

Wollaston prism을 이용한 스펙클패턴 전단간섭법에 있어서 파장판의 방위각에 의한 위상오차 해석

(Analysis of Phase Error Due to the Azimuth Angle of the Wave Plates in the Shearography Using Wollaston Prism)

김수길* · 김기수 · 고명숙

(Soo-Gil Kim · Ki-Soo Kim · Myung-Sook Ko)

요 약

본 논문에서는 편광소자를 이용하는 스펙클패턴 전단간섭법(shearography)에서 각각 90도의 위상천이를 가지는 4개의 스펙클 패턴을 얻고, 이로부터 스펙클패턴의 각 지점에서의 위상을 얻을 수 있는 방법을 설명하고, 제안된 방법에 사용되는 파장판의 방위각에 의한 위상오차를 Jones 행렬을 이용하여 분석하였다.

Abstract

We introduced the method to obtain four speckle patterns with relative phase shift of $\pi/2$ by the polarizing elements, and calculate the phase at each point of the speckle pattern in shearography using Wollaston prism and polarizing elements. And, we analyzed the phase error caused by the azimuth angles of wave plates used in the proposed method by Jones matrix.

Key Words : Shearography, Wollaston prism, Phase-shifting technique, Phase error, Azimuth angle

1. 서 론

1973년에 Leendertz와 Butters에 의해 스펙클패턴 전단간섭법이 발표된 이래로 많은 연구자들이 이에 대한 연구결과를 발표하였다[1-6].

스펙클패턴 전단간섭법을 이용하여 구한 결과는 프린지패턴 형태이며, 이러한 프린지 패턴으로부터

위상을 구하여 이를 이용하여 측정대상물체의 변형 정도를 구하게 된다. 스펙클패턴 전단간섭법에서 프린지 패턴을 구하기 위해 적용되는 것이 위상천이기술이다[7].

위상천이기술은 측정된 스펙클패턴으로부터 인터페로그램(interferogram)의 위상분포를 결정하는 방법이다. 위상천이기술은 부가적인 위상을 3번에서 5번까지 천이시켜 3개에서 5개의 스펙클패턴을 얻고, 이로부터 스펙클패턴의 각 지점의 위상분포를 결정하는 기술이다[8].

월라스톤 프리즘(Wollaston prism)을 이용하는 스펙클패턴 전단간섭법은 구조가 단순하고 외부환

* 주저자 : 호서대학교 전기정보통신공학부 부교수
Tel : 041-540-5676, Fax : 041-540-5693

E-mail : sgkim@office.hoseo.ac.kr

접수일자 : 2005년 6월 16일

1차심사 : 2005년 6월 30일

심사완료 : 2005년 8월 8일

경에 대해 아주 강인한 특성을 가지고 있다[9,10]. 그러나 이 방법은 위상천이기술을 적용하기가 어렵다는 단점을 가지고 있다.

최근에 윌라스톤 프리즘을 이용한 스펙클패턴 전단간섭법에서 편광소자인 파장편과 편광판을 이용하여 안정적으로 위상천이를 발생시키는 방법을 제안하고, 제안된 시스템에서 파장편의 불완전성에 의한 위상오차해석이 이루어졌다[11].

이전 연구에서 위상오차의 주된 원인은 파장편의 불완전성에 의한 것과 파장편의 방위각에 의한 것으로 볼 수 있다. 본 논문에서는 이전연구에서 수행되지 않은 파장편의 방위각에 의한 위상오차를 Jones 행렬을 이용하여 이론적으로 해석해 보고자 한다.

2. 편광소자를 이용한 위상천이기술

그림 1은 위상천이를 발생시킬 수 있는 스펙클패턴 전단간섭법 시스템이다. 제안된 시스템은 마이켈슨 간섭계대신에 윌라스톤 프리즘을 이용하여 전단영상을 얻는 기술이며, 그림에서 보는 바와 같이 윌라스톤 프리즘은 직교하는 편광을 가진 빔이 윌라스톤 프리즘의 출력단에서는 적당한 각을 가지며 분리되도록 하는 것을 알 수 있다. 그림에서 보는 바와 같이 물체의 P₁점은 윌라스톤 프리즘을 통과하여 이미지면에서의 P₁'과 P₁''점으로 투영되고, P₂점은 P₂'과 P₂''점으로 투영되며, P₁'과 P₂''은 중첩이 된다. P₁'과 P₂''에 도달하는 두 광파간에 간섭을 일으키기 위해서 윌라스톤 프리즘뒤에 점선으로 표시된 선형편

광판을 배치한다. 위상천이를 발생시키기 위해 윌라스톤 프리즘과 편광판사이에 두개의 파장편을 위치시킴으로써 3개에서 5개의 스펙클패턴을 얻을 수 있는 방법이 제시되었다[11]. 그림 1에서 WP1과 WP2는 파장편(wave plate)을 나타낸다. 여기에서 WP1은 slow axis가 0도이고, WP2는 slow axis가 -x축에 대하여 45도 또는 -45도 회전되어 있는 상태이다.

그림 1의 P₁과 P₂에서 반사된 광파가 $U_1 = a_1 e^{-j\theta(x,y)} = a_1 e^{-j\theta}$, $U_2 = a_2 e^{-j\theta(x+\delta x,y)} = a_2 e^{-j\theta}$ 라고 하자. 여기서 $\theta(x,y)$ 와 $\theta(x+\delta x,y)$ 는 각각 점 P₁(x,y)와 P₂(x+ δx ,y)로부터의 랜덤 위상관계를 표시하고, a₁과 a₂는 빛의 진폭이다. 그러면 두개의 파장편을 통과한 후에 P₁'지점에서의 광파는 Jones 행렬을[12] 이용하여 다음 식과 같이 표현될 수 있다.

$$U = \begin{pmatrix} \cos \frac{\Gamma_2}{2} & \mp i \sin \frac{\Gamma_2}{2} \\ \mp i \sin \frac{\Gamma_2}{2} & \cos \frac{\Gamma_2}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-i\frac{\Gamma_1}{2}} & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\Gamma_1}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_2 \\ U_1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$= e^{-i\frac{\Gamma_1}{2}} \begin{pmatrix} \cos \frac{\Gamma_2}{2} U_2 \mp i e^{i\Gamma_1} \sin \frac{\Gamma_2}{2} U_1 \\ \mp i \sin \frac{\Gamma_2}{2} U_2 + e^{i\Gamma_1} \cos \frac{\Gamma_2}{2} U_1 \end{pmatrix}$$

여기서 \mp 부호에서 -부호는 WP2의 slow axis가 -x축에 대하여 45도 회전되어 있는 경우에 대응하고, +부호는 WP2의 slow axis가 -45도 회전되어 있는 경우에 대응하는 것이다. 광파가 x축 편광판을 통과한 후에 이미지 면에서의 복소진폭은 다음과 같이 주어진다.

$$U_{\theta \pm 45} = e^{-i\frac{\Gamma_1}{2}} \cos \frac{\Gamma_2}{2} U_2 \mp i e^{i\Gamma_1} \sin \frac{\Gamma_2}{2} U_1 \quad (2)$$

첫 번째로, 두 개의 $\lambda/4$ 파장편을 이용할 경우에는 위상지연이 $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \pi/2$ 이므로 식 (2)는 다음 식과 같이 된다.

$$U_{\theta \pm 45} = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{-i\frac{\pi}{4}} \{U_2 \pm U_1\} \quad (3)$$

식 (3)에 대한 intensity는 다음 식과 같이 주어진다.

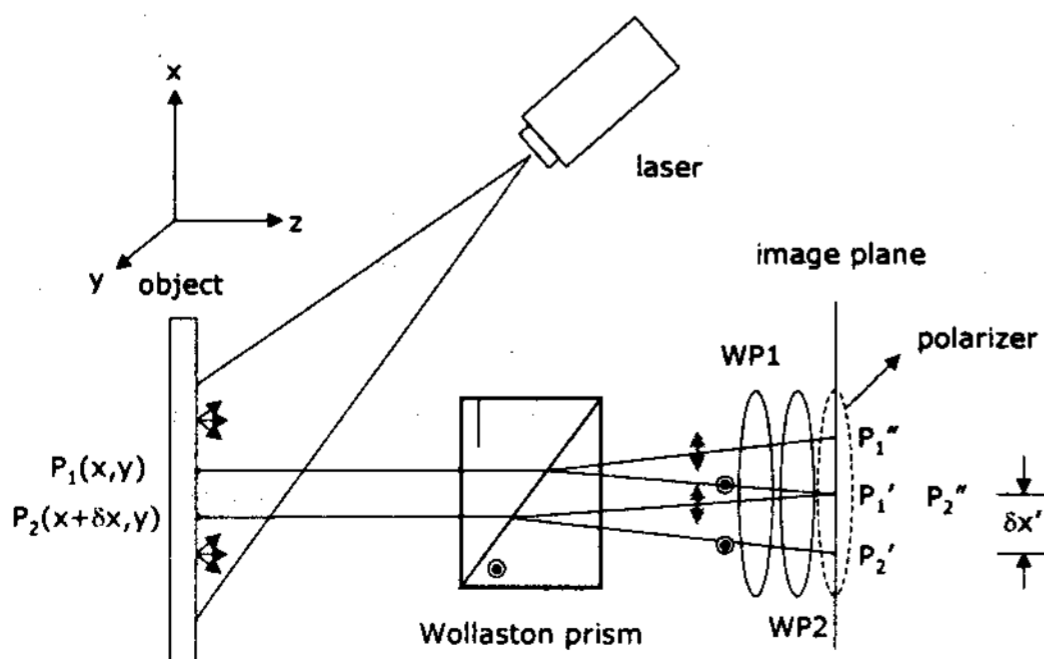


그림 1. 편광소자를 이용한 스펙클패턴 전단간섭법 시스템
Fig. 1. Shearographic system using polarizing elements

$$I_1 = U_{\pi/2+45} U_{\pi/2+45}^* = I_0 [1 + \gamma \cos \phi] \quad (4)$$

$$I_3 = U_{\pi/2-45} U_{\pi/2-45}^* = I_0 [1 + \gamma \cos(\phi + \pi)] \quad (5)$$

여기서 $I_0 = (a_1^2 + a_2^2)/2$ 는 intensity의 평균값이며, $\gamma = 2a_1 a_2 / (a_1^2 + a_2^2)$ 는 간섭항의 변조이며, $\phi = \theta_1 - \theta_2$ 는 랜덤 위상차를 나타낸다. 두 번째는 WP1과 WP2의 slow axis를 각각 0도와 45도(또는 -45도)로 유지하고, 편광판의 축을 -x축에 대하여 45도와 -45도로 한 경우에 편광판을 통과한 후의 복소진폭을 구하면 각각 식 (6) 및 식 (7)과 같이 주어진다.

$$U_{\rho+45} = \frac{1}{2} e^{-i\frac{\Gamma_1}{2}} \left(\cos \frac{\Gamma_2}{2} - i \sin \frac{\Gamma_2}{2} \right) \begin{pmatrix} U_2 + e^{i\Gamma_1} U_1 \\ U_2 + e^{i\Gamma_1} U_1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$U_{\rho-45} = \frac{1}{2} e^{-i\frac{\Gamma_1}{2}} \left(\cos \frac{\Gamma_2}{2} + i \sin \frac{\Gamma_2}{2} \right) \begin{pmatrix} U_2 - e^{i\Gamma_1} U_1 \\ -U_2 + e^{i\Gamma_1} U_1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

$\Gamma_1 = \pi/2$, $\Gamma_2 = \pi/2$ 인 경우에 식 (6)과 (7)에 대한 intensity는 다음 식과 같다.

$$I_4 = U_{\rho+45} U_{\rho+45}^* = I_0 [1 + \gamma \cos(\phi + 3\pi/2)] \quad (8)$$

$$I_2 = U_{\rho-45} U_{\rho-45}^* = I_0 [1 + \gamma \cos(\phi + \pi/2)] \quad (9)$$

식 (4), (5), (8), (9)에서 보는 바와 같이 파장판 두 개와 하나의 편광판을 이용함으로써 각각 90도의 위상천이를 가지는 4개의 스펙클패턴을 얻을 수 있음을 알 수 있다.

$\lambda/2$ 파장판과 $\lambda/4$ 파장판의 조합을 통해서도 90도의 위상천이를 가지는 4개의 스펙클패턴을 얻을 수 있다. $\Gamma_1 = \pi$, $\Gamma_2 = \pi/2$ 인 경우에 식 (2)는 식 (10)과 같이 된다.

$$U_{\pi/2 \pm 45} = -\frac{\sqrt{2}}{2} i (U_2 \pm i U_1) \quad (10)$$

식 (10)에 대한 intensity는 다음 식과 같이 주어진다.

$$I_4 = U_{\pi/2+45} U_{\pi/2+45}^* = I_0 [1 + \gamma \cos(\phi + 3\pi/2)] \quad (11)$$

$$I_2 = U_{\pi/2-45} U_{\pi/2-45}^* = I_0 [1 + \gamma \cos(\phi + \pi/2)] \quad (12)$$

그리고 두 번째는 WP1과 WP2의 slow axis를 각

각 0도와 45도(또는 -45도)로 유지하고, 편광판의 축을 -x축에 대하여 45도와 -45도로 한 경우에 편광판을 통과한 후의 복소진폭은 식 (6)과 식 (7)과 같이 주어진다. $\Gamma_1 = \pi$, $\Gamma_2 = \pi/2$ 인 경우에 식 (6)과 (7)에 대한 intensity는 다음 식과 같다.

$$I_3 = U_{\rho+45} U_{\rho+45}^* = I_0 [1 + \gamma \cos(\phi + \pi)] \quad (13)$$

$$I_1 = U_{\rho-45} U_{\rho-45}^* = I_0 [1 + \gamma \cos \phi] \quad (14)$$

앞에서 알 수 있는 바와 같이 수동소자인 $\lambda/4$ 파장판 두 개 또는 $\lambda/2$ 와 $\lambda/4$ 파장판과 편광판의 조합을 통해 각각 90도의 위상천이를 가지는 4개의 스펙클패턴을 얻을 수 있음을 알 수 있다. 앞에서 구한 4개의 간섭패턴으로부터 각 지점의 위상은 다음 식에 의해 계산될 수 있다.

$$\phi = \arctan \frac{(I_4 - I_2)}{(I_1 - I_3)} \quad (15)$$

3. 파장판의 방위각에 의한 위상오차 해석

본 논문에서는 4개의 간섭패턴을 구성하는데 있어서 두 개의 파장판중에서 WP2의 파장판만을 45도와 -45도로 움직이고 파장판 WP1은 0도로 고정시킨다. 따라서 45도와 -45도 각도로 움직이는 파장판의 경우에는 방위각 오차가 존재한다. 그리고 0도로 고정되어 있는 WP1의 파장판의 경우에도 정확히 0도로 고정되어 있는 것이 아니기 때문에 방위각 오차가 존재한다. 본 논문에서는 이러한 방위각 오차에 의한 위상오차를 해석해 보고자 한다. WP1의 방위각 오차에 의한 위상오차를 구할 때는 다른 편광소자에 의한 방위각 오차를 0이라 가정하고, WP2에 의한 위상오차를 구할 때는 다른 편광소자에 의한 방위각 오차를 0이라고 가정하고 식을 유도하였다.

3.1 두개의 $\lambda/4$ 파장판이 사용되는 경우에 대한 방위각에 의한 위상오차

파장판을 이용한 스펙클패턴 전단간섭법에서 주

Wollaston prism을 이용한 스펙클패턴 전단간섭법에 있어서 파장편의 방위각에 의한 위상오차 해석

요한 위상오차는 편광소자의 불완전성과 방위각오차에 기인한다. 본 논문에서는 $\lambda/2$, $\lambda/4$ 파장편 조합과 $\lambda/4$ 파장편 두개의 조합의 경우에 대하여 스펙클 패턴을 얻는 방법을 이야기하였는데, 편광소자의 방위각에 의한 위상오차도 두 가지 경우에 대하여 고려하여 분석할 것이다. 그림 1에서 출력단에서의 빔은 Jones 행렬을 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$E_{out} = A(\varphi_3) \mathcal{S}2(\varphi_2) \mathcal{S}1(\varphi_1) E_{in} \quad (16)$$

여기서 E_{in} 은 윌라스톤 프리즘을 통과한 후의 입력 광파를 나타내며, $WP1(\varphi_1)$, $WP2(\varphi_2)$, $A(\varphi_3)$ 는 각각 WP1, WP2, 편광판의 Jones 행렬을 나타내며, 다음과 같다.

$$E_{in} = \begin{pmatrix} U_2 \\ U_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 e^{-j\theta_2} \\ a_1 e^{-j\theta_1} \end{pmatrix} \quad (17)$$

$$A(\varphi_3) = \begin{pmatrix} \cos^2 \varphi_3 & 1/2 \sin 2\varphi_3 \\ 1/2 \sin 2\varphi_3 & \sin^2 \varphi_3 \end{pmatrix} \quad (18)$$

$$\mathcal{S}j(\varphi_j) = \begin{pmatrix} 2i \sin^2 \varphi_j \sin \frac{\Gamma_j}{2} + e^{-i\frac{\Gamma_j}{2}} & -i \sin 2\varphi_j \sin \frac{\Gamma_j}{2} \\ -i \sin 2\varphi_j \sin \frac{\Gamma_j}{2} & -2i \sin^2 \varphi_j \sin \frac{\Gamma_j}{2} + e^{i\frac{\Gamma_j}{2}} \end{pmatrix} \quad (19)$$

여기서 $j=1, 2$ 이며, 1과 2는 각각 WP1과 WP2에 대한 Jones 행렬을 나타내는 첨자이다. 그리고 윗 식에서 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ 는 각각 WP1, WP2, 편광판 소자들의 방위각을 나타낸다.

3.1.1 WP1 방위각에 의한 위상오차

파장편의 방위각에 의한 위상오차를 구하기 위해서는 식 (16)으로부터 다음과 같은 4가지 경우에 대한 편광판과 파장편의 방위각조합에 대하여 각각 intensity를 구해야 한다. WP1을 제외한 다른 편광소자에 의한 방위각 오차는 0이라고 가정하고, φ_1 값은 변수로 하여 intensity를 구하였다.

(1) $\varphi_2 = 45^\circ, \varphi_3 = 0^\circ$ 인 경우에 대한 intensity

$$I_1 = \frac{1}{2} a_2^2 (1 - \sin 2\varphi_1) + \frac{1}{2} a_1^2 (1 + \sin 2\varphi_1) + a_1 a_2 \cos \phi \cos 2\varphi_1 \quad (20)$$

(2) $\varphi_2 = \pi/4, \varphi_3 = -\pi/4$ 인 경우에 대한 intensity

$$I_2 = \frac{1}{2} (a_2^2 + a_1^2) - a_1 a_2 \cos \phi + a_1 a_2 \cos \phi (\cos^2 2\varphi_1 - \sin^2 2\varphi_1) - (a_2^2 - a_1^2) \sin 2\varphi_1 \cos 2\varphi_1 - 2a_1 a_2 \sin \phi \cos 2\varphi_1 \quad (21)$$

(3) $\varphi_2 = -\pi/4, \varphi_3 = 0^\circ$ 인 경우에 대한 intensity

$$I_3 = \frac{1}{2} a_2^2 (1 + \sin 2\varphi_1) + \frac{1}{2} a_1^2 (1 - \sin 2\varphi_1) - a_1 a_2 \cos \phi \cos 2\varphi_1 \quad (22)$$

(4) $\varphi_2 = \pi/4, \varphi_3 = \pi/4$ 인 경우에 대한 intensity

$$I_4 = \frac{1}{2} (a_2^2 + a_1^2) + a_1 a_2 \cos \phi + a_1 a_2 \cos \phi (\sin^2 2\varphi_1 - \cos^2 2\varphi_1) + (a_2^2 - a_1^2) \sin 2\varphi_1 \cos 2\varphi_1 + 2a_1 a_2 \sin \phi \cos 2\varphi_1 \quad (23)$$

식 (15)와 식 (20)~(23)을 이용하여 광파 U_1 과 U_2 의 위상차 ϕ' 를 구하면 식 (24)로 표현할 수 있다.

$$\tan \phi' = \frac{\frac{1}{2} \cos \phi - \frac{1}{2} \cos \phi \cos 4\varphi_1 - \frac{1}{2} \cot 2\beta \sin 4\varphi_1 + \sin \phi \cos 2\varphi_1}{\cot 2\beta \sin 2\varphi_1 + \cos \phi \cos 2\varphi_1} \quad (24)$$

여기서 $\cot 2\beta = (a_1^2 - a_2^2)/2a_1 a_2$ 이다. $\lambda/4, \lambda/4$ 파장편 조합에 있어서 WP1의 방위각 오차는 $\varphi_1 = 0 + \varepsilon_1$ 로 놓을 수 있으며, 여기서 ε_1 는 $\lambda/4$ 파장편에 의해 도입되는 방위각 오차를 의미한다. $\varphi_1 = 0 + \varepsilon_1$ 을 식 (24)에 대입하여 계산하면, 각 지점의 위상은 다음 식과 같이 표현된다.

$$\tan \phi' = \frac{\frac{1}{2} \cos \phi - \frac{1}{2} \cos \phi - 2\varepsilon_1 \cot 2\beta + \sin \phi}{2\varepsilon_1 \cot 2\beta + \cos \phi} \quad (25)$$

위상오차가 포함된 $\tan \phi'$ 는 식 (26)과 같이 표현할 수 있다.

$$\tan \phi' = \tan (\phi + \Delta \phi) \quad (26)$$

$$= \tan \phi + \Delta \phi \sec^2 \phi$$

여기서 $\Delta \phi$ 는 위상오차를 나타낸다. 식 (26)과 식

(25)를 이용하면 WP1의 방위각 오차 $\varphi_1=0+\varepsilon_1$ 에 의한 위상오차 $\Delta\phi$ 는 식 (27)과 같이 구할 수 있다.

$$\Delta\phi = -2 \cot 2\beta (\cos \phi + \sin \phi) \varepsilon_1 \quad (27)$$

3.1.2 WP2 방위각에 의한 위상오차

식 (16)으로부터 WP2를 제외한 다른 편광소자에 의한 방위각 오차는 0이라고 가정하고, φ_2 값은 변수로 하여 intensity를 구하였다.

(1) $\varphi_1=0, \varphi_3=0$ 인 경우에 대한 intensity ($\varphi_2=\pi/4$ 인 경우)

$$I_1 = a_2^2 (\sin^4 \varphi_2 + \cos^4 \varphi_2) + 2a_1^2 \cos^2 \varphi_2 \sin^2 \varphi_2 + 2a_1 a_2 \cos \varphi_2 \sin \varphi_2 (\cos \phi + \sin \phi \cos 2\varphi_2) \quad (28)$$

(2) $\varphi_1=0, \varphi_3=-\pi/4$ 인 경우에 대한 intensity

$$I_2 = \frac{1}{2} [a_2^2 \sin^4 \varphi_2 + \cos^4 \varphi_2 + 2 \cos^2 \varphi_2 \sin^2 \varphi_2 + 2 \cos \varphi_2 \sin \varphi_2 (\sin^2 \varphi_2 - \cos^2 \varphi_2) + a_1^2 \sin^4 \varphi_2 + \cos^4 \varphi_2 + 2 \cos^2 \varphi_2 \sin^2 \varphi_2 + 2 \cos \varphi_2 \sin \varphi_2 (\cos^2 \varphi_2 - \sin^2 \varphi_2) + 2a_1 a_2 \cos \phi (\cos^4 \varphi_2 - \sin^4 \varphi_2) - 4 \sin \phi \cos^2 \varphi_2 \sin^2 \varphi_2] \quad (29)$$

(3) $\varphi_1=0, \varphi_3=0$ 인 경우에 대한 intensity ($\varphi_2=-\pi/4$ 인 경우)

$$I_3 = a_2^2 (\sin^4 \varphi_2 + \cos^4 \varphi_2) + 2a_1^2 \cos^2 \varphi_2 \sin^2 \varphi_2 + 2a_1 a_2 \cos \varphi_2 \sin \varphi_2 (\cos \phi + \sin \phi \cos 2\varphi_2) = a_2^2 (\sin^4 \varphi_2 + \cos^4 \varphi_2) + 2a_1^2 \cos^2 \varphi_2 \sin^2 \varphi_2 - 2a_1 a_2 \cos \varphi_2 \sin \varphi_2 (\cos \phi + \sin \phi \cos 2\varphi_2) \quad (30)$$

(4) $\varphi_1=0, \varphi_3=\pi/4$ 인 경우에 대한 intensity

$$I_4 = \frac{1}{2} [a_2^2 \sin^4 \varphi_2 + \cos^4 \varphi_2 + 2 \cos^2 \varphi_2 \sin^2 \varphi_2 + 2 \cos \varphi_2 \sin \varphi_2 (\cos^2 \varphi_2 - \sin^2 \varphi_2) + a_1^2 \sin^4 \varphi_2 + \cos^4 \varphi_2 + 2 \cos^2 \varphi_2 \sin^2 \varphi_2 + 2 \cos \varphi_2 \sin \varphi_2 (\sin^2 \varphi_2 - \cos^2 \varphi_2) + 2a_1 a_2 \cos \phi (\sin^4 \varphi_2 - \cos^4 \varphi_2) + 4 \sin \phi \cos^2 \varphi_2 \sin^2 \varphi_2] \quad (31)$$

식 (15)와 식 (28)~(31)을 이용하여 광파 U_1 과 U_2 의 위상차 ϕ' 를 구하면 식 (32)로 표현할 수 있다.

$$\tan \phi' = \frac{I_4 - I_2}{I_1 - I_3} \quad (32)$$

여기서, 식 (32)의 분모와 분자는 다음과 같다.

$$I_4 - I_2 = \sin 2\varphi_2 \cos 2\varphi_2 (a_2^2 - a_1^2) + 2a_1 a_2 (-\cos \phi \cos 2\varphi_2 + \sin \phi \sin^2 2\varphi_2)$$

$$I_1 - I_3 = a_2^2 (\sin^4 \varphi_2 + \cos^4 \varphi_2 - \sin^4 \varphi_2' - \cos^4 \varphi_2') + 2a_1^2 (\cos^2 \varphi_2 \sin^2 \varphi_2 - \cos^2 \varphi_2' \sin^2 \varphi_2') + a_1 a_2 \cos \phi (\sin 2\varphi_2 - \sin 2\varphi_2') + \frac{1}{2} a_1 a_2 \sin \phi (\sin 4\varphi_2 - \sin 4\varphi_2')$$

$\lambda/4, \lambda/4$ 파장판의 조합에 있어서 WP2의 방위각 오차는 $\varphi_2=\pi/4+\varepsilon_2$ 와 $\varphi_2'=-\pi/4+\varepsilon_2'$ 로 놓을 수 있으며, 여기서 ε_2 와 ε_2' 는 $\lambda/4$ 파장판인 WP2에 의해 도입되는 방위각 오차를 의미한다. 오차를 포함한 방위각을 식 (32)에 대입하여 계산하면, 각 지점의 위상은 다음 식과 같이 표현된다.

$$\tan \phi' = \frac{2\varepsilon_2 \cot 2\beta + 2\varepsilon_2 \cos \phi + \sin \phi}{-2(\varepsilon_2^2 - \varepsilon_2'^2) \cot 2\beta + \cos \phi + \sin \phi (\varepsilon_2 + \varepsilon_2')} \quad (33)$$

식 (26)과 식 (33)을 이용하면 WP2 파장판의 방위각 오차 $\varphi_2=\pi/4+\varepsilon_2$ 와 $\varphi_2'=-\pi/4+\varepsilon_2'$ 에 의한 위상오차 $\Delta\phi$ 는 식 (34)와 같이 구할 수 있다.

$$\Delta\phi = (2 \cot 2\beta \cos \phi + \cos^2 \phi + 1) \varepsilon_2 - \sin^2 \phi \varepsilon_2' \quad (34)$$

3.1.3 $\lambda/4, \lambda/4$ 파장판에 의한 방위각 오차

WP1과 WP2를 모두 고려한 경우에 대한 위상오차는 다음 식으로 표현된다.

$$\Delta\phi = -2 \cot 2\beta (\cos \phi + \sin \phi) \varepsilon_1 + (2 \cot 2\beta \cos \phi + \cos^2 \phi + 1) \varepsilon_2 - \sin^2 \phi \varepsilon_2' \quad (35)$$

3.2 $\lambda/2, \lambda/4$ 파장판이 사용되는 경우에 대한 방위각에 의한 위상오차

3.2.1 WP1 방위각에 의한 위상오차

식 (16)으로부터 WP1을 제외한 다른 편광소자에

Wollaston prism을 이용한 스펙클패턴 전단간섭법에 있어서 파장판의 방위각에 의한 위상오차 해석

의한 방위각 오차는 0이라고 가정하고, ϕ_1 값은 변수로 하여 다음과 같은 intensity를 구하였다.

(1) $\phi_2 = \pi/4, \phi_3 = 0$ 인 경우에 대한 intensity

$$I_4 = \frac{1}{2} a_2^2 + \frac{1}{2} a_1^2 + a_2 a_1 \sin \phi \quad (36)$$

(2) $\phi_2 = \pi/4, \phi_3 = -\pi/4$ 인 경우에 대한 intensity

$$I_1 = \frac{1}{2} (a_2^2 + a_1^2) - (a_2^2 - a_1^2) \sin 4\phi_1 + 2a_2 a_1 \cos \phi \cos 4\phi_1 \quad (37)$$

(3) $\phi_2 = -\pi/4, \phi_3 = 0$ 인 경우에 대한 intensity

$$I_2 = \frac{1}{2} a_2^2 + \frac{1}{2} a_1^2 - 2a_2 a_1 \sin \phi \quad (38)$$

(4) $\phi_2 = \pi/4, \phi_3 = \pi/4$ 인 경우에 대한 intensity

$$I_3 = \frac{1}{2} (a_2^2 + a_1^2) + (a_2^2 - a_1^2) \sin 4\phi_1 - 2a_2 a_1 \cos \phi \cos 4\phi_1 \quad (39)$$

식 (15)와 식 (36)~(39)를 이용하여 광파 U_1 과 U_2 의 위상차 ϕ' 를 구하면 식 (40)으로 표현할 수 있다.

$$\tan \phi' = \frac{\sin \phi}{\cot 2\beta \sin 4\phi_1 + \cos \phi \cos 4\phi_1} \quad (40)$$

$\lambda/2, \lambda/4$ 파장판이 사용되는 경우에 대하여 WP1의 방위각 오차는 $\phi_1 = 0 + \epsilon_1$ 로 놓을 수 있으며, 여기서 ϵ_1 는 $\lambda/2$ 파장판에 의해 도입되는 방위각 오차를 의미한다. 오차를 포함한 방위각을 식 (40)에 대입하여 계산하면, 각 지점의 위상은 다음 식과 같이 표현된다.

$$\tan \phi' = \frac{\sin \phi}{\cot 2\beta 4\epsilon_1 + \cos \phi} \quad (41)$$

식 (26)과 식 (41)을 이용하면 WP1의 방위각 오차 $\phi_1 = 0 + \epsilon_1$ 에 의한 위상오차 $\Delta\phi$ 는 식 (42)와 같이 구할 수 있다.

$$\Delta\phi = -4 \cot 2\beta \sin \phi \epsilon_1 \quad (42)$$

3.2.2 WP2 방위각에 의한 위상오차

WP2 방위각에 의한 위상오차는 3.1.2에서 유도된 위상오차와 동일하다.

3.2.3 $\lambda/2, \lambda/4$ 파장판의 방위각에 의한 위상오차

WP1과 WP2를 모두 고려한 경우에 대한 위상오차는 다음 식으로 표현된다.

$$\Delta\phi = -4 \cot 2\beta \sin \phi \epsilon_1 + (2 \cot 2\beta \cos \phi + \cos^2 \phi + 1) \epsilon_2 - \sin^2 \phi \epsilon_2 \quad (43)$$

4. 결 론

본 논문에서는 윌라스톤 프리즘을 이용한 스펙클패턴 전단간섭법에서 편광소자를 이용하여 각각 90도의 위상천이를 발생시켜 4개의 간섭패턴을 얻고, 이로부터 스펙클패턴의 각 지점에서의 위상을 얻을 수 있는 방법에서 사용된 파장판의 방위각에 의한 위상오차를 해석하였다.

$\lambda/2, \lambda/4$ 파장판 조합과 두 개의 $\lambda/4$ 파장판 조합의 경우에 있어서 각각 WP1과 WP2에 의한 위상오차를 Jones 행렬을 이용하여 유도하고, WP1과 WP2가 모두 포함된 위상오차도 구하였다.

References

- [1] J.A. Leendertz and J.N. Butters, "An image-shearing speckle-pattern interferometer for measuring bending moments," J. Phys. E. vol. 6, pp. 1107-1110, 1973.
- [2] Y.Y. Hung, "Shearography, a new optical method for strain measurement and nondestructive testing," Opt. Eng. vol. 21, no.3, pp. 391-395, 1982.
- [3] W. Steinchen, "Quality control of fiber-reinforced composites by means the shearographic and holographic method," Proc. SPIE vol. 1756, 1992.
- [4] S.L. Tol, F.S. Chau, V.P.W. Shim, C.J. Tay, and H.M. Shang, "Application of shearography in nondestructive testing of composite plates," J. Mater. Process. Technol. vol. 23, pp. 267-275, 1990.
- [5] W. Steinchen, L.X. Yang, M. Schuth, G. Kupfer, "Application of shearography to quality assurance," J. Mater. Process. Technol. vol. 52, no.1, pp. 141-150, 1992.

- [6] F.S. Chau and T.W. Ng, "A real-time digital shearing speckle interferometer," *Measure. Sci. Technol.*, vol. 3, pp. 381-383, 1992.
- [7] Y. Y. Hung, "A phase shift technique for automation of phase determination in digital shearography," *Proc. 1994 SEM spring Conf.*, Baltimore, MD, 6-7 June 1994, pp. 233-240.
- [8] W. Steinchen and L. Yang, *Digital shearography*, SPIE Press, 2003.
- [9] Y.Y. Hung, "Shearography fo non-destructive evaluation of composite structures," *Optics and Lasers in Engineering* vol. 24, pp. 161-182, 1996.
- [10] S. Dilhaire, S. Jorez, A. Cornet, L.D. Patino Lopez, W. Claeys, "Measurement of the thermomechanical strain of electronic devices by shearography," *Microelectronics Reliability* vol. 40, pp. 1509-1514, 2000.
- [11] S.-G. Kim, "Phase Error Analysis in Shearography using Wave Plates," *J. of KIIEE* vol. 19, no.1, pp. 34-39, 2005.
- [12] A. Yariv and P. Yeh, *Optical Waves in Crystals*(Wiley, New York, 1984), Chap. 5.

◇ 저자소개 ◇

김수길 (金秀吉)

1965년 8월 2일생. 1988년 서울대학교 전기공학과 졸업. 1991년 서울대학교 대학원 전기공학과(석사). 1997년 서울대학교 대학원 전기공학과(박사). 1997~현재 호서대학교 정보제어공학과 부교수.

김기수 (金基洙)

1955년 6월 24일생. 1979년 서울대학교 요업공학과 졸업. 1981년 서울대학교 대학원 요업공학과(석사). 1993년 미국 Stanford 대학교 재료공학과(박사). 1984~1999년 쌍용중앙연구소 연구실장. 1999년~현재 호서대학교 정보제어공학과 부교수.

고명숙 (高明淑)

1968년 1월 23일생. 1988년 이화여자대학교 물리학과 졸업. 1993년 고려대학교 대학원 컴퓨터학과(석사). 1998년 고려대학교 대학원 컴퓨터학과(박사). 1999~2000년 고려대학교 정보통신기술공동연구소 연구원. 2001~현재 부천대학 전산정보처리과 조교수.