

## 다변량 핵밀도 추정법을 이용한 일강수량 모의에 대한 연구

### A Study on the Simulation of Daily Precipitation Using Multivariate Kernel Density Estimation

차 영 일\* / 문 영 일\*\*

Cha, Young-Il / Moon, Young-Il

#### Abstract

Precipitation simulation for making the data size larger is an important task for hydrologic analysis. The simulation can be divided into two major categories which are the parametric and nonparametric methods. Also, precipitation simulation depends on time intervals such as daily or hourly rainfall simulations. So far, Markov model is the most favored method for daily precipitation simulation. However, most models are consist of state transition probability by using the homogeneous Markov chain model. In order to make a state vector, the small size of data brings difficulties, and also the assumption of homogeneousness among the state vector in a month causes problems. In other words, the process of daily precipitation mechanism is nonstationary. In order to overcome these problems, this paper focused on the nonparametric method by using uni-variate and multi-variate when simulating a precipitation instead of currently used parametric method.

*keywords* : precipitation simulation, nonparametric method, Markov model, multi-variate

#### 요 지

관측자료의 보완이나 확충을 위한 강수량 모의발생은 수문분석에 있어서 중요한 과제라고 할 수 있다. 강수량을 모의하는 방법은 크게 기존의 매개변수적 방법과 비매개변수적 방법 두 가지로 나눌 수 있고, 강수량 모의의 시간간격에 따라 일강수량 자료의 모의 또는 시간강수량 자료의 모의 등으로 구분할 수 있다. 지금까지, Markov모형은 일강수량 모의발생에 많이 이용되어왔다. 이러한 대부분 Markov모형들은 동질성모형으로 상태벡터를 구축하는데 있어서 자료의 크기가 작으면 모형구축의 어려움이 따르고 같은 월에 대한 상태벡터의 동질성을 가정하는 등의 문제가 있다. 실제 강수발생의 과정은 비정상적(nonstationary)이므로 이를 보완하기 위해, 본 논문에서는 일강수량을 기존의 매개변수적인 방법이 아닌 단변량과 다변량에 대하여 비매개변수적인 방법으로 접근하여 모의하는 방법에 대하여 분석하였다.

**핵심용어** : 강수량 모의, 비매개변수적 방법, Markov 모형, 다변량

#### 1. 서 론

우리나라의 일반적인 수문자료는 관측기간이 짧거나 또는 6·25전쟁 등과 같은 상황으로 많은 결측 자료가

존재하여 수문현상을 분석함에 있어서 많은 어려움을 준다. 따라서 자료의 보완이나 확충을 위한 하나의 방법인 강수량 모의발생은 수문분석에 있어서 중요한 과제라고 할 수 있다.

\* 한국중합기술개발공사 과장, 공학박사 (e-mail: ycha@kecc.co.kr)

\*\* Corresponding Author · 서울시립대학교 토목공학과 부교수 (e-mail: ymoon@uos.ac.kr)

강수량을 모의하는 방법은 크게 기존의 매개변수적 방법과 비매개변수적 방법으로 두 가지로 나눌 수 있을 것이고, 일강수량 또는 시간강수량 등으로 모의하려는 자료의 시간간격에 따라 구분할 수도 있다. 지금까지 Markov모형은 일강수량 모의발생에 대한 모형으로 많이 이용되어왔다. 무강수기간, 강수기간, 강수량을 모의발생한 후 강수량을 특정 확률분포로 가정하여 강수량을 모의발생 시키는 방법을 사용하였다. Markov 연쇄이론에 의한 강수량모의발생을 이용하여 강수량을 확충 후 이를 강우-유출모형에 이용하기도 하였고(한국수자원공사, 1999), 선형 또는 다중회귀방정식(허준행, 1997)에 의한 방법을 이용하여 강수량을 모의 발생하기도 하였다. 그러나 이러한 대부분 모형들은 동질성 Markov 연쇄모형으로 천이확률을 상태벡터로 구성하여 이에 따른 상태별 천이 빈도수에 따라 구성하였다. 그러나, 천이확률은 일별로 변하기 때문에 연중 다르게 나타날 수 있다는 것에 문제가 있다. 즉, 같은 6월의 강수도 장마가 시작되기 전인 6월 전반부와 장마기간인 6월 후반부의 강수의 통계적인 특성들은 많은 차이가 있을 것이다. 따라서, 지금까지의 매개변수적 동질성 모형들은 이런 면에서 해석하기 어렵다고 할 수 있다. 이러한 문제점을 보완하기 위해 최근에는 모든 기간에 대하여 일별로 변하는 천이확률을 표현해 주는 비매개변수적 핵밀도함수(Silverman, 1986; Lall 등, 1993; Moon 등, 1994)에 의한 비동질성 Markov모형(차영일과 문영일, 2004; Rajagopalan 등, 1996)을 이용하여 비동질성 천이확률을 구축한 후 일강수량 확충 모형을 구축하는 시도가 있었다. 또한 본 논문에서 소개될 다변량 핵밀도 추정법은 최근에 이론적으로 제시된 바는 있지만 구체적으로 수문학적인 적용을 한 바는 국내외적으로 아직 미비한 실정이다. 따라서 본 논문의 다변량 핵밀도 추정법을 이용한 강수량의 모의 발생모형은 이런 면에서 큰 의미가 있다 하겠다. 강수량 모의 발생에 사용된 기준 자료는 자료의 길이가 비교적 길고 자료에 대한 신뢰성이 높은 기상청 산하에 있는 서울지점의 일강수량을 이용하였다.

## 2. 다변량 핵밀도 추정법에 의한 일강수량의 모의발생

일반적으로 무작위 시계열 자료간의 계열 상관성만을 고려하는 미래의 상태를 현재와 과거의 상태들과의 상관관계 분석만으로 추계학적으로 추출하는 과정을 Markov 과정(Markov process)라고 하고 한정적인 상태공간에서의 Markov 과정을 Markov 연쇄라 한다. 본

논문에서 취급할 일강수량 자료계열은 유출량 자료계열에 비하여 유연성이 크고 수문학적인 지속성이 결여된 시계열 자료로써 이런 경우 Markov 연쇄(Markov chain)를 적용하면 그 특성을 잘 묘사하는 것으로 알려져 있다(Nord, 1975).

### 2.1 Markov 모형에 의한 강수량 모의 발생

동질성 및 비동질성 Markov 모형에 의한 강수량 모의 발생은 차영일과 문영일(2004)에 상세히 기술되어 있으며, 동질성 및 비동질성 Markov 모형의 강수량 모의 발생과정을 요약하면 아래와 같고 모의발생 절차는 그림 1과 같다.

- ① 모의할 관측 강수량자료의 수집
- ② 관측 강수량자료로부터 일별 천이확률의 구성
  - 동질성 : 상태공간을 구성
  - 비동질성 : 핵함수 적용
- ③ 천이확률에 의한 강수(습윤)일 산정
  - 난수 발생에 의한 습윤일을 산정
- ④ 강수일에 대한 강수량 산정
  - 강수일에 대하여 난수를 발생시키고 비동질성 Markov 모형은 핵밀도함수에 적용
- ⑤ 위의 ② ~ ④의 과정을 원하는 만큼 반복하여 수행한다.

### 2.2 다변량 핵밀도 추정법의 이해

#### 2.2.1 다변량 핵밀도 추정법의 일반식

단변량 핵밀도함수는 모든 실수  $x$ 에 대하여 식 (1)과 같이 정의된다(Silverman, 1986).

$$f(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{h} K\left(\frac{x - X_i}{h}\right) \quad (1)$$

여기서,  $X_1, X_2, \dots, X_n$ 는 실관측치,  $K(\cdot)$ 는 단변량 핵함수,  $h$ 는 광역폭이다. 그러나 다변량 핵밀도함수  $f(u)$ 는 식 (2)와 같이 벡터의 형태로  $d$ 차원으로 나타내어진다(Scott, 1992).

$$f(u) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n K(y) \quad (2)$$

여기서,

$$y = \frac{(u - u_j)^T S^{-1} (u - u_j)}{h^2} \quad (3)$$

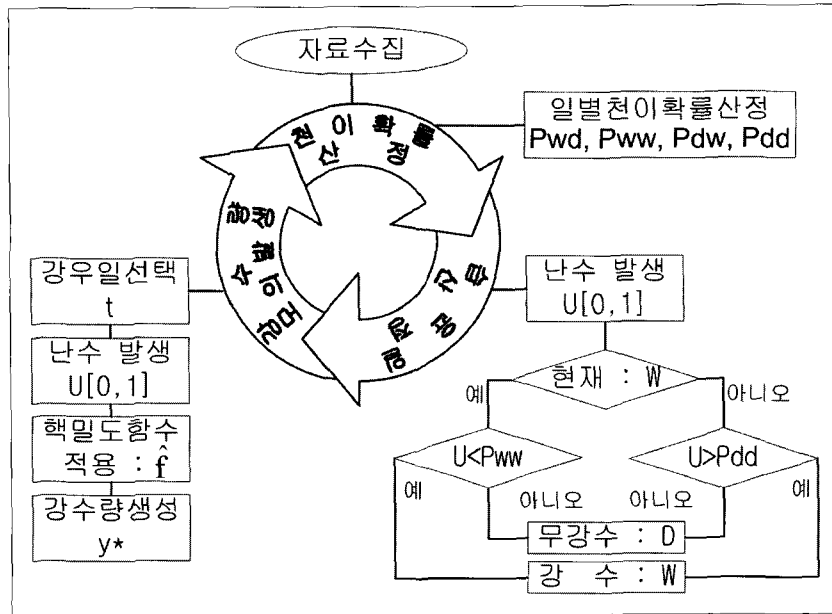


그림 1. 다변량 핵밀도 추정법에 의한 일강수량 모의발생 절차

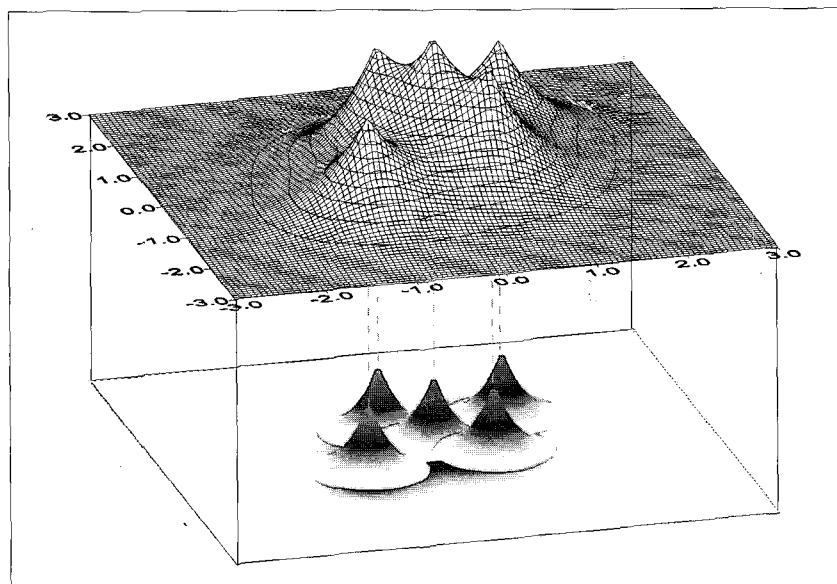


그림 2. 다변량 핵밀도 함수법의 개념

$K(y)$ 는 다변량 핵함수이고,  $u = [u_1, u_2, \dots, u_d]^T$ 는 가정된 밀도함수를 가지는  $d$ 차원의 확률 벡터이다.  $u = [u_1, u_2, \dots, u_{ii}]^T$ 는  $n$  표본 벡터이고,  $h$ 는 핵함수의 광역폭, 그리고  $S$ 는  $d \times d$ 인  $u_i$ 의 공분산 행렬이다. 단변량 핵밀도 함수법과 비슷하게 다변량 핵밀도 함수법도 그림 2와 같이 변량위에 다변량 핵함수를 위치시킨 후 이를 모두 합하여 구한다.

본 논문에서는 다음과 같이 주어지는 다변량 Gaussian 핵함수  $K(y)$ 를 사용하였다.

$$K(y) = \frac{1}{(2\pi)^{d/2} h^d \det(S)^{1/2}} \exp(-y/2) \quad (4)$$

$K(y)$ 의 값은  $u$ 와  $u_i$ 간의 거리에 근거한 관측치  $u_i$ 에 주어지는 가중치를 표현한다. 따라서 최종적으로 비매개변수적 다변량 핵밀도 추정법은 다음 식 (5)로 정의된다.

$$f(u) = \frac{\det(S)^{-1/2}}{nh^d} \sum_{i=1}^n K(h^{-2}(u-u_i)^T S^{-1}(u-u_i)) \quad (5)$$

여기에 사용된 거리는 공간상에 전혀 구부러짐이 없고 반듯하다고 생각되는 평면에서의 거리인 Euclidean 거리이고, 공분산 행렬 S는 좌표상에서 선형 상관의 가능여부를 인식하여 회전된 좌표에서 변동 비율의 양에 있어서 폭을 다양하게 하는 역할을 하기 때문에 서로 다른 변량들에 가중치를 주어 핵함수를 원의 형태가 아닌 타원의 형태로 만들어 준다.

### 2.2.2 광역폭 선택

광역폭 h를 선택하는 많은 방법들이 있지만 통계 문헌에 제시된 가장 좋은 방법으로는 d=1에서 선택하는 Sheather와 Jones(1991)방법과, d=2에서 선택하는 Wand와 Jones(1994)의 방법을 들 수 있는데, 계산의 부담으로 인해 f(u)에서 MISE(mean integrated square error)를 최소화함으로써 광역폭을 자동적으로 선택할 수 있는 방법도 제시되었다. 이것은 이론적으로 최선의 선택은 아니지만, 그 수행에 있어서는 좀 더 까다로운 선택방법과 비교해 볼 때, 계산시간에 있어서 매우 효율적이다. 근사적인 최적의 광역폭은 다음식의 MISE를 최소로 하는 값이다.

$$h_{opt}^{d+4} = d\beta\alpha^{-2} \left\{ \int (\nabla^2 f)^2 \right\}^{-1} n_1 \quad (6)$$

여기서, f는 표준분포(standard density)이고 상수  $\alpha$ ,  $\beta$ 는 다음과 같다.

$$\alpha = \int t_1^2 K(t) dt, \quad \beta = \int K(t)^2 dt \quad (7)$$

위의 식 (6)에서 만약 f가 단위 d변량 정규분포라면

다음 식과 같다.

$$\int (\nabla^2 f)^2 = (2\sqrt{\pi})^{-d} \left( \frac{1}{2}d + \frac{1}{4}d^2 \right) \quad (8)$$

식 (8)에 의해서 주어진 값은 단위 분산을 가지는 정상적으로 분포된 자료의 완화(smoothing)를 위한 최적의 광역폭을 구하기 위해 식 (9)에 대입한 후, MISE를 최소로 하는 Gaussian 핵함수의 최적의 광역폭은 다음과 같다(Silverman, 1986).

$$h = \left( \frac{4}{d+2} \right)^{\frac{1}{d+4}} \times n^{-\frac{1}{d+4}} \quad (9)$$

### 2.2.3 다변량 핵밀도 추정법의 적용성

다변량 핵밀도 함수법에 대한 여러 가지 장점 중 하나는 매개변수적인 해석에 필요한 자료의 수보다 다변량 핵밀도 함수법에서 필요로 하는 자료의 개수가 상대적으로 작다는 것이다. Silverman(1986)은 2변량 핵밀도 함수법의 경우 자료의 개수가 19개이상이면 해석이 가능하다고 하였다. 그림 3과 그림 4는 2변량 정규분포(a)에서 각각 10000개와 50개의 자료를 추출(b)하여 막대그래프형인 경험적인 확률밀도함수(c)와 2변량 핵밀도 함수법에 의한 다변량 확률밀도함수(d)를 표시한 것이다. 그림 3은 자료의 개수가 많기 때문에 경험적인 방법으로도 해석하는 것도 가능하다고 볼 수 있지만, 만약 그림 4에서와 같이 자료의 개수가 50인 경우 경험적인 방법은 원자료와 많은 부분 다르게 표현되는 것과는 다르게 2변량 핵밀도 함수법에 의한 확률밀도함수가 원자료의 확률밀도함수를 잘 표현해 주고 있다.

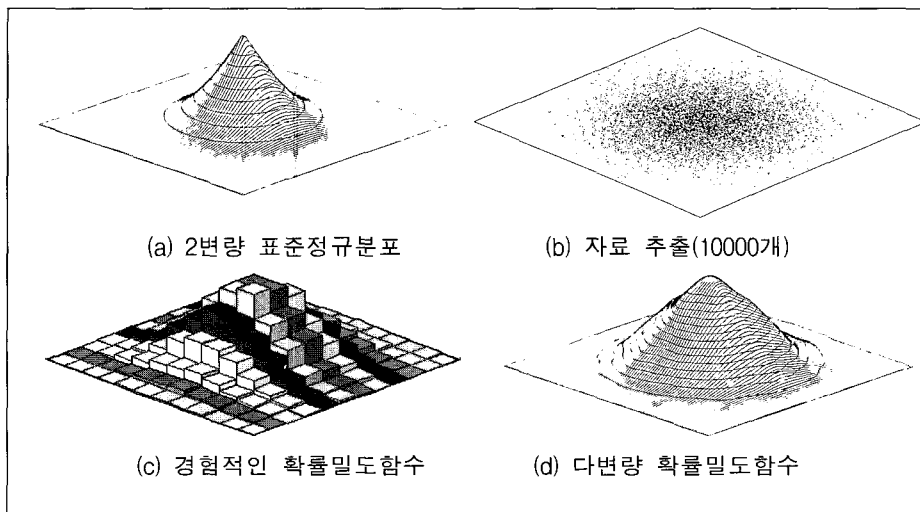


그림 3. 2변량 정규분포의 PDF(자료수 : 10000개)

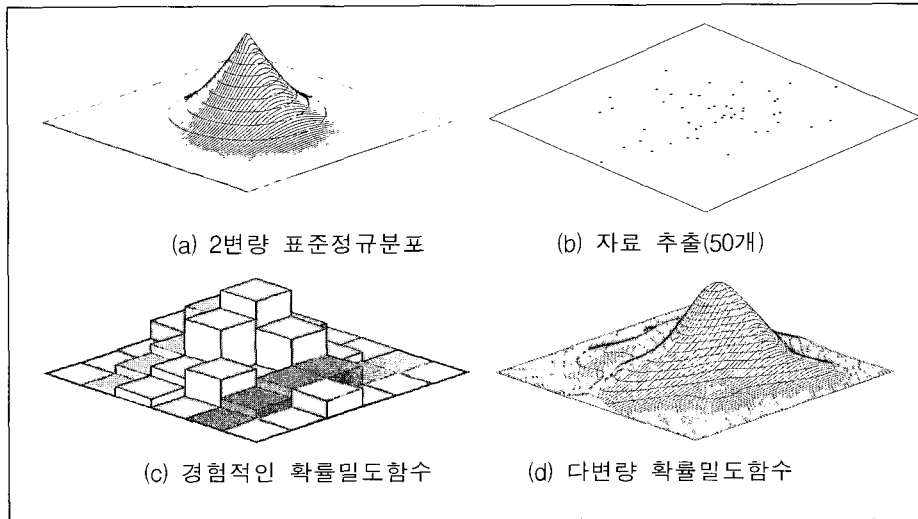


그림 4. 2변량 정규분포의 PDF(자료수 : 50개)

2.2.4 다변량 핵밀도 추정법에 의한 일강수량 모의 발생

다변량 핵밀도 함수법에 의한 강수량의 결정은 구하고자 하는 일지수에 위치한 핵함수의 광역폭에 포함되는 모든 과거자료로부터의 난수의 발생으로 강수일의 강수량을 선택하였다.

그러나, 다변량 핵밀도 함수법에 의한 강수량의 결정은 기존의 방법인 과거의 자료로부터 선택하는 것과는

다르게 그림 5와 같이 2변량 확률밀도 함수를 구축하여 강수일에 대한 강수량을 구하게 된다. 따라서, 통계적인 의미가 다변량보다 다변량이 더 크다고 할 수 있다. 그림 5는 2변량 확률밀도함수로써, X(가로)축은 일강수량, Y(세로)축은 일지수(1~365일)를 나타내며, Z축은 확률값  $f(x,y)$ 를 나타낸다.

2변량 확률밀도함수를 구한 후 그림 6과 같이 강수일에 대하여 주변밀도함수를 구할 수 있다. 그림 7에서

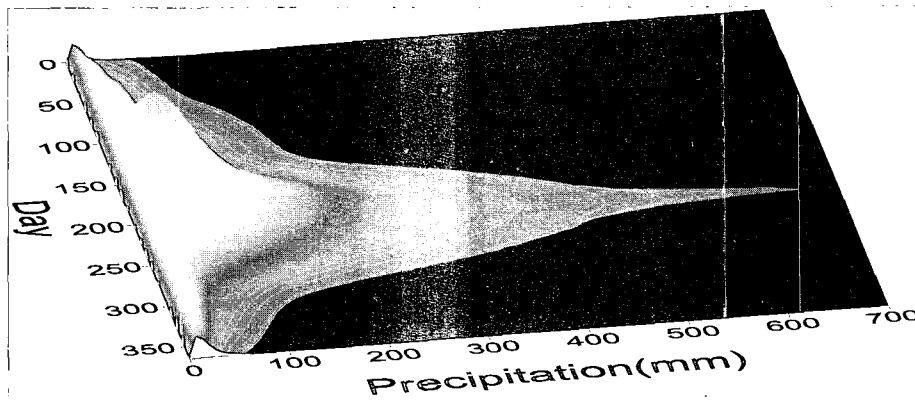


그림 5. 2변량 확률밀도함수

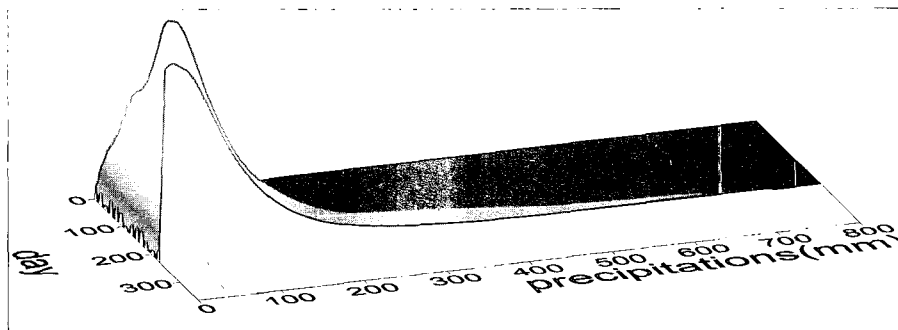


그림 6. 강수일에 대한 주변밀도함수

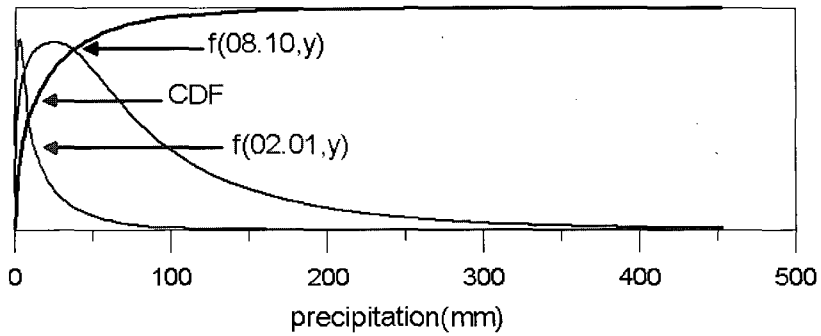


그림 7. 강수일에 대한 PDF와 CDF

$f(02.01,y)$ 는 2월 1일의 일 강수량에 대한 확률밀도 함수라 할 수 있고,  $f(08.10,y)$ 는 8월 10일의 일 강수량에 대한 확률밀도 함수이고, CDF는 누가분포함수이다. 그림 7에서 갈수기인 2월 1일과 홍수기인 8월 10일의 확률밀도함수는 많은 차이를 보이고 있다. 따라서 이 다변량 핵밀도 함수법을 강수량 모의 발생에 이용하면 일 년중 모든 일에 대하여 확률밀도 함수를 각각 구할 수 있다는 장점이 있다. 강수일에 대한 강수량의 크기는 0~1의 범위에서 발생된 난수를 이용하여 누가분포함수(CDF)에서 확률값에 대한 일 강수량을 추정함으로써

구할 수 있다.

### 3. 결과 및 토의

본 논문은 수문자료의 확충을 위하여 일강수량의 모의 발생에 관하여 연구하였으며, 연구에 사용된 방법으로는 ①매개변수적 동질성 Markov 연쇄모형 ②비매개변수적 비동질성 Markov 연쇄모형 ③다변량 핵밀도 함수법을 이용한 비매개변수적 비동질성 Markov 연쇄모형에 대한 해석을 하였다. 이에 대한 연구방법과 범위는 그림 8과 같다.

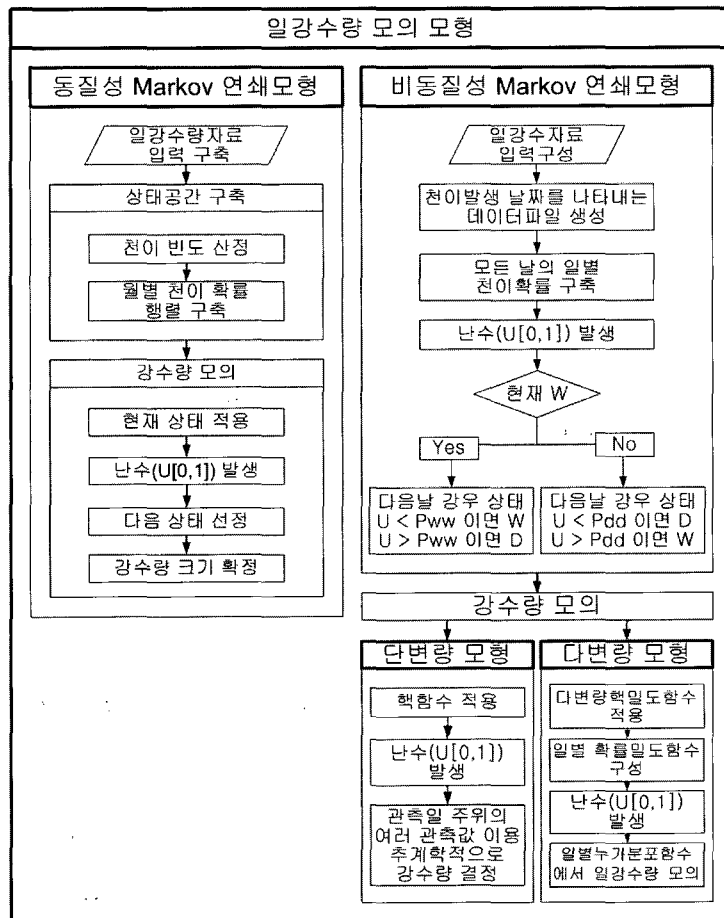


그림 8. 일강수량 모의의 연구 흐름도

### 3.1 분석 대상 자료 구축

강수량을 모의하기 위한 기준자료로써는 자료의 기간이 비교적 길고, 그 신뢰성이 가장 높다고 할 수 있는 기상청 산하의 서울관측소 일강수량자료를 이용하였고 자료의 크기는 1908년 1월 1일에서 2001년 12월 31일까지의 일강수량 자료 중 최근 30년간의 자료인 1972년 1월 1일에서 2001년 12월 31일까지의 일강수량자료를 사용하였다. 자료의 일강수량 평균 및 월강수량 평균 자료 분포는 그림 9와 같다.

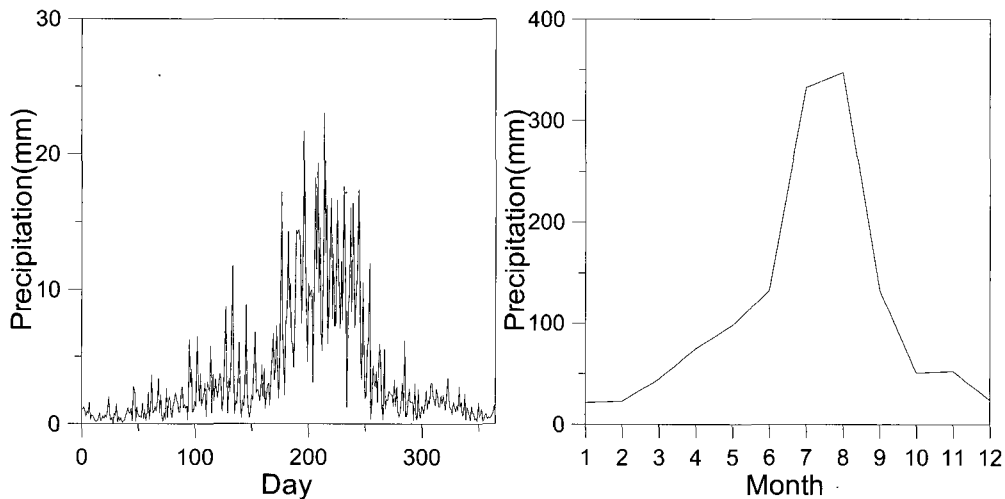
### 3.2 분석 결과

#### 3.2.1 년 강수량의 통계분석 비교

다음과 같은 매개변수적 Markov 연쇄이론, 비매개변수적 Markov 연쇄이론과 다변량 핵밀도 함수법을 이용한 비매개변수적 Markov 연쇄이론에 의해 일강수량을 모의발생하여 그 결과를 비교 분석하였다. 관측자료와 모의자료의 사상 비교는 (i) 연속강수량상의 강수량에

대한 계절별 (ii) 강수일의 강수사상에 대한 계절별 (iii) 연속무강수일의 건조기간에 대한 계절별 (iv) 연속강수량상의 강수일수에 대한 계절별 (v) 일강수량의 관측자료와 모의된 강수량에 대하여 여러 통계값(① 평균값 ② 최대값 ③ 최소값 ④ 1사분위 값(25% quantile) ⑤ 중간값 ⑥ 3사분위 값(75% quantile) ⑦ 표준편차)을 고려하였다. 모의기간은 50년, 100년, 200년을 각각 모의발생 시켰다. 강수량의 분위값 및 최대값, 최소값 등을 비교 분석하였다. 결과는 지면의 부족으로 강수량의 크기만을 제시하였으나, 나머지의 결과도 비슷한 결과치를 보였다.

매개변수적 Markov 연쇄이론(표 1), 비매개변수적 Markov 연쇄이론(표 2)과 다변량 핵밀도 함수법을 이용한 비매개변수적 Markov 연쇄이론(표 3)에 의해 일강수량을 모의발생하여 그 결과를 비교 분석한 결과 3가지 방법 모두 유사한 결과를 도출하였다. 이는 월별과 년을 기준으로 비교를 하였기 때문이다.



(a) 일강수량의 평균 자료계열

(b) 월강수량의 평균 자료계열

그림 9. 서울지점의 일강수량과 월강수량의 평균자료계열

표 1. 동질성 Markov의 강수량 통계자료(단위:mm)

구분	25%	평균	중간	75%	최소	최대	표준편차
관측	0.00	3.78	0.00	1.00	0.00	332.0	14.510
모의 (년)	50	0.00	3.52	0.00	0.30	0.00	336.0
	100	0.00	3.68	0.00	0.50	0.00	336.0
	200	0.00	3.70	0.00	0.50	0.00	336.0

표 2. 비동질성 Markov의 강수량 통계자료(단위:mm)

구분	25%	평균	중간	75%	최소	최대	표준편차
관측	0.00	3.78	0.00	1.00	0.00	332.0	14.510
모의 (년)	50	0.00	3.58	0.00	0.97	0.00	299.9
	100	0.00	3.63	0.00	0.97	0.00	309.6
	200	0.00	3.66	0.00	0.99	0.00	474.1

표 3. 다변량 비동질성 Markov의 강수량 통계자료(단위:mm)

구분	25%	평균	중간	75%	최소	최대	표준편차
관측	0.00	3.780	0.00	1.00	0.00	332.0	14.510
모의 (년)	50	0.00	3.270	0.00	1.00	0.00	14.068
	100	0.00	3.196	0.00	1.00	0.00	13.958
	200	0.00	3.193	0.00	1.00	0.00	13.589

3.2.2 일별 평균강수량의 통계분석 비교

그림 10은 서울지점의 일별 평균 강수량 나타내는 그래프이다. 그림 10에서 월 중 강수량의 변화가 심한 6월과 9월의 일별 평균강수량만을 자세히 나타낸 그래프가 그림 11과 12이다. 관측치의 추세선에서 6월의 경우 일이 커질수록 강수량이 점점 증가하고, 9월의 경우는 점점 감소하는 것을 알 수 있다. 그러나 매개변수적 동질성 Markov 연쇄이론은 모형의 특성상 일별 천이 확

률을 구할 수 없어 월별로 천이확률이 동일하다고 가정하는 동질성 모형이므로 6월과 9월의 초나 말이나 모두 비슷한 일별 평균강수량을 보이는 단점이 있으나, 비동질성 Markov 연쇄이론과 다변량 핵밀도 함수법을 이용한 비매개변수적 Markov 연쇄이론의 강수량은 일별 천이 확률을 구할 수 있는 모형이므로 관측치와 비슷한 결과를 보이고 있다.

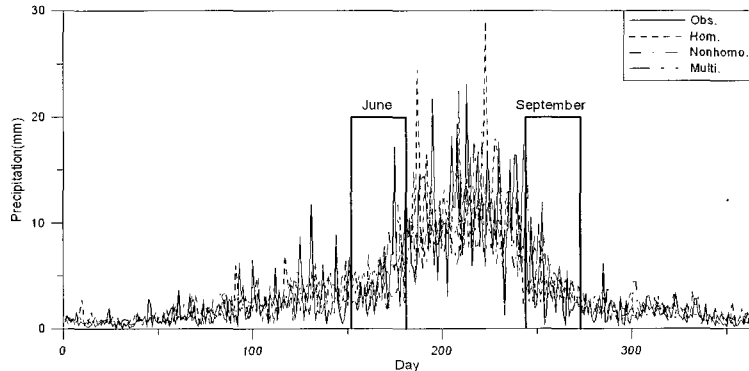


그림 10. 서울지점의 일별 평균강수량

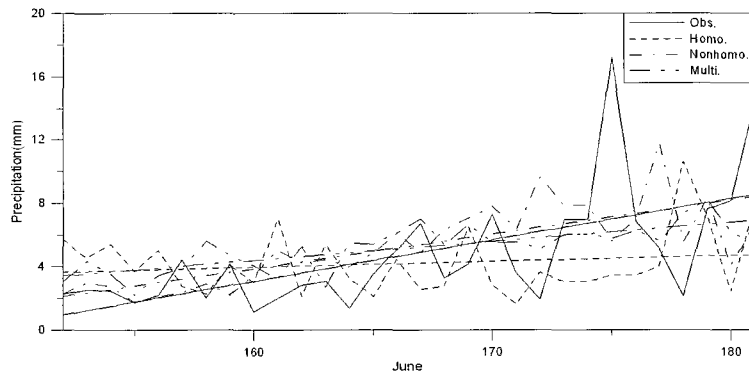


그림 11. 서울지점 6월의 일별 평균강수량 및 추세선

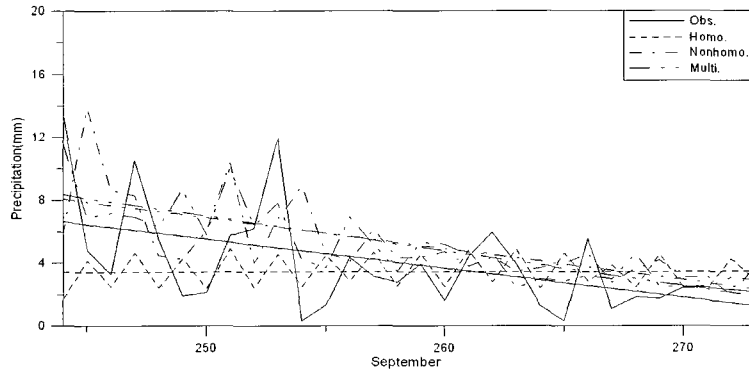


그림 12. 서울지점 9월의 일별 평균강수량 및 추세선



위의 도시적인 방법 외에 이해를 돕기 위해 각 모형 별로 상관분석과 Root Mean Square Error(RMSE)를 비교 분석 하였다.

상관분석(correlation analysis)이란 상관관계를 알아보고자 할 때 사용하는 가장 간단한 방법으로, 두 개의 변량 X와 Y의 상관관계를 관찰하여 분석하는 것이다. 표본집단의 표본상관계수는 두 변수 X와 Y에 대하여 n 개의 표본의 상관계수를 다음과 같이 정의 할 수 있다.

$$r_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}} \quad (10)$$

또한, RMSE는 다음과 같으며 이 값은 작을수록 더 좋은 모형이라 할 수 있다.

$$RMSE = \left[ \sum_{i=1}^n \frac{\{X_i - Y_i\}^2}{n} \right]^{1/2} \quad (11)$$

여기서, X는 관측치이고 Y는 추정치이다.

위의 RMSE와 상관계수를 이용하여 3가지 모형을 각 월별로 비교한 결과가 표 4이다.

표에서 회색은 월별로 모형을 비교했을 때 가장 좋은 결과를 표시한 것이다. 분석한 결과 다변량 비매개변수적 비동질성 Markov 모형이 가장 좋은 결과를 보였고, 이 다변량 모형과 천이확률을 구축하는 방법이 비슷한 비매개변수적 비동질성 모형이 그 다음으로 좋은 결과를 보였으며, 매개변수적 동질성 Markov 연쇄

모형이 가장 좋지 않은 결과를 보였으며 이는 이모형이 일별로 천이확률을 구할 수 없고 월별로 천이확률을 구하기 때문이다.

#### 4. 결 론

매개변수적 동질성 Markov 모형, 비매개변수적 비동질성 Markov 모형과 다변량 핵밀도 함수법을 이용한 비매개변수적 비동질성 Markov 모형에 의해 일강수량을 모의발생하여 비교 분석한 결과, 다변량 핵밀도 함수법을 이용한 비매개변수적 Markov 모형이 가장 좋은 결과를 보였다.

매개변수적 동질성 Markov 연쇄이론은 관측자료의 특성을 잘 반영하고 있지만 과거의 자료를 그대로 모의하는 것을 알 수 있었고, 입력자료의 크기가 작으면 천이확률벡터를 구성하는데 어려움이 있었고, 일별로 구성하는 것은 불가능하여 월별이나 계절별로 천이확률을 구성해야 했기 때문에 일강수량을 비교한 결과에서 가장 좋지 않은 결과를 보였다. 비매개변수적 비동질성 Markov 연쇄이론은 천이확률을 구하는 데에는 기존의 매개변수적인 방법의 단점을 보완할 수 있었다. 이모형은 강수량의 크기 결정에 있어서는 관측일 주위의 여러 과거 관측값 중 일정한 시간적 범위안의 과거 강수량에 대하여 균등난수를 발생시켜 핵함수에 의한 가중치를 사용하여 추계학적으로 강수량의 크기를 결정한다. 그러나 다변량 핵밀도 함수법을 이용한 비매개변수적 비동질성 Markov 연쇄이론은 천이확률벡터를 비동질성 Markov 연쇄이론으로 구성하므로 동질성 모형의 문제점을 해결할 수 있었고, 강수량의 크기 결정에서도 비동질성 Markov 연쇄이론과는 다르게 과거의 자료를 선

표 4. 일별 평균강수량의 통계분석 결과

구 분	RMSE			상관계수		
	동질성	비동질성	다변량	동질성	비동질성	다변량
1 월	2.6156	1.7962	2.0877	0.1142	0.1935	0.0238
2 월	3.0944	2.6531	3.1637	0.1742	0.2566	0.1386
3 월	6.2353	5.0610	5.1932	0.2179	0.0170	0.2673
4 월	9.6315	7.0048	6.9711	0.0279	0.2104	0.1191
5 월	12.1877	12.6308	12.7571	0.2461	0.1483	0.0923
6 월	15.3869	12.9582	11.4999	0.1320	0.2744	0.3612
7 월	25.4545	23.6610	23.6269	0.0166	0.1144	0.1761
8 월	26.7393	22.0629	20.6468	0.0567	0.2143	0.1226
9 월	15.2239	16.7211	13.5941	0.1213	0.3351	0.6121
10 월	5.6324	5.6406	7.0963	0.0126	0.1006	0.2389
11 월	4.4571	3.5127	3.5556	0.0405	0.1960	0.1626
12 월	2.8232	2.6053	2.7740	0.1774	0.0553	0.2594
평균	10.7902	9.6923	<b>9.4139</b>	0.1115	0.1763	<b>0.2145</b>

택하지 않고 개개의 자료에 다변량 핵함수를 적용하여 시간-강수량에 대한 다변량 확률밀도함수를 구축한 후 일별 확률밀도함수를 구해 균등난수를 발생시켜 일강수량의 크기를 결정하므로 가장 좋은 결과를 보였다. 또한 다변량 핵밀도 함수법은 이외에도 조수의 영향을 받는 하류부에서의 홍수위 해석, 다 지점 강수량 모의발생 등 여러 가지 수문현상을 해석하는 데에 유용하게 사용할 수 있는 활용도가 높은 모형이라 할 수 있다.

### 참 고 문 헌

차영일, 문영일(2004). "비동질성 마르코모형을 이용한 일 강수량자료 모의발생 I-이론." **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제24권, 제5B, pp. 431-435.

한국수자원공사(1999). **확률강수량 산정 및 이용방법 연구**.

허준행(1997). "수문통계학의 기초(V)." **한국수문학회지**, 한국수자원학회, 제30권, 제1호, pp. 88-95.

Haan, C. T., Allen, D. M., and Street, J. O.(1976). "A Markov Chain Model of Daily Rainfall." *Water Resour. Res.*, Vol. 12, No. 3, pp. 443-449.

Lall, U., Moon, Young-II, and Bosworth, K.(1993). "Kernel flood frequency estimators: bandwidth selection and kernel choice." *Water Resources Research*, Vol. 29, No. 4, pp. 1003-1015.

Nord, J.(1975). "Some Applications of Markov Chains." *Proceedings Fourth Conference on Probability and Statistics in Atmospheric Science*, Tallahas, pp. 125-130.

Rajagopalan, B., Lall, U. and Tarboton, D.(1996). "Nonhomogeneous markov model for daily precipitation." *Journal of Hydrologic Engineering*, Vol. 1, No. 1, pp. 33-40.

Silverman, B. W.(1986). *Density estimation for statistics and data analysis*. New York: Chapman and Hall.

Scott, D. W.(1992). *Multivariate density estimation*. New York: John Wiley & Sons.

(논문번호:04-12/접수:2004.02.23/심사완료:2005.06.24)