

雨水管路 滿水時 水理學的舉動에 대한 XP-SWMM와 水理模型實驗의 比較 研究

A Comparative Study of XP-SWMM & Hydraulic Model Experiment of the Hydraulic Characteristics when Storm Drain is Filled to Capacity

최 한 규* 백 호 선** 백 두 열***
Choi, Han-Kuy Beak, Hyo-Seon Beak, Doo-Yeol

Abstract

To use land more efficiently under urbanization trend, Kangwon Province often covers open channels of creeks and uses them as parking lots or roads.

A covered open channel section tends to form a rectangular culvert. Therefore, a creek with covered open channels can function as a storm drain. At the time of light rainfall, there are no significant differences except water flowing pattern between a creek with a covered open channel and a creek without it. Recently, however, the frequent occurrence of heavy rainfalls limited at a small, definite area has become problematic. When the heavy rainfall causes the carrying capacity of a creek to be exceeded, the creek with covered open channel has a more serious problem than the creek without it has.

Therefore, we made an interpretation of data and conducted hydraulic model experiment to come up with economical solution to this problem.

키워드 : 우수배수거, 홍수위, 소하천, 개수로, 암거

Keywords : storm drain, flood elevation, creek, open channel, culvert

1. 서론

도시화에 따른 도시의 효율적인 이용을 위하여 강원도 지역의 경우 소하천을 복개하여 주차장이나 도로로 이용하는 경우가 빈번하게 이루어지고 있다. 복개단면의 적용은 주로 사각 암거의 형태를 이루고 있으며 복개된 하천은 일반적으로 우수관로의 역할을 하게 된다. 그러나 복개된 소하천의 경우 대부분의 수리계산이 단순한 개수로 개념으로써 특정단면의 통수단면적으로 검토하여 계획을 수립하거나 복개되기 전의 홍수위를 기준으로 단면을 설계하는 경우가 대부분이다. 그러나 최근의 국지적인 집중호우를 감안할 때 하천의 통수능 이

상의 강우가 발생할 시에는 문제점을 발생하게 되는데 발생하는 문제점이 복개전후의 그 특성이 상이하게 발생하게 될 것이다. 따라서 이러한 문제점을 검토하여 적용하여야 하는데 대부분의 복개계획을 수립하는 경우 이러한 문제점은 검토되지 않았다. 일반적인 복개된 하천과 그렇지 않은 하천의 흐름특성이 큰 차이점은 복개되지 않은 소하천의 경우 통수능 이상의 흐름하에서도 개수로의 흐름을 유지하나 복개된 경우에는 관수로의 흐름특성을 보이게 된다는 점이며, 이러한 흐름특성은 압력에 의하여 흐름이 형성되므로 복개하천과 연결된 관로를 통하여 역류하게 된다. 따라서 역류현상이 발생하지 않도록 복개단면을 최대한 크게 하면 큰 강우강도의 호우에서도 관수로의 흐름을 보이지 않게 되나, 경제적인 단면을 계획하여야 하며, 너무 크게 계획되는 경우 구조물이 복잡하게 형성되며, 지하구조물의 설치시에도 문제점등이 발생할

* 강원대학교 토목공학과 교수, 공학박사

** 강원대학교 토목공학과 박사과정

*** 강원대학교 산업대학원 토목공학과 석사과정

수 있으므로 계획빈도를 수립하여 그에 맞는 단면을 계획하게 된다.

그러나 복개된 하천이 합류되는 본류에서 복개된 단면의 홍수위 보다 큰 홍수위가 발생 하는 경우에는 유출부가 만수되어 배수위 영향을 받게 될 것이며, 만수된 부분은 관수로의 흐름특성을 가지게 될 것이다. 이러한 경우는 강원도의 하천특성상 펌프장에 의하여 배출되지 않는 경우에는 빈번하게 발생할 수 있는 경우라고 하겠다. 따라서 본 연구에서는 강수에 의한 통수능 검토보다는 본류의 홍수위 영향으로 인하여 복개하천이 배수위 영향을 받아 관수로의 흐름특성을 보이게 되는 경우에 따른 복개하천의 수리학적 거동 특성을 수리모형실험과 수치모의를 이용하여 비교하는 것이 본 연구의 목적이다.

따라서 본 연구는 수로암거를 연구단면적으로 설정하여 수리모형실험을 위한 모형을 제작하였으며, 제작된 모형에 합류부 홍수위를 수로암거가 만수위 되도록 홍수위를 설정하여 수로암거내의 흐름 특성을 관찰하였다.

위 같은 사항은 일반적인 연구 절차이며 본 연구를 위하여 실제 소하천이 복개되는 경우를 가정하기 위하여 연구대상 지역을 설정하였다. 본 연구 대상지역은 그림 1에 도시한 바와 같이 강원도 영월군 영월읍에 위치한 능동천 지역으로 현재 부분적으로 복개되어 있으나 본 연구 대상하천의 복개가 전체구간에 대하여 이루어져 남한강 본류에 합류하게 되는 경우 현재 남한강 본류의 홍수위가 수로암거의 상단 지반고 보다 높게 되므로 본 연구를 위하여 적절한 지형적인 조건을 갖게 되므로 본 연구지점으로 선정하였다. 따라서 유출부의 경계조건은 남한강의 홍수위를 기준으로 하였으며, 유입되는 유량은 상류지역의 홍수량을 기준으로 적용하였다.

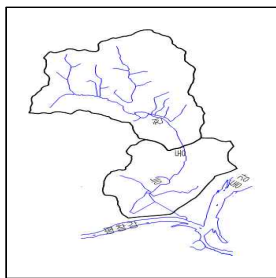


그림 1 능동천 유역도

2. 이론적 배경

본 연구를 위해 모형제작 시 모형의 이론에 맞게 되는데 보통 상사 법칙을 사용하게 된다. 흐름의 상사성의 첫 조건은 원형과 모형의 기하학적

상사(Geometric similarity)를 만족하여야 한다는 것이다. 즉, 흐름의 경계의 각 대응점에서 길이의 비가 같아야 한다. 기하학적 상사성이 만족된다면 원형과 모형의 대응점에서 두 흐름의 특성에 대해 논하는 것이 의미를 갖는다. 한 흐름의 변수가 다른 흐름의 대응점의 변수와 비례관계에 있으면 두 흐름은 동역학적 상사성(Dynamic similarity)을 갖는다고 정의될 수 있다.

동역학적 상사성의 충분조건을 결정하는데 있어서 문제를 단순화하기 위하여 일정한 점성을 가지나 밀도는 일정하지 않은 비압축성 유체의 동역학에 대해 고려한다.

$$\rho \frac{D}{Dt} u_j' = - \frac{\partial p'}{\partial x_j'} - \frac{\rho'}{F^2} \delta_{j\beta} + \frac{1}{R_e} \nabla^2 u_j' \quad (\text{식 } 1)$$

여기서 Froude수는 관성력과 중력의 비, 그리고 Reynolds, 수는 관성력과 점성력의 비를 나타내므로 이들 두 수가 같아야 한다는 조건은 한 흐름에 작용하는 힘들의 비와 다른 흐름에서 상응하는 힘들의 비가 같아야 한다고 말할 수 있다.

위에서 논의된 Navier-Stokes 방정식은 비압축성, 체적력으로서 중력, 그리고 표면력(surface force)으로서 점성력만을 고려하였다. 그러나 이 외에도 다른 힘들과 연관된다면 Mach수, 그리고 표면장력에 관계하여 Weber수 등을 들 수 있다. 그러나 본 연구에서는 수로를 흐르는 물의 흐름이 유입, 유출부에서 개수로의 흐름을 보이며, 그 외 부분은 실험조건에 따라 개수로 및 관수로의 흐름을 둘다 보이므로 여러 요인을 고려한 상사법칙을 고려하는 것이 실질적으로 불가능하여 본 연구에서는 흐름에 가장 영향을 많이 주는 요인이 중력이므로 이를 고려한 Froude 상사법칙을 적용하였다. 따라서 Froude 상사법칙은 다음식으로 정리할 수 있다.

$$F_r = \frac{F_p}{F_m} = 1 \quad (\text{식 } 2)$$

여기서 첨자m은 모형을 의미하며 p는 원형을 가리킨다. r은 원형과 모형의 비를 가리킨다. 이후의 첨자r이 붙은 모든 양은 원형의 양을 모형의 양으로 나눈 것으로 통일한다.

이것을 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$Q_r = A_r L_r^{1/2} = L_r^{5/2} \quad (\text{식 } 3)$$

$$t_r = \frac{L_r}{U_r} = L_r^{1/2} \quad (\text{식 } 4)$$

여기서 Q_r 은 유량의 비, A_r 은 면적의 비, t_r 은 수리시간의 비를 나타낸다.

본 연구에서의 중요한 관심사는 유속분포나 수면 또는 에너지경사이다. 따라서 본 연구에서는 하상조도의 영향이 매우 중요하다. 하천흐름에서는 대개의 경우 Reynolds수가 상당히 크므로 전단력

이 경계면과 경계층에서의 마찰항력(Friction drag)에 기인한 것보다는 형상항력(Form drag)에 기인한 것이 지배적이다. 따라서 Manning형의 평균 유속공식을 사용할 수 있다. 이러한 경우 실질적으로 불가능한 Reynolds수의 상사성 확보를 대치하여 원형과 모형에서 Manning의 평균 유속공식이 적용된다고 가정해서 조도를 조정하므로써 유체 점성력의 상사성을 유지한다. 이때 중요한 제한조건은 모형에서의 흐름이 난류가 유지되어야 한다는 것이다. 이 상사법칙을 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$U_r = \frac{1}{n_r} R_r^{2/3} S_r^{1/2} \quad (\text{식 } 5)$$

여기서 n_r 은 Manning의 조도계수 비, 경사축척, $S_r = (y/L)_r$, R_r 은 동수반경의 비, 그리고 y 는 길이 L에 대한 수두강하이다.

또한 모형을 정함에 있어 정상모형과 왜곡모형을 사용하는데 정상모형 모형이 정상모형이고 한강과 같이 하폭이 넓은 경우라면 $S_r = 1$, $R_r = L_r$ 이 되고 이때 Manning형의 평균 유속공식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$U_r = \frac{1}{n_r} L_r^{2/3} \quad (\text{식 } 6)$$

이식에 Froude 상사법칙을 대입하여 정리하면 모형의 조도축척은 다음 식과 같이 유도된다.

$$n_R = L_r^{1/6} \quad (\text{식 } 7)$$

축척이 매우 작은 모형의 경우 모형에서의 유속이 너무 작아지기 때문에 정확한 유속측정이 어려우며, 모형에서의 흐름이 층류가 되어 원형에서의 흐름상태와 상사성을 유지하기 힘들게 된다. 이러한 경우에 연직축척 Y_r 이 수평축척 X_r 보다 큰 왜곡모형을 사용하여 상기 문제점을 해결한다. 왜곡모형에서 경사축척 $S_r = Y_r / X_r$ 이며, 이 관계식을 Manning형의 평균 유속공식에 대입하고

L_r 대신 Y_r 을 사용하여 모형의 조도축척을 구하면 다음과 같다.

$$n_r = \frac{R_r^{2/3}}{X_r^{1/2}} \quad (\text{식 } 8)$$

왜곡모형에서의 유량축척은 다음과 같다.

$$Q_r = A_r U_r = X_r Y_r^{3/2} \quad (\text{식 } 9)$$

모형에서 인위적으로 하상조도를 조정(상향조정)하는 방법으로 모래나 자갈을 하상에 설치하거나 플라스틱 또는 금속조각을 부착하여 요구되는 조도를 만들 수 있다. 단, 이때 요구되는 조도 및 흐름이 모형에서 달성될 때까지 시행착오방법으로

재료의 크기 및 배열을 정한다. 그러나 이렇게 해서 얻어진 조도는 어떤 특정한 수심에서만 유효하므로, 여러 유량조건에 대한 실험을 수행할 경우 흐름(수심)이 변하므로 상기과정을 되풀이해서 각 수심에 대응하는 조도(재료의 크기 및 배열)를 결정하여야 한다. 실제적으로는 각 수심에 대하여 서로 다른 조도를 사용하는 대신에 전체적인 실험유량 및 수심에 근접하는 평균조도를 사용하기도 한다. 하천흐름에서 점성력의 상사성의 지표로서 Manning공식을 사용할 경우에 필요한 조건은 모형과 원형 모두에서 흐름이 난류를 유지하여야 한다는 점이다. 난류를 보장하는 한계Reynolds수로써 다음과 같은 기준을 사용한다.

$$\frac{u^* k_s}{n} \geq 100 \quad (\text{식 } 10)$$

여기서 k_s 는 등가조도이다.

왜곡모형에서 왜곡도는 수평축척과 연직축척의 비를 나타내는 것으로 너무 크지 않아야 한다. 미국의 내무부 개척국에서 출간한 수리모형실험지침서(USBR, 1984)에서는 왜곡도를 2~7범위에서 조정하도록 권장하고 있다. 만약 왜곡도가 지나치게 큰 경우에는 하천사행부의 흐름과 같은 곡선흐름에서 유속 및 압력분포를 심각하게 변형시킬 우려가 있다.

본 연구에서는 수치해석을 위하여 상용프로그램인 XP-SWMM프로그램을 이용하여 분석을 실시하였다. 본 프로그램은 하수관망 해석 및 유출해석이 가능한 프로그램으로 본 연구에서는 모형실험과의 유량공급이 같도록 하기 위하여 프로그램상에 있는 유출해석기능은 사용하지 않았으며, 홍수량 산정에서 산출된 수문곡선을 입력하여 해석하였다.

홍수유출 계산법에는 ① 유량곡선식 및 홍수위 자료를 이용하여 통계처리에 의해 홍수량을 산정하는 방법, ② 강우량 자료를 이용하여 홍수량 산정공식에 의해 홍수량을 산정하는 방법, ③ 타 하천의 홍수량을 이용하여 비유량에 의해 홍수량을 산정하는 방법 등이 있으나 본 구역에는 강우-유출의 실측자료가 전무한 상태이므로 위 방법 중 ②항의 방법을 택하여 홍수량을 산정하였다.

본 연구에서는 유출량 기록자료가 없을 때 사용할 수 있는 기법 중 가장 보편적인 SCS무차원단위도에 의한 홍수량을 산정하였다.

3. 연구 방법

3.1 수리모형실험

본 모형의 제작은 기존 계획에서 시행하고 있는 암거의 단면을 기준으로 각 구간별로 같은 종류의

단면을 아크릴을 이용하여 제작 후 압력에 대하여 저항하기 위하여 아크릴로 제작된 수로를 콘크리트를 타설하여 보강하였다. 본 과업을 수행하기 위해 제작된 모형의 평면도와 물 공급 장치 순환계통도는 다음과 같다.

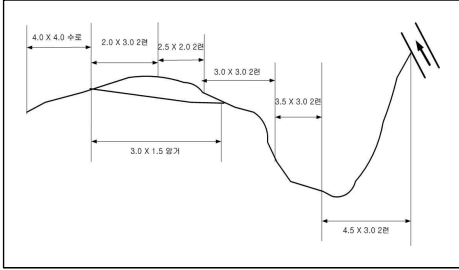


그림 2 모형제작 평면 개략도

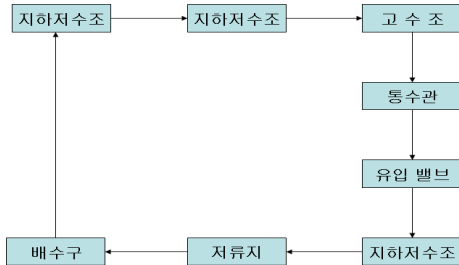


그림 3 물공급장치 순환계통도

각 계통을 살펴보면 지하 저수조와 펌프를 이용하여 모형수로에 요구되어지는 물의 양을 변화시켜가며 공급하였다. 모형실험에서 필요한 유량을 대용량의 수도 펌프를 이용하여 수조로 공급하였으며 수로의 끝에 있는 배수구는 평창강으로 본 고정상개수로로 유입되어 다시 지하 저수조로 연결된다.

저류지는 폭 100cm, 길이 100cm, 높이 100cm의 저류지는 유입된 물이 물공급장치에서 접근수로로 유입될 때 상부수로를 교란시키지 않게 하는 장치로서 물공급장치와 수로의 유입구 사이에 2중의 망을 설치하였다. 펌프를 이용해 지하 저수조로부터 끌어올려진 물은 고수조를 거쳐 일정한 물의 양이 고수로를 관을 통해서 흐르게 되며 유량조절 밸브를 통해서 원하는 유량이 저류지로 공급되게 된다. 수위측정기(Point Gauge)는 길이 1m로 1mm까지 측정이 가능하며 용도에 따라 바늘을 교체하여 사용할 수 있다. 유속계는 미국 Marsh-McBirney 사 제품으로 Model 2000 Portable Water Flowmeter 유속계를 사용하였다. 프로펠러식 유속계로 감도는 $\pm 0.014\text{m/sec}$, 허용오차 $\pm 2\%$ 이며 측정 범위는 $-0.15\text{m/sec} \sim 6\text{m/sec}$ 이다.

본 연구에서 실험에서의 유량 및 유속은 저류지

에서 수로로 유입되는 입구에는 사각 웨어를 설치하여 기존 계획에서 산정한 50년 빈도의 $41\text{m}^3/\text{sec}$ 유량과 금회 재산정한 50년 빈도의 $62.5\text{m}^3/\text{sec}$ 에 대하여 흐르도록 조절하여 실험을 실시하였으며, 암거내의 유하흐름을 파악하기 위하여 투명아크릴을 사용하여 제작하였으며 흐름을 확인하는 구간에는 콘크리트 타설을 하지 않아 흐름파악이 가능하도록 하였다.

그리고 하천 연장에 비하여 암거의 단면이 작아 같은 축척으로 모형을 제작하는 것은 시간적으로나 경제적으로 많이 소요되므로 암거의 축척시 크기를 고려하여 X방향 200 Y방향 25의 왜곡 축척을 사용한 모형으로 제작하여 실험하였다 이에 따른 유속비는 앞장에서 설명한 이론에 의해 8값을 얻었다.

$$X_R = B_R = P_R = 200$$

$$Y_R = H_R = 25$$

$$V_R = \frac{Y_R}{\sqrt{X_R}} = 1.7678$$

$$n_R = \frac{X_R^{1/2}}{Y_R} Y_R^{2/3} \left(\frac{Y_R}{X_R}\right)^{1/2} = 1.71$$

(식 11)

위와 같은 축척과 유속비에 의하여 실험하였다.

3.2 수치해석

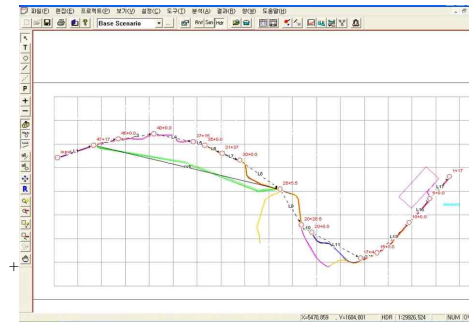


그림 4 관망 입력도

수치해석에 사용된 입력자료는 수리모형실험의 암거 단면과 평면적인 요건과 동일한 경계조건으로 자료입력을 실시하였으며, 다만 모형실험상에서는 하류지역의 침수조건의 모형의 축척등에 의한 여건상 실시하지 못하였으나 수치해석상에서는 자료입력이 용이하여 본 연구에 포함하여 실시하였다. 침수지역의 경계조건은 홍수위에 따른 지형도상의 표고에 따라 침수구역을 설정하여 침수면적으로 자료를 입력하였다.

수리적인 특성을 알기 위하여 수두관을 설치하여 다음과 같은 관측치를 얻었다.

표 1 자료입력별 CASE조건

홍수량빈도	CASE1-1	CASE1-2	CASE2-1	CASE2-2	비고
10년빈도	×	○	×	○	침수허용 여부
50년빈도	×	○	×	○	

4. 결과분석

4.1 수리모형실험 결과분석

본 모형실험에서는 고정상 개수로를 평창강으로 간주하여 평창강의 기준홍수위와 유속이 흐르게 하여 모형수로에 계획유량을 흘려보낸후 흐름이 안정된후 모형의 수두를 측정하여 암거의 수리특성을 파악하였다. 수두측정 위치는 그림5 와 같다.

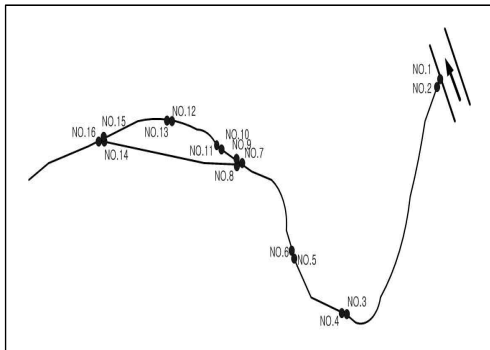


그림 5 수두관 설치 지점도

(1) 고지배수로 자연배수에 따른 암거 만수위 지점 관찰결과

· Case1 : 유량이 $41 \text{ m}^3/\text{s}$ 일 경우 암거는 만수되지 않았으나 수두설치 No.15의 수두가 상승하는 것이 관찰되었다. 이는 군청앞으로 지나는 기준암거와 분류되는 지점으로 이로인하여 No.15에 간헐적으로 압력이 발생한다는 것을 의미 하겠다.

· Case2 : 유량이 $62.5 \text{ m}^3/\text{s}$ 일 경우는 만수위가 되어 암거 상부에 큰 압력을 걸린 것을 확인하였으며, 큰 압력이 발생하여 콘크리트 블록을 올려놓았으나 블록을 밀어 낼정도의 압력이 발생하여 이 음부에서 누수가 발생하였다. 따라서 본 과업에서 산정한 유량에 의하여 설계를 하게 된다면 암거 설치구간이 연장되어져 할 것이다.

(2) 수두관 설치에 따른 수두관 관측결과

표 2 Case1 수두관측결과

수두관 설치No	STA No	관측치(cm)	비고
1	1+17	52	후
2	1+17	52	전
3	17+4.0	38	후
4	17+4.0	37	전
5	20+28.5	32	후
6	20+28.5	33	전
7	25+5.5	24	합류후
8	25+5.5	28	군청앞 암거합류전
9	25+5.5	23	신설암거 합류전
10	31+37.0	12	후
11	31+37.0	11.5	전
12	37+15.0	4	후
13	37+15.0	4.2	전
14	47+17.0	1	군청앞 암거분류후
15	47+17.0	1	신설 암거분류후
16	47+17.0	0	분류전

표 3 Case2 수두관측결과

수두관 설치No	STA No	관측치(cm)	비고
1	1+17	52	후
2	1+17	52	전
3	17+4.0	41	후
4	17+4.0	40	전
5	20+28.5	37	후
6	20+28.5	36.5	전
7	25+5.5	31	합류후
8	25+5.5	32	군청앞 암거합류전
9	25+5.5	35	신설암거 합류전
10	31+37.0	21	후
11	31+37.0	19	전
12	37+15.0	14	후
13	37+15.0	14	전
14	47+17.0	8	군청앞 암거분류후
15	47+17.0	4	신설 암거분류후
16	47+17.0	5	분류전

조건별 수치해석결과 CASE1-1에서는 측정NO.40까지 배수위 영향으로 관의 압력이 발생하는 것으로 해석되었다. 관로상의 홍수위 및 유속을 보면 다음과 같다.

4.2 조건별 수치해석 결과분석

수치 해석 결과에서 표시된 맨위의 실선은 상류레벨에서의 홍수위를 말하며 바로 밑의 점선은하류레벨의 홍수위 이다. 그리고 아래의 실선은 유량을 말하며 점선은 유속을 표시한 것이다.

(1) CASE1-1

수치해석결과 측정NO.40까지 배수위 영향으로

관의 압력이 발생하는 것으로 해석되었다.

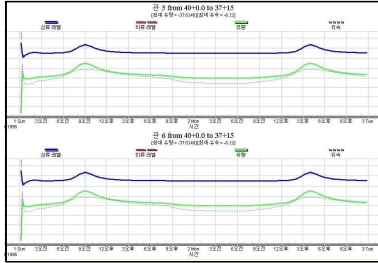


그림 6 관로상 홍수위 및 유속

유입됨에 따라 그 효과가 미미한 것으로 해석되어 CASE2-1의 경우와 유사한 경향을 보였다.

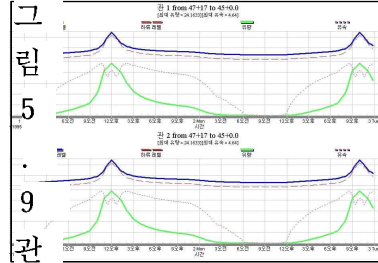


그림 9 관로상 홍수위 및 유속

(2) CASE1-2

본 경우는 하류지역 침수영향을 고려한 경우로 위절에서 동일한 지점에 대하여 배수위 영향이 현저하게 하강함을 확인하였다.

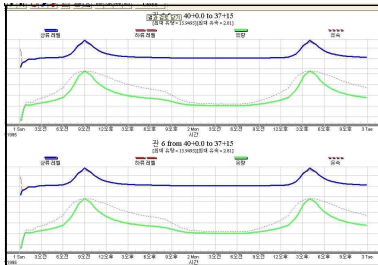


그림 7 관로상 홍수위 및 유속

(3) CASE2-1

50년빈도의 홍수량을 적용한 경우로 암거시점 부까지 배수위 영향을 받는 것으로 해석되었던 큰 수리모형실험상의 해석값과 동일한 경향을 보였다.

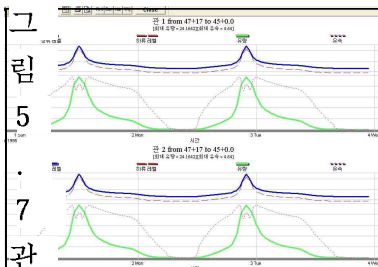


그림 8 관로상 홍수위 및 유속

(4) CASE2-2

50년빈도의 홍수량을 적용하고 하류지역의 침수영향을 고려한 경우로 10년빈도의 경우에서는 하류침수영향을 고려한 경우 그 효과가 명확하였으나 50년빈도의 경우에는 침투홍수량이 가까운 홍수량이

5. 결론

본 연구의 결과 모형실험과 XP-swmm을 이용한 수치해석의 장단점이 있었으며, 암거의 만수에 따른 거동을 다각적으로 해석할 수 있었다. 또한 수치해석결과가 모형실험과 동일한 경계조건으로 수행한 경우 모형실험과 그 결과가 유사한 경향을 보여 만족할 수준의 결론을 유추할 수 있었으며, 다음과 같은 결론을 확인하였다.

- 1) 평창상 배수위 영향으로 관의 수압작용 현상이 10년빈도의 경우 측정No.42까지 영향이 발생하며 50년빈도시 암거 전체구역에 영향이 발생함을 확인하였으며, 이는 수치해석과 모형실험이 유사한 값을 보였다.
- 2) 모형실험과 수치해석의 결과가 유사한 경향을 보였으며, 일반적인 하수관거의 해석을 위한 수치해석방법을 사용하였으나 경계조건에서 암거 조건을 적절하게 설정한 경우 수치해석만으로도 충분한 해석결과 신뢰도를 확인하였다.
- 3) 수치해석시 모형실험에서 고려하기 힘든 하류침수영향 고려가 용이하였으며, 이에 따라 시간에 따른 흐름현상을 해석할 수 있어 암거 역류현상지점과 그 결과를 쉽게 파악할 수 있는 장점이 있음을 확인할 수 있었다.

참 고 문 헌

- [1] “XP-SWMM 매뉴얼”
- [2] “기상청통계연보”, 기상청
- [3] “강원도수해백서”, 강원도, 2003
- [4] “설계홍수량산정을 위한 단위유량도의 합성 방법개발”, 한국건설기술연구
- [5] 윤용남, “공업수문학”, 1998
- [6] “Air Entertainment In Free-Surface Flows”, Edited by Ian R. Wood, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, A.A. Balkema/Rotterdam/Brookfield, 1991.
- [7] A. J. Peterka, “Hydraulic Design of Stilling Basins and Energy Dissipators”, A Water Resources Technical Publication, Engineering Monograph No. 25, United States Department of the Interior, Bureau of Reclamation.
- [8] B.Van Leer, *Towards the ultimate conservative difference scheme. V. A second-order sequel to Godunov’s method*, J.Comput. Phys., vol. 32, pp. 101~136,1979.
- [9] C. L. V Jayatilleke, “The Influence of the Prandtl number and surface roughness on the resistance of the sublayer to momentum and heat transfer”, *Prog. in Heat & Mass Transfer*, Vol. 1, Pergamon Press, 1969.
- [10] C. Y. Wei and F. G. DeFazio, “Simulation of Free Jet Trajectories for the Design of Aeration Devices on Hydraulic Structures”, 4th International Conference on Finite Elements in Water Resources, Hannover, F.R.G., June 21~25, 1982.
- [11] *Civil ENG Guidelines for Planning and Designing Hydroelectric Developments*, Volumel, 2~43 Page.