

평가지표에 따른 PID 제어기 설계 영향 분석

(An Analysis on the Effect of the PID Controller Design Due to Performance Index)

이금원*

(Keum-Won Lee)

요 약

제어이론들 중에 PID제어는 지난 수십년간 잘 활용되고 있다. PID 알고리즘은 PID 파라미터를 선택하기 위해서 사용되는 튜닝법이 필요하다. 그러나 어떤 경우에는 잘 알려진 튜닝법 대신에 제어기, 출력특성 및 외란제거 성능 등이 어떤 사양을 만족하도록 다양한 종류의 평가지표들을 사용하기도 하기도 한다. 본 논문에서는 오차신호, 시간, 제어입력 및 견실성을 사용한 성능지표의 선형조합을 사용하여 공조시스템의 PID제어를 한다. 성능지표를 최소화 하는 2 자유도 PID파라미터를 사용하여 제어기, 출력특성 및 견실성을 분석한다. Simulink를 포함한 MATLAB을 이용하여 시뮬레이션을 한다.

Abstract

Among various modern control theories, PID control has been well used for several decades. PID algorithms need some tuning methods which are used for selecting PID parameters. But in some cases various kinds of performance indices are used instead of well-known tuning rules, and so variable type of performance index must be tested so that controllers, output characteristics and disturbance rejection property meet some specifications. In this paper, linear combinational type of performance index using error signal, time, control input and robustness is used to the PID control of air conditioning system. By use of the 2 DOF PID parameters minimizing performance index, controllers, output characteristics and robustness properties are analyzed. Simulations are done by use of MATLAB with Simulink.

Key Words : PID, parameter tuning, performance index, 2 DOF(degree of freedom), robustness

1. 서 론

다양한 현대제어이론들이 연구되어 실용화되고 있으나 아직도 산업현장에서는 PID(Proportional, Integral and Derivative) 제어기가 많이 사용되고 있기 때문에 이에 대한 연구가 필요하다. PID제어기에 있어서 파라미터 튜닝법은 많이 제시가 되어 있고[1-3], PID제어기의 구조 자체를 개량하여 보다

* 주저자 : 관동대학교 IT학부 교수
Tel : 033-670-3396, Fax : 033-670-3409
E-mail : kwlee@kwandong.ac.kr
접수일자 : 2004년 7월 9일
1차심사 : 2004년 7월 13일
2차심사 : 2004년 8월 31일
심사완료 : 2004년 9월 6일

사용하기 쉽고 성능을 높이려는 시도를 해 오고 있다[4,5]. PID 제어기는 일반적으로 구조가 단순하고, 하드웨어적으로 구현이 쉽고, 동조할 계수가 적어서 다루기가 용이하고, 대부분의 산업공정에서 그 값싼 제작비용에 비해서는 강인함을 보이는 장점을 가지고 있다.

일반적으로 빌딩의 공조제어로는 제어 루프의 대부분이 실내의 온도 제어이고, 프로세스 제어의 형태이다. 그러나 공조제어는 실내 기온을 측정하는 것으로 실내를 환기하고 있기 때문에, 동작점이 수시로 변동한다는 점이 기타 화학, 철강 등의 프로세스 제어와는 다른 특징이 있다. 따라서 PID제어기 설계를 위해서는 현장에서 얻은 데이터를 기준으로 하여 목적을 잘 설정하여 강인하면서도 유연하게 대응할 수 있는 조정법이 필요로 되어 최근에 많이 연구가 되고 있다[3,5].

본 논문에서는 플랜트의 전달함수를 1차지연 + 지연시간계로 하여 공조시스템을 표현하고, 오차신호, 제어입력, 시간 및 건설안정성을 사용하여 평가지표를 만들고 이들의 선형조합으로 전체적인 평가지표를 만들어서 공조시스템에 대한 2 DOF(2 자유도) PID제어기를 설계하여 이들 평가지표의 영향을 분석하고자 한다. 특히 외란입력에 대하여 외란억제 특성도 분석한다.

2. 본 론

2.1. 문제 설정

대상 플랜트의 전달함수는 다음과 같이 설정한다.

$$G_p(s) = \frac{K_p}{1 + T_{ps}} e^{-L_p s} \quad (1)$$

이 플랜트는 액추에이터 및 센서를 포함한 식으로 서 공조제어 시스템의 밸브개폐를 모델링 한 것이다. 여기서 T_p 는 공조기의 시간변화율에 관여하는 시정수이며 느리기 때문에 수십초에 달하고, L_p 는 온수 또는 냉수밸브와 열유입량 사이의 지연시간을 나타내며 K_p 는 플랜트의 직류이득이다. 특히 이 시스템에서는 제어목적이 조작량이 작고 오차가 적어

야 하는 것 외에 진동성분이 적어야 하기 때문에 이를 실현하도록 제어기는 설계되어야 한다.

본 공조시스템은 진행속도가 느려서 기존의 PID 제어기로도 비교적 잘 제어가 될 수 있다. PID제어기 전달함수는 다음과 같이 설정된다.

$$G_c(s) = k_p + \frac{k_I}{s} + k_D s \quad (2)$$

여기에서, k_p , k_I , k_D 는 PID제어기의 비례, 적분 및 미분이득이다. 제어기 구조는 그림 1과 같이 2 자유도 형태를 취한다. 여기서 r 은 기준입력으로 기준온도를 나타내고 d 는 외란정정 특성을 시험해 보기 위한 외란입력, u 는 제어입력, y 는 시스템 출력 즉 출력온도를 나타낸다. 실제 실험시에 u 는 공조시스템의 액추에이터에 인가하기 위한 신호로 변환하여야 한다. 또 d 는 모델링오차, 부하변동 등 불확실성을 고려하기 위한 신호이다.

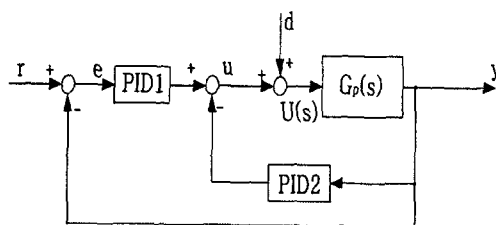


그림 1. 2자유도 PID 제어시스템 블록도
Fig. 1. 2DOF PID Control System Block Diagram

2.2. 평가지표

빌딩의 공조제어 등의 경우는 다양한 형태의 평가지표가 필요한데, 최적화에 사용하는 평가지표들을 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$ISTE = \int_0^{\infty} t^2 e^2 dt \quad (3)$$

$$ISC = \int_0^{\infty} (u - u_0)^2 dt \quad (4)$$

$$ISTC = \int_0^{\infty} \left(\frac{du}{dt} \right)^2 dt \quad (5)$$

$$IHS = \|W(s)T(s)\|_{\infty} \text{ or } \|G_p WS/K_p\|_{\infty} \quad (6)$$

평가지표에 따른 PID 제어기 설계 영향 분석

여기서 W 는 가중함수이며, S 는 감도함수이고, T 는 상보감도함수이다. 특히 견실성능을 확보하기 위해서 H_∞ norm과 관계되는 견실성 지표 IHS 는 K_p 나 L_p 가 불확실한 경우에 곱셈형 불확실성에 대한 지표이고, T_p 의 변동에 대해서는 귀환형의 불확실성으로 표시할 수 있으며, 이들 견실성지표들은 small gain정리를 사용하여 유도한다[6-8].

최종적인 평가지표는 식 (7)과 같이 이들 지표들의 선형조합형태로 한다.

$$J = ISTE + w_1ISC + w_2ISTC + w_3IHS \quad (7)$$

여기에, 가중치는 제어목적에 따라 설계자가 $w_1 = 0 \sim 5$, $w_2 = 0.1 \sim 2.5$, $w_3 = 1 \sim 20$ 와 같이 적당히 선별한다[3].

2.3 견실성 지표

견실성 지표의 경우는 플랜트의 파라미터 중에서 불확실성의 구조를 선택하여 견실안정지표를 유도하여야 한다.

K_p 변동

이 때 대상 플랜트는

$$\mathcal{T}_p = G_p(1 + \Delta W) \quad (8)$$

로서 곱셈형 불확실성으로 나타낼 수 있으며 이 때 견실안정지표는 $\|WT\|_\infty$ 와 같이 유도할 수 있다. 여기서 W 는 가중치 함수이고 모든 불확실성에 대해서 식 (8)을 만족하도록 시행착오로 구해야 하며 상보감도함수 T 는 감도함수로부터 얻고, 감도함수는 $(dG_{yr}/G_{yr})/(dG_p/G_p)$ (단, G_{yr} : 페루프 전달함수)로부터 계산하여 얻으며, Δ 는 $|\Delta| \leq 1$ 을 만족한다 [6].

L_p 변동

이 때 대상 플랜트는

$$\mathcal{T}_p = G_p(1 + \Delta W) \quad (9)$$

로서 곱셈형 불확실성으로 나타낼 수 있으며 이 때 견실안정지표는 $\|WT\|_\infty$ 와 같이 유도된다. W 는 식 (9)에 따라 ' K_p 변동'에서와 같은 방법으로 구한다.

T_p 변동

이 때 대상 플랜트는

$$\mathcal{T}_p = \frac{P(s)}{1 + \Delta W(s)P(s)} \quad (10)$$

로서 귀환형 불확실성으로 나타낼 수 있으며, 이 때 견실안정지표는 small gain정리에 따라 견실안정지표는 $\|G_p WS/K_p\|_\infty$ 와 같이 구한다. 여기서 $W(s) = \Delta T_{max} \cdot s$ 이며, T_{n0} 는 T_p 의 공칭값(nominal value)이며, ΔT_{max} 는 T_p 의 최대변화치이다.

3. 시뮬레이션 및 고찰

3.1 가중치에 의한 영향

가중치 w_1 , w_2 및 w_3 에 따라 제어기 성능 및 출력이 영향을 받는다. 그림 2는 w_3 을 고정하고 w_1 및 w_2 가 동시에 작고 큰 경우에 대한 제어기 성능을 보여 주고 있다. 2개의 가중치가 클수록 제어 입력에너지 및 제어입력변동률이 상대적으로 줄어드는 경향을 보이고 있다.

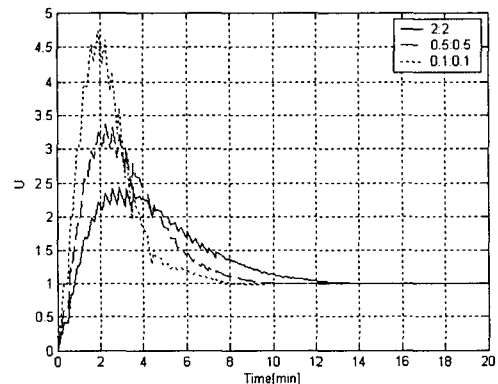


그림 2. 가중치에 따른 제어입력
Fig. 2. Control Input due to Weighting Value

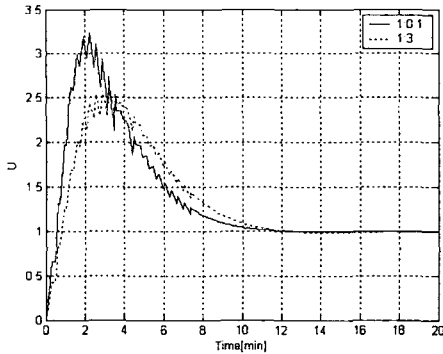
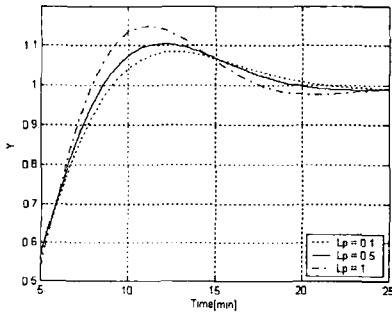
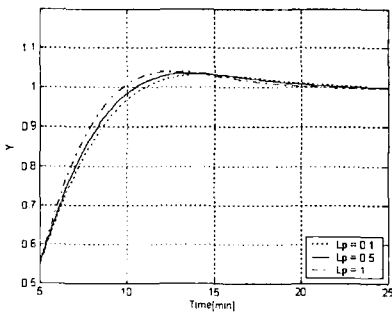


그림 3. 가중치에 따른 제어입력
Fig. 3. Control Input due to Weighting Value



(a)



(b)

그림 4. 출력응답 (a) $w_3=0$ (b) $w_3=20$
Fig. 4. Output Response (a) $w_3=0$ (b) $w_3=20$

그림 3은 w_3 을 고정하고 w_1 및 w_2 가 서로에 비해 상대적으로 작고, 큰 경우에 대한 제어입력의 모양이다. w_2 가 클수록 제어입력변동율이 감소한다. 그림 4는 가중치 w_3 을 사용한 경우와 사용하지 않은 경우에 대해 같은 크기의 J 값에 대해 출력응답

을 보여주고 있다. w_3 을 사용한 경우가 파라미터 L_p 변동에 더 잘 대처하고 있음을 보여주고 있다. 여기서 견실성지표는 $\|WZ\|_\infty$ 를 사용했다.

견실성과 시간응답을 동시에 완벽하게는 만족시킬 수 없기 때문에 특히 w_3 의 가중치선택에 대한 시행착오가 필요하다.

3.2 구조에 따른 영향

평가지표는 동일하게 사용하여도 그림 1의 제어기 구조에 따라 식 (7)의 평가지표값이 달라지며 최적의 제어가 이에 따라 선정되어야 한다.

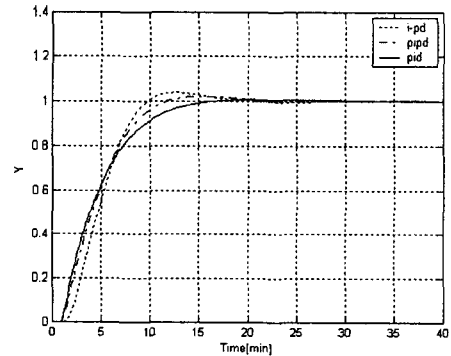


그림 5. 출력추종 특성
Fig. 5. Output Tracking Property

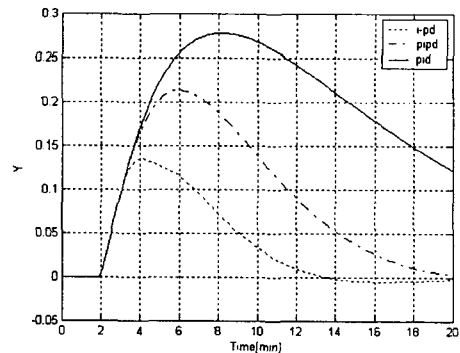


그림 6. 외란정정 특성
Fig. 6. Disturbance Rejection Property

그림 5는 1, 2자유도 중에서 대표적으로 3개의 제어기 구조에 따라 단위계단 입력에 대한 추종성을 보여주고 있다.

그림 6은 그림 1의 블록도에서 1분후에 단위계단

평가지표에 따른 PID 제어기 설계 영향 분석

크기의 외란입력이 들어갈 때 외란영향 제거효과를 제어기 구조에 따라 보여주고 있다.

그림 5, 6을 종합하여 볼 때 공조시스템에는 I-PD 구조의 2자유도가 적합함을 알 수 있다.

3.3 견실성해석에 따른 영향

견실성은 파라미터 불확실성 때문에 고려하여야 하는데[8], 막연하게 감도함수만을 고려[7]하는 대신에, 본 절에서는 각 파라미터에 대해 정확한 평가지표식을 유도하여 사용한다. 여기서 $w_1=1.5$, $w_2=0.8$ 를 사용하였고 견실지표사용시 $w_3=20$ 으로 하였다.

T_p 변동

$T_p=8 \sim 12$ [min]으로 변하면 $T_{po}=10$, $\Delta T_{max}=2$ 가 된다. 이때 유도한 감도함 수는

$$S = \frac{1}{1 + G_p(PID1 + PID2)} \quad (11)$$

이고, 정의 $(dG_{yr}/G_{yr})/(dG_p/G_p)$ (단, G_{yr} (=페루프 전달함수))에 따라 구했으며 $PID1, PID2$ 는 식(2)와 같이 표현되나, 파라미터는 k_{P1}, k_{P2} 등으로 구분한다. 표 1은 T_p 변동에 따른 견실안정지표를 평가지표에 반영하여 얻은 파라미터 동조결과이고, 표 2는 추종응답특성과 관련된 각각의 지표값과 최종적인 평가지표 J 를 보여 주고 있다. 그림 7은 견실지표를 고려한 경우와 고려하지 않았을 경우에 대한 파라미터 변동에 따른 출력을 보여주고 있다. 여기서는 편의상 비교를 위해 같은 크기의 J 값을 기준으로 하여 시뮬레이션을 하였다.

표 1. 파라미터 동조
Table 1. Parameter Tuning

	k_{P1}	k_{I1}	k_{D1}	k_{P2}	k_{I2}	k_{D2}
PID	2.07	0.22	0.01	-	-	-
PI-PD	0.91	1.16	-	4.18	-	0.37
I-PD	-	1.65	-	6.83	-	2.05

표 2. 추종응답특성
Table 2. Tracking Response Property

	ISTE	ISC	ISTC	IHS	J
PID	21.95	23.71	27.21	0.2	83.283
PI-PD	16.51	26.23	5.84	0.19	64.327
I-PD	20.08	28.20	4.87	0.16	69.476

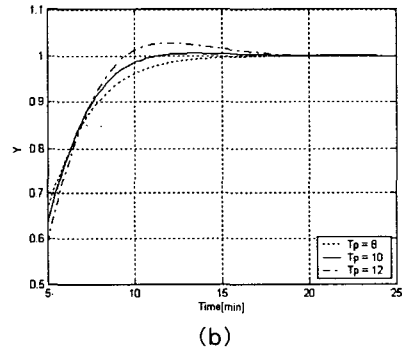
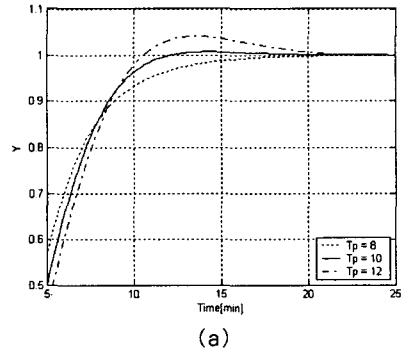


그림 7. 견실지표 사용유무에 따른 출력응답
Fig. 7. Output Response due to Use of Robustness Index (a) Use (b) Nonuse

L_p 변동

$L_p=0.8 \sim 1.2$ [min]으로 변하면 시행착오로 인한 가중치합수는

$$W = \frac{2.1s}{s+1} \quad (12)$$

이다. 식(12)는 식(8) 이후에 설명된 것처럼 시행착오로 구하였다. 표 3은 파라미터 동조 결과이고, 표 4는 이 때의 각 지표들의 크기이다. 앞절의 그림 4를 보면 같은 크기의 J 값에 대해 역시 견실성지표를 사

용할 경우가 파라미터 L_p 의 변동에 대해서 출력특성이 더 우수하다는 것을 알 수 있다. 표 4의 외란정정특성에서는 건설성지표가 I-PD경우는 좀 높으나 타 시간영역지표가 상대적으로 적기 때문에 앞절의 그림 6과 같은 형태를 예측할 수 있다.

표 3. 파라미터 동조
Table 3. Parameter Tuning

	k_{P1}	k_{I1}	k_{D1}	k_{P2}	k_{I2}	k_{D2}
PID	1.98	0.21	0.01	-	-	-
PI-PD	1.46	0.56	-	1.56	-	0.01
I-PD	-	1.36	-	5.59	-	2.79

표 4. 외란정정특성
Table 4. Disturbance Rejection Property

	ISTE	ISC	ISTC	IHS	J
PID	137.7	8.204	5.129	0.4248	162.605
PI-PD	16.41	10.72	5.294	0.7485	51.695
I-PD	2.01	10.21	3.042	1.076	41.278

K_p 변동

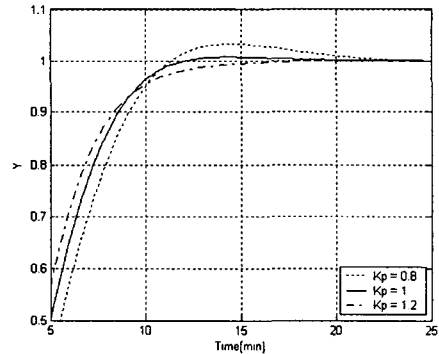
$K_p=0.8 \sim 1.2$ 으로 변할 때 사용한 가중치함수는 $W=0.2$ 이다. 표 5는 파라미터 동조 결과이고, 표 6은 추종응답특성이며, 그림 8은 출력응답을 보여주고 있다. 역시 비교를 위해서 같은 크기의 J 값에 대해 시뮬레이션을 하였는데, 건설성을 고려한 경우가 더 파라미터변동에 대해 안정적이었다.

표 5. K_p 의 불확실성에 대한 파라미터 동조
Table 5. Parameter Tuning due to Uncertainty of K_p

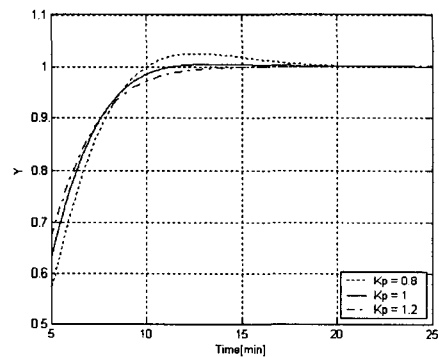
	k_{P1}	k_{I1}	k_{D1}	k_{P2}	k_{I2}	k_{D2}
PID	2.07	0.22	0.01	-	-	-
PI-PD	0.95	1.07	-	3.82	-	0.01
I-PD	-	1.62	-	6.72	-	1.89

표 6. 추종응답특성
Table 6. Tracking Response Property

	ISTE	ISC	ISTC	IHS	J
PID	21.95	23.71	27.21	0.20	83.283
PI-PD	16.70	25.91	6.04	0.25	65.397
I-PD	20.51	27.97	4.70	0.24	71.025



(a)



(b)

그림 8. 건설지표 사용유무에 따른 출력응답
Fig. 8. Output Response due to Use of Robustness Index (a) Use (b) Nonuse

```

W(s), ε, stepsize 및 T(s) 설정
for  $k_{P1} = 0$  : stepsize : 10
for  $k_{D1} = 0$  : stepsize : 10
for  $k_{I1} = 0$  : stepsize : 10
for  $k_{P2} = 0$  : stepsize : 10
.....
sim('ipd'); [%] 시간영역지표(mdl 파일)
|| WT ||∞ 계산; [%] 건설지표
J 계산;
ΔJ의 stop조건 맞으면 break;
end
end
end
end
end
    
```

그림 9. 계산 알고리즘
Fig. 9. Calculation Algorithm

4. 결 론

본 논문은 빌딩내 공조시스템을 제어대상으로 PID제어기를 설계하였으며 특히 조작량, 시간, 조작량 변화율 및 건실안정성이 포함된 평가함수를 사용한 2자유도 PID 제어기에 대한 분석을 하였다. 이에 따른 결론은 다음과 같다.

- 조작량의 변동율을 추가한 평가지표를 사용하여 진동이 적은 제어입력을 얻을 수가 있다.
- 대체적으로 1자유도에 비해 I-PD등 2자유도 경우가 더 좋은 경향을 보이고 있으며, 따라서 2자유도 경우를 적절히 선택할 필요가 있다.
- I-PD구조가 제어기 출력의 진동성이나 오버슈트 등 지표값이 적게 나오는데, 특히 외란정정 특성이 우수하여 공조시스템에는 제일 적합한 2 자유도구조임을 알 수 있다.
- 건실성 중 건실안정에 대한 평가지표를 유도하여 평가지표에 선형조합형태로 삽입하였다. 특히 이 지표만 사용한 것이 아니기 때문에 전체 평가지표의 최적화시에 적절한 가중치를 부가하여야 한다. 이 지표의 가중치가 상대적으로 지나치게 크면 오히려 시간영역지표에 대한 가중치가 상대적으로 작아져서 출력응답이 나빠질 수도 있다.
- 본 평가지표를 사용하는 방법은 기존의 PID 튜닝법에 보조적으로 사용할 수 있다고 보여진다.

References

- [1] K. J. Åström and T. Hägglund, *PID Controllers. Theory, Design, and Tuning*. Instrument society of America, 1995.
- [2] 重政, 芳谷, 大松, “セルフチューニング PID制御方式動向と事例,” 計測と制御, Vol. 37, No.6, pp423-431, 1998.
- [3] Keisuke Ozawa, Yoshiyuki Noda, Takanori Yamazaki, Kazuyuki Kamimura and Shigeru Kurosu, “A Tuning Method for PID Controller Using Optimization Subject to Constraints on Derivatives of Control Input,” SICE Vol.39. No. 3, pp259-265, 2003.
- [4] 荒木光彦, “2自由度制御系-I-PID・微分先行型・I-PD制御系の統一的見方などについて-,” システムと制御, Vol. 29, No. 10, pp649-656, 1985.
- [5] K. Kamimura et al., “A Comparison of Controller Tuning Methods from a Design Viewpoint of the potential for Energy Savings,” ASHRAE Transactions Vol. 108, No. 2. pp155-165, 2002.
- [6] Doyle C. D. et al, *Feedback Control Theory*. Macmillan Publishing Company, 1992.
- [7] 延山英たく, “連続時間有限整定時間制御のロバスト化,” 計測と制御, Vol.38, No.9, p547-552, 1999.
- [8] あさ井徹, “モデル不確かさ,” 計測と制御, Vol. 42, No.7, pp603-608, 2003.

◇ 저자소개 ◇

이금원 (李金原)

1958년 10월 27일생. 1982년 한양대학교 전자공학과 졸업. 1984년 한양대학교 전자공학과 졸업(석사). 1992년 한양대학교 전자공학과 졸업(박사). 1992년~현재 관동대학교 IT학부 교수.