

중량 앵커리지 블록과 연결된 조립 스테이 케이블의 장력 추정#

Estimation of Tension Forces of Assembly Stay Cables Connected with Massive Anchorage Block

정 운† · 김 남 식*

Jeong Woon and Kim Nam Sik

(2004년 12월 27일 접수 ; 2005년 2월 22일 심사완료)

Key Words : Tension(장력), Cable(케이블), Massive Anchorage(중량 앵커리지), Back Analysis(역해석), Direct Search Method(직접법), Univariate Method(단변량법), Vibration Method(진동법), Tension Formula(장력식)

ABSTRACT

In this paper, the tension of assembly stay cable connected with massive anchorage block was calculated through back analysis of in-situ frequencies measured from a stadium structure. Direct approach to back analysis is adopted using the univariate method among the direct search methods as an optimization technique. The univariate method can search the optimal tension without regard to the initial ones and has a rapid convergence rate. To verify the reliability of back analysis, Tension formulas proposed by Zui et al. and Shimada were used. Tensions estimated by three methods are compared with the design tension, and are in a reasonable agreement with an error of more or less than 15%. Therefore, it is shown that back analysis applied in this paper is appropriate for estimation of cable tension force.

기 호 설 명

A : 단면적

$$C = \sqrt{\frac{EIg}{wL^4}}$$

δ : 케이블의 sag 대 경간의 비(sag/케이블의 수평방향 길이)

ϵ_T : 허용오차값

EI : 케이블의 휨강성

f_k^i : 단계 i 에서의 케이블 k 차 계산진동수

f_1 : 1차 고유진동수

\bar{f}_k : 케이블의 k 차 계측진동수

f : 케이블의 n 차 진동모드의 진동수

g : 중력가속도

$$\Gamma = \sqrt{\frac{wL}{128EA\delta^3 \cos^5 \theta} \left(\frac{0.31\zeta + 0.5}{0.31\zeta - 0.5} \right)}$$

$h(x, t)$: 케이블의 동적장력

k : 계측점

λ_i^* : 단계길이(step length)

L : 케이블의 길이

N : 계측점의 개수

n : 케이블의 진동모드 차수

θ : 케이블의 경사각

S_i : 탐색방향

T : 케이블의 초기도입장력

u_k : 계산치

† 책임저자 : 정희원, 현대건설기술개발원

E-mail : maskwj@hdec.co.kr

Tel : (031) 280-7211, Fax : (031) 280-7061

* 정희원, 부산대학교 토목공학과

이 논문은 2004 추계학술대회에서 우수발표논문으로 추천되었음.

\bar{u}_k : 계측치

w : 케이블의 단위길이당 중량

$y(x)$: 케이블의 정적평형상태 형상

$$\zeta = L\sqrt{\frac{T}{EI}}$$

1. 서 론

최근에 건설산업 분야에서는 컴퓨터의 보편화 및 상용 유한요소 프로그램의 보급과 더불어 설계 및 제작, 시공기술이 발달하여 사장교, 현수교 등의 장대교량과 대형 경기장과 같은 대공간 구조물 형식이 증가하고 있다. 이러한 구조물 건설시 대부분의 하중을 지지하는 부재로 주로 케이블이 사용되고 있으며 구조물의 안전시공을 위하여 케이블에 설계장력을 도입하고 조정해야 한다. 따라서, 건설현장에서 케이블의 장력을 측정해야 하며 또한 완공 후에도 구조물의 유지, 보수 관리 측면에서 케이블의 장력을 측정해야 한다.

현재까지 케이블의 장력을 측정하는 방법은 크게 실험에 의한 직접적인 방법과 이론식에 의한 간접적 방법이 있다. 실내, 현장 실험에 의해 측정하는 방법으로는 유압잭(hydraulic jack)이나 로드셀(load cell), 스트레인 게이지(strain gauge)를 이용하는 것이다. 그러나 이러한 방법은 케이블의 긴장이 완료된 이후에는 적용이 매우 제한되어 있다. 이론식에 의한 측정 방법으로는, 정적인 방법으로 케이블의 처짐을 측정하여 장력을 측정할 수 있으나 케이블의 실제 처짐을 측정하기 어렵고 이에 따른 오차가 많으므로 잘 사용되지 않는다. 동적인 방법으로 케이블의 진동신호로부터 고유진동수를 측정한 후 고유진동수와 장력과의 관계를 회귀분석을 통하여 구한 장력식(tension formula)으로부터 장력을 측정하는 진동법(vibration method)이 있다. 이 방법은 접근이 용이한 케이블 단부 근처에 센서를 설치할 수 있고 비교적 저가의 가속도 센서를 사용하며 차량하중, 풍하중 등에 의한 상시진동 및 인력가진, 가진기와 같은 강제진동에 의해 쉽게 수행될 수 있으며 시공 및 완공 후에도 장력을 측정할 수 있어서 일반적으로 사용되고 있다.

현재 케이블 장력 측정에 일반적으로 사용되고 있는 진동법은 1995년 Shimada가 상시비동법으로 케이블의 고차진동모드 고유진동수를 측정하여 장력을 계산하는

방법에 대해 연구하였으며,⁽¹⁾ 1996년에는 Zui, Shinke 와 Namita가 Irvine의 현이론에 의한 장력식에 근거하고 케이블의 경사각과 물성치 등의 변화에 따른 다양한 경우에 대해 보정값을 경험적, 실험적인 방법으로 산정하여 개선한 장력식에 대해 연구하였다.⁽²⁾ 그러나 이러한 연구들은 가장 단순한 케이블의 경우에만 국한하여 식을 유도하였거나, 개발된 이론식을 실험치와 유사한 값을 갖도록 보정한 경우이다.

따라서, 이 연구에서와 같이 중량 앵커리지 블록과 연결된 케이블의 경우에는 진동모드형상과 진동모드 차수 식별곤란으로 인하여 케이블의 유효길이와 단위 중량을 결정하기 어렵기 때문에 장력식들을 적용하기가 어렵다. 이에 이 연구에서는 보다 일반적으로 적용할 수 있는 간접적인 방법의 하나로, 시공 및 완공시에 측정된 계측자료를 분석하여 파악하는 역해석(back analysis) 기법을 적용한다. 이 역해석에 대한 연구는 Cividini, Hisatake, Sakurai, Gioda 등에 의해 주도되었으며 크게 직접법(direct method)과 역산법(inverse method)으로 구분되어 현재 지하 구조체의 안정성 해석에 관한 문제를 포함한 암반 및 터널공학의 여러 문제에 대하여 연구되고 있다.^(3~5)

이 연구에서는 역해석 기법 중 다양한 문제에 적용가능하고 또한 기존의 상용 유한요소 프로그램을 사용하여 간단한 보정만으로 적용할 수 있으며 복잡한 수학적 배경이 없이 비선형문제를 해결할 수 있고⁽³⁾ 일반적인 수학적 프로그램의 기본 알고리즘을 그대로 사용할 수 있다는 장점이 있는 반면에 반복 작업에 의한 시간소모가 많다⁽⁴⁾는 단점이 있는 직접법을 이용한다. 이 기법은 계측치와 계산치의 차이로 구성되는 오차 함수(error function)를 목적함수(object function)로 정의, 이를 최소화하기 위하여 최적화 알고리즘과 보정계수를 사용한다. 그리고 최적화 알고리즘으로는 비제약 최적화기법의 일종인 직접 탐색법(direct search method) 중 한번에 하나의 변수만을 변화시키면서, 최적해를 찾아가는 단변량법(univariate method, 참고문헌 (6))을 적용한다. 장력 추정 대상은 튜니스 올림픽 주경기장 케이블이며 이에 대해 역해석 기법을 이용하여 케이블의 미지값인 장력을 추정하고 역해석 기법 적용과정에서 구한 진동모드 형상을 근거로 하여 케이블의 유효길이와 단위 중량을 결정한 후 진동법에 의해 장력을 추정하여 역해석 기법에 의한 장력과 비교 분석한다.

2. 역 해 석

2.1 최적화 기법

Fig. 1은 직접탐색법의 최적점(optimal point)을 탐색하는 과정을 보여주는 그림이다. 그림에서 연속되는 점들을 연결한 실선은 단변량법을 나타내는 것으로, 최적점을 찾기 위한 탐색은 좌표축에 평행한 방향을 따라서 수행된다. 특히, 이 방법은 변수의 수가 적은 경우에 아주 적합한 것으로 알려져 있다.⁽⁶⁾

그림에서 교대되는 점들(1, 3; 2, 4; 3, 5; 4, 6; ...)을 연결한 점선의 연장선의 교점은 각 단계에서의 최적점이 된다. 단변량법으로 연속되는 점 1, 2, 3을 탐색한 후 점 3과 시작점인 점 1과의 차이를 이용하여 다음 단계의 시작점을 찾는 과정을 반복하게 된다.⁽⁷⁾

2.2 최적화 절차

최적화 기법은 식 (1)로 정의되는 오차함수인 목적함수의 최소화 방법에 의하여 미지의 변수를 역해석한다.

$$Error = \sqrt{\sum_{k=1}^N |u_k - \bar{u}_k|^2} \quad (1)$$

일반적으로 반복연산과정을 포함한 최적화 알고리즘의 절차는 다음과 같다.

1단계 : 미지 매개변수 $X_i (i=1)$ 의 초기치를 설정한다.

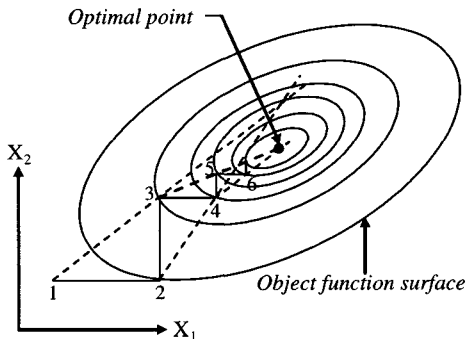


Fig. 1 Searching process of optimal point⁽⁶⁾

2단계 : X_i 에 대하여 목적함수를 계산한다.

3단계 : 식 (2)에 의해 미지 매개변수의 다음단계 값 X_{i+1} 을 계산한다.

$$X_{i+1} = X_i + \lambda_i^* S_i \quad (2)$$

4단계 : X_{i+1} 에 대하여 목적함수를 계산한다.

5단계 : 최적점 수렴기준 여부를 검토하여 최적점이면 반복연산과정을 종료하고 그렇지 않으면 $i=i+1$ 로 증가시킨 후 3단계로 돌아가 반복연산과정을 계속한다.

3. 진동법

일반적으로 진동법은 케이블의 동적 미분방정식으로부터 케이블의 휨강성, sag, 케이블의 경사각, 동적장력 등의 영향을 고려하여 구한 장력식을 이용하며, 케이블의 진동특성에 따른 고유진동수를 현장에서 측정하여 이를 장력식에 적용하거나 회귀분석을 통한 추세선을 장력식과 비교함으로써 케이블의 장력을 추정한다.

Fig. 2와 같은 케이블 모델에서 시간 t , 케이블 하단부로부터 거리 x 만큼 떨어진 지점에서 케이블 현의 수직방향 동적변위 $v(x, t)$ 에 대한 운동방정식은 식 (3)과 같이 구성된다.⁽⁸⁾

$$T \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} + h(x, t) \frac{d^2 y(x)}{dx^2} - EI \frac{\partial^4 v(x, t)}{\partial x^4} = \frac{w}{g} \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t^2} \quad (3)$$

식 (3)의 미분방정식을 케이블의 여러 조건의 영향을 고려하여 풀면 다양한 장력식이 유도되며 이 연구에서는 다음의 Zui et al.과 Shimada에 의해 유도된 장력식을 적용한다.

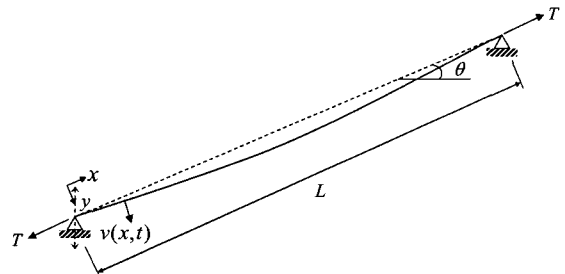


Fig. 2 General simply supported cable model

3.1 Zui et al.의 장력식

Zui 등이 제안한 간략식은 케이블의 성질을 나타내는 부차원항으로서 ξ , Γ 를 사용하며 ξ 는 휨강성, Γ 는 sag의 영향을 나타내는 인자이다. 케이블의 sag와 동적장력이 클 때($\Gamma \leq 3$)는 1차 고유진동(대칭 1차)수의 변화에 따라 케이블 장력이 민감하게 변한다. 따라서, 1차 고유진동수 측정 오차에 의해 장력 오차가 크다. 반면, 2차모드(역대칭 1차)에서는 그 영향을 무시할 수 있으므로 2차 진동모드에 대한 근사식을 사용한다. 또한, 케이블의 sag와 동적장력이 작을 때($\Gamma \geq 3$)는 1, 2차 진동모드 어떤 것이나 사용가능하나 이 경우는 케이블에 도입된 장력이 커서 대칭 1차 진동을 발생시키기가 더 용이하므로 1차 진동모드에 대한 근사식을 사용한다. 이 연구에서는 $\Gamma \geq 3$, $\xi \geq 17$ 인 경우 즉, 케이블 sag와 동적장력을 무시할 수 있는 경우이므로 식 (4)를 사용하여 장력을 추정한다.

$$T = \frac{4w}{g} (f_1 L)^2 \left[1 - 2.20 \frac{C}{f_1} - 0.550 \left(\frac{C}{f_1} \right)^2 \right]; (17 \leq \xi, 3 \leq \Gamma) \quad (4)$$

3.2 Shimada의 장력식

Shimada는 장력을 추정하기 위해 다중 진동모드를 사용하였다. 케이블의 동적 미분방정식 (3)으로부터 다음 식 (5)와 같은 장력식이 유도되며 이 식을 살펴보면 $\left(\frac{f_n}{n}\right)^2$ 과 n^2 이 1차의 선형관계로 회귀됨을 알 수 있다. 따라서, 케이블의 진동수와 진동모드차수의 1차 선형 회귀 특성(Fig. 3)을 이용하여 1차 선형 회귀식의 y절편 b 를 구하여 식 (6)과 같이 장력을 추정할 수 있다.

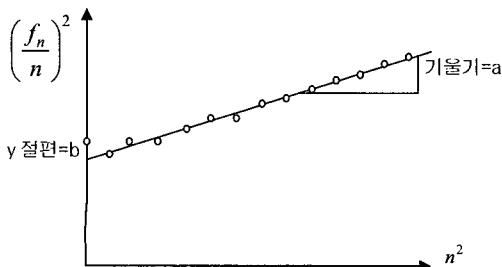


Fig. 3 Linear regression for measured frequencies

$$\left(\frac{f_n}{n}\right)^2 = \frac{Tg}{4wL^2} + \frac{n^2 \pi^2 EIg}{4wL^4} = b + a \cdot n^2 \quad (5)$$

$$T = 4mL^2 \cdot b \quad (6)$$

4. 실케이블 장력 추정예

장력추정 대상 구조물인 튀니스 올림픽 주경기장의 전경이 Fig. 4에 나타나 있다. 이 경기장은 북아프리카 지중해 연안에 위치한 튀니지아의 수도 튀니스에 있으며 6만석 수용규모이다. 주경기장의 지붕 구조물은 Fig. 4와 같이 8개의 파일론(pylon)으로 지지되는 트러스와 케이블로 되어 있으며 각 파일론은 Fig. 5과 같이 한 개의 back stay 케이블과 2개의 front stay 케이블로 구성되어 있다. 각 front stay 케이블은 다시 2개의 케이블로 지지된다. back stay 케이블은 케이블과 조립연결부재(assembly)로 되어 있으며 케이블의 길이는 60.603 m로 일정하고 조립연결부재의 길이에 따라 약간씩 전체길이에 차이가 있다. 이 조립연결부재는 eye bolt, pre-tension ring, turnbuckle,

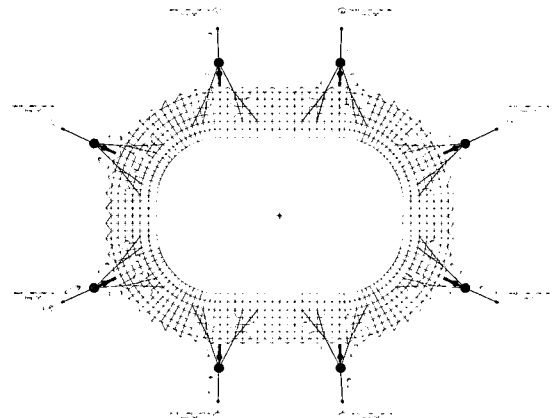


Fig. 4 Landscape of main stadium and plan of roof truss

thread rod, fork로 구성되어 있다. 주경기장의 8개 back stay 케이블이 장력추정대상이며 제원 및 설계 장력이 Table 1에 나타나 있고 케이블의 중량은 조립연결부재를 제외한 케이블만의 중량이다.

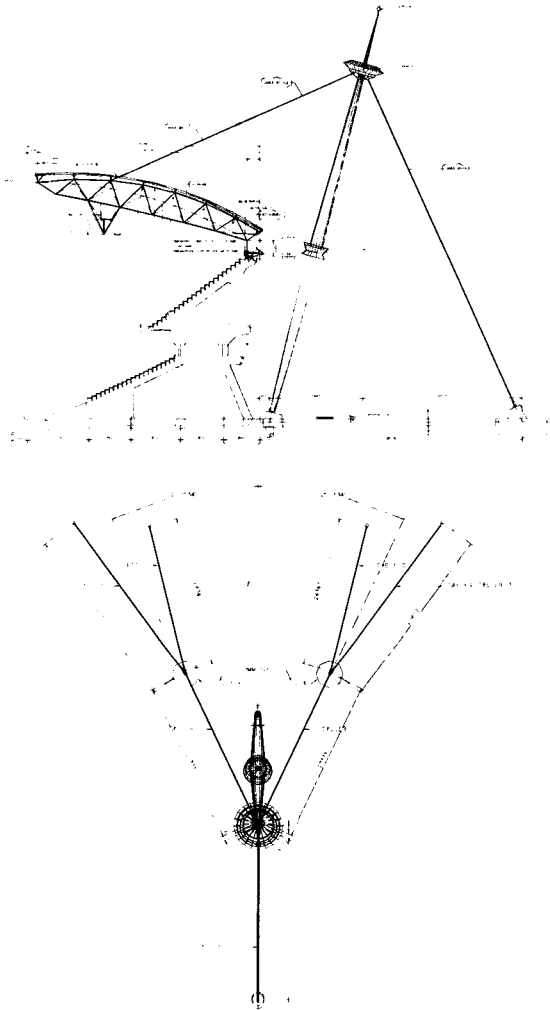


Fig. 5 Side and plan of pylon

이 연구에서는 back stay 케이블을 조립 스테이 케이블, 조립연결부재를 중량 앵커리지 블록으로 칭한다.

주경기장의 8개 조립 스테이 케이블에 대해서 역해석과 진동법을 수행하여 장력을 추정하는 방법은 다음과 같다.

4.1 역해석

Fig. 7은 단변량법에 의한 최적화 절차 흐름도를 나타낸다. 미지 매개변수는 케이블 장력 T_i 이며 초기치는 설계장력 ± 임의의 장력 상수값이다. 단계길이 (step length) λ_i^* 및 보정계수 β_i 는 각각 식 (7), (8)과 같다. 탐색방향 S_i 는 1로 한다. 그리고 수렴기준은 식 (10)과 같이 미지 매개변수 T_i 의 상대오차로 정한다.

$$\lambda_i^* = T_i(\beta_i - 1) \tag{7}$$

$$\beta_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{f_k}{f_k^i} \tag{8}$$

$$S_i = 1 \tag{9}$$

Table 1 Design tensions and properties of back stay cable in main stadium

Cable ID	Cable length [m]	Cable weight [kN/m]	Design tension[kN]
C1/A-112	65.901	0.96687	4481.34
C1/A-120	65.937		4471.54
C1/A-144	65.915		4500.95
C1/A-152	65.917		4520.57
C1/B-104	65.971		4961.84
C1/B-128	65.957		5079.51
C1/B-136	65.923		5059.90
C1/B-160	65.981		4991.25

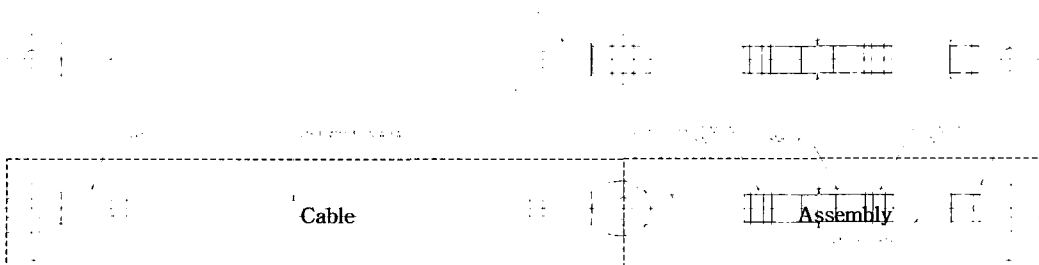


Fig. 6 Plan of back stay cable

$$\frac{|T_{i+1} - T_i|}{T_i} \leq \epsilon_T \quad (10)$$

Fig. 8은 상용유한요소 FEM 프로그램에서 모델링된 정해석을 위한 조립 스테이 케이블을 나타내고 있다. 이 모델은 트러스와 보 요소로 구성되며 고유치 해석으로 케이블의 고유 진동수가 계산된다.

Fig. 9, 10은 조립 스테이 케이블 C1/B-128의 장력 초기치에 대하여 계측진동수와 계산진동수로 구성된 식 (1)을 목적함수로 하여 식 (10)을 수렴기준으로 Fig. 7의 역해석 과정 흐름도에 따라 추정된 장력의 수렴과정을 보여준다. 계측진동수의 개수 N에 관계없이 장력이 5200 kN 정도로 수렴되고 있다. 그러므로, 케이블 모델이 실제의 조립 스테이 케이블의 동적특

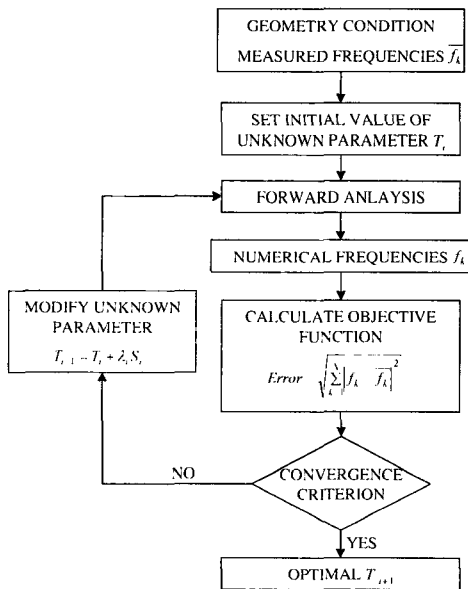


Fig. 7 Flow chart of optimization procedure of univariate method

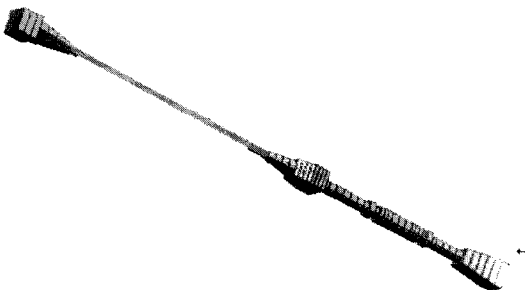


Fig. 8 Assembly stay cable FEM model

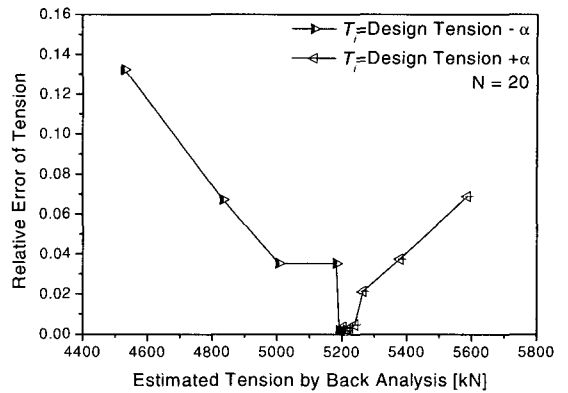


Fig. 9 Tension convergence of C1/B-128 according to initial tensions

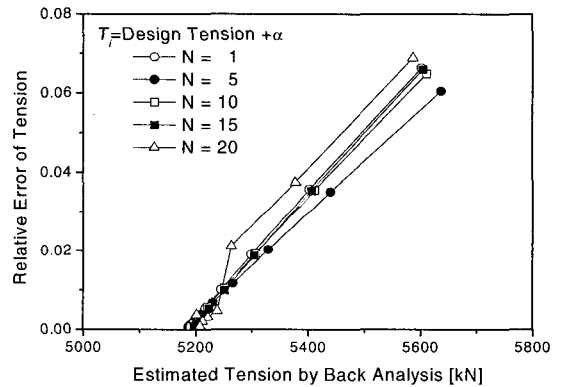


Fig. 10 Tension convergence of C1/B-128 according to N

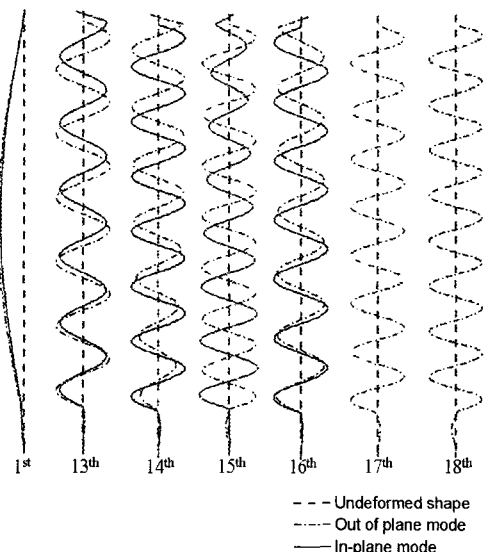


Fig. 11 Mode shape of assembly stay cable FEM model

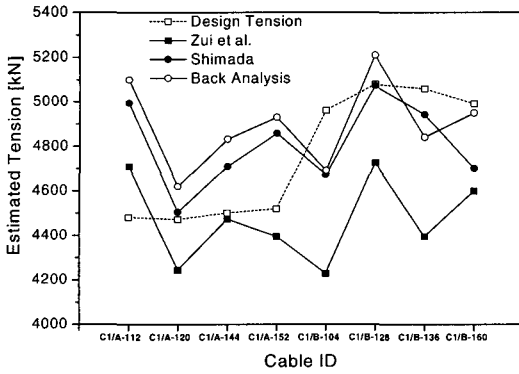


Fig. 12 Estimated tensions

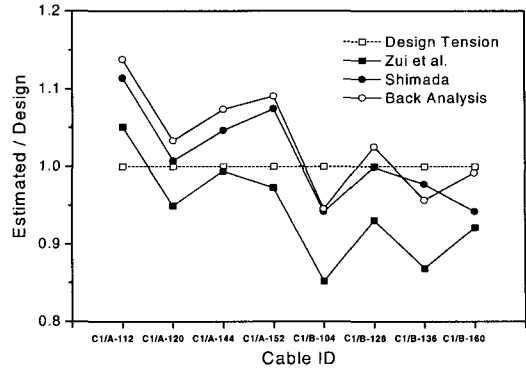


Fig. 13 Tension differences

Table 2 Estimated tensions and tension differences

Cable ID	Design tension [kN]	Zui et al.		Shimada		Back analysis	
		Tension [kN]	Difference [%]	Tension [kN]	Difference [%]	Tension [kN]	Difference [%]
C1/A-112	4481.34	4709.82	5.1	4994.20	11.4	5100.10	13.8
C1/A-120	4471.54	4244.04	-5.1	4504.88	0.7	4619.61	3.3
C1/A-144	4500.95	4473.50	-0.6	4709.82	4.6	4832.40	7.4
C1/A-152	4520.57	4396.03	-2.8	4857.89	7.5	4930.46	9.1
C1/B-104	4961.84	4228.35	-14.8	4671.58	-5.8	4690.21	-5.5
C1/B-128	5079.51	4726.49	-6.9	5072.64	-0.1	5207.97	2.5
C1/B-136	5059.90	4396.03	-13.1	4943.20	-2.3	4840.24	-4.3
C1/B-160	4991.25	4599.01	-7.9	4701.00	-5.8	4950.07	-0.8

차수와 형상 식별의 어려움 때문에 장력추정의 주요 변수인 케이블의 유효길이와 단위중량을 결정하기가 어렵다. 이는 Fig. 11과 같은 역해석 과정에서 수행된 FEM 해석에 의한 진동모드형상을 참조함으로써 해결한다. 해석결과로부터 1차와 13~18차 진동모드에서 케이블의 중량 앵커리지 블록이 케이블에 비하여 거의 움직이지 않는 것으로 판단되어 Zui et al.의 장력식에는 1차, Shimada의 장력식에는 13~18차 진동모드를 사용하고 케이블의 유효길이와 단위중량은 중량 앵커리지 블록을 제외한 케이블 자체만을 고려한다.

4.3 추정장력 비교

Fig. 12, 13과 Table 2에 추정장력과 설계장력에 대한 장력차이가 나타나 있다. 설계장력에 대한 케이블 추정장력의 차이는 Zui et al.의 장력식에서는 -14.8~5.1%, Shimada의 장력식에서는 -5.8~11.4% 그리고 역해석에서는 -5.5~13.8%로 도출되었다.

5. 결 론

이 연구에서는 케이블이 상당히 큰 강성을 갖는 중량 앵커리지 블록으로 연결된 경우에 대하여 역해석 기법과 진동법을 적용하여 장력을 추정한다. 이 추정 장력값들은 설계장력에 대하여 대략 ±15% 이내로 도출되어 이 연구에서 적용한 역해석 기법이 케이블 장력을 추정함에 있어서 타당함을 알 수 있다. 또한, 진동법은 작은 측정오차뿐만 아니라 선택된 진동모드에 따라 추정 장력값의 변화가 크게 나타나는 반면에 역해석 기법은 매우 안정적이며 신뢰할만하다.

향후로는 이런 특수한 케이블에 대한 미분 운동방정식을 유도하고 이로부터 장력식을 제안하여 적용하며, 케이블 모형 제작에 의한 실내실험에 의해 검증할 것이다.

후 기

이 연구는 “튜니지아 스포츠 센터 건립 현장”의 도움으로 실험이 수행 되었으며 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

(1) Shimada, T. 1995, A Study on the Maintenance and Management of the Tension Measurement for the Cable of Bridge. Ph.D Dissertation, Kobe University.

(2) Zui, H., Shinke, T. and Namita, Y., 1996, Practical Formulas for Estimation of Cable Tension by Vibration Method. ASCE Journal of Structural Engineering 122(6): pp.651~656.

(3) Gioda, G. and Maier, G., 1980, Direct Search Solution of an Inverse Problem in Elastoplasticity: Identification of Cohesion, Friction Angle and In-situ Stress by Pressure Tunnel Test. Int. J. Num. Meth. Engineering. 15: pp.1823~1848.

(4) Cividini, A., Jurina, L. and Gioda, G., 1981, Some Aspects of Characterization Problems in

Geomechanics, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr. 18(6): pp.487~503.

(5) Sakurai, S. and Takeuchi, K., 1983, Back Analysis of Measured Displacements of Tunnels. Rock Mech. and Rock Eng. 16: pp.173~180.

(6) Rao, S. S. 1996, Engineering Optimization - Theory and Practice : Wiley-Interscience.

(7) Jeon, Y. S. and Yang, H. S., 2004, Development of a Back Analysis Algorithm Using FLAC. Int. J. of Rock Mech. and Min. Sci. 41: pp.441~442.

(8) Irvine, M. 1981, Cable Structures. New York: Dover Publications Inc.

(9) Kim, M. K. and Jang, J. B., 1995, A Forward and Back Analysis of Underground Structures by the Coupled Method of Finite Elements and Boundary Elements. J. of Korean Society of Civil Engineers Vol.15, No.6, pp. 1743~1753.

(10) Kim, N. S. and Jeong, W., 2002, Evaluation of Tension Force of Stay Cables Using Vibration Method. Trans. of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering. Vol.12, No.12, pp. 956~963.