

## 현가장치 무질량 링크를 이용한 효율적인 차량동역학 모델 개발

정 흥 규\* · 김 상 섭

국민대학교 자동차공학전문대학원

### Development of an Efficient Vehicle Dynamics Model Using Massless Link of a Suspension

Hongkyu Jung\* · Sangsup Kim

Graduate School of Automotive Engineering, Kookmin University, Seoul 136-702, Korea  
(Received 16 August 2004 / Accepted 12 November 2004)

**Abstract :** This paper represents an efficient modeling method of a suspension system for the vehicle dynamic simulation. The suspension links are modeled as composite joints. The motion of wheel is defined as relative one degree of freedom motion with respect to car body. The unique relative kinematic constraint formulation between the car body and wheel enables to derive equations of motion in terms of wheel vertical motion. Thus, vehicle model has ten degrees of freedom. By using velocity transformation method, the equations of motion of the vehicle is systematically derived without kinematic constraints. Various vehicle simulation such as J-turn, slowly increasing steer, sinusoidal sweep steer and bump run has been performed to verify the validity of the suggested vehicle model.

**Key words :** Suspension system(현가장치), Massless link(무질량 링크), Kinematic characteristics(기구학 특성), Multibody dynamics(다물체 동역학), Vehicle dynamics analysis (차량동역학 해석)

#### 1. 서 론

차량의 동역학적 특성은 현가장치, 조향장치, 타이어 등을 포함한 샤시시스템에 의하여 많이 좌우된다. 차량동역학 해석분야에서는 차량의 설계 데이터 및 부품의 시험데이터로부터 차량의 컴퓨터 모델을 구축하여 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 차량의 조종안정성 및 승차감을 예측하고 설계를 개선함으로써 개발기간 단축과 비용 절감을 목적으로 하고 있다.

차량동역학 해석을 위한 모델은 부품의 자세한 특성데이터에 의하여 모델 되는 ADAMS<sup>1)</sup>나 Recurdyn<sup>2)</sup>과 같은 다물체 동역학 모델과 현가장치

특성 시험기에 의하여 얻어지는 시스템의 데이터에 의하여 모델 되는 lumped parameter 모델로 나눌 수 있다.<sup>3,4)</sup>

다물체 동역학 차량 모델의 경우 차량의 운동과 각 구성요소간의 동하중 해석이 가능하나, 구성부품의 자세한 특성데이터가 존재할 때 가능하며, 계산시간의 비효율성을 지닌다. Lumped parameter 차량모델의 경우 계산시간의 효율성을 가지는 반면에 현가장치의 정확한 기구학 및 컴플라이언스(kinematic and compliance) 특성을 포함하지 못하므로, 공간 기구에 의하여 나타나는 롤센터 이동(roll center migration), 안티피치(anti-pitch), 안티 롤(anti-roll), 잭킹 력(jacking force) 등의 영향을 정확하게 표현할 수 없다.

\*To whom correspondence should be addressed.  
hkjung@gsaek.kookmin.ac.kr

현가장치를 구성하는 링크의 경우 차체와 휠의 무게에 비하여 무시할 수 있을 정도로 작으므로 질량이 없는 무질량 링크(massless link)로 가정하여, 양단의 조인트 정보만을 이용하는 복합조인트(composite joint)에 의하여 모델이 가능하다. 이러한 무질량 링크에 의한 차량동역학 해석모델에는 효율적인 해석을 위해 최강식<sup>5)</sup> 등은 현가장치의 질량은 무시하되 링크 자체의 운동변수를 갖는 일반 무질량 링크(generalized massless link)<sup>6)</sup>를 이용하였으며, 손정현<sup>7)</sup> 등은 외력과 부상변형을 고려한 무질량 링크모델을 개발하였으며, 최규재<sup>8)</sup>는 무질량 링크를 활용하여 다양한 현가장치에 대하여 차량모델을 구축하였다. 이들 모델은 무질량 링크를 사용하고 있으나 그 자유도가 많아 실시간 해석에는 적합하지 않다.

본 논문에서는 다물체 동역학 모델과 lumped parameter 모델의 단점을 보완해 주는 새로운 모델을 제안하였다. Lumped parameter 모델의 단점인 공간기구의 특성은 현가장치를 다물체계로 모델 하였다. 다물체 동역학 모델의 계산시간의 비효율성은 현가링크를 무질량 링크로 가정하여 복합조인트(composite joint)로 모델 하였다. 차량의 운동방정식은 속도변환 기법(velocity transformation method)<sup>11)</sup>을 활용하여 체계적으로 유도하였다.

### 2. 상대운동을 하는 강체의 운동학

공간에서 운동을 하는 차량을 크게 차체(car body)

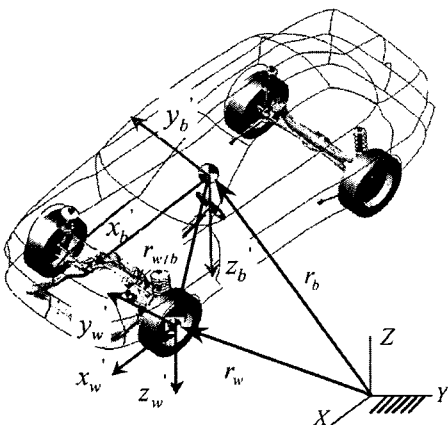


Fig. 1 Relative motion of wheel with respect to car body

와 휠(wheel)의 2개의 강체로 나누어 생각하면, 차체와 휠의 운동을 Fig. 1과 같이 차체에 대하여 상대운동을 하는 휠로 나타낼 수 있다.

현가장치의 기구학해석 및 차량의 운동을 기술함에 있어 차체에 대한 휠의 상대 위치 및 상대 회전각도  $y'_{w/b} = [r'_{w/b} \ \theta'^T_{w/b}]^T$ 를 일반좌표로 할 경우 효율적인 계산이 가능하다. 차체에 대한 휠의 상대 위치, 속도, 가속도 관계식을 차체에 대한 좌표계로 나타내면 아래 식 (1)~ 식(3)과 같다.

$$r'_w = A_{wb}r'_b + A_{wb}r'_{w/b} \tag{1}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{y}'_b \\ \dot{y}'_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_6 & 0 \\ D & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}'_b \\ \dot{y}'_{w/b} \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{y}'_b \\ \ddot{y}'_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_6 & 0 \\ D & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}'_b \\ \ddot{y}'_{w/b} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ h \end{bmatrix} \tag{3}$$

여기서,

$$\dot{y}'_{w/b} = \begin{bmatrix} \dot{r}'_{w/b} \\ \dot{w}_{w/b} \end{bmatrix}$$

$$\ddot{y}'_{w/b} = \begin{bmatrix} \ddot{r}'_{w/b} \\ \ddot{w}_{w/b} \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} A_{wb} & -A_{wb}\tilde{w}r'_{w/b} \\ 0 & A_{wb} \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} A_{wb} & 0 \\ 0 & A_{wb} \end{bmatrix}$$

$$h = \begin{bmatrix} 2A_{wb}\tilde{w}'_b r'_{w/b} + A_{wb}\tilde{w}'_b \tilde{w}'_b r'_{w/b} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\tilde{w}r = w \times r$ : cross product

위식에서  $A_b, A_w$ 는 차체 및 휠의 변환행렬이며,  $A_{wb} = A_w^T A_b$ 의 관계를 가진다. 위의 속도관계식 (2)의  $\dot{y}'_{w/b}$ 를 차체에 대한 휠의 수직방향 변위의 속도 향으로 나타냄으로써 7자유도 1/4차량 모델의 유도가 가능하다.<sup>9)</sup>

### 3. 현가장치 모델링

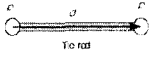
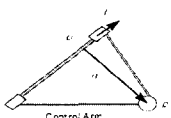
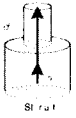
휠은 현가링크에 의하여 차체에 부착되어 있으며, 전륜의 경우 수직방향의 범프 및 리바운드 운동

그리고 조향의 2자유도를 가진다. 주어진 조향에 대하여 휠은 차체에 대하여 5개의 자유도가 구속되며, 1자유도를 갖게 된다.

3.1 복합조인트에 의한 현가장치 모델링

현가링크의 경우 질량이 작기 때문에 전달하중에 비해 자체의 관성력이 무시할 수 있을 정도로 작기 때문에 양단의 조인트 정보만을 이용하는 복합조인트(composite joint)를 이용하여 모델 하였다. 현가링크 요소의 복합조인트는 타이로드에 해당하는 SS-joint(spherical-spherical), 컨트롤 암에 해당하는 RS-joint(revolute -spherical), 댐퍼스트럿에 해당하는 SC-joint (spherical-cylindrical)가 있으며 아래 Table 1 과 같이 나타낼 수 있다.<sup>6)</sup>

Table 1 Type of composite joint

Elements	Constraint equation
 Rod	$\Phi^{ss} = d_{ij}^T d_{ij} -  d_{ij} ^2 = 0$
 Control Arm	$\Phi^{rs} = \begin{bmatrix} d_{ij}^T d_{ij} -  d_{ij} ^2 \\ h_i^T d_{ij} \end{bmatrix} = 0$
 Shock Absorber	$\Phi^{sc} = \begin{bmatrix} f_i^T d_{ij} \\ g_i^T d_{ij} \end{bmatrix} = 0$

대표적인 독립현가장치인 맥퍼슨 스트럿(McPherson strut)은 RS, SC, SS-joint를 각각 1개 가지며, 더블위시본(double wishbone)은 2개의 RS-joint 와 1개의 SS-joint를 가지며, 멀티링크(multi-link) 현가장치의 경우 5개의 SS-joint를 가지는 형태가 된다.

3.2 구속식, 자코비안 행렬 및 가속도식

차체에 대한 휠의 운동을 해석함에 있어 차체에 대한 휠의 상대 병진변위 및 상대 회전각도를 일관 좌표로 하여 현가장치에 대한 구속식(constraint), 자코비안 행렬(Jacobian matrix), 그리고 가속도의 오른

쪽향을 유도하면 효율적인 계산이 가능하다.

구속식에 대한 수치해를 구하거나 운동방정식의 유도를 위해서는 각각의 구속식에 대한 자코비안 행렬을 구하여야 한다. 복합조인트에 의한 현가장치의 구속식에 대한 자코비안의 형태는 아래 식 (4) 와 같다.

$$\dot{\Phi} = \Phi_{y_b} \ddot{y}_b + \Phi_{y_w/b} \ddot{y}_w/b = 0 \tag{4}$$

위식에서  $\Phi$ 는 구속식(constraint equation)을 나타내고,  $\Phi_{y_b}$ ,  $\Phi_{y_w/b}$ 는 자코비안행렬을 나타낸다. 차체에 대한 자코비안  $\Phi_{y_b}$ 은 0의 값을 가지게 되어 속도식 (4)는 아래 식 (5)와 같이 된다.

$$\Phi_{y_w/b} \ddot{y}_w/b = 0 \tag{5}$$

각 복합조인트 Table 1에 대한 자코비안 행렬을 유도하면 아래 Table 2와 같다.<sup>9)</sup>

Table 2 Jacobian matrix of composite joint

Joint type	Jacobian matrix ( $\Phi_{y_w/b}$ )
SS-joint	$2d_{bw}^T \quad -2d_{bw}^T A_{bw} \widetilde{s}_w'$
RS-joint	$h_b^T \quad -h_b^T A_{bw} \widetilde{s}_w'$ $2d_{bw}^T \quad -2d_{bw}^T A_{bw} \widetilde{s}_w'$
SC-joint	$A_{wb} f_w^T \quad -f_w^T (\widetilde{s}_w - \widetilde{d}_{wb}) A_{wb}$ $A_{wb} g_w^T \quad -g_w^T (\widetilde{s}_w - \widetilde{d}_{wb}) A_{wb}$

식 (4)의 속도관계식을 시간에 대하여 미분하여 가속도 관계식을 구하면 아래 식 (6)와 같다.

$$\ddot{\Phi} = \Phi_{y_w/b} \ddot{\ddot{y}}_w/b - \gamma = 0 \tag{6}$$

위식에서  $\gamma$ 는 가속도 관계식의 오른쪽 항으로 각 조인트에 대하여 유도하면 아래 식 (7)~식 (9)와 같다.

$$\begin{aligned} \gamma_{ss} = & -2 \left[ (A_b \widetilde{r}'_{w/b} - A_w \widetilde{s}'_w A_{wb} w'_{w/b})^T \right. \\ & (A_b \widetilde{r}'_{w/b} - A_w \widetilde{s}'_w A_{wb} w'_{w/b}) \\ & \left. + d_{bw}^T (\widetilde{w}_b w'_{w/b} - \widetilde{w}_{w/b} \widetilde{w}'_b - \widetilde{w}_{w/b} \widetilde{w}'_{w/b}) A_{bb} \widetilde{s}'_w \right] \tag{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_{rs(1)} &= h_b^T (\tilde{w}_b \tilde{w}_{w/b} - \tilde{w}_{w/b} \tilde{w}_b - \tilde{w}_{w/\delta} \tilde{w}_{w/b}) A_{bw} s_w' \\ \gamma_{rs(2)} &= -2 \{ (A_b \tilde{r}'_{w/b} - A_w \tilde{s}'_w A_{wb} \tilde{w}'_{w/b})^T \\ &\quad (A_b \tilde{r}'_{w/b} - A_w \tilde{s}'_w A_{wb} \tilde{w}'_{w/b}) \\ &\quad + d_{bw}^T (\tilde{w}_b \tilde{w}_{w/b} - \tilde{w}_{w/b} \tilde{w}_b - \tilde{w}_{w/\delta} \tilde{w}_{w/b}) A_{bw} s_w' \} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{sc(1)} &= f_v^T \{ (A_{ub} \tilde{w}_b \tilde{w}_{w/b} + A_{wb} \tilde{w}_w \tilde{w}_{w/b}) A_{bc} (s'_w - d'_{wb}) \\ &\quad + 2 A_{ub} \tilde{w}_w \tilde{r}'_{w/b} - A_{wb} \tilde{w}_w \tilde{w}_b A_{bc} (s'_w - d'_{wb}) \} \\ \gamma_{sc(2)} &= g_v^T \{ (A_{ub} \tilde{w}_b \tilde{w}_{w/b} + A_{wb} \tilde{w}_w \tilde{w}_{w/b}) A_{bc} (s'_w - d'_{wb}) \\ &\quad + 2 A_{ub} \tilde{w}_w \tilde{r}'_{w/b} - A_{wb} \tilde{w}_w \tilde{w}_b A_{bc} (s'_w - d'_{wb}) \} \end{aligned} \quad (9)$$

**3.3 차체에 대한 휠 속도 및 가속도 관계식**

현가장치의 특성은 휠의 수직변위에 대한 휠의 기하학적 특성(wheelbase, tread, toe, camber, side-view spin angle)에 의하여 결정되며, 이러한 특성이 포함된 차량의 운동방정식을 유도하기 위하여 기구학적 구속식과 운동방정식과의 관계를 유도해야 한다. 휠의 수직방향 구동의 구속식(driving constraint)을 포함한 속도관계식 (5)는 아래 식 (10)과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \Phi \\ C \end{bmatrix} \dot{y}_{w/b} = \begin{bmatrix} 0 \\ \delta_w' \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기서,

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

위식에서  $\delta_w'$ 는 차체에 대한 휠의 수직방향 변위이다. 식 (10)은 아래 식 (11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{y}_{w/b} &= \begin{bmatrix} \Phi \\ C \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \delta_w' \end{bmatrix} \\ &= R_{d(6 \times 5)} \quad R_{I(6 \times 1)} \begin{bmatrix} 0 \\ \delta_w' \end{bmatrix} \\ &= R_I \delta_w' \end{aligned} \quad (11)$$

위식에서  $R_I, R_d$ 은 자코비안 행렬의 역행렬의 부분행렬로 휠의 수직방향 변위와 관련된 것과 그렇지 않은 것을 나타낸다. 식 (10)에서 볼 수 있듯이 차체에 대한 휠의 상대속도  $\dot{y}_{w/b}$ 는 휠의 수직방향 속도  $\delta_w'$ 에 의하여 나타낼 수 있음을 알 수 있다. 식 (10), 식 (6)의 관계식으로부터 가속도 관계식은 아

래 식 (12)와 같다.

$$\begin{aligned} \ddot{y}_{w/b} &= R_{d(6 \times 5)} \quad R_{I(6 \times 1)} \begin{bmatrix} \gamma \\ \delta_w' \end{bmatrix} \\ &= R_d \gamma + R_I \delta_w'' \end{aligned} \quad (12)$$

식 (10), 식 (11)의 속도, 가속도 관계식을 차체에 대한 휠의 운동학 관계식에 대입하면 휠이 수직방향 1자유도를 갖는 운동방정식의 유도가 가능하다.

**3.4 기구학 해석 및 검증**

이상에서 유도된 구속식, 자코비안을 검증하기 위하여 맥퍼슨 스트러트 전륜 현가장치에 대한 기구학 해석결과가 Fig. 2와 같이 ADAMS의 결과와 잘 일치함을 볼 수 있다.

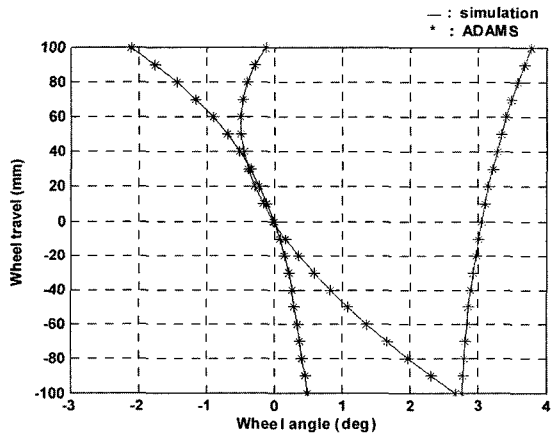


Fig. 2 Comparison of between ADAMS and composite joint model

**4. 차량동역학 해석모델**

다물체 차량모델의 계산시간의 비효율성을 개선하기 위하여 속도변환 기법(velocity transformation method)을 활용하여 운동방정식을 유도하였다.

**4.1 속도변환 관계식**

차체에 대한 휠의 속도 관계식인 식 (11)을 차량의 운동학 관계식 (2)에 대입하여 전차량 모델(full vehicle model)에 대하여 나타내면 아래 식 (13)과 같은 속도 관계식을 유도할 수 있다.

$$\dot{y} = B \dot{q} \quad (13)$$

여기서,

$$\dot{y}' = \begin{pmatrix} \dot{y}'_b \\ \dot{y}'_w \end{pmatrix}$$

$$\dot{q} = \begin{pmatrix} \dot{y}'_b \\ \dot{\delta}'_w \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ D_{fr} & E_{fr}R_{Ifr} & 0 & 0 & 0 \\ D_{fl} & 0 & E_{fl}R_{Ifl} & 0 & 0 \\ D_{rr} & 0 & 0 & E_{rr}R_{Irr} & 0 \\ D_{rl} & 0 & 0 & 0 & E_{rl}R_{Irl} \end{pmatrix}$$

위식에서  $B$ 는 속도변환행렬(velocity transformation matrix)이며, 아래의 첨자는 운전자 기준으로  $fr$ 은 전방 오른쪽,  $fl$ 은 전방 왼쪽,  $rr$ 은 후방 오른쪽,  $rl$ 은 후방왼쪽을 나타낸다. 식 (13)의 가상변위 관계식은 아래 식 (14)과 같다.

$$\delta y' = B \delta q \tag{14}$$

식 (12), 식 (3)의 관계식으로부터 가속도 관계식을 유도하면 아래 식 (15)와 같다.

$$\ddot{y}'' = B \ddot{q} + H \tag{15}$$

여기서,

$$H = \begin{pmatrix} 0 \\ E_{fr}R_{dfr}\gamma_{fr} + h_{fr} \\ E_{fl}R_{dfl}\gamma_{fl} + h_{fl} \\ E_{rr}R_{drr}\gamma_{rr} + h_{rr} \\ E_{rl}R_{drl}\gamma_{rl} + h_{rl} \end{pmatrix}$$

### 4.2 차량의 운동방정식

직교좌표계(Cartesian coordinate)에서 변분형태의 차량의 운동방정식은 아래 식 (16)과 같다.

$$\delta y^T (M_i \ddot{y}'' - Q_i) = 0 \tag{16}$$

여기서,

$$M_i = \begin{pmatrix} m_i I & 0 \\ 0 & J_i \end{pmatrix}$$

$$Q_i = \begin{pmatrix} F'_i \\ n'_i - \tilde{w}'_i J'_i w'_i \end{pmatrix}$$

식 (14), 식 (15)를 식 (16)에 대입하여 정리하면 아래 식 (17)과 같은 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\delta q^T (\overline{M} \ddot{q} - \overline{Q}) = 0 \tag{17}$$

여기서,

$$\overline{M} = B^T M B$$

$$\overline{Q} = B^T (Q - M H)$$

### 4.3 차량 운동방정식의 검증

전절에서 유도된 차량의 운동방정식 및 가속도 오른쪽 항인  $\gamma$ 의 유도를 확인하기 위하여 1/4차량(quarter car)에 대하여 해석을 수행하였다. 차체와 휠 사이에 스프링만을 연결하고 중력을 포함한 다른 외력을 고려하지 않은 상태에서 차체에 병진속도 및 회전 각속도를 초기 입력으로 해석을 수행한 경우 에너지(kinetic, potential, total)의 변화는 아래 Fig. 4와 같다. 이러한 경우 시스템은 보존계이며 총 에너지의 증감량이 적분오차 한계 이내이므로 유도된 차량의 운동방정식이 타당함을 알 수 있다.

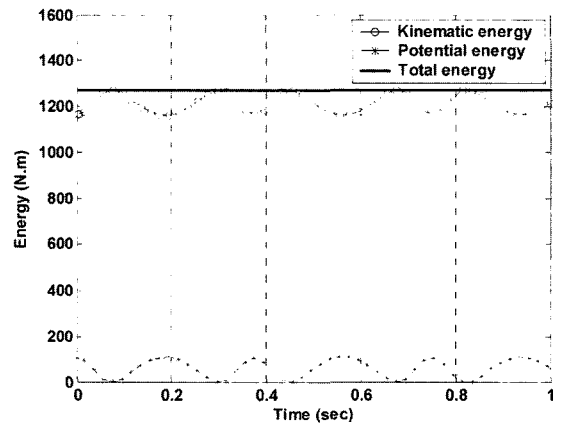


Fig. 3 Energy change of quarter car model

### 4.4 샤시 서브시스템 모델

차량의 운동방정식에 현가장치, 조향장치, 타이어 등의 서브시스템을 결합하여 전차량(full vehicle) 동역학 모델을 구성할 수 있다.

무질량 링크에 의한 현가장치의 전륜 맥퍼슨 스트러트 현가장치 및 후륜 듀얼 링크(dual-link) 현가장치의 기구학 해석결과는 Fig. 4 ~ Fig. 7과 같다.

현가기구의 스프링과 댐퍼는 다물체계의 힘 요소(force element)에 의하여 모델링 하였으며, 댐퍼의

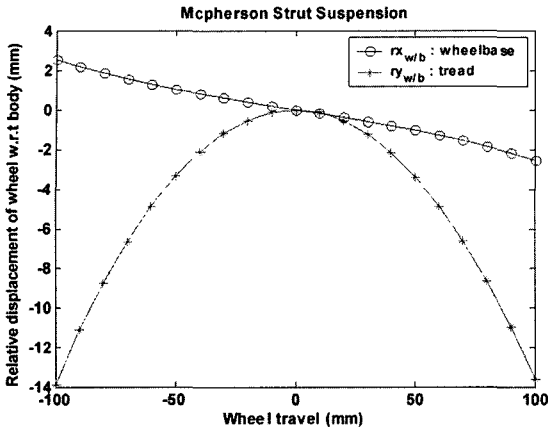


Fig. 4 Relative translational position of McPherson Strut

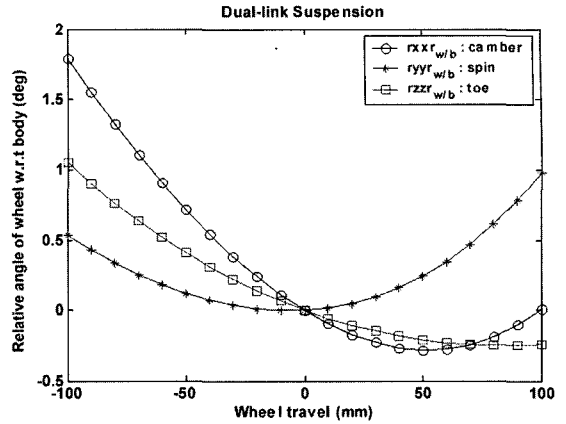


Fig. 7 Relative rotational angle of dual-link

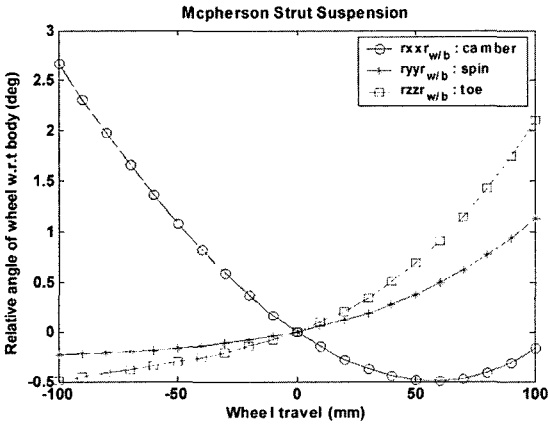


Fig. 5 Relative rotational angle of McPherson Strut

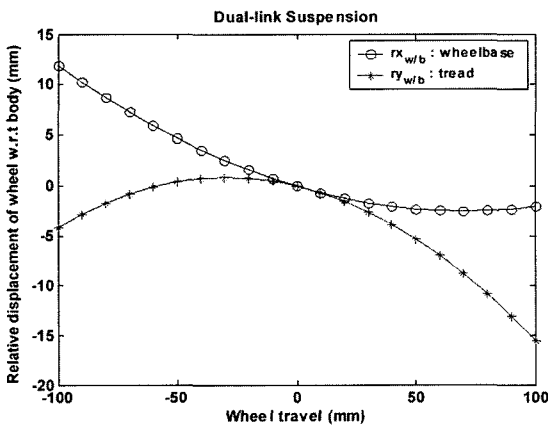


Fig. 6 Relative translational position of dual-link

가 롤 강성(equivalent roll stiffness)에 의하여 모델 하였다.

전륜 현가장치의 타이로드 링크의 차체쪽 구면조인트에 병진변위를 가하여 조향입력을 줄 수 있다. 현가장치 링크는 부싱(bushing)이 없으므로, 현가링크의 부싱 컴플라이언스(compliance)와 조향장치의 칼럼 및 마운트의 컴플라이언스를 포함할 수 있도록 아래 Fig. 8과 같이 모델 하였다.

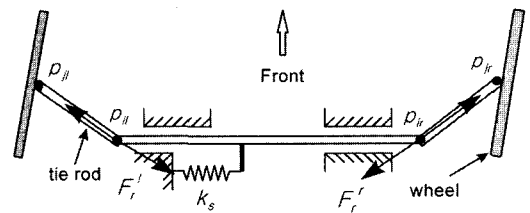


Fig. 8 Compliance model of the steering system

위의 Fig. 8에서 타이로드 차체쪽 조인트에 가해지는 구속력(constraint force)은 아래 식 (18)과 같이 계산할 수 있다.

$$F_r = \Phi_{y_{w/b}} \lambda \tag{18}$$

여기서  $\lambda$ 는 Lagrange multiplier로 구속식을 포함하는 직교좌표계(Cartesian coordinate)의 운동방정식으로부터 계산할 수 있다. 컴플라이언스에 의한 조향각은 아래 식 (19)와 같이 계산하였다.

$$\delta_s = (F_{rr} + F_{rl}) \cdot k_s \tag{19}$$

경우 비선형 특성을 고려하였다. 안티 롤바(anti-roll bar)는 휠 센터에 부착되어 있는 것으로 가정하여 등

여기서  $F_{rr}$ ,  $F_{rl}$ 은 타이로드 차체조인트 좌·우의 조인트 구속력이며,  $k_s$ 는 현가장치 및 조향장치의 컴플라이언스를 나타내는 단위 구속력에 대한 조향각(steer angle)을 나타낸다. 이러한 조향계의 컴플라이언스 모델은 차량의 언더스티어 경향을 강화시키는 역할을 하게 된다.

타이어 모델은 Pacejka<sup>10)</sup>에 의하여 제안된 MF(Magic Formula) 타이어 모델을 사용하였다. 슬립각 수직력 변화에 따른 횡력 및 복원 모멘트 특성은 아래 Fig. 9, Fig.10과 같다.

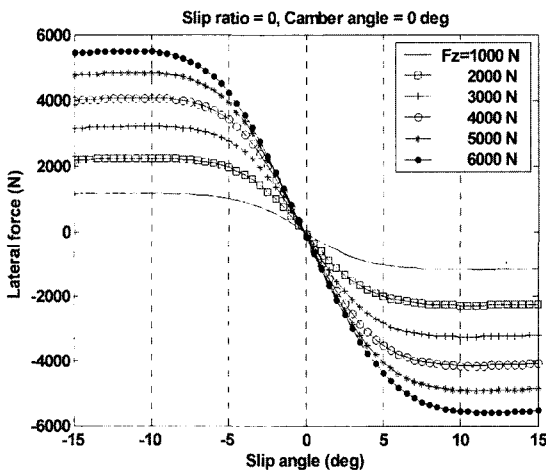


Fig. 9 Lateral force characteristics of MF-tire model

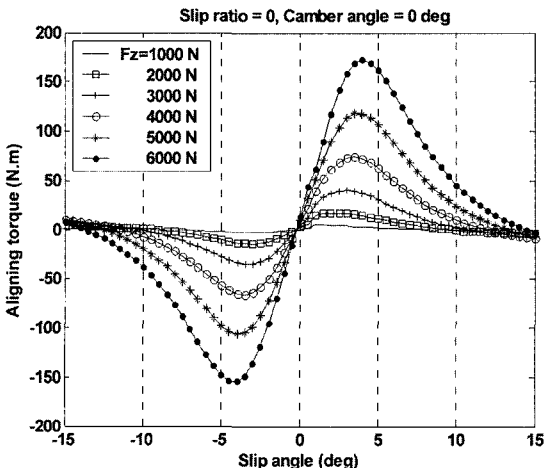


Fig. 10 Aligning torque characteristics of MF-tire model

#### 4.5 조향 및 노면 모델

차량 동역학 해석을 위한 사용자 입력 모델로는 조종안정성(handling)특성해석을 위한 조향입력 모델로 스텝조향(J-turn), 정현파 조향(sinusoidal steer), 주파수 해석을 위한 조향입력(sinusoidal sweep steer)이 있으며, 승차감해석을 위한 노면 모델로 정현파 노면(sine road), 아크형상 노면(arc road)을 사용하였다.

### 5. 차량 동역학 해석 및 검증

현가장치를 무질량 링크로 고려하고, 차체에 대한 휠의 상대좌표를 일반좌표로 하며, 속도변환기법에 의하여 기술된 차량동역학 모델을 검증하기 위하여, 전륜 맥퍼슨 스트러트, 후륜 듀얼 링크 현가장치, MF 타이어 모델을 가진 전차량 모델(full vehicle model)을 이용하여 조종안정성 및 승차특성 해석을 수행하였다.

#### 5.1 계산알고리즘

무질량 링크에 의한 기구학 해석은 비선형 방정식의 해를 구하는 것으로 뉴턴 램슨(Newton-Raphson) 알고리즘을 사용하였으며, 동역학 해석은 상미분 방정식의 수치 적분으로 MATLAB/Simulink에서 제공하는 Runge-Kutta 4, 5차 방법을 사용하였다. 그 계산 절차는 아래 Fig. 11과 같다.

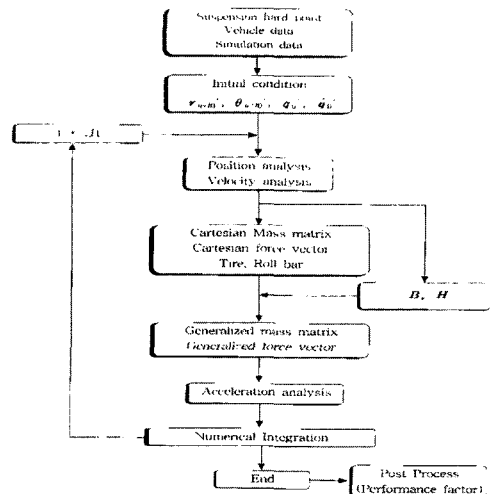


Fig. 11 Flow chart of the program

### 5.2 스텝조향(J-tum) 해석

스텝조향 시험은 과도응답 시험의 하나로 일정 차속으로 직진주행 중 준-스텝(pseudo-step) 모양의 조향입력을 주어 차량의 과도상태 및 정상상태 특성을 보는 것이다.

차량속도 100km/h로 1초 동안 직진주행 후 0.3 초의 증가시간(rising time)으로 0.4g의 횡 가속도를 갖는 랙변위(rack displacement)를 입력으로 하여 J-turn 해석을 수행하였을 경우 휠의 조향각은 Fig. 12와 같으며, 차량 및 휠의 응답 특성은 Fig. 13, Fig. 14와 같다. 차량의 응답특성은 일반적인 승용차량의 J-turn 응답특성과 동일한 형태로 제안된 모델이 타당함을 알 수 있다.

스텝 조향시험에 관련된 차량 성능인자들은 정상상태 값(steady-state value), 응답시간(response time), TB factor(요 각속도 최대값 응답시간×횡슬립각 정상상태 값), 조향민감도(조향각에 대한 정상상태 횡 가속도의 변화율)등으로 아래 Table 3과 같다.

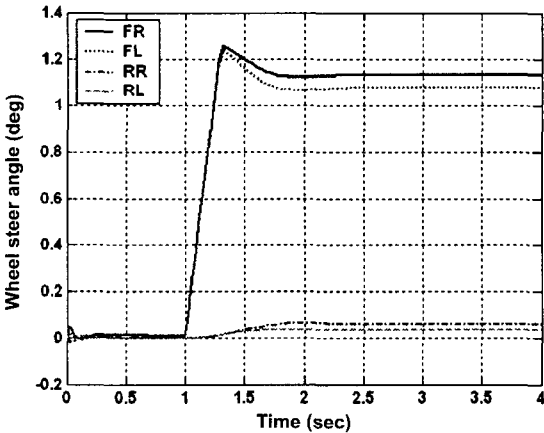


Fig. 12 Wheel steer angle for J-turn

### 5.3 준정상상태 해석

차량의 정상상태 조향특성은 언더스티어 계수(Understeer Gradient)에 의하여 나타낸다. 정상상태 원 선회시의 언더스티어 계수는 아래 식 (20)과 같이 정의할 수 있다.

$$\frac{\delta_{sw}}{N} = 57.3 \frac{L}{R} + Ka_y \quad (20)$$

여기서  $\delta_{sw}$ 은 조향휠 각,  $N$ 은 조향기어비,  $L$ 은 휠

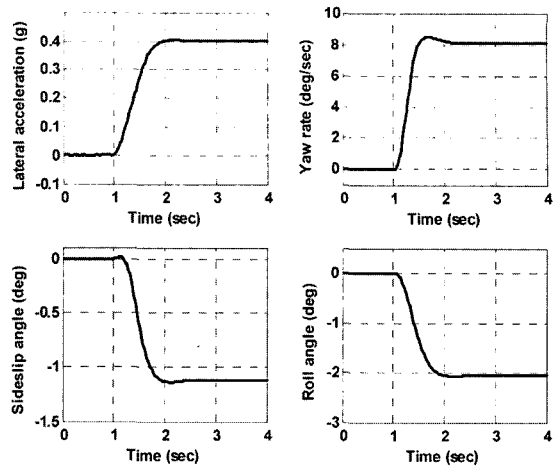


Fig. 13 Vehicle response for J-turn

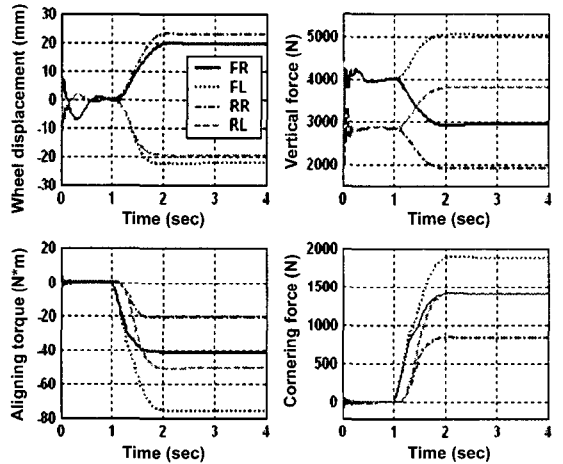


Fig. 14 Wheel forces and moment for J-turn

Table 3 Performance factors for J-turn

Performance factors	value	unit
Lateral acceleration steady state value	0.40	g
Lateral acceleration response time(peak)	0.82	sec
Lateral acceleration response time(90%)	0.46	sec
Lateral acceleration overshoot	2.58	%
Yaw rate steady-state value	8.11	deg/sec
Yaw rate response time(peak)	0.44	sec
Yaw rate response time(90%)	0.21	sec
Yaw rate overshoot	11.87	%
Side slip angle steady state value	1.12	deg
Roll angle steady state value	2.04	deg
Roll gain	5.10	deg/g
TB factor	0.49	sec*deg
Steering sensitivity	1.06	g/100deg



베이스,  $R$ 은 회전반경,  $a_y$ 는 횡가속도를 나타낸다. 위 식 (20)에서 속도를 일정하게 유지하고 조향휠 각을 차량의 횡가속도 한계에 이르도록 일정한 비율로 천천히 증가시킬 경우, 차량의 횡가속도와 조향각의 그래프를 사용하여 언더스티어 계수를 아래 식 (21)과 같이 정의할 수 있다.

$$K = \frac{1}{N} \frac{\partial \delta_{sw}}{\partial a_y} - 57.3 \frac{gL}{V^2} \quad (21)$$

차량속도 100km/h로 조향휠 각을 천천히 증가시키면서 해석한 결과 횡가속도에 대한 조향각 및 그 변화율인 횡가속도에 대한 언더스티어 계수의 그래프는 아래 Fig. 15와 같다.

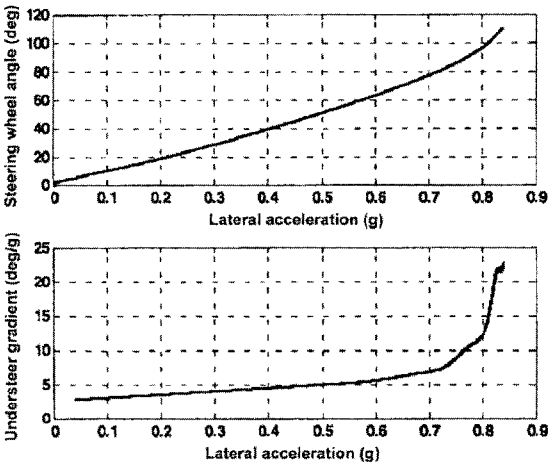


Fig. 15 Understeer gradient for lateral acceleration

### 5.4 주파수 응답특성 해석

차량의 주파수 응답특성은 정현파 조향의 주파수를 변경하면서 시뮬레이션 하여 시간에 대한 응답 특성을 푸리에 변환(Fourier transformation)하여 얻을 수 있다. 정상상태의 횡가속도 값이 0.3g를 갖는 구간을 조향입력을 사용한다. 주파수 응답에 대한 조향입력은 아래 식 (22)와 같이 표현된다.

$$= \delta_{state} \sin\left(\frac{\omega_{max}}{2 \cdot 60} t^2\right) \quad (22)$$

$$\omega_{max} = 31.4 \text{ rad/sec (5Hz)}$$

$\delta_{state}$ 은 정상상태 횡가속도가 0.3g인 조

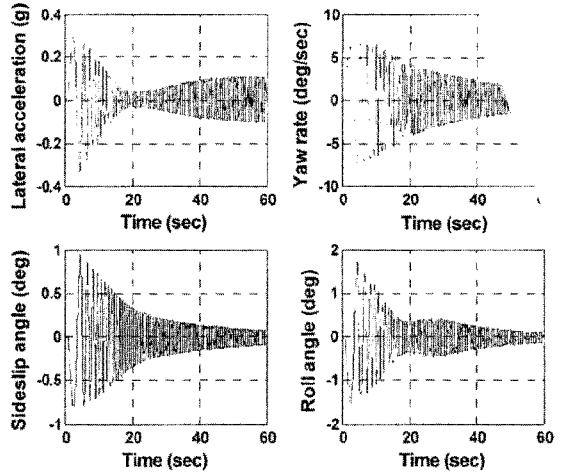


Fig. 16 Vehicle response for sweep steering

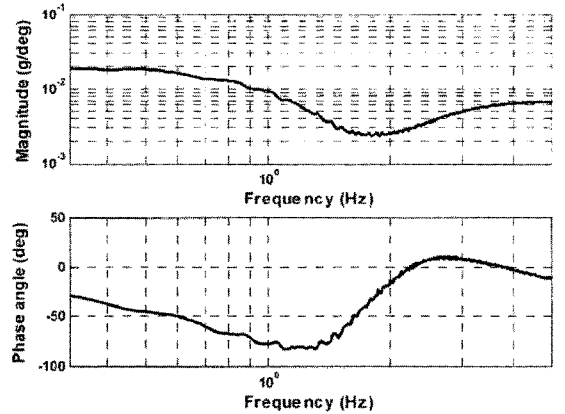


Fig. 17 Frequency response of the lateral acceleration

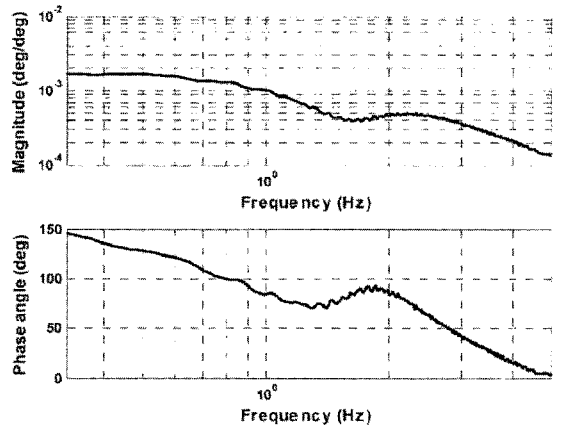


Fig. 18 Frequency response of the roll angle

향휠 각이다. 식 (22)의 조향입력에 의한 시간에 대

한 차량의 응답은 아래 Fig. 16과 같다. 주파수 응답 특성은 Fig. 17, Fig. 18과 같다.

### 5.5 범프통과 해석

굴곡을 가진 노면을 지날 때 타이어의 충격으로 인한 차체 및 타이어 부분의 진동특성 및 운전자의 승차특성을 분석하기 위하여 범프통과 해석을 수행한다. 차량속도 30km/h로 반주기 사인(sine)형상의 높이 40mm, 길이 1.5m인 범프를 지날 때의 차량의 수직 가속도 및 휠의 수직력은 아래 Fig. 19와 같다.

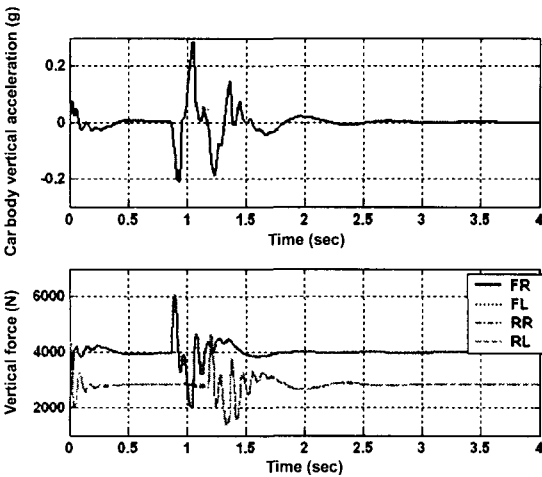


Fig. 19 Vehicle response for bump run

## 6. 결론

본 논문에서는 다물체 모델과 lumped parameter 모델의 단점을 보완해주며, 현가기구의 기구학적특성을 포함하는 효율적인 차량동역학 모델을 제안하였다.

- 1) 다물체 모델의 계산 효율성을 위하여 현가기구를 무질량 링크로 고려하고, 속도변환 기법을 이용하여 차량의 운동방정식을 유도하였다.
- 2) 차체에 대한 휠의 상대좌표를 일반좌표로 하여 현가장치의 기구학적특성을 포함하는 10자유도의 효율적인 차량동역학 모델을 개발하였다.
- 3) 기구학 해석을 수행하여 구속식 및 자코비안을 검증하였고, 동역학 해석을 수행하여 가속도 오른쪽 항과 운동방정식을 검증하여 제안된 차량 모델이 타당함을 증명 하였다.

- 4) 다양한 차량동역학 해석을 통하여 일반차량의 동역학 해석결과와 유사함을 확인하였다.

## References

- 1) MSC. ADAMS 2003 Help Manual, MSC Software, 2003.
- 2) RecurDyn V5 Reference Manual, FunctionBay, Inc., 2003.
- 3) R. W. Allen, T. J. Rosenthal, D. H. Keith and H. T. Szostak, "Validation of Ground Vehicle Computer Simulations Developed for Dynamics Stability Analysis," SAE 920054, 1992.
- 4) M. W. Sayers and D. S. Han, "A Generic Multibody Vehicle Model for Simulating Handling and Braking," Vehicle System Dynamics Supplement, Vol.25, pp.599-613, 1996.
- 5) S. S. Kim and K. S. Choi, "Efficient Vehicle Dynamic Analysis Based on Quasi-Static Analysis of Suspension Model," 1997 KSAE Spring Conference, Vol. II, pp.249-256, 1997.
- 6) E. J. Haug, Computer Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical System, Volum I : Basic Method, ALLYN AND BACON, 1989.
- 7) J. H. Sohn, S. T. Choi, K. S. Kim, W. S. Yoo and J. Y. Lee, "Development of the Massless Link including External Force and Bushing Deformation," Transactions of KSAE, Vol.9, No.1, pp.163-170, 2001.
- 8) G. J. Choi, K. H. Lee and Y. M. Yoo, "Development of a Real-Time Vehicle Dynamic Simulation Software," Transactions of KSAE, Vol.3, No.5, pp.30-37, 1995.
- 9) H. K. Jung, "An Efficient Vehicle Dynamics Analysis Method Including Kinematic Characteristics of Suspension," Master Thesis, Kookmin University, 1998.
- 10) H. B. Pacejka, Tyre and Vehicle Dynamics, SAE, 2002.
- 11) S. S. Kim and M. J. Vanderploeg, "A General and Efficient Method for Dynamic Analysis of Mechanical Systems Using Velocity Transformations," ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol. 108, No.2, pp.176-182, 1986.