

## 소형 재료시험기의 모델링 및 진동 제어

### Modeling and Vibration Control of the Miniature Universal Testing Machine

복진\* · 김영식\* · 권현규\*\* · 김인수\*\*\* · 최성대\*\*

Jin Bok, Yeung-Shik Kim, Hyeon-kyu Kweon, In-Soo Kim and Seong-Dae Choi

(2004년 10월 9일 접수 : 2005년 2월 24일 심사완료)

**Key Words** : Bimorph type Piezoelectric(바이몰프형 압전소자), MUTM(소형재료시험기), Hysteresis Model(히스테리시스 모델), Sliding Mode Control(슬라이딩모드제어)

#### ABSTRACT

This paper proposes the modeling scheme of the Miniature Universal Testing Machine (MUTM) composed of 36 thin-beam-type bimorph PZTs and the control algorithm to minimize the residual vibration of the MUTM in the dynamic testing of specimens. In the operation of the MUTM, hysteresis, residual displacement and vibration of it are major issues. From the analysis of the MUTM behaviors, the hysteresis is described by the curving fitting scheme with the function of an input voltage. The dynamic characteristics of the MUTM are identified by the frequency domain modeling technique based on the experimental data. The interested bandwidth is focused on 125-315HZ for effective modeling and control. For the robust vibration control of the MUTM, the sliding mode control and the Kalman filter as observer are proposed. The paper also proposes the best input signal type to operate the MUTM effectively. The feasibility of the proposed modeling scheme and control algorithm are tested and verified experimentally.

#### 1. 서론

기계재료의 성질을 분석하기 위해 만능시험기(UTM)는 널리 사용되고 있다. 그러나 MEMS와 나노 기술의 발달로 소형 기계재료, 고분자 재료 등의 물성치 분석과 미세한 힘까지 제어 가능한 소형 재료 시험기<sup>(1)</sup>가 요구되고 있다. 특히 나노 기술의 중요 역할을 하고 있는 스마트 재료로써 압전소자<sup>(2)</sup>를 대표적인 예로 들 수가 있다. 압전소자의 형태는 큰

힘을 낼 수 있는 직층형과 적용형태에 따라 변위의 양이 결정되는 바이몰프형 등으로 구분될 수 있다. 이 연구에서는 대변위와 힘을 동시에 얻도록 36개의 바이몰프형 압전소자를 다층으로 조합하여 만능시험기를 구성하였으며, 하나의 입력으로써 전체의 바이몰프형의 압전소자를 제어할 수 있도록 하였다. 바이몰프형 압전소자는 큰 변위를 얻을 뿐만 아니라 미세한 힘까지 제어하는데 상당한 유용성이 있다. 그러나 압전소자의 큰 장애인 히스테리시스 현상과 잔류 변위는 정밀 제어에 상당한 걸림돌이 되고 있다. 이런 장애를 보완하기 위해 Kaizka는 입력과 시스템 사이에 커패시터를 직렬로 연결하여 비선형성을 줄였으나 높은 인가전압을 요하는 단점이 있었다.<sup>(3)</sup> 그리고 Goldfarb의 맥스웰 모델,<sup>(4)</sup> Jouaneh의 프리사체 모델,<sup>(5)</sup> Tzen는 지수함수에 접근해서 히스테리시스를 표현하였다.<sup>(6)</sup> 하지만 바이몰프형의 압전소자는 아주

† 책임저자 : 정회원, 금오공과대학교 기계공학부  
E-mail : yskim@kumoh.ac.kr

Tel : (054) 478-7346, Fax : (054) 478-7319

\* 정회원, 금오공과대학교 대학원 기전공학과

\*\* 금오공과대학교 기계공학부

\*\*\* 정회원, 금오공과대학교 기계공학부

미세한 외란과 전압에 민감하여 불확정 변수들을 많이 생성한다.

이 논문에서는 MUTM의 거동 분석을 통해 새로운 히스테리시스 보상기를 제안하고, 동특성은 주파수 영역에서 커브피팅 방법으로 모델링하여 그 특성을 규명하고자 하며, 슬라이딩 모드 제어기를<sup>(7)</sup> 도입하여 잔류진동 및 외란에 강한 제어기를 개발하고자 한다. 마지막으로 모델링과 제어기를 통해서 시험기의 구동에 가장 효과적이고 안정적인 입력 신호를 제시하고자 한다.

## 2. 시스템 모델링

### 2.1 만능시험기

단일개의 바이폴프형 PZT의 길이가 33 mm 이인 PZT를 제작하였다. PZT의 결합은 작동봉에 홈을 내어 PZT 액추에이터를 끼워 맞추는 형태이며, 작동봉의 직경은 5 mm, 작동봉과 액추에이터의 중첩부의 크기는 1.5 mm이다. Fig. 1에서 보여주는 소형 만능

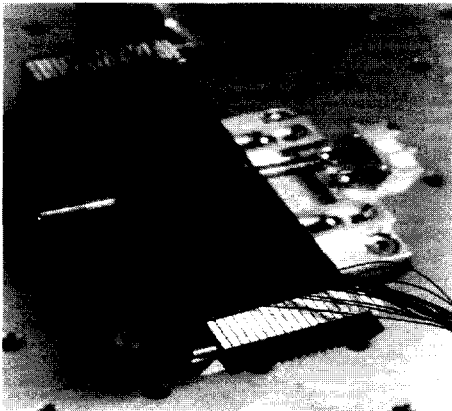


Fig. 1 Picture of the MUTM

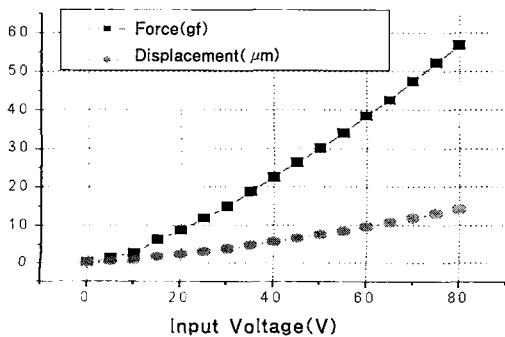


Fig. 2 Force/displacement vs. input voltage

재료시험기는 바이폴프형 PZT 액추에이터 36개를 결합한 것이며 케이스의 크기는 99×34×22(mm)이다. 시편을 고정 후 0-80 volt 구간의 전압을 시스템에 인가하였을 때의 출력을 Fig. 2에 나타내었다. 이 연구에서는 MUTM의 전면에 갭센서를 시편의 후면에는 로드셀을 각각 설치하여 시험기의 힘과 변위를 측정하도록 하였으며, 허용 최대인가전압인 80 V를 MUTM에 인가하였을 때 힘과 변위는 각각 56.0 gf와 14.0 μm임을 확인 할 수 있었다. Fig. 3은 이 실험을 수행하기 위한 구성도이다. 한편 재료시험기에는 전압 증폭기를 사용하여 증폭된 신호를 인가하였다.

### 2.2 히스테리시스 모델링

시스템을 정밀 제어하기 위해서는 정확한 시스템 규명이 선행 되어야 한다. 압전소자로 구성된 본 MUTM시스템은 히스테리시스 특성과 동특성을 동시에 가지고 있다. Fig. 4는 일정한 값으로 줄어드는 삼각과 입력에 따른 시스템의 히스테리시스 거동을 나

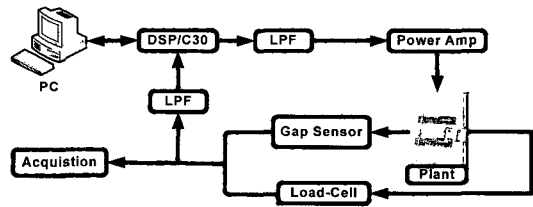


Fig. 3 Schematic of the experiment

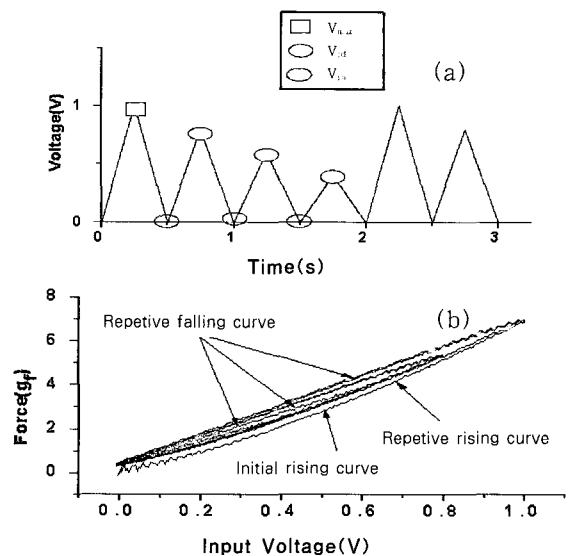


Fig. 4 Hysteresis behavior: (a) triangle-type input (b) measured-hysteresis loop

타내며, 이 응답으로부터 다음과 같은 특징을 파악하였다. 첫째는 입력 전압과 출력 값(변위와 힘)사이의 히스테리시스 거동은 초기 상승, 반복 하강, 반복 상승으로 크게 세 부분으로 나뉘어 지는 것을 알 수가 있다. 둘째는 입력 전압의 최대값( $V_{max}$ )이 변화할 때 히스테리시스 곡선의 형태는 최대값( $V_{max}$ )에 의해 달라진다. 마지막으로 히스테리시스 특성 중에서 잔류 변위와 힘의 값이  $V_{max}$ 에 의해 달라지며 이 값은 입력 전압에서 가장 큰 값을 의미한다. 우선 히스테리시스 특성만을 측정하기 위해서 동특성을 배제할 수 있는 낮은 주파수의 삼각파 신호를 입력 전압으로 사용하였다.

이 연구에서는 이와 같은 몇 가지 특징들을 이용하여 히스테리시스 곡선을 크게 두 가지 상승과 하강 형태로 분리하여 각각을 2차 함수<sup>(8)</sup>로 식 (1)과 (2)와 같이 표현하였다.

$$X_r = D_r + C_{r1} \times V_{in} + C_{r2} \times V_{in}^2 \quad (1)$$

$$X_f = D_f + C_{f1} \times V_{in} + C_{f2} \times V_{in}^2 \quad (2)$$

여기서  $V_{in}$ 은 입력전압,  $X_r$ 과  $X_f$ 은 각각 상승과 하강 시의 출력 값,  $D_r$ 과  $D_f$ 는 각각 상승과 하강 시의 잔류 값,  $C_{r1}$ 과  $C_{r2}$ 는 각각 상승곡선 계수,  $C_{f1}$ 과  $C_{f2}$ 는 각각 하강곡선 계수들이다. Fig. 5는 상승과 하강 함수의 계수를 커브피팅(curve fitting)한 그래프들이다. 다양한 입력전압의 변화에 대해 히스테리시스 특성을 정확히 모델링 하기 위해 각 계수들은 입력전압의 변화의 함수로 표현되어야 한다. 앞에서 밝힌 바와 같이 히스테리시스 곡선은 연속적인 입력전압의 변화에서  $V_{max}$ 에 의해 전체 곡선의 형태와 잔류 변위/힘 값이 달라진다. 우선 입력전압의 변곡점  $V_b$ 변화에 따른 히스테리시스 곡선의 형태 변화와 잔류 변위/힘 값의 크기를 파악하기 위해 Tms320/C30 DSP 보드에서 주파수가 2 Hz로 고정된 삼각파를 6 Volt부터 54 Volt까지 6 Volt씩 증가시켜 히스테리시스 거동을 각각 측정하였다. 각각의 히스테리시스 거동을 측정하여 상승함수  $X_r(V_{in})$ 와 하강함수  $X_f(V_{in})$ 의 각 계수들  $D_r, D_f, C_{r1}, C_{r2}, C_{f1}, C_{f2}$ 은 순서도는 Fig. 6에 나타난 방법에 결정하였다. 이 값들은  $V_{max}$  함수로 표현됨을 알 수 있었고, 각 계수들은 각각의 커브피팅을 통하여 결정되었다. 순서도에서 새로운  $V_{max}$ 란 현재의  $V_{max}$  값보다 더 큰

$V_{pd}$  전압이 인가되는 경우의 전압이다.

### 2.3 동특성 모델링

MUTM을 이용하여 시편의 동하중 실험을 위해서는 먼저 MUTM의 동특성을 파악하여 실시간 동하중을 제어할 수 있어야 한다. 따라서 MUTM의 동특성을 파악하기 위해 주파수 응답을 실험을 통해 취득하고 이를 기초로 시스템을 모델링 하였다. 주파수 응

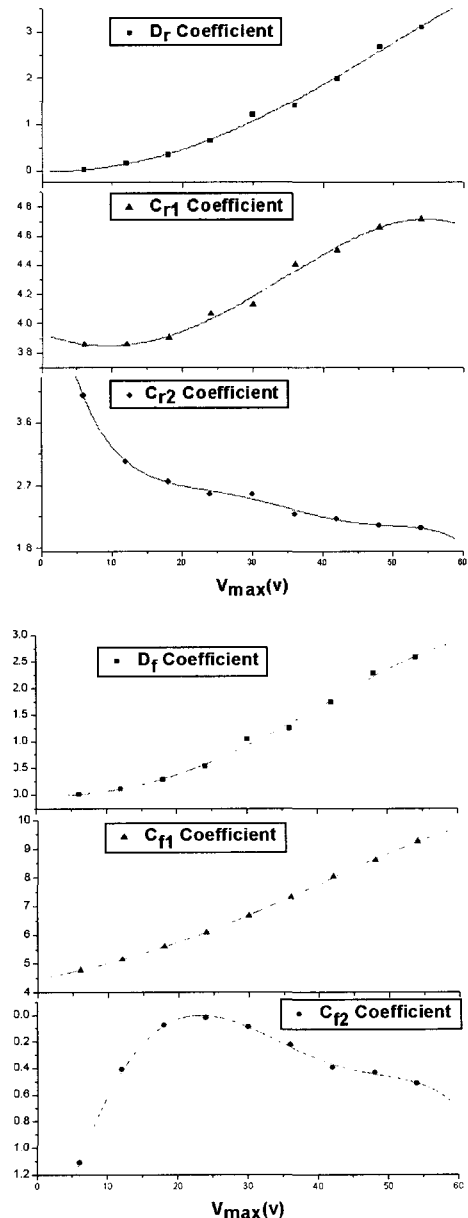


Fig. 5 Coefficients for the hysteresis loop modeling

답을 이용하여 동특성을 규명하는 기법 중 커브피팅을 matrix-fraction description을 사용하여 모델링 차수를 낮추도록 하였다.<sup>(9)</sup>

Fig. 7은 실제 시스템의 주파수 응답과 모델링 된 시스템의 주파수 응답을 함께 나타내며, 시스템 모델

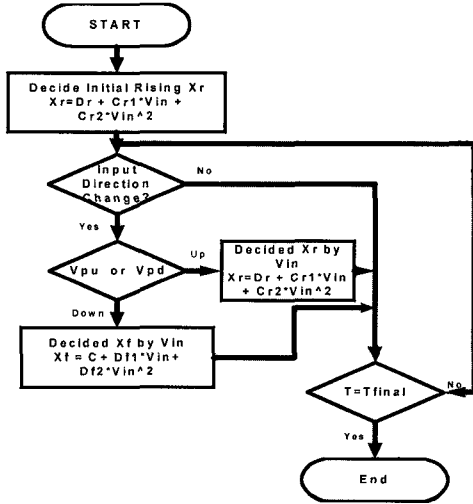


Fig. 6 Flowchart for the hysteresis loop modeling

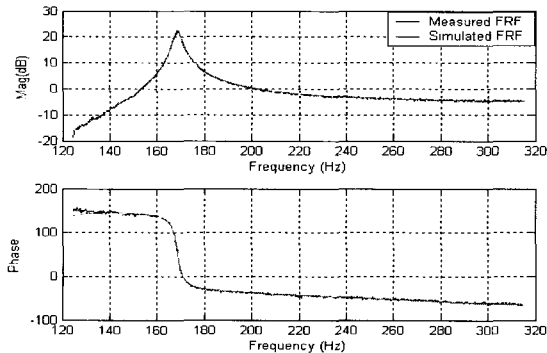


Fig. 7 Measured and simulated FRF of the MUTM

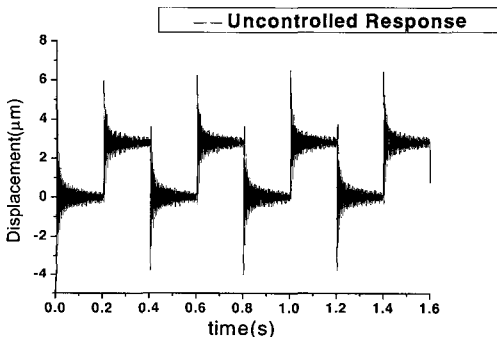


Fig. 8 Measured output displacement

링 차수는 3차로 하였다. 관심 주파수 영역은 125 Hz 315 Hz의 범위를 갖도록 하였다.

Fig. 8은 이 논문에서 서보 제어 시스템 구동을 위한 기준 입력에 대한 실제 시스템의 응답이다. 낮은 주파수임에도 불구하고 사각파 입력으로 인하여 출력에 동특성이 포함되어 있음을 알 수 있다.

각 스텝에서의 기준 입력 값은 1V를 단위 크기로 정의하여 전압단위로 적용하였고 또한 각 스텝의 주기는 0.4초로 하였다. 최대 오버슈트는 3.8 $\mu$ m이고 진동이 1/2스텝 주기인 0.2초 이후에도 큰 출력 변위를 가지고 지속됨을 알 수 있다.

### 3. 제어기설계

#### 3.1 슬라이딩 모드 제어(Sliding Mode Control)

이 논문에서는 만능 재료시험기의 모델링오차, 시스템의 불확실성, 외란 등에 대하여 강건한 슬라이딩 모드 제어를 개발하고자 한다.<sup>(10)</sup>

동특성 모델링으로부터 선형 시불변 시스템은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \quad (3)$$

( $A, B$ )는 가제어 쌍이며  $B$ 는 전계수(full rank)이다. 전환함수(switching function)는 다음과 같이 가 정한다.

$$s(x(k)) = Sx(k) \quad (4)$$

여기서  $S \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 는 전계수이며 초평면  $S$ 는  $s(x(k)) = 0$ 을 만족하며 참고문헌(10)에 의해 설계되었다. 시스템의 불확실성  $f$ 를 가진 시스템은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + f(t, x, u) \quad (5)$$

여기서  $f: \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$

$$f(t, x, u) = B\xi(t, x, u) \quad (6)$$

여기서  $\xi$ 는 불확실성 또는 비선형성이다. 슬라이딩 모드제어기법에 의하여 제어입력  $u$ 는 선형제어부  $u_l$ 와 비선형제어부  $u_n$ 의 합으로 이루어지며, 채터링 문제를 해결하기 위하여 평활함수(signum function)를

사용하면 식 (7)과 같이 쓸 수 있다.

$$u(k) = u_i(k) + u_n(k) \quad (7)$$

$$u_i(k) = -\Lambda^{-1}(SB - \Phi S)x(k)$$

$$u_n(k) = -(\eta \|\Lambda^{-1}\| \|s(k)\| + \beta) \frac{s(k)}{|s(k)| + \delta} \quad (8)$$

여기서  $\Lambda = SB$ ,  $\eta, \beta$  는 양수인 제어계수,  $\Phi$  는 초평면의 고유치, 평활함수  $s(k)/(|s(k)| + \delta)$  의 기울기는  $\delta$  에 의해 결정된다.

### 3.2 관측기 설계(Observer Design)

제어기의 상태가 모두 측정되지 않고 관측기에 의해서 계산이 되면 실제 상태 피드백 제어입력은 식 (9)에 주어진다.  $\hat{x}(k)$  는 여기서 칼만 필터(Kalman filter)에 의해서 계산된 상태(state) 값이며, 관측기는 다음과 같이 표현된다.

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) + L(y(k) - C\hat{x}(k) - Du(k)) \quad (9)$$

여기서  $A, B, C, D$  는 시스템 matrix,  $y$  는 측정변위,  $L$  은 칼만 필터 이득행렬이며 오차 값의 공분산을 최소화 하기 위한 식으로부터 결정되며 다음 식과 같이 쓸 수 있다.

$$L = APC^T(R_0 + CPC^T)^{-1} \quad (10)$$

여기서  $P$  는 리카티 방정식(riccati equation)의 해이고 다음과 같이 표현된다.

$$P = APA^T - APC^T(R_0 + CPC^T)^{-1}CPA^T + LQ_0L^T \quad (11)$$

여기서  $R_0$ 와  $Q_0$ 는 이득행렬이다.

## 4. 시뮬레이션 및 실험

### 4.1 히스테리시스 모델링을 이용한 개루프 제어


히스테리시스 특성을 모델링 하는 방안이 앞에서 제시되었지만 실제 제어를 목적으로 하기 위해 일반적으로 알려진 역 히스테리시스 모델(inverse hysteresis model)이 필요하다. 이는 입력전압과 출력

값 사이의 히스테리시스 특성을 제거하여 선형적인 특성을 보이기 위한 것으로 입력전압에 보상입력을 더하여 출력 값이 입력전압에 선형으로 대응한다.

재료 시험기의 특성상 변위 보다는 힘을 제어하는 것이 더 중요하기 때문에 여기서는 측정된 힘을 가지고 모델링을 하였다. 우선 입력전압과 히스테리시스 모델의 출력을 서로 1:1 대응이 되도록 출력에 일정한 비를 곱하고, 그리고 입력전압과 출력 사이의 차를 구하였다. 마지막으로 입력전압과 출력의 차를 입력전압에 보상하여 새로운 입력전압, 즉 보상된 입력 전압을 구할 수 있었다. 이는 식 (12)과 같이 표현된다.

$$u_{com}(k) = v_r(k) - X_r(k) \times R$$

$$u_{com}(k) = v_r(k) - X_f(k) \times R \quad (12)$$

여기서  $R$ (rate)=0.169,  $v_r(k)$ 는 기준입력전압,  $X_r(k)$ 과  $X_f(k)$ 는 히스테리시스 모델 출력,  $u_{com}(k)$ 는 히스테리시스 보상입력 전압이다. 이와 같은 방법으로 개루프 제어(open loop control)를 수행한 결과는 다음과 같다. 기준입력은 히스테리시스 모델을 이용하여 새롭게 보상된 기준입력으로 하고 이를 실제 시스템에 적용시켜 보았다. 그러나 모델링을 통해 얻은 보상기를 시스템에 적용 했을 때 문제점이 발생하였다. 첫째는 삼각파 형태의 보상신호를 DSP 보드에서 생성했을 때 하강에서 상승 시 불연속점이 발생하고 이에 아울러 진동을 동반하였다. 따라서 1.33 Hz, 1 Volt의 Corn(  : 이하 Corn이라 명명)형을 기준 입력으로 사용하여 보상 신호를 구현하였다. 둘째는

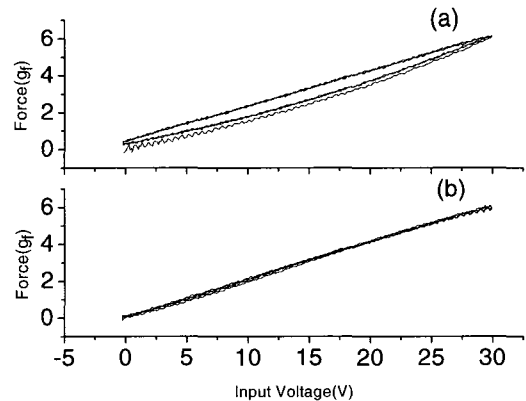


Fig. 9 Measurement force: (a) uncompensated (b) compensated

히스테리시스는 보상이 되지만 입력 전압의 변화 시 잔류 값의 보상이 미흡하여서 처음에 초기 상승과 반복 하강은 실험에서 최고 입력인 54 V의 계수를 사용하고 그 다음부터는 변화되는 입력의 전압을 계수를 따르도록 하였다. Fig. 9는 MUTM에 Corn 입력에 따른 제어전과 제어후의 출력들이다.

제어전과 제어후의 히스테리시스 출력결과를 비교해보면 제어전의 히스테리시스 특성에서 초기 상승부와 반복하강, 반복 상승 부로 확연히 구분되는 비선형성을 관측할 수 있다. 하지만 제어후의 결과에서는 입력전압 대 출력이 선형화 되어있는 것을 확인할 수 있다. 변위 역시 히스테리시스 현상이 제거됨을 확인할 수 있었다.

4.2 동특성 모델링에 근거한 슬라이딩 모드 제어

전체적인 시스템제어를 블록선도로 나타내면 Fig. 10과 같다. 3절에서 상태방정식에 대입되는 시스템의 상태행렬(state matrix) A와 입력행렬(input matrix) B의 값은 matrix-fraction description의 모델링 법에 의해 얻었다.

전환함수에서의 S는 [0.0349, 0.0840, -2.2455]로 하였다. 또한 비선형 제어 입력에서 제어 계수는  $\eta = 0.0001$ ,  $\beta = 0.0001$ ,  $\delta = 0.05$ 로 각각 결정하였다. 다음으로 관측기 방정식 (9)의 관측기 이득행렬 L은  $[-30.4455, 1.7965, 1.3639]^T$ 와 같이 결정되었다. Fig. 11은 서보 입력에 따른 제어 전과 제어 후의 힘과 변위를 비교한 것이며, 그 결과를 Table 1에 정리하였다. 기준 입력은 1 V의 square wave이고 주기는 0.4 s이다. 한편 제어 후의 결과로부터 힘의 응답은 정착 시간이 여전히 길고 잔류 진동이 존재함을 알 수 있었으며, 이는 모델링 오차와 36개의 압전소자가 완벽하게 일체형으로 작동하지 못하기 때문이었다.

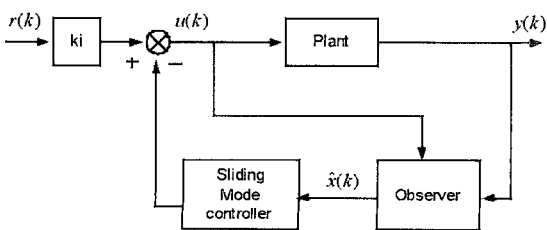


Fig. 10 Schematic of the servo control system with sliding mode controller

4.3 안정적인 파형 분석

재료시험기의 안정적인 구동을 위해 다양한 입력 신호를 시스템에 인가하여 분석하였다. 이 논문에서는 DSP 보드에서 생성한 7개의 신호를 사용하였다. 각각의 신호의 형태와 응답 특징을 Table 2에 정리하였다. 신호(3,4)는 잔류 진동이 매우 심함을 보였으며, 그 외 신호(1,2,5,6,7)는 잔류 진동이 거의 존재하지 않음을 실험을 통하여 알 수 있었다. 따라서 신호(3)인 서보 입력의 경우는 SMC 제어기를 사용.

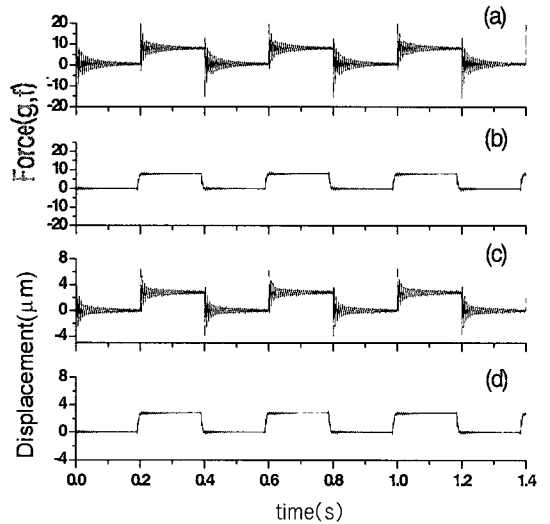


Fig. 11 Comparisons of force / displacement responses: (a)/(c) uncontrolled vs. (b)/(d) controlled

Table 1 Uncontrolled and controlled characteristics

	Uncontrolled	Controlled
Force (g <sub>f</sub> )	Max overshoot: 13	1
	Settling time: 0.5	0.1
Displacement (μm)	Max overshoot: 3.8	0.2
	Settling time: 0.5	0.1

Table 2 Input signal types vs. residual vibration

Number	Signal type	Residual vibration
(1)		Little
(2)		Little
(3)		Violence
(4)		Violence
(5)		Little
(6)		Little
(7)		Little

신호(1,2,5,6,7)는 히스테리시스 모델링을 통한 히스테리시스 보상기를 이용하면 안정적인 구동을 할 수 있는 후보가 됨을 알 수 있다.

## 5. 결 론

바이몰프형 PZT를 조합하여 만든 소형재료시험기는 대 변위를 얻을 수 있고 미세한 힘까지 제어 가능함을 확인할 수가 있었다. 구동 시 발생하는 히스테리시스 및 잔류 변위/힘은 모델링에 의해 만들어진 보상기를 통해 보상하였다. 또한 시편의 동특성을 파악하기 위하여 재료시험기에 전압을 인가했을 때 발생하는 진동 및 오버슈트는 슬라이딩 모드 제어기와 칼만 필터를 통해 제어하였다. 모델링 시 고려된 관심 주파수가 한정적인 것, 바이몰프형 PZT의 민감성 그리고 36개의 PZT 작동기가 완벽하게 일체형으로 작동하는 데의 한계로 인해 제어 후에도 약간의 진동이 존재함을 알 수 있었다. 따라서 입력 파형의 변화를 주어 실제적으로 소형 재료시험기에 안정성을 높일 수 있는 입력 파형을 제시하였다.

## 후 기

이 논문은 2003년도 금오공과대학교 학술연구비 지원에 의해 수행되었습니다.

## 참 고 문 헌

- (1) 오지영, 최성대, 권현규, 정선환, 2003, "나노모터를 이용한 인장시험기 개발," 추계학술대회논문 요약집, 한국정밀공학회, pp. 209~209.
- (2) Craig A. Rogers, 1988, "Smart Materials,

Structures, and Mathematical Issues," Technomic Publishing Co., Inc, pp. 147~155.

- (3) Kaizuka, H., and Byron, S., May 1988, "A Simple Way to Reduce Hysteresis and Creep When Using Piezoelectric Actuators," Japanese Journal of Applied Physics, Vol.27, No.5, pp. L773~L776.

- (4) Goldfarb, M. and Celanovic, N., Sep. 1997, "A Lumped Parameter Electromechanical Model for Describing the Nonlinear Behavior of Piezoelectric Actuators," Transactions of the ASME Vol.119, pp.478~485.

- (5) Ping Ge and Musa Jouaneh, July 1995, "Modeling Hysteresis in Piezoceramic Actuators," Precision Engineering, Vol. 17 No. 3, July 1995, pp. 211~221.

- (6) J. Tzen, S. Jeng, W. Chieng, 2002, "Modeling of Piezoelectric Actuator for Compensation and Contoller Design," Precision Engineering, 5310, pp. 1~17.

- (7) David Young, K. and Utkinand, Vadim I., Umit Ozg, May 1999, Control Systems Technology, IEEE Transactions on, Volume: 7, Issue: 3, pp. 928~942.

- (8) 박은철, 김영식, 김인수, 2003, "비선형성을 고려한 압전소자의 모델링 및 운동제어," 한국소음진동학회, 추계학술대회논문집, pp. 630~637.

- (9) Juang, J. N., 1994, Applied System Identification, Prentice Hall.

- (10) Edward, C. and Spurgeon, S. K., 1998, Sliding mode control, Theory and applications, Taylor and Francis Ltd, pp. 1~18.