

상류이송형 McCormack 기법의 개발

Development of the Upwind McCormack Scheme

김 원* / 한 건 연**
Kim, Won / Han, Kun Yeun

Abstract

In this study, the upwind McCormack scheme is introduced to combine the advantage of McCormack scheme, the second order accuracy and simplicity, and the advantage of the upwind scheme, to be applied to the discontinuous flows. This scheme also has another advantage of treating the source terms effectively. This model is approved through applying to the discontinuous flow case with the analytical solution, and the natural river with very strong source terms. Applications of the upwind McCormack scheme developed in this paper show good agreements with the analytical solution without numerical oscillation in existing McCormack scheme. Furthermore, applications to the natural river, the lower Han river with strong variation of bed and width, also show good results in case of both steady flow and unsteady flow. The upwind McCormack scheme in this study will be used for the analysis of flow in natural rivers effectively.

keywords : upwind, McCormack, discontinuous flow

요 지

본 연구에서는 McCormack 기법의 2차 정확도 및 단순성의 장점과 불연속 흐름을 해석할 수 있는 상류이송기법의 장점을 결합하여 상류이송형 McCormack 기법을 새로이 개발하였다. 이 기법은 생성항을 효과적으로 처리할 수 있는 장점도 지니고 있다. 본 연구에서 개발된 기법을 해석해를 가진 가상적인 하도에 적용한 결과 기존 McCormack 기법에서 발생하던 수치진동없이 해석해를 잘 재현할 수 있는 것으로 나타났다. 또한 실제 하천에 대한 적용을 위해 하상과 하폭의 변화가 매우 심한 한강 하류구간에 적용한 결과 기존 McCormack 기법이 해석할 수 없는 정상류나 부정류를 모두 잘 해석할 수 있는 것으로 나타났다. 본 연구에서 개발한 상류이송형 McCormack 기법은 복잡한 자연하도의 흐름해석을 위해 효과적으로 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

핵심용어 : 상류이송, McCormack 기법, 불연속 흐름

1. 서 론

2단계 예측-보정 McCormack 기법(McCormack,

1969)은 2차 정확도를 가지면서도 다른 기법에 비해 단순한 형태를 지니고 있기 때문에 2차 정확도 양해형 중앙차분기법중에서 널리 사용되는 기법이다.

* 한국건설기술연구원 수자원연구부 수석연구원

Research Fellow, Water Resources Research Div., KICT, 2311, Daehwa-dong, Ilsan-gu, Gyeonggi-do, Korea (e-mail: wonkim@kict.re.kr)

** 경북대학교 토목공학과 교수

Professor, Dept. of Civil Eng., Kyungpook National University, 1370, Sankyuk-dong, Buk-gu, Daegu, Korea

McCormack 기법은 Lax-Wendroff 기법(Lax and Wendroff, 1960)에 기반을 두고 있는데 Lax-Wendroff 기법의 기본 개념은 중앙차분기법의 불안정성을 해소하고 시간과 공간적으로 2차 정확도를 확보하는 것이다. 이와 같은 장점으로 인해 McCormack 기법은 1970년대 부터 널리 사용되기 시작하였다. 그러나 이 기법은 다른 2차 정확도 중앙차분기법과 마찬가지로 불연속점 부근에서 발생하는 수치진동의 문제로 인해 불연속 흐름에는 적용될 수 없는 한계를 지니고 있다. 이 한계를 극복할 수 있는 방법으로 제시된 것이 인공점성항을 사용하는 것인데 이 방법은 대상 흐름별로 변수를 검정해야 하는 단점이 있다(Hirsh, 1990; Gharangik and Chaudhry, 1991). 수치진동의 문제를 해결할 수 있는 또 다른 방법은 TVD(Total Variation Diminishing)와 같은 제어자를 사용하는 것이다. TVD 제어자는 추가적인 변수의 검정 없이도 비정상적인 수치진동과 불안정성을 억제할 수 있는 방법이지만 하나 일반적인 기법에 비해 복잡하고 시간이 많이 소요되는 단점이 있다. 또한 이와 같은 TVD 제어자가 생성항이 매우 강한 자연하천의 경우에 적용 가능한지도 현재로서는 명확하지 않은 상황이다. Garcia-Navarro et al.(1992)은 불연속점 부근에서 발생하는 수치진동을 억제하기 위해 TVD McCormack 기법을 사용한 바 있으며 Aureli et al.(2000)은 인공점성항을 사용하는 방법과 TVD 제어자를 사용하는 방법을 비교한 바 있다. 국내에서는 김원과 한건연(1988)이 음해형 McCormack 기법을 이용한 불연속 흐름을 모의한 바 있으며, 한건연 등(1999)은 McCormack 기법을 이용하여 댐붕괴 흐름을 해석한 바 있다. 이정규와 김태관(2003)은 기존 McCormack 기법에서 발생하는 수치진동의 억제를 위해 TVD-McCormack 기법을 사용한 바 있다. 김원 등(2005a)은 상류이송기법에서 발생하는 생성항의 처리를 위한 새로운 방법을 개발하였고, 김원 등(2005b)은 상류이송기법에 의한 수치모형을 실제 하천의 불연속 흐름 모의를 위해 적용한 바 있다.

상류이송기법은 특성선의 전파특성을 반영할 수 있는 기법이기 때문에 흐름의 물리적 거동에 따라 공간차분방향을 결정지을 수 있는 방법이다. 이와 같은 특성으로 인해 상류이송기법은 댐붕괴 흐름이나 상류와 사류가 동시에 발생하는 천이류 등의 해석에 일반적으로 사용되고 있다. 상류이송기법으로는 Beam and Warming 기법(Fennema and Chaudhry, 1986; Jha et al., 1996), TVD McCormack 기법(Garcia Navarro et al., 1992), ENO 양해 기법(Yang et al., 1993), Godunov 기법(Savic and Holly, 1993) 등을 들 수 있다.

본 연구에서는 McCormack 기법의 2차 정확도 및 단

순성의 장점과 불연속 흐름을 해석할 수 있는 상류이송 기법의 장점을 결합하여 상류이송형 McCormack 기법을 새로이 개발하였고 댐붕괴 흐름, 해석해가 있는 불연속 흐름, 생성항이 매우 강한 자연하천 등에 적용하여 검증하였다.

2. 상류이송형 McCormack 기법의 개발

2.1. 지배방정식

1차원 하천흐름의 지배방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + S = 0 \quad (1)$$

여기서

$$U = \begin{pmatrix} A \\ Q \end{pmatrix}; F = \begin{pmatrix} Q \\ \frac{Q^2}{A} + gI_1 \end{pmatrix}; S = \begin{pmatrix} -q \\ -gI_2 - gA(S_o - S_f) \end{pmatrix} \quad (2)$$

식 (1)과 (2)에서 A = 단면적, Q = 유량, g = 중력가속도 상수이며, I₁은 단면에 작용하는 정수압력을 나타내는 것으로 다음 식으로 표현된다.

$$I_1 = \int_0^{h(x,t)} \{h(x,t) - \eta\} \beta(x, \eta) d\eta \quad (3)$$

여기서 h는 수심이며, β는 수심 η에서의 수면폭으로 다음과 같이 나타낸다.

$$\beta(x, \eta) = \frac{\partial A(x, t)}{\partial \eta} \quad (4)$$

식 (2)에서 q는 횡유입량을 나타내며, I₂ 하도 단면의 축소 또는 확대에 의해 발생하는 힘을 나타내는 것으로 다음 식으로 정의된다.

$$I_2 = \int_0^{h(x,t)} \{h(x,t) - \eta\} \frac{\partial \beta(x, \eta)}{\partial x} d\eta \quad (5)$$

또한 S_o는 하상바닥경사이며 S_f는 마찰경사로서 Manning 식에 의해서 정의될 수 있다.

2.2 상류이송형 McCormack 기법

2차 정확도 McCormack 기법은 다음과 같은 2단계

의 예측-보정으로 이루어진다(McCormack, 1969).

$$\bar{U}_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_i^n - F_{i-1}^n) - \Delta t S_i \quad (6)$$

$$\bar{\bar{U}}_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\bar{F}_{i+1}^{n+1} - \bar{F}_i^{n+1}) - \Delta t \bar{S}_i \quad (7)$$

$$U_i^{n+1} = \frac{1}{2} (\bar{U}_i^{n+1} + \bar{\bar{U}}_i^{n+1}) \quad (8)$$

이 기법은 정확성과 단순성에서 장점이 있으나 불연속 흐름에서는 수치진동을 발생시키는 단점이 있다. 이 단점의 극복을 위해 인공점성항이나 TVD 제어자가 도입되었으나 인공점성항은 대상으로 하는 흐름별로 변수를 결정해야 하는 또 다른 한계가 있으며 TVD 제어자의 경우에는 복잡하고 시간이 많이 걸리는 단점이 있다. 또한 TVD 제어자의 경우 강한 생성항을 가진 자연 하천에 적용가능한 지가 명확하지 않은 점도 있다.

Yang(1990, 1991)은 특성선에 기초한 상류이송방법을 제시하고 자유수면흐름에 적용한 바 있다(Yang et al., 1993). 이 방법에서는 흐름항이 다음과 같은 정규 Jacobian에 의해서 나타날 수 있다.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = (\hat{J}^+ + \hat{J}^-) \frac{\partial F}{\partial x} \quad (9)$$

여기서 \hat{J}^\pm 는 분리된 정규 Jacobian으로 다음과 같이 정의된다.

$$\hat{J}^\pm = T \text{diag}(\hat{\lambda}_i^\pm) T^{-1}, \hat{\lambda}_i^\pm = \frac{1}{2} (1 \pm \text{sgn} \lambda_i), \hat{J}^+ + \hat{J}^- = I \quad (10)$$

여기서 T는 유사전환행렬, T^{-1} 는 T의 역행렬, diag는 대각행렬, $\lambda_1 = u + c$, $\lambda_2 = u - c$, u는 유속, c는 파속, $\hat{\lambda}_i^\pm$ 는 정규화된 고유값, 그리고 \hat{J}^\pm 는 정규 Jacobian, sgn은 sign함수이다.

이 방법의 장점중 하나는 보존성의 문제가 없다는 것이다. 일반적인 흐름 Jacobian은 생성항을 가진 흐름에 적용될 경우 $\tilde{J}_{i+1/2} \Delta_{i+1/2} U = \Delta_{i+1/2} F$ 의 관계를 만족하지 못하게 되지만 정규 Jacobian의 경우에는 이와 같은 문제가 없다. 정규 Jacobian의 또 다른 장점은 생성항의 차분을 위해서도 사용될 수 있다는 것이다. 정규 Jacobian은 흐름항의 추가적인 변형없이 흐름항을 상류이송의 형태로 전환할 수 있기 때문에 생성항의 상류이송형 차분을 위해서도 사용될 수 있다는 것이 검증된 바 있다(김원 등, 2005a). 이와 같이 정규 Jacobian을 이용하면 흐름항이나 생성항을 보존성의 문제없이 중앙차분형태에서 상류이송의 형태로 전환할 수 있다.

본 연구에서는 이와 같은 개념을 이용하여 중앙차분형 기법을 상류이송기법으로 전환하였다. 기존의 중앙차분형 McCormack 기법에서 발생하는 수치진동의 문제를 해결하고 생성항으로 인해 발생하는 정확도의 문제를 해결하기 위해 정규 Jacobian을 이용하여 흐름항과 생성항을 상류이송형태로 차분하여 중앙차분형 McCormack 기법을 상류이송형 McCormack 기법으로 전환한 것이다. 이와 같은 개념으로 정규 Jacobian을 이용하여 식 (6)과 (7)의 중앙차분형 McCormack 기법을 다음과 같은 상류이송형 McCormack 기법으로 전환할 수 있다.

$$\bar{U}_i^{n+1} = U_i^n - 2.0 \frac{\Delta t}{\Delta x} \hat{J}^+ (F_i^n - F_{i-1}^n) - 2.0 \Delta t \hat{J}^+ S^+ \quad (11)$$

$$\bar{\bar{U}}_i^{n+1} = U_i^n - 2.0 \frac{\Delta t}{\Delta x} \hat{J}^- (\bar{F}_{i+1}^{n+1} - \bar{F}_i^{n+1}) - 2.0 \Delta t \hat{J}^- \bar{S}^- \quad (12)$$

식 (11)과 (12)에서 생성항은 다음과 같이 차분된다.

$$\begin{aligned} S &= (\hat{J}^+ + \hat{J}^-) S \\ &= \hat{J}^+ S^+ + \hat{J}^- S^- \\ &= \hat{J}_{i-1/2}^+ S_{i-1/2}^+ + \hat{J}_{i+1/2}^- S_{i+1/2}^- \end{aligned} \quad (13)$$

$$S_{i-1/2}^+ = \begin{pmatrix} -q_i \\ -g(I_2)_{i-1/2} - gA_{i-1/2}(S_{0i-1/2} - S_{fi-1/2}) \end{pmatrix} \quad (14)$$

$$(I_2)_{i-1/2} = \left(\frac{(I_1)_i - (I_1)_{i-1}}{\Delta x_{i-1}} - \frac{(A_i + A_{i-1})}{2} \frac{h_i - h_{i-1}}{\Delta x_{i-1}} \right) \quad (15)$$

$$gA_{i-1/2}(S_{0i-1/2} - S_{fi-1/2}) = \frac{g}{2} (A_i + A_{i-1}) \left(\frac{z_i - z_{i-1}}{\Delta x_{i-1}} - \frac{1}{2} \left(\frac{|Q_i| Q_i}{K_i^2} + \frac{|Q_{i-1}| Q_{i-1}}{K_{i-1}^2} \right) \right) \quad (16)$$

여기서 z는 하상바닥 표고, K는 통수능($AR^{2/3}/n$), R은 경심(A/P), P는 윤변, n은 Manning의 조도계수, 그리고 Δx_{i-1} 는 지점 i와 i-1 사이의 거리간격이다. 위 식에서 I_1 , A, B, 그리고 R은 하상표고와 하폭의 관계에서 바로 결정되는 값이다.

3. 검증 및 적용

3.1 댐붕괴 흐름

상류이송형 McCormack 기법의 검증을 위해서 마찰이 없는 수평하도에서 발생하는 댐붕괴 흐름 해석에 적용하였다. 전체 하도의 길이는 2,000m이고 중간에 가상 댐이 위치하고 있다. 초기수위로 댐의 상류부는 10.0m,

하류부는 5.0m와 0.005m 두가지의 수위로 설정되었다. 거리간격은 6.25m이고 시간간격은 하류수위가 5m인 경우 0.4초, 0.005m인 경우 0.2초로 설정되었다.

Fig. 1은 하류수위가 5.0m 인 경우 기존의 중앙차분형 McCormack 기법(McCormack)과 본 연구의 상류이송형 McCormack 기법(upwind McCormack)을 비교한 것이다. 이 경우는 댐붕괴 후 60초에 대한 결과로서 전구간에서 상류의 흐름만 나타나는 경우이다. 그림에서 보는 바와 같이 중앙차분형 기존 McCormack 기법의 경우 불연속점 부근에서 강한 수치진동을 보이고 있으나 상류이송형 McCormack 기법의 경우에는 수치진동없이 해석해에 근사하게 나타남을 알 수 있다. Fig. 2는 하류수위가 0.005m인 경우인데 중앙차분형 기법은 수렴자체가 불가능하나 상류이송형의 경우에는 해석해와 유사하게 나타남을 알 수 있다. 이와 같이 McCormack 기법을 중앙차분형에서 상류이송형으로 전환함으로써 수치진동을 억제할 수 있으며 중앙차분형 기법이 계산할 수 없는 매우 강한 충격파도 해석할 수 있는 것으로 나타났다.

3.2 보에서 발생하는 정상류

보에서 발생하는 정상류 흐름을 모의하기 위해 다음

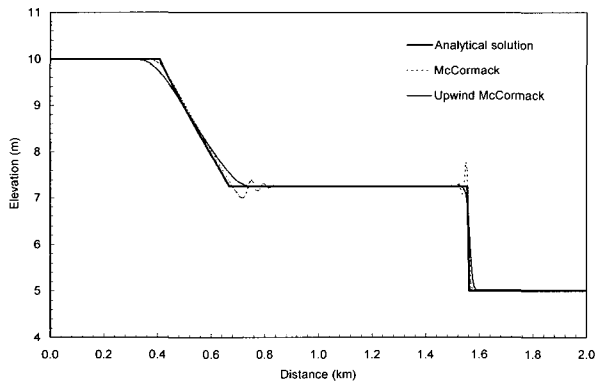


Fig. 1. 수위비가 0.5인 경우 댐붕괴 흐름

과 같은 형태로 보를 설정하였다.

$$z(x) = \begin{cases} 0.2 - 0.05(x-10)^2 & \text{if } 8 < x < 12 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (17)$$

이와 같은 하도는 댐붕괴파 해석 워크샵(Goutal and Maurel, 1997)에서 제시된 것으로 에너지 방정식에 의해 해석해의 계산이 가능하기 때문에 수치모형의 검증을 위해 일반적으로 많이 사용되는 방법이다. 계산을 위한 거리 간격은 0.25m로 설정되었으며 상류경계조건으로 0.18m³/sec의 유량, 하류경계조건으로 0.33m의 수위가 설정되었다. 초기조건으로는 전구간에서 0.18m³/sec의 유량과 0.5m의 수위가 주어졌다.

Fig. 3은 계산 시작 후 13초일 때의 수위를 비교한 것으로 중앙차분형 기법이 큰 수치진동을 보이는 반면 상류이송형 기법의 경우 안정되게 수렴되어 가고 있음을 알 수 있다. 중앙차분기법의 경우 이와 같은 진동으로 인해 더 이상의 계산이 불가능하며 해석해에 수렴하는 것이 불가능하다. 반면 상류이송형 기법의 경우에는 수치진동없이 해석해에 잘 수렴하는 것을 Fig. 4에서 확인할 수 있다. Figs. 5 and 6은 같은 경우의 유량을 나타낸 것인데 이 경우에도 상류이송기법이 수치진동없이 해석해에 잘 수렴하고 있다.

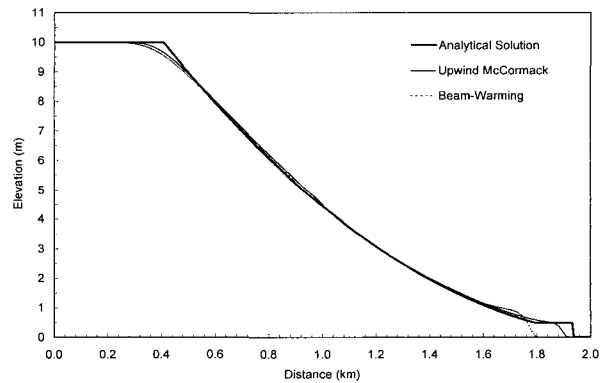


Fig. 2. 수위비가 0.0005인 경우 댐붕괴 흐름

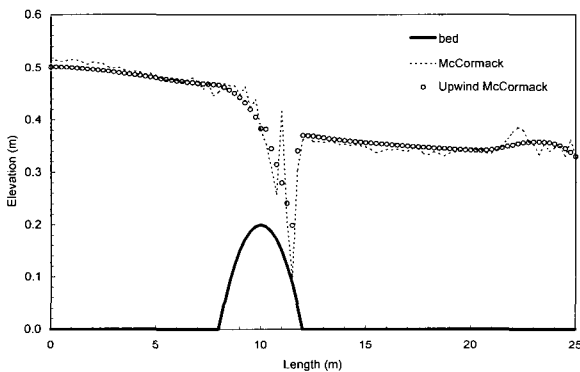


Fig. 3. 계산 시작 후 13초일 때 수위의 변화

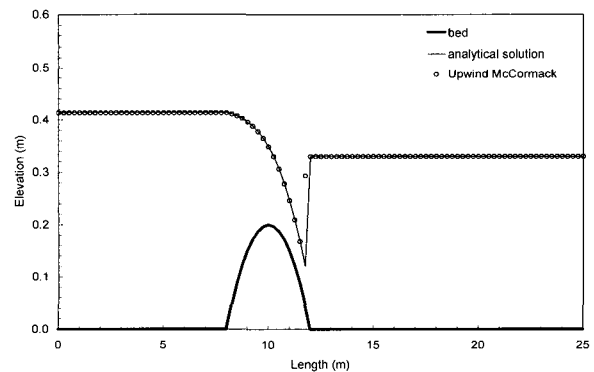


Fig. 4. 최종 수렴된 수위

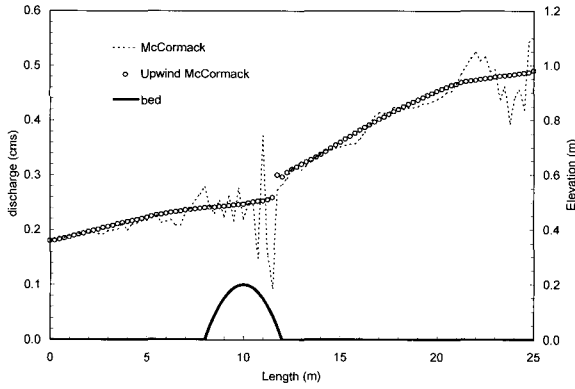


Fig. 5. 계산 시작후 13초일 때의 유량 변화

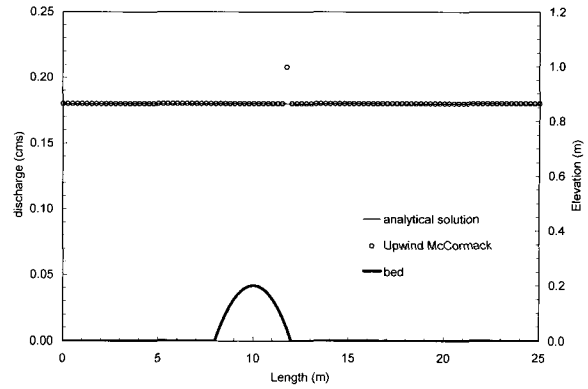


Fig. 6. 최종수렴된 유량

3.3 불균일한 하폭을 가진 경우의 정상류

하폭이 변화하는 하도에서 발생하는 불연속 흐름에 대한 검증은 위해 다음과 같이 하폭이 변화하는 500m 길이의 하도를 가정하였다.

$$B = 5 - 3.587 \left(\sin \left(\pi \left(\frac{x-100}{300} \right) \right) \right)^2 \quad (18)$$

초기조건으로 2.0m의 수위, 20.0m³/sec의 유량을 설정하였고, 상류경계조건으로 20.0m³/sec의 유량, 하류경

계조건으로 1.775m의 수위를 설정하였다.

Fig. 7은 계산 시작 후 320초 일 때 수위를 나타낸 것으로 중앙차분형 기법이 큰 수치진동을 발생시키고 있는 반면 상류이송형 기법은 안정되게 수렴하고 있음을 알 수 있다. Fig. 8은 최종 수렴된 수위를 나타낸 것으로 상류이송형의 경우 해석해와 거의 일치하는 결과를 나타내지만 중앙차분형의 경우 수렴 자체가 이루어지지 않았다. Figs. 9 and 10은 유량을 나타낸 것으로 수위와 유사한 결과를 보여주고 있다.

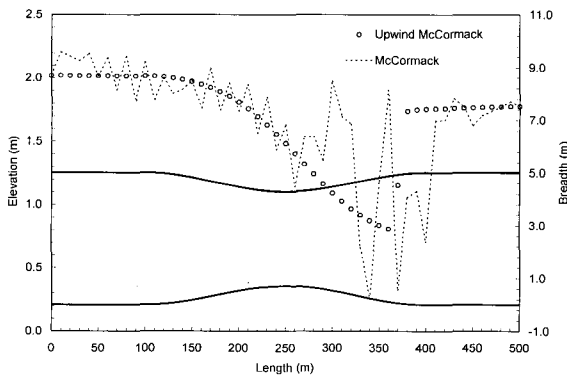


Fig. 7. 계산 시작후 320초일 때 수위의 변화

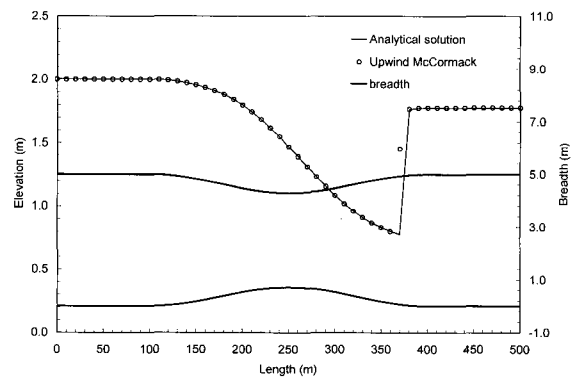


Fig. 8. 최종 수렴된 수위

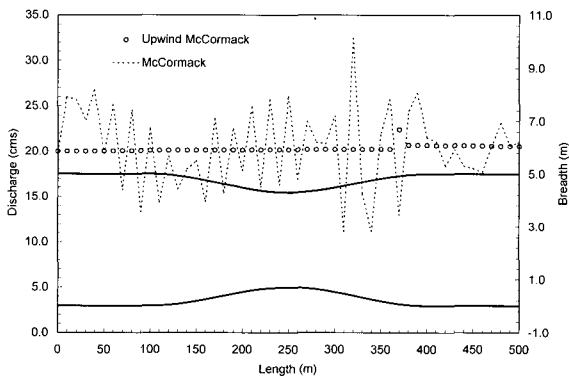


Fig. 9. 계산 시작후 320초일 때 유량의 변화

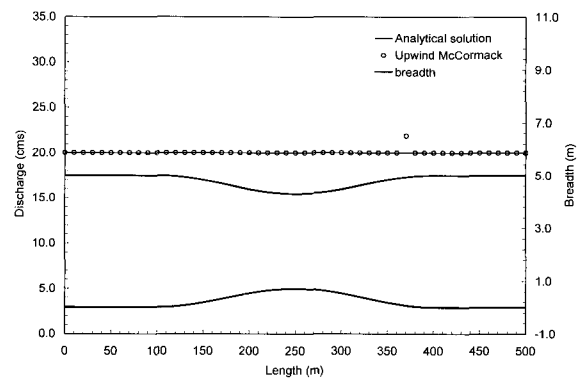


Fig. 10. 최종 수렴된 유량

3.4 Bellos et al.(1992)의 댐붕괴 실험

Bellos et al.(1992)은 하폭이 변화하는 직사각형 하도에 대한 댐붕괴 실험을 실시한 바 있다. 대상하도는 길이 22m의 수평하도로서 중간부분에서 하폭이 변화한다. 초기수위는 댐 상류부에서 0.25m, 댐하류부에서 0.101m로 주어졌으며 Manning의 조도계수는 0.016으로 주어졌다. 거리간격은 0.5m이고 계산 시간간격은 0.001초이다.

Fig. 11과 Fig. 12는 각각 댐하류부 2개 지점에 대한 계산수위와 실측수위를 나타낸 것으로 중앙차분형 기법의 경우 많은 수치진동을 나타내지만 상류이송형 기법의 경우 안정되게 실측수위와 유사하게 나타나고 있다.

3.5 자연하도

상류이송형 McCormack 기법의 검증을 위해 한강 본류구간(팔당댐-전류 수위관측소)에 적용하였다. Fig. 13과 Fig. 14는 2000년에 측량된 하상자료를 나타낸 것으로 이 구간의 하상표고의 변화는 극심하며 하폭의 변화도 심한 편이다. 또한 잠실수중보와 신곡수중보는 하상표고의 변화를 더욱 크게 함과 동시에 저유량시에 흐름을 불연속으로 만드는 역할을 하고 있다. 신곡수중보

의 경우에는 서해안 조석의 영향으로 하루에 2번씩 역류가 발생하고 있는데 이에 따라 이 지점에서는 하류방향의 불연속 흐름 뿐만 아니라 상류방향의 불연속 흐름도 발생하는 특이한 지점이다.

이 구간의 흐름을 계산하기 위해 214개의 횡단측량 지점을 모두 사용하였으며 잠실수중보와 신곡수중보의 설계단면을 반영하는 88개의 횡단자료를 추가하여 모두 302개 지점으로 구성하였다. 이에 따라 단면간 거리간격은 수중보 지점에서는 최소 0.5m, 그 외의 구간에서는 최대 878.0m로 결정되었는데 단면간의 차이가 매우 큰 편이라고 할 수 있다. 하천 횡단면을 수치모형에서 반영하는 방법은 여러 가지가 있으나, 본 연구에서 개발한 모형은 원래의 단면자료를 표고별 하폭의 자료로 변환하여 사용하는 방법을 선택하였다. 대상구간의 경우 하폭의 수심방향의 변화가 심하기 때문에 이를 반영하기 위해 모든 지점에서 16개의 표고별 하폭 관계로 단면을 구성하였다. 상류경계조건으로는 팔당댐의 방류량을 이용하였으며, 하류경계조건으로는 전류 수위관측소의 수위를 이용하였다. 상류이송형 McCormack 기법의 검증을 위해 정상류와 부정류를 대상으로 하였다.

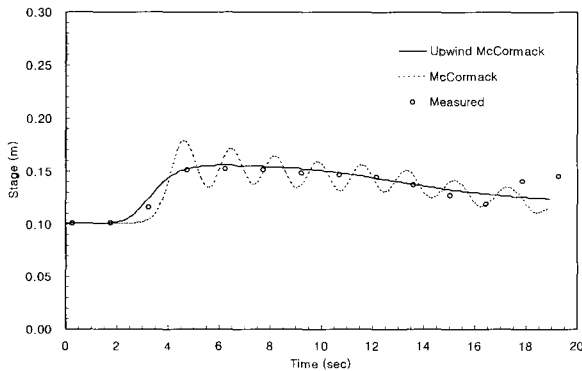


Fig. 11. 댐붕괴 흐름 모의 결과(x=13.5m)

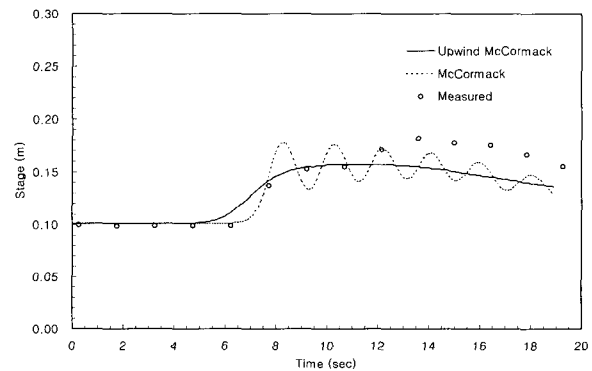


Fig. 12. 댐붕괴 흐름 모의 결과(x=18.5m)

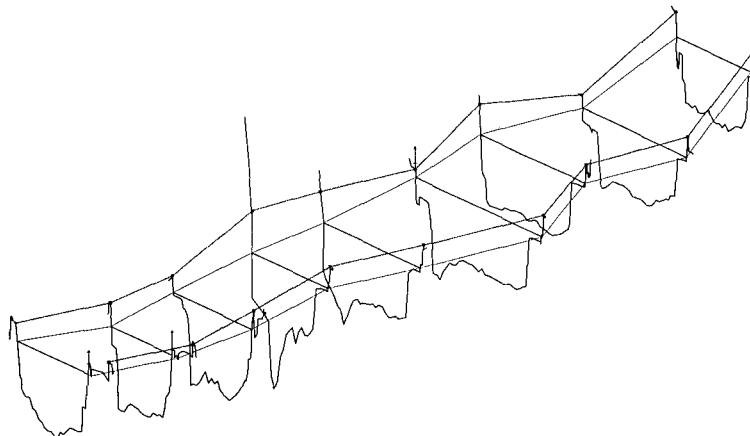


Fig. 13. 자연하도의 단면변화 양상(우로부터 9.37km와 13.16km 사이 구간)

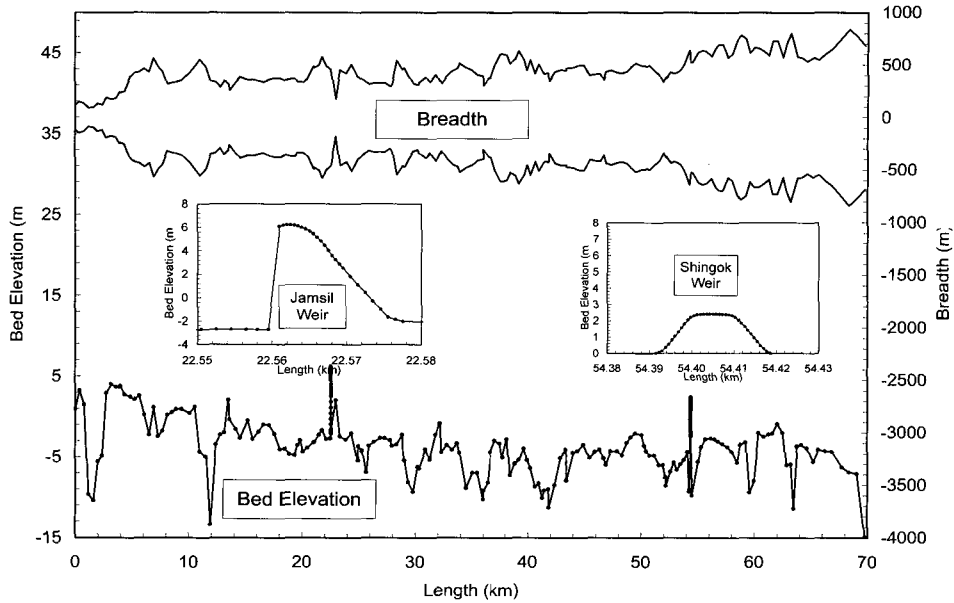


Fig. 14. 하폭과 하상의 변화양상

3.5.1 정상류

상류이송형 기법과 중앙차분형 기법을 정상류의 계산에 적용하였다. 초기조건으로 전구간에서 일정한 8.0m의 수위와 0.0m³/s의 유량을 설정하였고 상류경계 조건으로 150m³/s의 유량, 하류경계조건으로 15.2m의 수심을 설정하였다. 시간간격은 CFL 조건을 만족시키기 위해 0.05초로 하였다. Figs. 15와 16은 각각 계산 시작 후 3,600초일 때의 수위와 유량을 나타낸 것으로, 중앙차분기법의 경우 하류경계부근에서 심한 수치진동을 보이는 반면 상류이송기법의 경우 안정되게 수렴해 가고 있음을 알 수 있다. Fig. 17은 상류이송기법에 의해 최종 수렴된 수위와 유량을 나타낸 것인데 중앙차분기법의 경우 수렴 자체가 불가능하였다. 그림에서 알 수 있는 바와 같이 상류이송기법에 의해 수렴된 수위와 유

량 모두가 비물리적 현상없이 잘 수렴되었음을 알 수 있다.

3.5.2 부정류

부정류에 대한 검증을 위해 McCormack 기법을 2002년 8월 홍수사상에 적용하였다. 상류경계조건은 팔당댐의 방류량, 하류경계조건은 전류 관측소의 수위로 설정하였는데 이 홍수사상에서 팔당댐의 최대방류량은 22,060m³/s이다. 홍수사상의 검증을 위해서는 실측자료를 이용하였으며 구간과 유량별로 0.02에서 0.05의 조도계수 값이 사용되었다.

중앙차분형 McCormack 기법은 부정류 홍수사상에 대해서는 수렴이 불가능하였으며 상류이송형 기법만이 계산을 수행할 수 있었다. Fig. 18은 한강대교 지점에서 상류이송기법으로 계산된 수위와 실측된 수위를 나타내

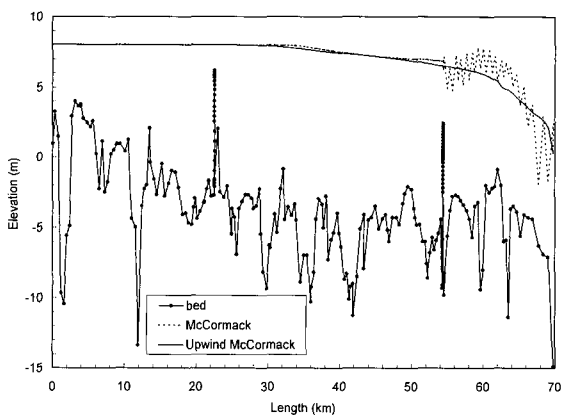


Fig. 15. 계산 시작 후 3600초일 때의 수위변화

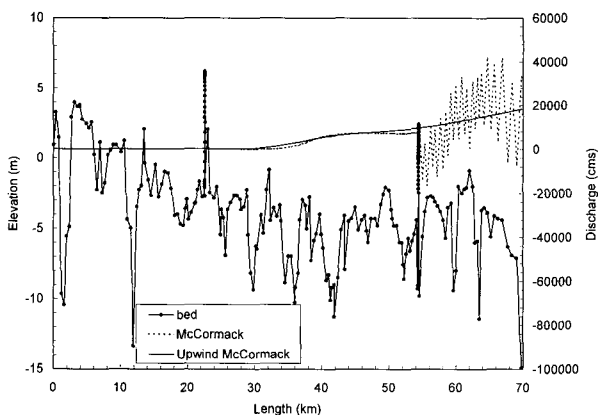


Fig. 16. 계산 시작 후 3600초일 때의 유량변화

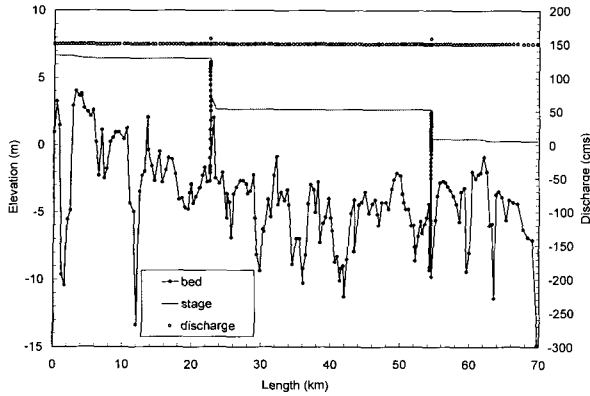


Fig. 17. 상류이송기형 McCormack 기법에 의해 최종 수렴된 수위와 유량

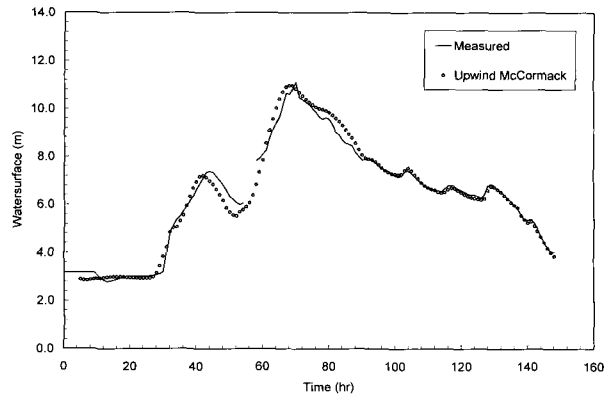


Fig. 18. 한강대교 지점의 수위(2002. 8 홍수사상)

고 있는데 전반적으로 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. Fig. 19는 전 구간에 걸친 시간별 계산수위 종단도를 나타낸 것으로서 시간별로 변화하는 수위를 잘 재현하고 있음을 알 수 있다. 또한 저유량시에는 잠실수중보와 신곡수중보에서 불연속 흐름으로 인해 수위차가 발생하고 유량이 커질수록 이 수위차가 줄어드는 것을 볼 수 있다. 그리고 불연속 흐름이 발생하는 지점 부근에서도 수위의 변화가 잘 재현되고 있는 것을 알 수 있다. Fig. 20과 Fig. 21은 각각 잠실수중보와 신곡수중보에서

계산된 시간별 수위를 나타내고 있다. 각 시간별로 유량 규모에 따라 수위가 변화하고 있는데 수위가 높아짐에 따라 도수가 발생하는 지점이 상류쪽으로 이동하다가 도수가 사라지는 것을 알 수 있다. 도수가 사라진 이후에도 보 지점에서는 수위가 약간 저하되는 것으로 나타나고 있다. 이와 같이 본 연구에서 개발한 모형은 자연하천의 보에서 발생하는 도수가 있는 불연속 흐름을 별도의 내부경계조건을 사용하지 않고도 잘 재현할 수 있는 것으로 나타났다.

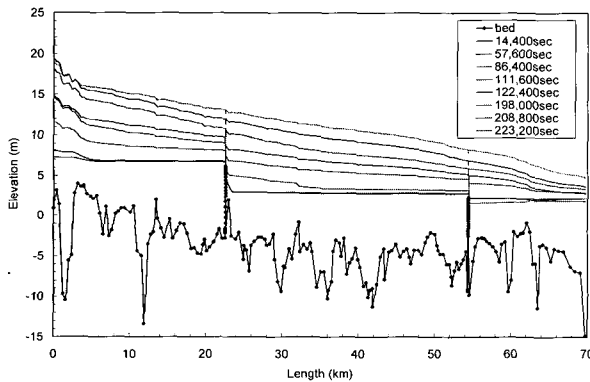


Fig. 19. 상류이송기형 McCormack 기법에 의해 계산된 시간별 수위종단도

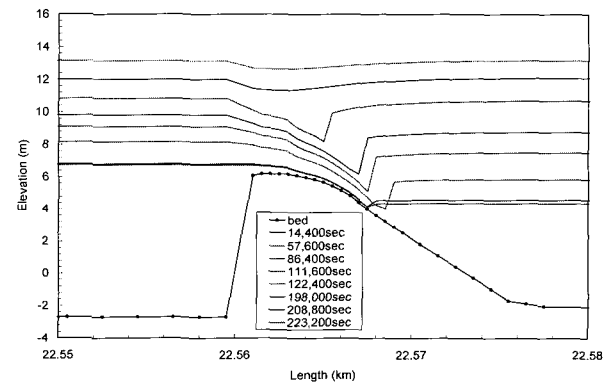


Fig. 20. 잠실수중보 주위의 시간별 수위종단도 변화

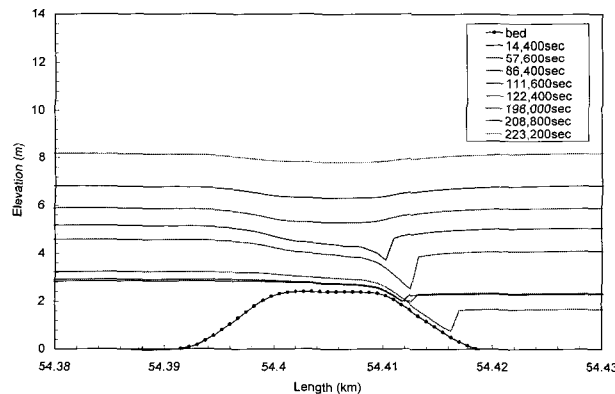


Fig. 21. 신곡수중보 주위의 시간별 수위종단도 변화

4. 결 론

본 연구에서는 기존의 중앙차분형 McCormack 기법에서 발생하는 수치진동의 문제와 생성항으로 인해 발생하는 정확도의 문제를 해결하기 위해 정규 Jacobian을 이용하여 중앙차분형 McCormack 기법을 상류이송형 McCormack 기법으로 전환하는 새로운 기법을 개발하였으며 여러 가지 흐름 조건에 적용하여 검증하였다. 주요 결론은 다음과 같다.

- (1) 중앙차분형 McCormack 기법을 상류이송형 McCormack 기법으로 전환하기 위해 사용한 정규 Jacobian이 중앙차분형에서 발생하는 수치진동의 문제를 해결하는데 적절한 것으로 나타났다.
- (2) 생성항의 차분을 위해 사용한 정규 Jacobian은 생성항이 매우 큰 자연하천의 경우에도 효과적으로 생성항을 차분할 수 있는 것으로 나타났다.
- (3) 본 연구에서 개발한 상류이송형 McCormack 기법은 기존 McCormack 기법의 단순성과 2차 정확도의 장점을 유지하면서도 기존 기법이 해석할 수 없었던 불연속 흐름을 효과적으로 해석할 수 있는 것으로 나타났다.
- (4) 본 연구에서 개발한 상류이송형 McCormack 기법은 정상류, 부정류 등 다양한 불연속 흐름에 적용가능한 것으로 나타났다.

본 연구에서 개발한 상류이송형 McCormack 기법은 기존 중앙차분형 McCormack 기법의 한계를 극복하면서도 기존 기법의 장점을 유지할 수 있어 다양한 형태의 불연속 흐름해석에 활용가능할 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 과학기술부가 출연하고 한국과학기술기획평가원에서 위탁시행한 2004년도 특정연구개발사업중 “웹기반 홍수정보시스템 Prototype 개발사업”(과제번호: M1-0402-02-0002-04-002-02-000-00)에 의한 것으로 관계 당국에 감사드립니다.

참 고 문 헌

김원, 한건연 (1998). “Implicit MacCormack 기법을 이용한 하천흐름의 해석.” **대한토목학회 학술발표회 논문집(III)**, 대한토목학회, pp. 293-296.

김원, 한건연, 우효섭 (2005b). “일차원 상류이송모형의 자연하도에 대한 적용.” **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제38권, 제5호, pp. 333-343.

김원, 한건연, 우효섭, 최규현 (2005a). “상류이송기법에서의 새로운 생성항 처리기법.” **한국수자원학회 논문집**, 한국수자원학회, 제38권, 제2호, pp. 155-166.

이정규, 김태관 (2003). “댐붕괴 문제의 해석에 관한 TVD-McCormack 기법의 적용.” **한국수자원학회 논문집**, 한국수자원학회, 제36권, 제3호, pp. 365-374.

한건연, 김동구, 이홍래 (1999). “McCormack 기법을 이용한 하천흐름의 동수역학 해석.” **한국수자원학회 학술발표회 논문집**, 한국수자원학회, pp. 590-595.

Aureli, F., Mignosa, P., and Tomirotti, M. (2000). “Numerical Simulation and Experimental Verification of Dam Break Flows with Shocks.” *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 38, No. 3, pp. 197-206.

Bellos, C.V., Soulis, J.V., and Sakkas, J.G. (1992). “Experimental investigation of two dimensional dam break induced flow.” *International Journal of Hydraulic Research*, Vol. 40, No. 1, pp. 47-63.

Fennema, R.J. and Chaudhry, M.H. (1986). “Explicit numerical schemes for unsteady free surface flows with shocks.” *Water Resources Research*, Vol. 32, No. 13, pp. 1923-1930.

Garcia Navarro, P., Alcrudo, F., and Saviron, J.M. (1992). “1D Open Channel flow simulation using TVD McCormack scheme.” *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 118, No. 10, pp. 1359-1372.

Gharangik, A.M. and Chaudhry, M. (1991). “Numerical simulation of hydraulic jump.” *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 117, No. 9, pp. 1195-1211.

Goutal N. and Maurel F., eds. (1997). *Proceedings of the 2nd Workshop on Dam Break Wave Simulation*, HE 43/97/016/B.

Hirsh, C. (1990). *Numerical computation of internal and external flows Volume 2: Computational methods for inviscid and viscous flows*, Wiley & Sons, New York.

Jha, A.K., Akiyama, J., and Ura, M. (1996). “A fully conservative Beam and Warming scheme for transient open channel flows.” *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 34, No. 5, pp. 166-173.

Lax, P.D. and Wendroff, B. (1960). “Systems of conservation laws.” *Comm Pure and Applied Mathematics*, Vol. 13, pp. 217-237.

McCormack, R.W. (1969). “The effect of viscosity in

- hypervelocity impact cratering." *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, pp. 69-354.
- Savic, L.J. and Holly, F.M., Jr. (1993). "Dambreak flood waves computed by modified Godunov method." *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 31, No. 2, pp. 187-204.
- Yang, J.Y. (1990). "Uniformly Second Order Accurate Essentially Nonoscillatory Schemes for the Euler Equations." *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 12, pp. 2069-2076.
- Yang, J.Y. (1991). "Third Order Nonoscillatory Schemes for the Euler Equations." *AIAA Journals*, Vol. 29, No. 10, pp. 1611-1618.
- Yang, J.Y., Hsu, C.A., and Chang, S.H. (1993). "Computation of free surface flows." *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 31, No. 1, pp. 19-34.
- (논문번호:05-79/접수:2005.06.07/심사완료:2005.07.27)