계 성능평가

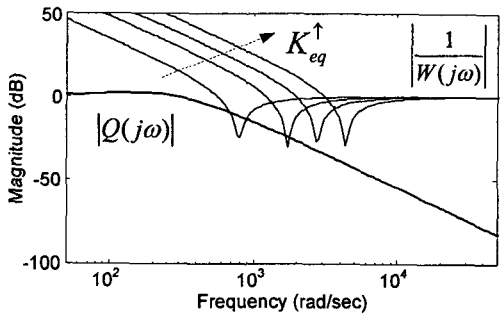
통합설계의 기본 단계로서 각 구성요소의 파라미터 변화에 따른 외란관측기의 내부안정성 및 폐루프 시스템의 대역폭 특성을 분석하였다.

서보계의 기계요소 및 제어요소 파라미터에 따른 외란관측기의 내부안정성 변화를 Fig. 4 에 나타내었다. 일반적으로 알려진 바와 같이 제어요소인 Q-필터의 시정수가 감소할수록, 즉 Q-필터의 대역폭이 증가할수록 내부안정성이 감소한다. 그러나 기계요소의 파라미터인 등가강성이 증가하거나 모터의 회전관성이 감소할수록 외란관측기의 내부안정성은 증가한다.

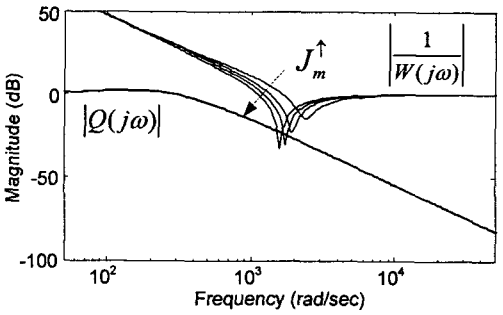
Fig. 4 로부터 외란관측기의 성능은 제어요소 파라미터 뿐 만 아니라 기계요소 파라미터의 변화에도 영향을 받음을 확인할 수 있다. 따라서 최적의 외란관측기를 설계하기 위해서는 Q-필터의 시정수



(a) Time constant of Q-filter



(b) Equivalent stiffness



(c) Motor rotor inertia

Fig. 4 Effects of mechanical and electrical parameters to internal stability

와 같은 제어요소와 함께 모터의 회전관성 등과 같은 기계요소까지 동시에 고려해야 한다.

서보계 기계요소 및 제어요소의 설계변수에 따른 폐루프 시스템의 대역폭 변화를 Fig. 5 에 나타내었다. 일반적으로 기계요소의 크기가 감소하고 제어요소의 의 제어 이득이 증가할수록 시스템의 응답성이 향상되는 것을 확인할 수 있다. 그러나 기계요소 파라미터인 볼나사 직경과 제어요소 파라미터인 외부루프 제어기의 비례 이득 사이에 시스템의 대역폭이 향상되는 특정한 조합이 존재한다. 따라서 Fig. 5 로부터 서보계의 성능은 각 구성요소의 독립적인 성능과 함께 구성 요소간의 상호작용에 의해 결정되는 것을 확인할 수 있다. 따라

서 단순히 서보계의 기계요소 및 제어요소의 독립적인 설계만으로는 최적의 성능을 달성할 수 없으며, 기계요소와 제어요소를 동시에 고려하는 설계가 이루어져야 한다.

4. 통합설계의 정식화

4.1 통합설계의 목적

본 논문에서는 여러 성능조건 및 제한조건들을 만족하면서 고성능의 서보계를 설계하기 위해 반드시 고려해야 하는 아베오프셋 및 원호보간 시 발생하는 윤곽오차를 최소화하는 동시에, 우수한 외란억제 성능을 얻기 위한 Q-필터 대역폭의 최대화 및 폐루프 시스템의 대역폭을 최대화하는 다목적 함수(multiobjective function)의 통합설계를 수행한다. 다목적 함수는 식 (17)과 같이 아베오프셋 D_a, 윤곽오차 E_r, Q-필터의 대역폭 ω_b 그리고 전체 폐루프 시스템의 대역폭 ω_q 에 대한 항목으로 구성된다.

$$F_N(\mathbf{x}) = C_1 D_a^* + C_2 E_r^* + C_3 \omega_b^* + C_4 \omega_q^* \tag{18}$$

여기서, $D_a^* = \dfrac{D_a}{D_{a0}}$, $E_r^* = \left(\dfrac{E_r}{E_{r0}}\right)^2$, $\omega_b^* = \dfrac{\omega_{b0}}{\omega_b}$, $\omega_q^* = \dfrac{\omega_{q0}}{\omega_q}$

본 논문에서는 각 목적함수에 부여되는 가중치에 의해 설계자의 의도를 다양하게 반영할 수 있는 다목적 함수를 도입한다. 또한 최적화 과정 중에 발생할 수 있는 설계변수의 발산 및 유효숫자 등과 관련된 계산오차를 최소화하기 위해 다목적 함수의 각 항을 무차원 변수로 변환하여 통합설계 과정에 사용한다.

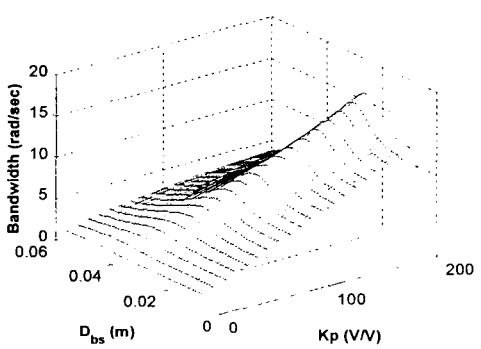


Fig. 5 Effects of mechanical and electrical parameters to system bandwidth

4.2 통합설계의 고려사항

외란관측기의 내부안정성, 서보계의 공칭 및 상대 안정성, 가공물 하중 및 절삭력 등의 외력에 의한 서보계 구조부의 변형, 서보계 기계요소의 한계속도, 그리고 제어입력 포화 등 통합설계 시 고려되어야 할 제한조건과, 시스템에 입력되는 지령치 등 통합설계 과정에서 설계자에 의해 정의되는 설계변수들을 각각 Table 1 과 Table 2 에 나타내었다.[8]

Table 1 Constraints for the integrated design

Description	Constraint
Maximum feedrate	$g_1: V_{max} - V_{max}^c < 0$
Maximum deformation	$g_2: \delta_c - \delta_c^* < 0$
Buckling load	$g_3: F_c^x - P_b < 0$
Stability conditions	Internal stability: $g_4: \lvert Q(j\omega)\rvert - \lvert W(j\omega)^{-1}\rvert < 0$ Nominal stability: $g_5: \mathrm{Re}(s_i) < 0$ Gain margin: $g_6: A_m^* - A_m < 0$ Phase margin: $g_7: \phi_m^* - \phi_m < 0$
Saturation conditions	$g_8: \tau_{sat} - \tau_m^{max} < 0$ $g_9: \tau_m^{max} - T_{max} < 0$

Table 2 Design parameters specified by a user

Description	Symbol	Value (unit)
Table width	a_{tb}	0.3 (m)
Table length	b_{tb}	0.3 (m)
Stroke	L_{st}	0.3 (m)
Circular radius	R_t	0.1 (m)
Circular velocity	ω_t	5 (rad/sec)
Maximum acceleration	a_{max}	2g (m/sec^2)
Maximum federate	V_{max}	45 (m/min)
Disturbance force	d	100 (N)
Load capacity	F_w	50 (kgf)
Gain margin	A_m^*	5 (dB)
Phase margin	ϕ_m^*	30 (degree)
Allowable deflection	δ_c^*	5×10^{-6} (m)
Time constant τ_d	τ_d	0.01 (sec)

4.3 통합설계의 정식화

통합설계를 위한 설계변수로서 볼나사 지름(D_{bs}), 볼나사 리드(l), 아베오프셋(D_a), 외부루프 제어기의 제어이득(K_p, K_d) 그리고 Q-필터 시정수(τ)를 선정한다. 이와 같은 설계변수들은 기계요소와 제어요소의 변수가 모두 포함되어 있으므로 기존의 요소설계에서 시스템 설계로 확장된 것을 알 수 있다. 따라서 고성능 서보계의 통합설계는 식 (19)와 같이 일반화된 비선형 최적화 문제로 정식화 할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\textit{Minimize} \\ &\quad F(\boldsymbol{x}) = C_1 D_a^* + C_2 E_r^* + C_3 \omega_b^* + C_4 \omega_q^* \\ &\textit{subject to} \\ &\quad g_i(\boldsymbol{x}) \le 0 \quad , i = 1, \cdots, 9 \\ &\quad x_j^L \le x_j \le x_j^U \ , j = 1, \cdots, 6 \\ &\quad \boldsymbol{x} = \left\{ D_a \, , \, D_{bs}, \, l, \, K_p, \, K_d, \, \tau \right\}^T \end{aligned} \tag{19}$$

본 논문에서는 제한조건이 있는 비선형 최적화 문제에 적합한 SQP 알고리즘[14]을 사용하여 식 (19)로 표현된 최적화 문제의 해를 도출하였다. SQP 알고리즘은 Lagrangian 함수의 Hessian 을 이용하여 비선형 함수를 이차 근사화(quadratic approximation)하여 최적해를 도출한다.

5. 통합설계 결과

본 논문에서는 식 (19)의 가중치를 모든 목적함수가 최적화 과정에 동일한 영향을 미치도록 선정한 후(C_1= C_2= C_3= C_4=0.25) 통합설계를 수행하였다. 통합설계를 수행한 서보계의 성능을 평가하기 위해 시스템 규명작업에 사용된 기존의 서보계(initial system) 성능과 비교하였다. 또한 기존의 서보계에 감도함수 최소화 설계법[4]을 통해 설계된 외란관측기를 적용하여(initial+DOB), 통합설계를 수행한 서보계의 성능과 비교하였다.

통합설계를 수행한 서보계의 설계변수와 성능함수를 각각 Table 3 과 Table 4 에 나타내었으며, 서보계의 Bode 선도를 Fig. 6 에 나타내었다. 통합설계 후 시스템의 대역폭은 약 30% 증가하였으며, 아베오프셋의 경우 초기설계에 비해 약 41% 정도 감소하여 고정도의 서보계가 설계되었음을 알 수 있다. 또한, 서보계 폐루프 시스템의 대역폭은 외란관측기에 의해 별다른 영향을 받지 않음을 Fig. 6 으로부터 알 수 있다.

외란관측기의 내부안정도를 Fig. 7 에 나타낸다.

Table 3 Integrated design results: design variables

Design variable	Unit	Initial system	Initial +DOB	Integrated design
D_a	*m*	0.041	0.041	0.024
D_{bs}	*m*	0.016	0.016	0.014
l	*m*	0.005	0.005	0.008
K_p	*V/V*	600.000	600.0000	517.155
K_d	*V/V*	0.300	0.3000	0.089
τ	*sec*	-	0.008	0.0037

Table 4 Integrated design results: system performance

Performance	Unit	Initial system	Initial +DOB	Integrated design
E_r	*%*	0.454	0.451	0.187
ω_b	*rad/sec*	44.154	45.310	63.468
ω_q	*rad/sec*	-	190.312	448.573
A_m	*dB*	32.1	41.6	41.1
ϕ_m	*deg.*	74.3	73.5	71.8

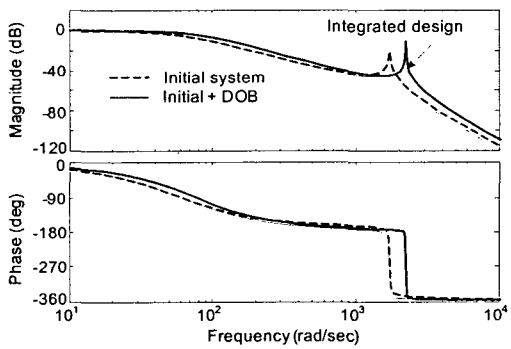


Fig. 6 Comparisons of Bode diagrams

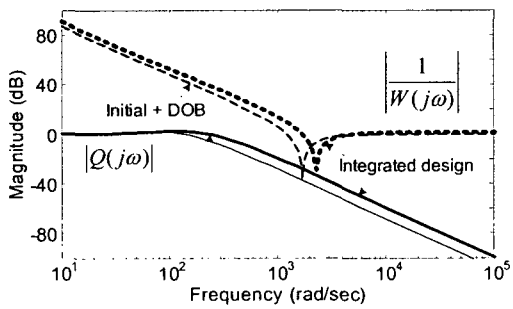


Fig. 7 Comparisons of frequency responses of $W^{-1}(j\omega)$ and $Q(j\omega)$

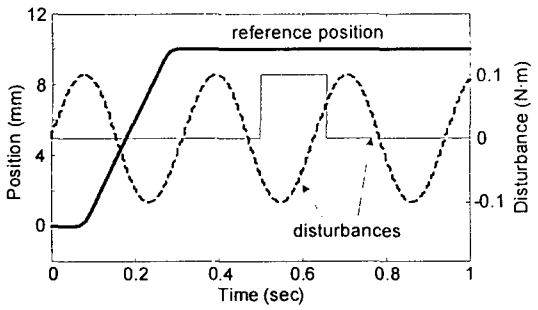
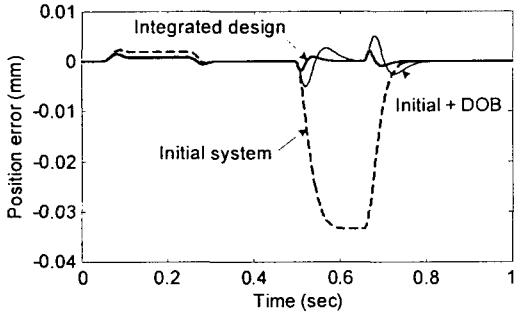
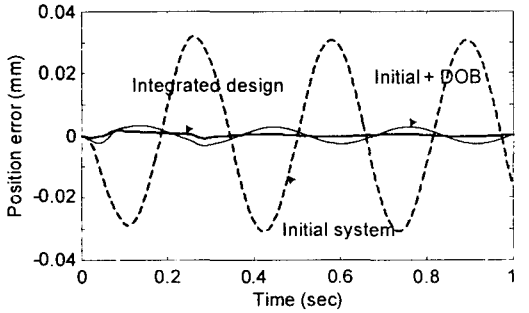


Fig. 8 Profiles of reference position and disturbances



(a) Step disturbance



(b) Sinusoidal disturbance

Fig. 9 Comparisons of tracking performances

통합설계에 의해 설계된 외란관측기의 Q-필터 대역폭은 외란관측기의 내부안정도 제한조건을 만족하면서 기존의 설계방법에 의한 Q-필터의 대역폭보다 약 2.4 배 증가함을 Fig. 7 과 Table 4 로부터 알 수 있다.

통합설계된 서보계의 강인성을 평가하기 위해 여러 종류의 외란을 임의적으로 발생시킨 후 서보계의 위치결정 정밀도를 비교하였다. 서보계의 강인성 평가를 위해 발생시킨 펄스형 및 조화형 외란과 위치지령을 Fig. 8 에 보인다. Fig. 8 과 같은 작동조건에서 서보계의 위치결정 정밀도를 Fig. 9 에 나타내었다.

Table 4 에서 알 수 있듯이 외란관측기는 서보계의 대역폭에는 큰 영향을 주지 않지만 모든 종류의 외란을 효과적으로 억제하는 것을 확인할 수 있다. 그러나 Fig. 9 로부터 통합설계를 통해 설계된 외란관측기가 외란의 억제에 더욱 효과적인 것을 알 수 있다. 따라서 통합설계 방법을 이용하면 보다 폭 넓은 범위의 외란에 효과적으로 대응할 수 있는 서보계의 설계가 가능하다는 것을 확인할 수 있다.

6. 결 론

본 논문의 주요 연구내용 및 결과는 다음과 같다.

(1) 곱셈 불확실성 모델을 도입하여 서보계 기계요소 모델을 수립하고, 강인성과 추종성을 동시에 만족시킬 수 있는 외란관측기가 포함된 2 자유도 제어기 모델을 수립하였다.

(2) 볼나사 지름, 볼나사 리드, 그리고 각 제어루프의 제어이득 등의 설계 변수들이 서보계 및 외란관측기의 성능에 미치는 영향을 분석하였다.

(3) 외란관측기의 성능에 대한 모의실험으로부터 최적의 외란관측기를 설계하기 위해서는 Q-필터의 시정수와 같은 제어요소와 함께 모터의 회전관성등과 같은 기계요소까지 동시에 고려해야 함을 확인하였다.

(4) 통합설계 된 고성능 서보계는 제한조건을 위배하지 않으며 요구되는 성능을 모두 만족시킴으로써 제안된 통합설계 방법의 타당성을 입증하였다.

(5) 통합설계 후 서보계 폐루프 시스템의 대역폭은 약 30% 증가하였으며, 아베오프셋의 경우 초기설계에 비해 약 41% 감소하여 고속 고정도의 서보계가 설계되었음을 확인하였다.

(6) 통합설계에 의해 설계된 외란관측기의 Q-필터 대역폭은 외란관측기의 내부안정도 조건을 만족하면서 기존의 감도함수 최소화 설계법에 의한 외란관측기의 Q-필터 대역폭 보다 약 2.4 배 증가함을 알 수 있다.

(7) 본 연구에서 제안하는 통합설계는 제어요소 설계 시 다른 구성 요소인 기계요소들과의 상호관계를 고려할 수 있기 때문에 최적의 성능을 갖는 외란관측기를 설계할 수 있음을 확인하였다.

참고문헌

(1) Miles, A., 1998, *High Performance Machining*, Hanser Gardner Publication, Cincinnati.

(2) White, M. T., Tomizuka, M. and Smith, C., 2000,

"Improved Track Following in Magnetic Disk Drives Using a Disturbance Observer," *IEEE Trans. On Mechatronics*, Vol. 5, No. 1, pp. 3~11.

(3) Umeno, T., Kaneko, T. and Hori, Y., 1993, "Robust Servosystem Design with Two Degrees of Freedom and its Application to Novel Motion Control of Robot Manipulators," *IEEE Trans. On Industrial Electronics*, Vol. 40, No. 5, pp. 473~485.

(4) Tesfaye, A., Lee, H. S. and Tomizuka, M., 2000, "A Sensitivity Optimization Approach to Design of a Disturbance Observer in Digital Motion Control Systems," *IEEE Trans. On Mechatronics*, Vol. 5, No. 1, pp. 32~38.

(5) Lee, H. S. and Tomizuka, M., 1996, "Robust Motion Controller Design for High-Accuracy Positioning Systems," *IEEE Trans. On Industrial Electronics*, Vol. 43, No. 1, pp. 48~55.

(6) Skelton, R. E., 1997, "Integrated Design, Modeling and Control of Structure," *Proc. of KACC*, pp. 1~4.

(7) Kim, M. S. and Chung, S. C., 2004, "Integrated Design of Feed Drive Systems using Discrete 2-D.O.F. Controllers (I)," *Trans. of KSME(A)*, Vol. 28, No. 7, pp. 1029~1037 (in Korean).

(8) Kim, M. S., and Chung, S. C., 2004, "Integrated Design of Feed Drive Systems using Discrete 2-D.O.F. Controllers (II)," *Trans. of KSME(A)*, Vol. 28, No. 7, pp. 1038~1046 (in Korean).

(9) Kim, M. S. and Chung, S. C., 2003, "Integrated Design of High-speed Feed Drive Systems," *Trans. of KSME(A)*, Vol. 27, No. 12, pp. 2028~2038 (in Korean).

(10) Kim, M. S. and Chung, S. C., 2004, "Integrated Design Methodology for High-Precision/Speed Servomechanisms," *Trans. of NAMRI/SME*, Vol. 32, pp. 487~494.

(11) Park, Y., J. and Chung, S., C., 1999, "A Study on the Integrated Design of Axial Magnetic Bearing Systems," *Trans. of KSME(A)*, Vol. 23, No. 5, pp. 730~742 (in Korean).

(12) Chang, H. D. and Chung, S. C., 2002, "Integrated Design of Radial Active Magnetic Bearing Systems Using Genetic Algorithms," *Mechatronics*, Vol. 12, pp.19~36.

(13) Doyle, J. C., Francis, B. A. and Tannenbaum, A. R., 1992, *Feedback Control Theory*, Macmillan Publishing Company, New York.

(14) Arora, J. S., 1989, *Introduction to Optimum Design*, McGraw-Hill, Inc., Singapore.