

# 감마족 분포를 이용한 소프트웨어 신뢰 성장 모형의 분석

## Analysis of Software Reliability Growth Model with Gamma Family Distribution

簡光鉉\*, 張秉玉\*\*, 金熙哲\*\*\*

Kwang-Hyun Kan\*, Byeong-Ok Jang\*\*, Hee-Cheul Kim\*\*\*

### 요 약

본 연구에서는 유한고장 비동질적인 포이송 과정 모형에서 결함당 고장 발생률이 상수이거나, 단조 증가 또는 단조 감소하는 패턴을 가질 수 있다. 감마족 분포를 적용하여 고장발생률에 대한 특징을 알아보았고 감마족 분포는 형상 모수의 선택에 따라 다양한 모형으로 유도 될 수 있다. 따라서 본 연구는 형상모형에 근거한 감마 또는 와이블 그리고 고펜퍼츠 모형을 제시하여 신뢰도 분석 결과를 나열하였고 모형 선택 및 자료 분석을 위하여 산술과 라플라스 검정과 편차 자승합 등을 이용하였다.

### Abstract

Finite failure NHPP models proposed in the literature exhibit is either constant, monotonic increasing or monotonic decreasing failure occurrence rates per fault. For the sake of proposing shape parameter of the Gamma family distribution, used the special pattern. Data set, where the underlying failure process could not be adequately described by the knowing models, which motivated the development of the Gamma or Weibull model and Gompertz model. Analysis of failure data set that led us to the Gamma or Weibull model and Gompertz model using arithmetic and Laplace trend tests, bias tests was presented in this Paper.

Keyword : Reliability, NHPP, Gamma, Gompertz, Software

### 1. 서론

정보화 사회에서 컴퓨터를 비롯한 대부분의 시스템 들은 소프트웨어 시스템에 의존하고 있으며, 이러한 소프트웨어 시스템의 기능 확대가 더욱 요구되어지고 있고, 소프트웨어가 대규모화, 복잡화, 다양화 되고 있는 것이 사실이다.

소프트웨어 신뢰도는 개발의 최종 단계에서 소프트웨어 내에 존재하는 고장 수나 고장 발생 시간에 의해서 효과적으로 평가할 수 있는 측도로서, 소프트웨어

---

\* 한림성심대학 정보통신네트워크과

(Dept. of Information Communications & Computer Networks, Hallym Sungsim college)

\*\* 나사렛대학교 인터넷정보과

(Dept. of Computer Internet and Information Major, Korea Nazarene University)

\*\*\* 남서울대학교 산업정보시스템공학부

(Dept. of Industrial Information System Engineering, Namseoul University)

接受日:2005年 9月 29日, 修正完了日: 2005年 12月 26日

의 테스트 시간이나 실행 시간, 발생된 고장수와 고장 발생 시간과의 관계를 모형화 하여 효율적으로 관리함으로써 소프트웨어 신뢰도를 성장시킬 수 있으며, 이러한 과정을 소프트웨어 신뢰도 성장 과정이라고 한다 [1].

본 연구에서는 수명분포가 감마족 특성을 가진 감마 분포(Gamma Distribution), 와이불(Weibull Distribution)를 이용한 소프트웨어 신뢰 성장 모형을 재조명하고, 비선형 성장 곡선 패턴인 고펜퍼츠 분포(Gompertz Distribution)를 도입 적용한 NHPP 신뢰도 성장 모형을 제시하고자 한다.

본 연구의 구성으로 2장에서는 관련 연구로서 NHPP 모형과 소프트웨어 신뢰도에 관한 일반적인 내용을 고찰하였고, 3장에서는 고펜퍼츠 분포를 적용한 소프트웨어 NHPP 신뢰도 성장 모형을 제시하고, 모수 추정 방법으로 최우추정법(Maximum Likelihood Estimation)을 설명 하였으며, 감마 및 와이불 분포를 따르는 신뢰도 수명 분포의 특징을 고찰하였다. 4장에서는 비선형 고펜퍼츠 NHPP 모형을 기초로 한 소프트웨어 신뢰도 분석과 모형 선택과 자료 분석에 대한 도구로서 산술 평균 추세 검정과 라플라스(Laplace) 검정, 편차자승합을 이용하였고 5장에서는 본 연구 방법의 분석 결과와 향후 연구 방향에 대하여 논하였다.

## II. NHPP와 소프트웨어 신뢰도

$M(t)$ 를  $(0, t]$  사이에 발견된 오류수라고 정의하면,  $M(t)$ 는 평균값 함수  $m(t) = dE[M(t)]/dt$ 인 NHPP에 의해 다음과 같이 모형화될 수 있다[2,3].

$$P\{M(t) = n\} = \frac{[m(t)]^n \cdot e^{-m(t)}}{n!}, \quad n=0,1,2, \dots \infty \tag{1}$$

$$\text{단, } m(t) = \int_0^t \lambda(s) ds \tag{2}$$

$m(t)$ 가  $t$ 에 대한 비감소 함수 추세를 가진 미분 가능함수이면, 순간 위험율을 표현하기 위한 강도 함수는  $\lambda(t) = m'(t)$ 가 되며,  $\lambda(t)$ 가 상수( $m(t)$ 가 선형)이면 동질 포아송 과정이고,  $t$ 에 대한 함수 형태이면 NHPP가 된다.

이러한 NHPP 모형들은 유한 고장 모형과 무한 고장 범주로 분류한다[8]. 유한 고장 NHPP 모형들은 충분한 테스트 시간이 주어지면 결함(Fault)들의 기대값이 유한 값 ( $\lim_{t \rightarrow \infty} m(t) = \theta < \infty$ )을 가지며, 반면에 무

한 고장 NHPP 모형들은 무한 값을 가진다고 가정할 수 있다. 유한 고장 NHPP 모형에서 충분한 테스트 시간에서 탐색되어질 수 있는 결함의 기대값을  $\theta$ 라고 표현하고,  $F(t)$ 를 NHPP에서의 고장 확률 분포 함수라고 표현하면 유한 고장 NHPP모형의 평균값 함수는 다음과 같이 표현할 수 있다[12].

$$m(t) = \theta F(t) \tag{3}$$

위 식으로 부터 순간 고장 강도 함수(Instantaneous Failure Intensity)  $\lambda(t)$ 는 식(2)와 관련하여 다음과 같이 유도된다.

$$\lambda(t) = \theta F'(t) \tag{4}$$

위 식을 다음과 같이 변형하여 표기할 수도 있다.

$$\lambda(t) = [\theta - m(t)] \frac{F'(t)}{1-F(t)} = [\theta - m(t)] h(t) \tag{5}$$

$R(t)$ 를 신뢰도 함수라고 할때,

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{f(t)}{1-F(t)}$$

는 위험 함수로서 소프트웨어 결함당 고장 발생률을 의미하고  $[\theta - m(t)]$ 은  $t$  시점에서 소프트웨어에 남아있는 결함들의 기대값을 나타낸다.  $[\theta - m(t)]$ 의 값은 시점  $t$ 에 대한 단조 비증가 함수가 된다. 즉, 시간이 지남에 따라 결함들이 탐색되어 제거되기 때문에 감소성을 가진다. 따라서  $\lambda(t)$ 는  $h(t)$ 의 값에 따라 달라지며 상수, 증가, 감소 혹은 증가하다가 감소하는 패턴을 가질 수 있다.

이 분야의 기본적 모형인 Goel-Okumoto 모형은  $h(t)$ 가 정수 패턴을 가짐으로서 시점  $t$ 에 독립이고, Yamada-Ohba-Osaki 모형(S 모형)은 증가 패턴을 가진다[6,12].

관측시간  $(0, t]$  사이에서  $n$ 번째까지 고장시점이 관찰된 고장 절단 모형일 경우  $t_i (i=1, 2, \dots, n)$ 를 에러 발생시간 간격으로 표시하고, 고장 발생 시간 간격 이

라하면  $n$ 번째의 고장 시점은  $x_n = \sum_{i=1}^n t_i$ 이고, 데이터

집합  $D_{x_n}$ 은  $\{x_1, x_2 \dots x_n; t\}$ 으로 구성된다. 따라서 고장 시점  $x_1$ 에서부터  $x_n$ 까지 우도함수(Log Likelihood Function)는 다음과 같이 알려져 있다 [12,13].

$$L_{x_n} = \left[ \prod_{k=1}^n \lambda(x_k) \right] \exp[-m(x_n)] \tag{6}$$

그리고 테스트 시점  $t$ 에서 소프트웨어 고장이 일어난다고 하는 가정 하에서 신뢰 구간  $(t, t+x]$ (단,  $x$ 는 임무시간(Mission Time))사이엔 소프트웨어의 오류가 일어나지 않을 조건부 확률인 소프트웨어 신뢰도는 다음과 같다[9].

$$R(x | t) = \exp[-\{m(t+x) - m(t)\}] \quad (7)$$

$$, (t \geq 0, x \geq 0)$$

### III. 수명분포가 감마족 분포를 가정한 소프트웨어 성장 모형

본 절에서는 지수 분포의 확장 모형의 특성을 가지는 비선형 곱페르츠 모형을 이용한 새로운 소프트웨어 NHPP 신뢰도 모형에 제안하고, NHPP 신뢰도 모형 중에서 널리 사용되는 감마족 분포 중에서 감마 분포와 와이블 분포의 형상 모수와 관련된 특성을 알아보고, 각각의 소프트웨어 신뢰도 성장 모델을 비교 분석하려고 한다.

#### 3.1 수명분포가 비선형 곱페르츠 분포를 가지는 NHPP 모형

비선형 곱페르츠 분포에 대한 고장 확률 밀도 함수와 고장 확률 분포 함수는 각각 다음과 같다.

$$f_{Gom}(t) = \exp\left[(\beta + at) - \frac{1}{\alpha}(e^{\beta + at} - e^\beta)\right] \quad (8)$$

$$F_{Gom}(t) = 1 - \exp\left[-\frac{e^\beta}{\alpha}(e^{at} - 1)\right] \quad (9)$$

식(8)과 식(9)를 이용하여 유한고장 NHPP 모형에 적용한 비선형 곱페르츠 모형의 평균값 함수  $m(t)$ 와 강도 함수  $\lambda(t)$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$m_{Gom-NHPP}(t) \quad (10)$$

$$= \theta \left(1 - \exp\left[-\frac{e^\beta}{\alpha}(e^{at} - 1)\right]\right)$$

$$\lambda_{Gom-NHPP}(t) \quad (11)$$

$$= \theta \exp\left[(\beta + at) - \frac{1}{\alpha}(e^{\beta + at} - e^\beta)\right]$$

비선형 곱페르츠 NHPP 모형에서 모수를 추정하기 위하여, 최우 추정법에 필요한 우도 함수와 로그 우도 함수를 유도하면 다음과 같다.

$$L_{Gom-NHPP}(\theta, \beta | D_t) \quad (12)$$

$$= \left(\prod_{i=1}^n \lambda(x_i)\right) \exp(-m(t))$$

$$= \prod_{i=1}^n \left\{ \theta \exp\left[(\beta + ax_i) - \frac{1}{\alpha}(e^{\beta + ax_i} - e^\beta)\right] \right.$$

$$\left. \exp\left(-\theta \left(1 - \exp\left[-\frac{e^\beta}{\alpha}(e^{at} - 1)\right]\right)\right) \right\}$$

$$\ln L_{Gom-NHPP}(\theta, \alpha, \beta | D_{x_n}) \quad (13)$$

$$= n \log \theta + \sum_{i=1}^n (\beta + ax_i)$$

$$- \frac{1}{\alpha} e^\beta \sum_{i=1}^n (e^{ax_i} - 1) - \theta$$

$$+ \theta \exp\left[\frac{e^\beta}{\alpha}(1 - e^{ax_n})\right]$$

만약 비선형 곱페르츠 NHPP 모형에서 형상 모수  $\alpha$ 의 값은 상수로 알고 있다고 가정 했을 때, 최우 추정법을 이용하기 위하여 식 (13)을  $\theta$ 와  $\beta$ 에 대하여 편미분을 하면 다음과 같은 2가지의 연립방정식을 유도할 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} [\ln L_{Gom-NHPP}(\theta, \beta | D_{x_n})] \quad (14)$$

$$= \frac{n}{\theta} - 1 + \exp\left(\frac{e^\beta}{\alpha}(1 - e^{ax_n})\right) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial \beta} [\ln L_{Gom-NHPP}(\theta, \beta | D_{x_n})] \quad (15)$$

$$= n - \frac{1}{\alpha} e^\beta \sum_{i=1}^n (e^{ax_i} - 1) + \theta \frac{e^\beta}{\alpha} (1 - e^{ax_n})$$

$$\exp\left(\frac{e^\beta}{\alpha}(1 - e^{ax_n})\right) = 0$$

식(14)와 식(15)를 비선형 연립방정식(수치 해석적 방법)을 이용하여 해를 구하면, 최우 추정치  $\hat{\beta}_{MLE}$ 와  $\hat{\theta}_{MLE}$ 의 값을 구할 수 있으며, NHPP 모형에서 테스트 시점  $x_n$ 에서 소프트웨어 고장이 일어난다고 하는 가정 하에서 신뢰구간  $(x_n, x_n+t]$ 사이에서 소프트웨어의 고장이 일어나지 않을 확률인 신뢰도(Reliability)  $\hat{R}(t | x_n)$ 은 다음과 같다.

$$\widehat{R}(t|x_n) = e^{-\int_{x_n}^{x_n+t} \lambda(t) dt}$$

$$= \exp \left[ - \left\{ \alpha \left( 1 - \exp \left[ - \frac{e^\beta}{\alpha} (e^{\alpha(t+x_n)} - 1) \right] \right) - \alpha \left( 1 - \exp \left[ - \frac{e^\beta}{\alpha} (e^{\alpha t} - 1) \right] \right) \right\} \right] \quad (16)$$

본 연구에서는 식(16)에서  $\alpha$ 가 양수, 음수, 0인 3가지 경우로 나누어서 그 특징을 제시하는 것이 바람직 하지만, 최우 추정법을 이용하여 모수를 추정하는 과정에서  $\alpha$ 가 0인 경우는 수렴하지 않아서 모수를 추정하기 쉽지 않으므로,  $\alpha$ 가 양인 경우(0.2, 0.5, 0.7) 경우와  $\alpha$ 가 음인 경우(-0.5) 경우만 적용하고자 한다.

### 3.2 수명분포가 비선형 감마 분포를 가진 NHPP 모형

소프트웨어 신뢰도와 관련된 감마 분포의 고장 확률 밀도 함수에서  $\alpha$ 값이 양의 정수일 때 고장 확률 분포 함수는 각각 다음과 같다[17,19].

$$f_{Ga}(t|\alpha, \beta) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} e^{-\beta t} \quad (17)$$

$$(\alpha, \beta > 0, t > 0)$$

$$F_{Ga}(t|\alpha, \beta) = 1 - e^{-\beta t} \left( \sum_{i=0}^{\alpha-1} \frac{(\beta t)^i}{i!} \right) \quad (18)$$

식(17)과 식(18)을 이용하여 유한고장 NHPP 모형에 적용한 감마 분포 NHPP 모형의 평균값 함수  $m(t)$ 와 강도함수  $\lambda(t)$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$m(t) = \theta F_{Ga}(t|\alpha, \beta)$$

$$= \theta \left[ 1 - e^{-\beta t} \left( \sum_{i=0}^{\alpha-1} \frac{(\beta t)^i}{i!} \right) \right] \quad (19)$$

$$\lambda(t) = \theta f_{Ga}(t|\alpha, \beta)$$

$$= \theta \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} e^{-\beta t} \quad (20)$$

감마 분포 NHPP 모형의 가장 기본적인 모형은 Goel-Okumoto 모형으로, 이 모형은 결함당 고장 발생 시간의 분포로 지수 분포를 사용하였기 때문에 소프트웨어 결함당 고장 발생률이 일정한 형태를 가지며, 식(17)과 식(18)에서 형상모수  $\alpha=1$ 인 경우와 같으며, 이 경우의 모형에 대한 유한 고장 NHPP모형의 평균값 함수  $m(t)$ 와 강도함수  $\lambda(t)$ 는 식(19) 및 식(20)과

같다.

Goel-Okumoto 모형은 소프트웨어 결함당 고장 발생률이 일정한 값을 가짐을 가정 하였는데, 실제로 테스트 초기에 발견되는 결함과 그 이후에 발견되는 결함은 본질적으로 다르기 때문에 실제 소프트웨어 고장수 모형에 적용하기가 적합하지 않은 경우가 있다. 이 경우에 적합하도록 개선한 모형이 Yamada-Ohba-Osaki 모형이며, 이 모형은 고장 확률 분포를 감마 분포 중에서 형상모수  $\alpha=2$ 인 분포를 의미하는데, 서로 독립일 때 감마분포와 지수분포는 다음과 같은 관계가 있다[18].

$$\begin{aligned} & \text{Gamma}(2, \beta) \sim \text{Gamma}(1, \beta) \\ & + \text{Gamma}(1, \beta) \sim \text{Exp}(\beta) + \text{Exp}(\beta) \end{aligned} \quad (21)$$

감마분포의 특수한 경우의 분포를 이용하여 여러 가지 모형을 고려해 볼 수 있는데, 형상모수  $\alpha$ 가 정수인 경우에 감마분포의 특수한 경우로서 어랑 분포(Erlang Distribution)라고 하며[17], 본 연구에서는 새로운 소프트웨어 신뢰도 성장 모형의 비교 분석을 위하여  $\alpha=3$ 인 경우를 적용할 것이다.

감마 분포 NHPP 모형에서 모수를 추정하기 위하여, 최우 추정법에 필요한 로그 우도 함수를 유도하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \ln L(\theta, \alpha, \beta | D_{x_n}) \\ & = n \ln \theta - n \log \Gamma(\alpha) + n \alpha \ln \beta \\ & + (\alpha-1) \sum_{i=1}^n \ln x_i - \beta \sum_{i=1}^n x_i - \theta \\ & + \theta e^{-\beta x_n} \left( \sum_{j=0}^{\alpha-1} \frac{(\beta x_n)^j}{j!} \right) \end{aligned} \quad (22)$$

만약 감마 분포 NHPP 모형에서 형상 모수  $\alpha$ 의 값은 상수로 알고 있다고 가정 했을 때, 최우 추정법을 이용하기 위하여 식(22)를  $\theta$ 와  $\beta$ 에 대하여 편미분을 하면 다음과 같은 2가지의 연립방정식을 유도할 수 있다.

$$\frac{n}{\theta} = 1 - \exp[-\beta x_n] \sum_{i=0}^{\alpha-1} \frac{(\beta x_n)^i}{i!} \quad (23)$$

$$\frac{\alpha n}{\beta} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \left[ \theta \exp[-\beta x_n] \sum_{i=0}^{\alpha-1} \frac{(\beta x_n)^i}{i!} \right]}{\partial \beta} \quad (24)$$

식(23)과 식(24)를 비선형 연립방정식(수치 해석적 방법)을 이용하여 해를 구하면, 감마 분포 NHPP 모형

에서 최우 추정치  $\hat{\beta}_{ME}$ 와  $\hat{\theta}_{ME}$ 의 값을 구할 수 있다.

3.3 수명분포가 와이블 분포를 가진 NHPP 모형

소프트웨어 신뢰도와 관련된 와이블 분포의 고장 확률 밀도 함수와  $\alpha$ 값이 양의 정수일 때 고장 확률 분포 함수는 각각 다음과 같다[8].

$$f_{Weib}(t|\alpha, \beta) = \beta \alpha t^{\alpha-1} e^{-\beta t^\alpha} \quad (\alpha, \beta > 0, t > 0) \quad (25)$$

$$F_{Weib}(t|\alpha, \beta) = 1 - e^{-\beta t^\alpha} \quad (26)$$

식(25)와 식(26)을 이용하여 유한고장 NHPP 모형에 적용한 와이블 분포 NHPP 모형의 평균값 함수  $m(t)$ 와 강도함수  $\lambda(t)$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$m(t) = \theta(1 - e^{-\beta t^\alpha}) \quad (27)$$

$$\lambda(t) = \theta \beta \alpha t^{\alpha-1} e^{-\beta t^\alpha} \quad (28)$$

와이블 분포의 특수한 경우의 분포를 이용하여 여러 가지 모형을 고려해 볼 수 있는데, 특히 형상 모수  $\alpha=2$ 인 경우에 랄리 분포(Rayleigh distribution)라고 하며, 이 경우의 모형에 대한 유한 고장 NHPP모형의 평균값 함수  $m(t)$ 와 강도함수  $\lambda(t)$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다[17].

$$m(t) = \theta(1 - e^{-\beta t^2}) \quad (29)$$

$$\lambda(t) = (1/2) \theta \beta t e^{-\beta t^2} \quad (30)$$

와이블 분포 NHPP 모형에서 모수를 추정하기 위하여, 최우 추정법에 필요한 로그 우도 함수를 유도하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \ln L(\theta, \alpha, \beta | D_{x_n}) &= n \ln \theta + n \ln \beta + n \ln \alpha \\ &+ (\alpha-1) \sum_{i=1}^n \ln x_i - \beta \sum_{i=1}^n x_i^\alpha - \theta + \theta e^{-\beta x_n^\alpha} \end{aligned} \quad (31)$$

만약 와이블 분포 NHPP 모형에서 형상 모수  $\alpha$ 의 값은 상수로 알고 있다고 가정 했을 때, 최우 추정법을 이용하기 위하여 식(31)을  $\theta$ 와  $\beta$ 에 대하여 편미분을 하면 다음과 같은 2가지의 연립방정식을 유도할 수 있다.

$$\frac{n}{\theta} = 1 - \exp[-\beta x_n^\alpha] \quad (32)$$

$$\frac{n}{\beta} = \sum_{i=1}^n x_i^\alpha + x_n^\alpha \theta e^{-\beta x_n^\alpha} \quad (33)$$

식(32)와 식(33)을 비선형 연립방정식(수치 해석적 방법)을 이용하여 해를 구하면, 와이블 분포 NHPP 모형에서 최우 추정치  $\hat{\beta}_{ME}$ 와  $\hat{\theta}_{ME}$ 의 값을 구할 수 있다.

IV. 소프트웨어 신뢰도 분석

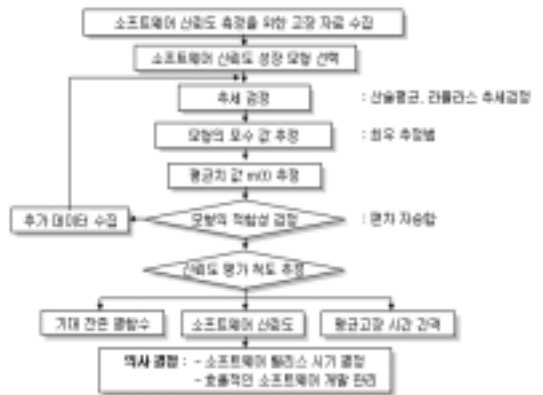


그림 1 소프트웨어 신뢰도 성장 모형의 분석 절차와 의사결정 흐름도

소프트웨어 신뢰도 분석을 위한 모형으로 3장에서 제안된 각 신뢰도 성장 모형 중에서 감마 분포 NHPP 모형의 경우에  $\alpha$ 가 1, 2, 3인 경우와 와이블 분포 NHPP 모형의 경우에  $\alpha$ 가 2, 3인 경우, 그리고 비선형 고펜페르츠 NHPP 모형의 경우에는  $\alpha$ 가 -0.5, 0.2, 0.5, 0.7인 경우에 비교 분석을 하려고 하며, 그림 1과 같은 단계를 갖는 분석 과정을 따르고자 한다. 먼저 소프트웨어 고장자료 수집 단계를 대신하여 표 1과 같은 Michael R.Lyu(Table 1.2, [10])가 인용한 고장 간격 시간 자료(Failure Interval Time Data)를 이용하여 제안된 모형들에 대한 신뢰도를 분석하고자 하며, 고장 간격 데이터는 70.7 시간 단위에서 고장이 24번 발생한 자료이다.

표 1. 신뢰도 모형의 분석을 위한 Michael R.Lyu의 고장 자료

0.5,	1.7,	4.5,	7.2,	10,	13,
26.1,	27.8,	29.2,	31.9,	35.1,	37.6,
14.8,	15.7,	17.1,	20.6,	24,	25.2
39.6,	44.1,	47.6,	52.8,	60,	70.7

다음 단계에서 적용 하고자 하는 소프트웨어 신뢰 모형들을 분석하기 위하여 고장 자료에 대한 추세 검정이 선행 되어야 하며, 추세 분석에는 산술 평균 검정(Arithmetic Mean Test)과 라플라스 추세 검정(Laplace Trend Test)등이 있다[6,7]. 산술 평균 추세 검정은 식(34)와 같으며,  $t_j(j=1,2,\dots,i)$ 들은 관찰된 고장 간격 시간을 의미하기 때문에  $\alpha(i)$ 의 값이 증가하면 신뢰 성장을 의미한다.

$$\alpha(i) = \frac{1}{i} \sum_{j=1}^i t_j \tag{34}$$

한편, 라플라스 검정은 식(34)와 같이 계산되며,  $\mu(i)$ 의 값이 음수이면 고장 강도가 감소함으로 인해서 신뢰 성장이 나타난다.

$$\mu(i) = \frac{\frac{1}{i-1} \sum_{n=1}^{i-1} \sum_{j=1}^n t_j - \frac{\sum_{j=1}^i t_j}{2}}{\sum_{j=1}^i t_j \sqrt{\frac{1}{12(i-1)}}} \tag{35}$$

이들 검정을 실시한 계산 결과를 그림 2에 나타내었는데, 결과에서 산술평균 검정결과 고장수가 증가함에 따라 산술 평균이 대체적으로 증가 추세를 보이고 있으므로 신뢰 성장이 되고 있음을 나타내고 있으며, 라플라스 추세 검정의 결과도 라플라스 요인이 음수로서 감소하기 때문에 역시 신뢰 성장이 되고 있음을 나타내고 있다. 따라서 이 자료를 가지고 신뢰 성장 모형을 제시하는 것이 효율적임을 시사하고 있다.

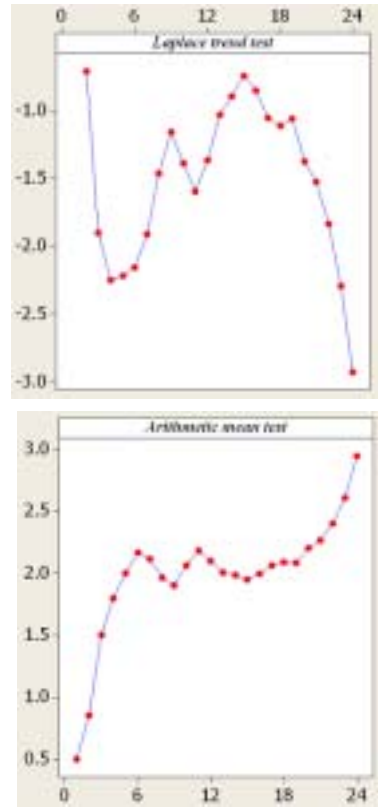


그림 2 산술 평균 검정과 라플라스 추세 검정의 결과

소프트웨어 신뢰도 모형의 모수 추정은 원래의 자료를 변수변환( $\times 10^{-2}$ )한 자료를 이용하여 최우 추정법을 이용하였고, 비선형 방정식의 계산방법은 수치 해석적 기본 방법인 이분법(Bisection Method)을 사용하였다. 이러한 계산은 초기값을  $10^{-6}$ 와 10을 사용하고, 허용 한계(Tolerance for Width of Interval)는  $10^{-10}$ 으로 하여, 수렴성을 확인 하면서 충분한 반복 횟수인 100번을 C 언어를 이용하여 모수 추정을 수행한 모수의 추정값 들의 결과는 표 2에 요약하였다.

표 2. 각 모형의 모수 추정값

모형	$\hat{\beta}_{ME}$	$\hat{\theta}_{ME}$
Goel-Okumoto Model	1.62431	28.4798
Yamada-Ohba-Osaki Model	4.8978	26.2845
Erlang Model ( $\alpha=3$ )	9.1882	24.3523
Rayleigh Model	12.2425	27.2071
Weibull Model( $\alpha=3$ )	10.1081	24.7032
Gompertz Model( $\alpha=0.2$ )	1.3595	23.5234
Gompertz Model( $\alpha=0.5$ )	1.0093	23.8953
Gompertz Model( $\alpha=0.7$ )	1.0395	24.0432
Gompertz Model( $\alpha=-0.5$ )	0.0019	22.0632

다음 단계에서는 모형 선택 방법 중의 하나인 편차 자승합을 이용하였는데, 편차 자승합은 식(36)과 같은 식으로 표현된다.[15]

$$C_{SSE} = \sum_{i=1}^n (n_i(x_i) - \hat{m}(x_i))^2 \quad (36)$$

단,  $n_i(x_i)$ 은  $x_i$ 의 시점에서 고장의 누적수를 의미하고,  $\hat{m}(x_i)$ 는 시점  $x_i$ 에서 추정된 누적 고장수를 의미하며, 편차 자승합이 작으면 상대적으로 효율적인 모형이 된다.

표 3. 각 모형들에 대한 편차 자승합(SSE)의 결과

모형	편차 자승합 값
Goel-Okumoto Model	310.7874398
Yamada-Ohba-Osaki Model	226.3918825
Erlang Model ( $\alpha=3$ )	101.0279879
Rayleigh Model	840.6284786
Weibull Model( $\alpha=3$ )	156.4901608
Gompertz Model( $\alpha=0.2$ )	96.345
Gompertz Model( $\alpha=0.5$ )	68.796
Gompertz Model( $\alpha=0.7$ )	47.789
Gompertz Model( $\alpha=-0.5$ )	1890.391

주어진 자료를 이용하여 제시된 모형들에 대한 편차 자승합의 값의 결과는 표 3에 요약 되었으며, 이 표에서 척도모수가  $\alpha > 0$  인 경우는 어랑 모형이나 와이불 모형이나 이 분야에서 기준에 알려진 모형인 Yamada-Ohba-Osaki 모형이나 Goel-Okumotoand 모형에 비해 상대적으로 효율적 모형으로 나타나고 있지만,  $\alpha < 0$  인 경우는 비효율적 모형으로 나타나고 있다.

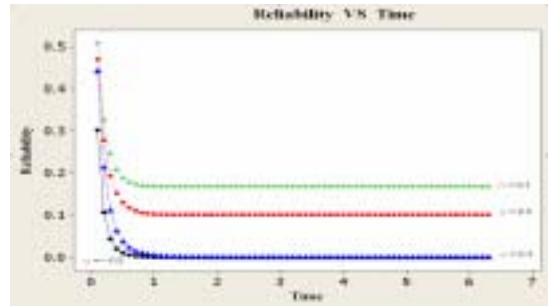


그림 3.  $\alpha$ 에 따른 비선형 고펜페르츠 NHPP 모형의 신뢰도

형상 모수  $\alpha$ 에 따른 고펜페르츠 곡선 모형의 신뢰도 계산 결과는 그림 4에 나타내었는데, 신뢰도는 처음 시간에는 비슷하다가 시간이 흐를수록 형상모수가 클수록 신뢰도가 높아지는 패턴을 볼 수 있다.

## V. 결론

본 논문에서는 잔존 결함 1개당 고장 발생률이 증가 혹은 감소 추세를 가진 고펜페르츠 분포를 이용한 NHPP 소프트웨어 신뢰도 모형을 제안하였다. 고장 간격 시간으로 구성된 자료를 이용하여 형상모수를 알고 있을 때, 최우 추정법을 이용하여 모수 추정을 실시하였으며, 효율적 모형을 판단하는 하나의 기준인 편차 자승합을 고장수가 24 인 자료를 이용하여 계산한 결과는 기존의 모형에 비해서 형상모수에 의해서 효율적 모형이 됨을 알 수 있었고 신뢰도는 처음 시간에는 비슷하다가 시간이 흐를수록 형상 모수가 크게 되면 신뢰도가 높아지는 패턴을 나타내었다. 또한 임무시간에 따른 신뢰도가 비증가 추세를 보이고 있으며 분석된 자료에 대한 평가에서도 산술평균 검정과 라플라스 추세 검정을 실시한 결과도 신뢰성장이 되고 있음을 나타내고 있다.

향후 비감마족을 이용한 소프트웨어 신뢰도 모형에 대한 연구와 지금까지 연구 과정에서 습득한 추가 정보를 사전 정보로 사용하는 베이지안 측면에서의 모수 추정과 이것에 대한 분포 이론 및 응용에 관한 연구가 기대된다.

## 참고 문헌

[1] A.A.Abdel-Ghally, P.Y.Chan, and B.Littlewood, "Evaluation of competing Software Reliability

- Predecions", IEEE Trans. on Software Engineering, SE-12(9):538-546, Sept. 1989.
- [2] W. Farr. Handbook of Software Reliability Engineering, M.R.Lyu, Editor, chapter Software Reliability Modeling Survery, pp 71-117. McGraw-Hill, New York, NY, 1996.
- [3] O. Gauodin, "Optimal Properties of the Laplace Trend Test for Software -Reliability Models", IEEE Trans. on Reliability, 41(4):525-532, Dec. 1992.
- [4] A. L .Goel, "Software Reliability Models: Assumptions, Limitations and Applicability", IEEE Trans. on Software Engineering, SE-11(12):1411-1423, Dec. 1985.
- [5] A. L. Goel and K. Okumoto, "Time-Dependent Error-Detection Rate Models for Software Reliability and Other Performance Measures", IEEE Trans. on Reliability, R-28(3):206-211, Aug. 1979.
- [6] S. S. Gokhale and K. S. Trivedi, "A time/structure based software reliability model", Annals of Software Engineering. pp 85-121. 1999
- [7] K. Kanoun and J. C. Laprie, Handbook of Software Reliability Engineering, M.R.Lyu, Editor, chapter Trend Analysis, pp.401-437. MacGraw-Hill, New York, 1996.
- [8] L. Kuo and T. Y. Yang, "Bayesian Computation of Software Reliability", Journal of the American Statistical Association, Vol.91, pp.763-773, 1996.
- [9] J. F. Lawless, Statistical Models and Methods for Lifetime Data, John Wiley & Sons, New York, 1981.
- [10] M. R. Lyu, Handbook of Software Reliability Engineering, M.R.Lyu, Editor, chapter Introduction, pp.3-25. MacGraw-Hill, New York, 1996.
- [11] W. Q, Meeker and L. A, Escobar, Statistical Methods for Reliability Data, pages 98-101, JOHN WILEY & SONS, INCI, New York, 1998.
- [12] J. D. Musa, A. Iannino and K. Okumoto, Software Reliability: Measurement, Prediction, Application, McGraw Hill, New York, 1987.
- [13] J. D. Musa, "A Theory of Software Reliability and its Application", IEEE Trans. on Software Engineering, SE-1(1):312-327, Sept. 1975.
- [14] A. P. Nikora and M. R. Lyu, Handbook of Software Reliability Engineering, M.R.Lyu, Editor, chapter Software Reliability Measurement Experience, pp.255-301, MacGraw-Hill, New York, 1996.
- [15] H. Pham and L. Nordmann and X. Zhang, "A General Imperfect-Software Debugging Model with S-Shaped Fault-Detection Rate", IEEE Trans. on reliability, VOL, 48, NO 2, 1999.
- [16] S. Selvin, Moden Applied Biostatistical Methods Using S-Plus, pp 141-184. Oxford University Press, New York, 1998.
- [17] V. K, Rohatgi, Statistical inference, pages 398-416, JOHN WILEY & SONS, INCI, New York, 1984.
- [18] S. Yamada, M. Ohba and S. Osaki, "S-Shaped Reliability Growth Modeling for Software Error Detection", IEEE Trans. on Reliability. R-32(5):475-485, Dec. 1983.
- [19] <http://www.answers.com/Weibull%20Distribution%20> (site visited 2005-7-15)

---

## 저 자 소 개

---

### 간 광 현 (정회원)



1984년 2월 인천대학교 공업경영학과 졸업  
 1986년 8월 동국대학교 경영대학원 정보처리전공(경영학석사)  
 1995년 3월~현재 한림대학교 컴퓨터공학과 박사과정 수료  
 1990년~현재 한림성심대학 정보통

신네트워크과 교수  
 <주관심분야> 데이터베이스, 소프트웨어 공학



**장 병 옥** (정회원)



1982년~1989년 크라운제과 전산팀  
장  
1990년~1998년 건영그룹 전산실장  
1995년 동국대학교 정보관리석사  
1997년~2000년 경기대학교 겸임교  
수  
1999년~2000년 한빛정보 대표이사

2000년 경기대학교 이학박사

2001년~현재 나사렛대학교 인터넷정보학과 교수

<주관심분야> 유비쿼터스, 소프트웨어 공학, 멀티  
미디어 시스템

**김 회 철** (정회원)



1998년 8월 동국대학교 통계학과  
(이학박사)  
2000년 3월~04년 2월 송호대학 정  
보산업계열 교수  
2005년 3월~현재 남서울대학교  
산업정보시스템공학부 교수  
<주관심분야> 소프트웨어 신뢰성  
공학, 웹프로그래밍, 전산통계