

## 〈 논문 〉

# 부족팽창 습공기제트에 관한 수치해석적 연구

백승철\* · 송철화\* · 세토구치\*\* · 김희동†

(2004년 7월 19일 접수, 2004년 11월 19일 심사완료)

## A Computational Analysis of the Under-Expanded Moist Air Jet

Baek Seung-Cheol, Song Chul-Hwa, Toshiaki Setoguchi and Kim Heuy-Dong

**Key Words:** Compressible Flow(압축성 유동), Mach Disk(마하 디스크), Moist Air(습공기), Sonic Nozzle(음속노즐), Supersonic Jet(초음속 제트), Under-Expanded Jet(부족팽창제트)

### Abstract

The under-expanded jet discharged from a nozzle or an orifice has been extensively employed in industrial applications and aerospace technologies. A number of studies have been made to investigate the under-expanded jet structures such as Mach disk, barrel shock wave, jet boundary configuration, etc. In the current study, a computational work is performed to investigate the effect of non-equilibrium condensation of moist air on the under-expanded jet, which is discharged from a sonic nozzle. The results obtained are compared with an available experimental data. It is found that non-equilibrium condensation of moist air alleviates the oscillations of the under-expanded jet, and can increase Mach disk diameter, without changing the location.

### 1. 서 론

고압기체가 노즐을 통해 대기로 분사될 때 노즐의 상류 정체압력과 하류 배압의 압력비로 정의되는 노즐 압력비에 의존하여 노즐출구에서의 유동상태가 결정되며, 이 압력비가 특정값을 넘으면 유동은 초음속 제트로 분출된다.<sup>(1)</sup> 종래 초음속 제트의 구조에 관한 수많은 연구가 수행되었으며,<sup>(2-5)</sup> 초음속 제트 내에서 발생하는 바렐 충격파, 마하 디스크, 제트 경계 등에 대한 노즐 압력비의 영향은 이미 잘 알려져 있다. 특히 노즐 압력비가 높은 경우에 발생하는 마하 디스크는 부족팽창 초음속 제트의 대표적인 특성이며, 그 형상과 거동

은 실제 공업적 및 공학적 응용에 매우 중요한 사항이기 때문에 더욱 상세히 조사될 필요가 있다.

초음속 제트는 발전소나 가공 프로세스 등과 같은 산업분야에서 초음속 제트가 광범위하게 사용되고 있으며,<sup>(6)</sup> 작동기체로 보일러의 고온·고압의 과열증기를 사용하는 것이 일반적이다.<sup>(7)</sup> 이러한 응축성 기체가 음속노즐을 통해 급격하게 팽창하여 노즐출구에서 음속에 도달하고, 초음속 제트를 형성하여 대기로 분사되는 경우, 비평형 응축은 노즐 내에서 일어나는 것이 아니라 초음속 제트 내에서 일어나게 될 것이다. 따라서 초음속 제트의 구조와 특성은 노즐 상·하류의 압력비로 정의되는 노즐 압력비와 노즐의 기하학적 형상에 의존할 뿐만 아니라, 유동의 국소가열과 정인 비평형 응축에 의해서도 직접적인 영향을 받을 것으로 예측된다.

최근 Baek 등<sup>(8)</sup>은 음속노즐을 사용하여 부족팽창 습공기제트 내에서 발생하는 비평형 응축현상이 마하 디스크의 위치, 직경 및 제트 경계 등에 미치는 영향을 초기 상대습도의 변화를 통해 실험

\* 책임저자, 회원, 안동대학교 기계공학부

E-mail: kimhd@andong.ac.kr

TEL: (054)820-5622 FAX: (054)823-5495

\*\* 회원, 한국원자력연구소 열수력안전연구부

\*\*\* 일본 사가대학교

적으로 조사하였다. 그 결과, 노즐 상류의 정체점 상대습도가 부족팽창 제트 내에서 발생하는 마하 디스크의 직경, 제트 경계의 형상 및 제트 물성치 등에 상당한 영향을 미친다는 것이 발견되었다.

한편, 응축성 기체의 팽창에 관한 연구에 의하면 초음속 유동장에서 비평형 응축에 의한 잠열의 방출로 인해 유동장은 불안정해지며, 그 불안정성은 초기 상대습도의 증가와 더불어 더욱 커지는 것으로 알려져 있다.<sup>(9)</sup> 그러나 이러한 연구들은 초음속 노즐 내에서 발생하는 비평형 응축에 대한 연구로서, 초음속 제트 내에 발생하는 비평형 응축현상과 이로 인해 야기되는 제트의 비정상성에 관한 연구는 거의 수행되지 않았다.

이에 본 연구는 음속노즐로부터 방출되는 초음 속 전공기와 습공기 제트에서 발생하는 비평형 응축현상이 제트구조에 미치는 영향과 마하 디스크의 비정상성에 미치는 영향을 축대칭 2차원 Navier-Stokes 방정식과 액적성장 방정식에 기초 하여 수치적으로 조사하였다.

## 2. 수치계산법

본 수치해석에 사용된 지배방정식은 비정상 축 대칭 Navier-Stokes 방정식이다. 본 수치계산에서는 다음과 같은 가정을 두었다. 먼저 응축 입자와 carrier gas 사이의 속도슬립 및 온도차가 존재 하지 않으며, 에너지 완화과정은 없다고 가정하였다. 또, 응축물 입자가 매우 작기 때문에 응축 물 생성에 의한 압력장에 대한 영향을 무시하였다. 본 계산에 사용된 표면장력, 수증기의 포화증 기압, 잠열 및 각 계수들은 참고문헌<sup>(9)</sup>를 참조하여 채택하였다.

난류 유동장을 계산하기 위해 Baldwin-Lomax 모델을 채택하였다. MUSCL의 3차 TVD 기법으로 공간차분하였으며, 점성항은 2차 중앙차분법을 사용하였다. 액적 성장 방정식은 2차 풍상 차 분법 TVD 기법을 적용하였으며, time integration에 대해서는 2차 fractional step을 채택하였다.

Fig. 1은 본 연구의 계산격자와 계산영역을 나타낸 그림이다. 계산에 사용된 노즐은 출구경( $D_n$ )이 12.7mm인 단순축소노즐로서, 입구부에서 vena contracta 현상을 방지하기 위해 곡율반경 R이 12.7mm인 원호로 처리하였다. 노즐의 기하학적 형상은 전공기에 대한 이전의 Addy<sup>(4)</sup>의 실험결과

와 비교하고 수치계산의 타당성을 조사하기 위해 실험적 연구에서 사용된 것과 동일한 것으로 선택하였다. 본 수치계산에서 사용된 격자수는 노즐 내부에  $70 \times 60$ , 노즐출구 하류 유동장에는  $400 \times 200$ 으로 하였으며, 격자를 노즐출구 근방과 벽 근처에 밀집시켰다.

작동기체는 대기 상태의 습공기를 사용하였다. 정체점 초기 과포화도  $S_0$ 는 0(건공기), 0.4 및 0.7로 각각 설정하였다. 또한 정체점(상류 저기조) 압력  $p_0$ 과 온도  $T_0$ 는 각각 101.3kPa과 298.15K로 일정하게 하였다. 또, 노즐 압력비는 정체점의 압력(대기압)  $p_0$ 과 배압  $p_b$ 과의 비로 정의하였다. 계산에서 노즐 압력비는 건공기를 기준으로 하여 3.8(마하 디스크가 발생하지 않는 조건)과 6.2(마하 디스크가 발생하는 조건)로 설정하였다.

벽 경계조건으로 no-slip, 단열조건을 부여하였다. 제트 중심축에는 대칭조건을, 자유경계면에는 각 변수의 구배를 0으로 하였다. 본 계산법에 의해 얻은 전공기의 마하 디스크 직경과 위치를 Addy의 실험결과와 비교함으로써 본 수치계산법의 타당성을 검증하였다.

## 3. 계산결과

Fig. 2는 노즐 압력비가 3.8인 경우에 대한 등 밀도선도를 보인다. Fig. 2(a)에서 (c)까지 초기 과포화도  $S_0$ 는 각각 0(건공기), 0.4 및 0.7이다. 노즐

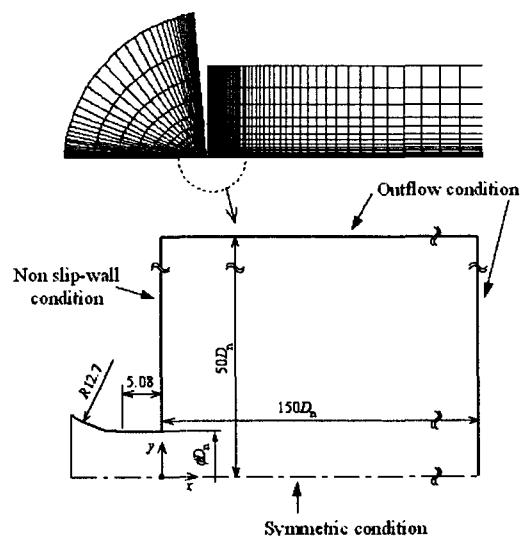
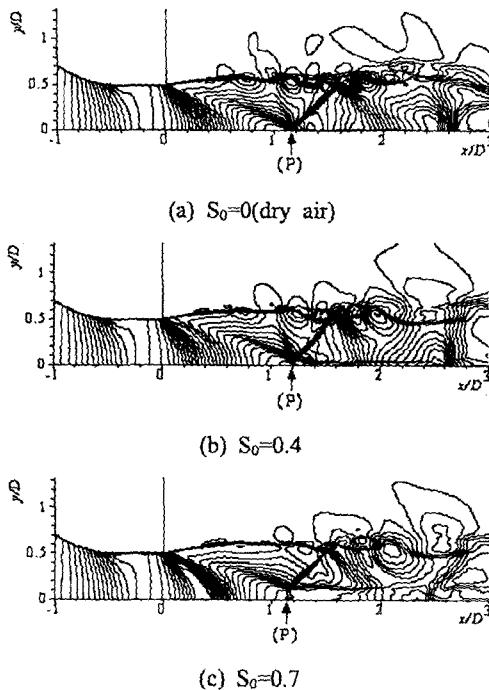
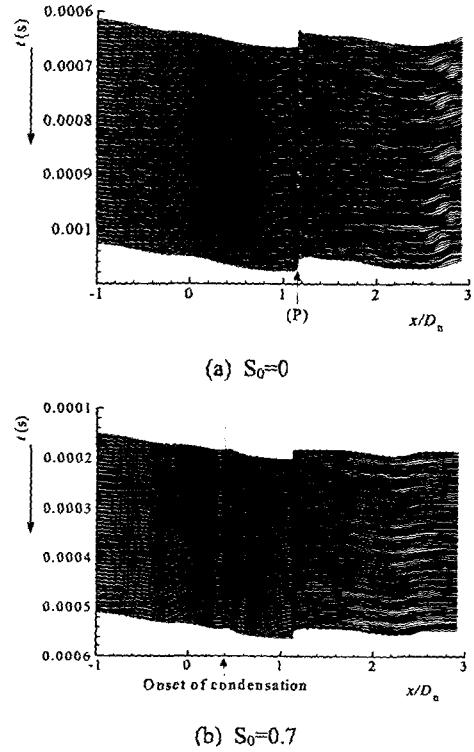
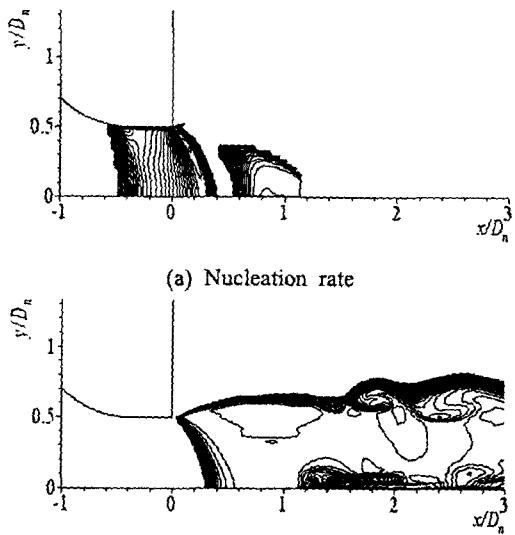


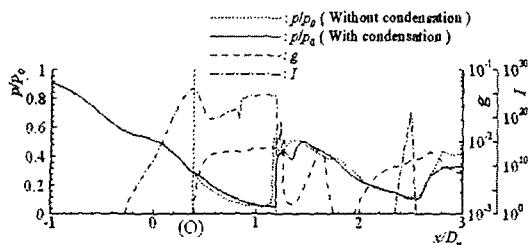
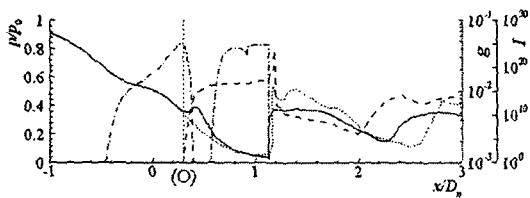
Fig. 1 Typical computational grid system

Fig. 2 Density contours( $p_0/p_b=3.8$ )

압력비가 3.8이므로, 유동은 노즐출구로부터 초음속으로 더욱 팽창한다. 제트 내에서 발생한 입사 충격파는 노즐 중심선의 (P)점에서 정상반사하고 있다. Fig. 2(c)에서 노즐출구로부터 형성되는 팽창파 내의 밀도구배는 응축이 발생하지 않는 Fig. 2(a)에 비해 노즐출구 하류의 팽창영역의 등밀도 선 간격이 상당히 넓은 것을 볼 수 있다. 이는 비평형 응축에 의한 잠열의 영향으로 인해 국소적인 압력상승으로 인한 것이다.

한편,  $S_0=0.4$ 의 경우에 점 P에서 작은 직경의 마하 디스크가 형성되고(Fig. 2b), 초기 과포화도가 더욱 증가하여  $S_0=0.7$ 의 경우에는 마하 디스크의 직경은 커진다. 기존의 연구결과들에 의하면 마하 디스크의 직경을 포함한 초음속 제트의 구조는 주로 노즐 압력비와 기하학적 형상에 의존하는 것으로 알려져 있으나, 본 연구결과로부터 비평형 응축에 의해서도 초음속 제트구조가 바뀌는 것이 밝혀졌다. 즉 비평형 응축이 마하 디스크의 직경을 증가시키는 효과를 가진다는 것을 알 수 있다. 이는 제트 내에서 발생하는 비평형 응축에 의한 잠열방출로 인해 반경방향 압력구배가 커지기 때문이다. 한편, 노즐출구로부터 점 P까지의 거리로 정의되는 마하 디스크의 발생

Fig. 3 Time history of static pressure along nozzle centerline( $p_0/p_b=3.8$ )Fig. 4 Contours of nucleation rate and condensate mass fraction ( $p_0/p_b=3.8$ ,  $S_0=0.7$ )

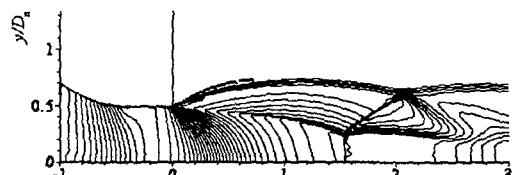
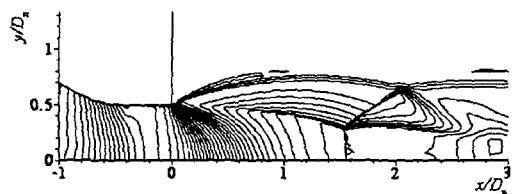
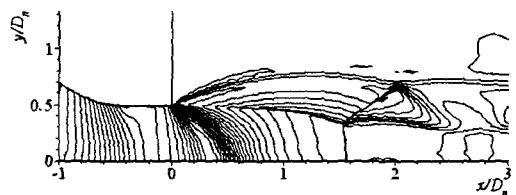
(a)  $S_0=0.4$ (b)  $S_0=0.7$ 

**Fig. 5 Distributions of static pressure, condensate mass fraction and nucleation rate ( $p_0/p_b=3.8$ )**

위치는 초기 과포화도의 변화에 거의 영향을 받지 않고 일정한 위치에서 발생한다. 이는 Fig. 10에서 보이는 바와 같이 초기 과포화도가 증가함에 따라 반경방향 압력구배의 증가로 인해 마하디스크의 직경은 증가하나 그 형상이 완전한 수직충격파 형태가 아니라 다소 휘어진 궁형으로 형성되기 때문이다.

Fig. 3은 초기 과포화도가 각각  $S_0=0$ 과 0.7에 대해 노즐 중심축에서 압력분포의 시간이력을 나타낸 그림이다. 그림의 종축과 횡축은 각각 시간의 경과와 노즐 내부로부터 제트 하류로의 무차원 거리( $x/D_n$ )를 나타낸다. 노즐을 통한 유동의 가속과 노즐출구( $x/D_n=0$ ) 이후 초음속으로의 가속으로 인해 압력은 단조 감소한다.  $S_0=0.7$ 의 경우, 압력은 노즐출구로부터 무차원 거리 약  $x/D_n=0.4$ 에서 국소적인 상승을 나타내는데 이 위치는 비평형 응축의 개시점(onset of condensation)이다. 응축 개시 후 유동은 계속적인 팽창을 통해 압력이 감소되고, 점 P에서 급격하게 상승한 후 다시 감소와 증가를 반복한다.

응축이 발생하지 않는 경우 점 P의 위치는 시간의 경과와 더불어 변동하지만(Fig. 3a), 응축이 발생하는 경우에는 점 P의 변동하는 정도가 약하게 됨을 볼 수 있다(Fig. 3b). 이는 응축에 의해 발생하는 액적 표면에서 증기분자의 응축이나 잠열에 의한 완화현상에 의해 난류 에너지가 감쇄

(a)  $S_0=0$ (b)  $S_0=0.4$ (c)  $S_0=0.7$ 

**Fig. 6 Density contours of underexpanded jet ( $p_0/p_b=6.2$ )**

되며 때문으로 판단된다.

Fig. 4는 노즐 압력비가 3.8일 때  $S_0=0.7$ 에 대한 핵생성을  $I$ 와 응축물 질량분율  $g$ 의 분포를 나타낸 그림이다. 응축핵은 노즐 내에서 발생하기 시작하며 주로 팽창과 내에서 생성된다(Fig. 4a). 응축물의 질량분율이 팽창과 내에서 급격하게 증가하기 시작하며, 제트경계와 제트 중심축 근방에서도 발생한다.

Fig. 5는 노즐 압력비가 3.8일 때 초기 과포화도  $S_0$ 의 변화에 따른 노즐 중심축에서의 압력  $p$ , 응축물 질량분율  $g$  및 핵생성을  $I$ 의 분포를 보인다. Fig. 5(a)로부터, 건공기의 압력분포는 유동의 팽창에 의해 노즐출구로부터 단조감소하며, 충격파가 형성되는 점 P에서 급격하게 상승한다(첨선). 이에 반해 비평형 응축을 수반하는 습공기의 경우( $S_0=0.7$ ), 노즐출구 이후 응축의 개시점(O)에서 건공기의 압력분포로부터 이탈하여 건공기보다 약간 높은 값을 유지하면서 감소한다. 이후 마하 디스크를 통한 급격한 압력상승을 보인다. 그러나 마하 디스크를 통한 압력상승의 크기는

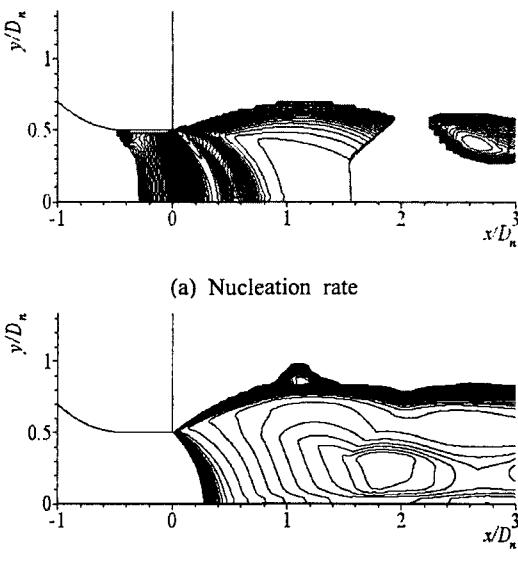


Fig. 7 Contours of nucleation rate and condensate mass fraction( $p_0/p_b=6.2$ ,  $S_0=0.7$ )

건공기의 경우보다 상대적으로 작다는 것을 볼 수 있다. 응축핵은 노즐 내에서 생성되기 시작하며, 응축물은 응축 개시점(O)으로부터 급격하게 발생한다. 그러나 이전의 초음속 노즐에서의 비평형 응축에 관한 연구 결과와는 달리 응축핵과 응축물의 매우 복잡한 분포를 보이고 있다. 초기 과포화도가 증가하여  $S_0=0.7$ 의 경우, 응축의 개시는 더욱 상류쪽으로 이동하고, 건공기에 대한 정압분포의 이탈도 더 커진다. 또한 응축핵의 분포도 더욱 급격하며, 응축물의 질량분율도 커진다.

Fig. 6은 노즐 압력비가 6.2인 경우, 초기 과포화도  $S_0$ 의 변화에 따른 등밀도선도를 보인다. 노즐 압력비가 Fig. 2에 비해 상대적으로 높기 때문에 제트 내에는 모두 마하 디스크가 형성되어 있으며, 초기 과포화도가 증가함에 따라 마하 디스크의 직경은 증가한다. 이에 반해 마하 디스크의 발생위치는 거의 변하지 않는다.

Fig. 7은 초기 과포화도가 0.7일 때 핵생성을  $I$ 와 응축물 질량분율 분포를 나타낸 그림이다. 응축핵이 발생하는 영역은 동일한 초기 과포화도의 노즐 압력비가 3.8(Fig. 4a)인 경우에 비해 더욱 넓게 나타나며, 노즐출구하류의 팽창파 내와 반사충격파까지의 제트경계 부근에서도 상당히 나타난다. 또한 응축물은 주로 노즐출구의 팽창과 내에서와 제트 경계 부근에 주로 발생하며,

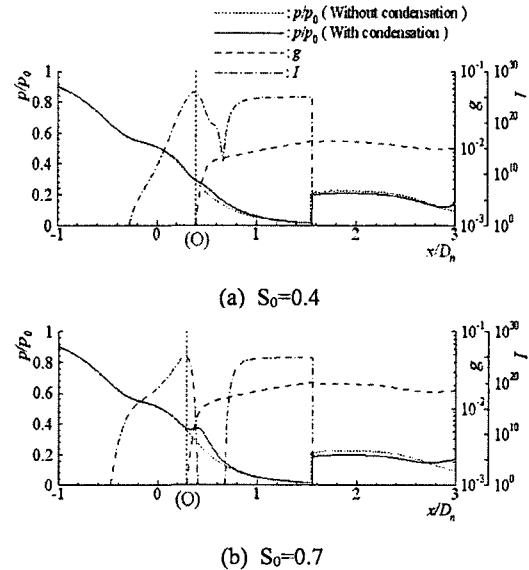


Fig. 8 Distributions of static pressure, condensate mass fraction and nucleation rate( $p_0/p_b=6.2$ )

노즐 압력비가 3.8(Fig. 4b)인 경우에 제트 중심축 근방에서 높은 응축물 분포는 나타나지 않는다.

Fig. 8은 노즐 압력비가 6.2일 때, 노즐 중심축에서의 정압  $p$ , 응축물 질량분율  $g$  및 핵생성을  $I$ 의 분포를 보인다. Fig. 5에 비해 상대적으로 높은 노즐 압력비로 인해 마하 디스크로 인한 압력 상승의 위치는 더 하류로 이동하여 무차원 거리  $x/D_n=1.6$  근방에서 나타나며, 마하 디스크를 통한 압력 상승량은 건공기에 비해 더 작다. 응축 개시점(O)은  $S_0$ 의 증가와 함께 상류로 이동하면서 응축물의 질량분율이 증가하기 시작하는 점도 동일하게 이동한다. 응축핵은 마하 디스크 하류에서는 더 이상 나타나지 않으며, 응축물은 응축의 개시로부터 급격하게 증가하여 시작하여 이후 거의 일정하게 유지된다.

Fig. 9는 노즐 압력비가 3.8일 때 노즐 출구 근방의 유선, 압력분포 및 응축물 질량분율을 나타낸 그림이다. Fig. 9(a)에서 쇄선과 실선은 초기 과포화도가 각각  $S_0=0$ 과 0.7의 경우를 가리킨다. 습공기 유동은 노즐출구로부터 팽창파를 통과한 후 건공기 유동에 비해 제트 중심축으로부터 더욱 바깥쪽으로 편향되어 있다. 이는 비평형 응축에 의한 잠열의 방출로 인해 유동의 제트 반경 방향 정압의 상승으로 인한 압력구배의 증가로 인한 것으로 판단된다. 따라서 비평형 응축에 의해 마하 디스크의 발생 및 마하 디스크 직경의 증가

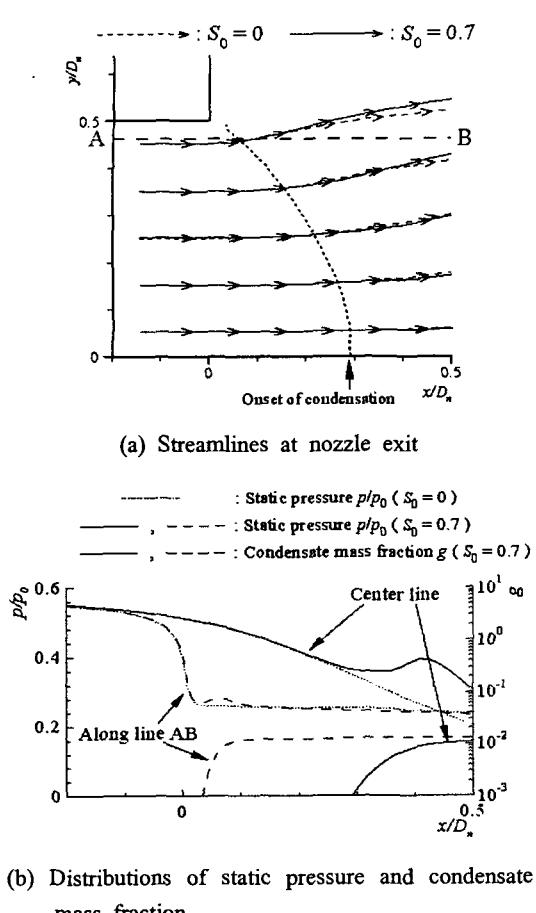


Fig. 9 Streamline and distributions of static pressure, condensate mass fraction( $p_0/p_b=3.8$ ,  $S_0=0.7$ )

가 야기된다는 것을 알 수 있다. 한편 Fig. 9(b)는 제트 중심선과 Fig. 9(a)에서 제트 경계부근의 AB에서 응축물은 노즐 중심선에 비해 훨씬 상류에서 증가한다. 또한 노즐 중심축에서 정압은 유동의 팽창에 의해 단조감소하며  $x/D_n=0.85$  근방에서 비평형 응축에 의해 전공기의 분포(점선)로부터 이탈한다(실선). 이에 반해 제트 경계부근을 따라 정압분포는 노즐 출구로부터 급격대효과로 인해 유동이 빠르게 팽창하므로 정압도 동시에 급격하게 감소한다.

Fig. 10은 초기 과포화도  $S_0$ 가 각각 0과 0.7의 경우에서 노즐 압력비 변화에 따른 마하 디스크의 거동을 보이는 그림이다. 초기 과포화도  $S_0$ 가 0인 전공기의 경우(Fig. 10a), 노즐 압력비가 증가함에 따라 마하 디스크의 직경은 커지며, 점차

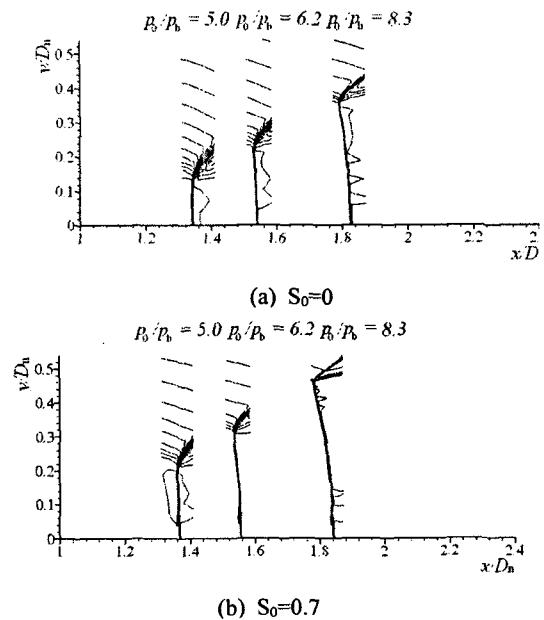


Fig. 10 Mach disk configurations

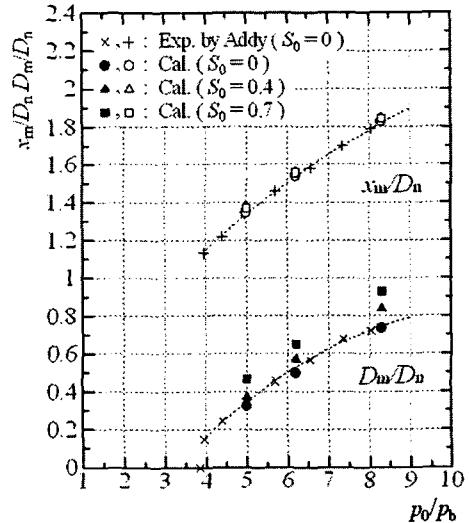


Fig. 11 Mach disk diameters and locations

하류로 이동한다. 또한 마하 디스크의 형상은 수직 충격파 형태로부터 다소 궁형으로 바뀌는 것을 볼 수 있다. 한편, 초기 과포화도  $S_0$ 가 0.7인 경우에 마하 디스크의 직경은 동일한 노즐 압력비의 전공기의 경우에 비해 더 크지만 발생위치는 거의 변화가 없다는 것이 관찰된다.

Fig. 11은 마하 디스크 거동에 대한 본 수치계산결과와 Addy<sup>(4)</sup>의 전공기 제트 실험결과를 함께

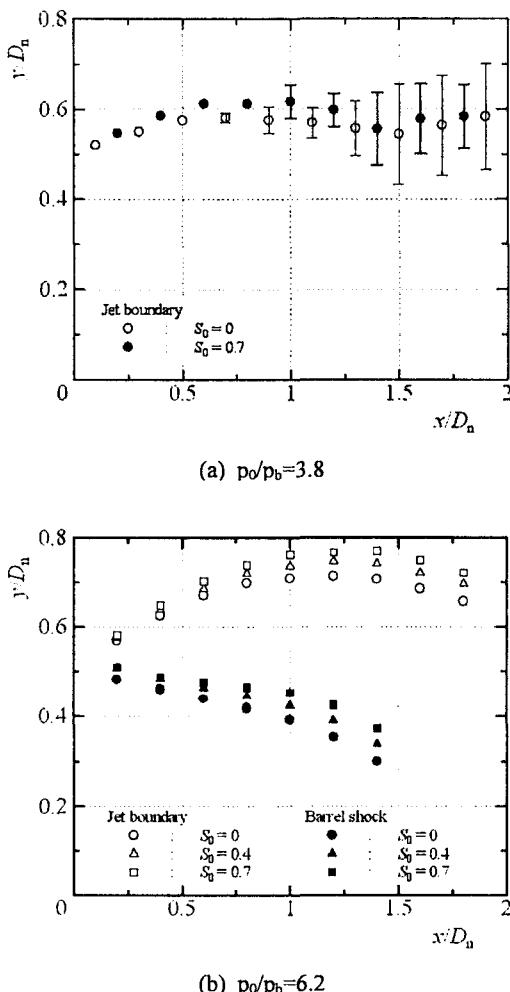


Fig. 12 Jet boundary and barrel shock wave configurations

비교하여 나타내었다. 그림에서 마하 디스크 직경  $D_m$ 과 발생위치  $x_m$ 은 노즐 출구경  $D_n$ 으로 무차원화시켰다. 마하 디스크 직경과 발생위치는 모두 노즐 압력비의 함수로서 비례하여 증가한다. 이에 반해 초기 상대습도가 증가함에 따라 마하 디스크 직경은 증가하지만 그 위치는 초기 과포화도에 영향을 받지 않고 거의 일정하다. 또, 건공기에 대한 본 수치계산결과와 이전의 실험결과<sup>(4)</sup>는 매우 잘 일치한다.

Fig. 12는 노즐 압력비가 각각 3.8과 6.2일 때 제트 경계와 바렐 충격파의 형상을 나타낸 그림이다. 노즐 압력비가 3.8일 때 제트 경계는 매우 심하게 진동하기 때문에 정확한 위치를 나타낼 수 없기 때문에 건공기와 습공기( $S_0=0.7$ )의 평균

위치를 각각 ( $\circ$ , ●)으로 나타내었으며, 오차 범위를 에러 바(error bar)로 표시하였다. 제트경계가 심하게 진동하는 것을 고려할지라도 습공기의 제트경계가 건공기에 비해 확장된 것을 볼 수 있다.

한편 노즐 압력비가 6.2인 경우, 바렐 충격파와 제트 경계의 진동은 관찰되지 않으며, 초기 과포화도가 높을수록 더욱 확장된다. 이는 비평형 응축에 의한 잠열 방출의 효과로 인한 제트 반경방향 압력구배의 증가에 기인된 것으로 판단된다.

#### 4. 결 론

본 연구는 마하 디스크가 발생하지 않는 경우와 발생하는 경우에 축대칭 초음속 제트의 구조에 미치는 노즐 상류의 정체점 초기 과포화도의 영향을 수치해석적으로 조사하였다. 비평형 응축을 수반하는 초음속 제트에서 발생하는 마하 디스크의 직경은 건공기나 낮은 초기 과포화도의 경우에 비해 높은 경우가 더 커지나 마하 디스크의 발생위치는 거의 일정하게 나타났다.

습공기의 경우, 제트 내 비평형 응축으로 인해 노즐출구로부터 유선이 팽창파를 통과한 후 제트 중심축으로부터 건공기보다 더욱 바깥쪽으로 편향된다. 이로 인해 초음속 제트 내에서 발생하는 충격파의 반사형태의 변화나 마하 디스크 직경의 증가한다. 또한 건공기에서 나타나는 마하 디스크의 진동이 비평형 응축에 의해 상당히 감소된다는 것이 밝혀졌다.

#### 참고문헌

- (1) Love, E. S., Grigsby, C. E., Lee, L. P. and Woodling, M. J., 1959, "Experimental and Theoretical Studies of Axisymmetric Free Jet," NASA TR-R6.
- (2) Crist, S., Sherman, P. M. and Glass, D. R., 1966, "Study of the Highly Underexpanded Sonic Jet," *AIAA Journal*, Vol. 4, No. 1, pp. 68~71.
- (3) Driftmyer, R. T., 1972, "A Correlation of Freejet Data," *AIAA Journal*, Vol. 10, No. 8, pp. 1093~1095.
- (4) Addy, A. L., 1981, "Effects of Axisymmetric Sonic Nozzle Geometry on Mach Disk Charac-

- teristics," *AIAA Journal*, Vol. 19, No. 1, pp. 121~122.
- (5) Chang, I. S. and Chow, W. L., 1974, "Mach Disk from Underexpanded Axisymmetric Nozzle Flow," *AIAA Journal*, Vol. 12, No. 8, pp. 1079~1082.
- (6) Deependran, B., Sujith, R. I. and Kurian, J., 1997, "Studies of Low-Density Freejets and Their Impingement Effects," *AIAA Journal*, Vol. 35, No. 9, pp. 1536~1542.
- (7) Baskaya, S., Gilchrist, A. and Fraser, S. M., 1997, "The Radial Spread and Axial Decay of Temperature in Turbulent Condensing Jets," *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 24, No. 4, pp. 465~474.
- (8) Baek, S. C., Kwon, S. B. and Kim, H. D., 2003, "Study of the Moderately Under-Expanded Supersonic Jet of Moist Air," *KSME Annual Spring Conference*.
- (9) Baek, S. C., Kwon, S. B., Kim, H. D., Setoguchi, T., Matsuo, S. and Raghunathan, R. S., 2003, "Study of Moist Air Flow Through the Ludwieg Tube," *KSME Int. J.*, Vol. 17, No. 12, pp. 2066~2077.