

## 경사기능재료 사각판의 열탄성 및 동적 해석

### Thermoelastic and Dynamic Analysis of Functionally Graded Rectangular Plates

김 영 완†

Young-Wann Kim

(2005년 1월 22일 접수 : 2005년 3월 11일 심사완료)

**Key Words** : FGM(경사기능재료), Volume Fraction(체적비), Thermoelastic Response(열탄성 거동), Dynamic Response(동적 거동), TSDT(3차 전단변형이론), Modal Analysis Technique(모드 해석법)

#### ABSTRACT

A theoretical method is presented to investigate the thermoelastic and dynamic response of functionally graded material (FGM) rectangular plates made up of metal and ceramic. The temperature is assumed to be constant in the plane of the plate and to vary in the thickness direction only. Material properties are assumed to be temperature-dependant, and vary continuously through the thickness according to a power law distribution in terms of the volume fraction of the constituents. The third order shear deformation theory (TSDT) to account for rotary inertia and transverse shear strains is adopted to formulate the theoretical model. The modal analysis technique is used to develop the analytic solutions of the dynamic problem. The effect of material compositions and temperature fields is examined. The present theoretical results are verified by comparing with those from finite element analysis by ANSYS.

#### 1. 서 론

경사기능재료(FGM)는 여러 가지 재료들을 단순히 접착하지 않고 한 방향 (또는 여러 방향)으로 재료물성을 연속적으로 변화하도록 하여 가혹한 온도환경에서도 사용할 수 있도록 개발된 신소재이다. 한 예로 세라믹을 고온과 접하는 면에 분포시켜 내열성을 주고 냉각되는 면에는 금속재료를 분포시켜 열전도성과 기계적 강도를 줄 수 있어 두 재료를 적절히 분포시킴으로써 보다 우수한 성질을 얻을 수 있다. 이와 같은 특성 때문에 경사기능재료는 우주항공 구조물이나 원자로 등의 열차단을 위해 사용될 뿐만 아니라 고온환경에 사용되고 있는 일반 구조물에도 적용되고 있다.

FGM 사각판에 대한 연구가 다양하게 이루어졌다. He 등<sup>(1)</sup>은 피에조 센서와 액추에이터를 부착한 FGM판에 대한 능동제어 연구를, Almajid 등<sup>(2)</sup>은 피에조층을 갖는 FGM판을 적층 복합재료판으로 취급하여 굽힘해석을, Yang과 Shen<sup>(3)</sup>은 사전응력을 받는 FGM판에 대한 동적 해석을 수행하였다. Praveen과 Reddy<sup>(4)</sup>는 FGM판에 대한 비선형 해석을, Ootao와 Tanigawa<sup>(5)</sup>은 피에조층을 갖는 FGM판에 대한 3차원 열응력 해석을, Ng 등<sup>(6)</sup>은 내평면력을 받는 판 구조물에 대해 불안정성 해석을 수행하였다. Reddy와 Cheng<sup>(7)</sup>은 FGM판에 대한 3차원 응력해석을, Woo와 Meguid<sup>(8)</sup>은 FGM판과 셸에 대한 비선형 정적 해석을, Croce와 Venini<sup>(9)</sup>는 굽힘해석을 수행하였다. 이들 연구 중에 많은 경우에서 온도환경을 고려하지 않았으며<sup>(1~3)</sup>, 온도환경을 고려했더라도 온도에 따른 재료의 물성변화는 고려하지 않았다.<sup>(4~9)</sup> 그러나 재료물성은 온도에 대해 민감하기 때문에 온도에 따른 물성변화를 고려해야 한다. 이와 같이 온도

† 책임저자 : 정회원, 여주대학교 공과대학 기계공학과  
E-mail : ywkim@yosu.ac.kr  
Tel : (061) 659-3285, Fax : (061) 652-3655

에 따른 물성변화를 고려한 FGM판에 대해 Shen<sup>(10)</sup>은 비선형 정적 해석을, Yang과 Shen<sup>(11)</sup>은 FGM판에 대한 진동 및 동적 해석을, Kim<sup>(12)</sup>은 자유진동해석을 수행하였다.

이상과 같이 온도에 따른 재료물성변화를 고려한 연구는 그다지 많지 않다. 특히 온도변화에 따른 재료물성변화를 고려하고 동시에 동하중을 받는 문제에 대해서는 Yang과 Shen<sup>(11)</sup>에서만 찾아볼 수 있다. 그러나 온도는 항상 두께방향으로 일정한 것만 취급하였고 두께방향으로 온도가 변하는 환경은 고려하지 못했다. 그러나 FGM판은 고온을 접하는 면과 냉각면이 동시에 존재하는 온도환경에 주로 사용되기 때문에 일정온도변화만을 고려할 수 없다. 따라서 이 연구에서는 동하중을 받고 두께방향으로 온도변화가 있는 FGM판에 대해 이론적 방법을 이용하여 열탄성 및 동적 거동을 분석하였다.

## 2. 수 식 화

고려된 FGM 사각판에 대한 형상을 Fig.1에 제시하였다. 여기서  $a$ ,  $b$ 와  $h$ 는 각각 사각판의 길이, 폭 및 두께이다. 각 방향에 대한 변위성분을  $u$ ,  $v$ ,  $w$ 로 나타내었다. 판의 전면에 걸쳐 균일하게 분포된 동하중을 받으며,  $T(z)$ 의 온도환경에 놓여져 있다.

FGM판의 윗면은 세라믹으로, 아랫면은 금속재료로 구성되며, 재료조성은 두께 방향으로 연속적으로 변화도록 하기 위해 혼합법칙을 이용하여 재료특성  $P$ (탄성계수  $E$ , 푸아송비  $\nu$ , 밀도  $\rho$ , 열팽창 계수  $\alpha$ , 열전도계수  $k$ )를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$P(T, z) = (P_U - P_L) \left( \frac{2z+h}{2h} \right)^p + P_L \quad (1)$$

여기서 하첨자  $U$ ,  $L$ 은 판의 윗면과 아랫면을 의미한다.  $p$ 는 양의 값만을 갖는 체적비 지수(volume fraction index)로써 이 값에 따라 재료조성이 달라진

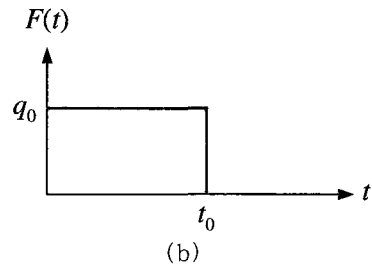
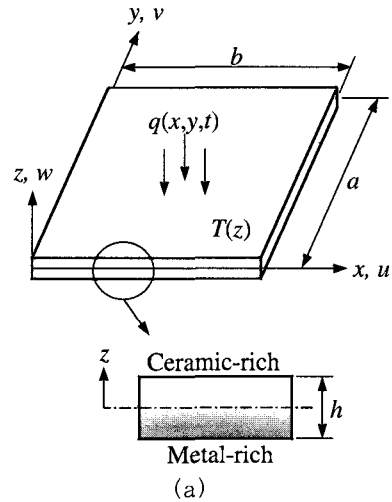


Fig. 1 Configuration of FGM rectangular plate subjected to dynamic load and in thermal environment

Table 1 Material constant for ceramic and metal

Material		$P_{-1}$	$P_0$	$P_1$	$P_2$	$P_3$
$E(N/m^2)$	Ti-6Al-4V	0	$122.56 \times 10^9$	$-4.586 \times 10^{-4}$	0	0
	$Al_2O_3$	0	$349.55 \times 10^9$	$-3.853 \times 10^{-4}$	$4.027 \times 10^{-7}$	$-1.673 \times 10^{-10}$
$\nu$	Ti-6Al-4V	0	0.2884	$1.121 \times 10^{-4}$	0	0
	$Al_2O_3$	0	0.2600	0	0	0
$\rho(kg/m^3)$	Ti-6Al-4V	0	4429	0	0	0
	$Al_2O_3$	0	3750	0	0	0
$\alpha(1/K)$	Ti-6Al-4V	0	$7.5788 \times 10^{-6}$	$6.638 \times 10^{-4}$	$-3.147 \times 10^{-7}$	0
	$Al_2O_3$	0	$6.8269 \times 10^{-6}$	$1.838 \times 10^{-3}$	0	0
$k(W/mK)$	Ti-6Al-4V	0	6.7	0	0	0
	$Al_2O_3$	0	27	0	0	0

다. 이 식에 따라  $z=-h/2$ 에서의 재료물성은  $P_L$ 이며,  $z=h/2$ 에서는  $P_U$ 이다. 체적비 지수가 0에 근접하면 FGM의 재료특성은 윗면의 재료특성을 나타내는  $P_U$ 의 값에 접근하고 반대로 무한대에 가까워지면 거의  $P_L$ 의 재료특성을 갖는다.

FGM의 물성은 온도  $T$ 에 대해 종속으로 다음과 같이 온도의 함수로 표현된다.

$$P = P_0(P_L T^{-1} + 1 + P_1 T + P_2 T^2 + P_3 T^3) \quad (2)$$

여기서  $P_0, P_{-1}, P_1, P_2$  및  $P_3$ 는 온도에 따른 계수로 고유의 값이다. 이 연구에서는 아래면은 금속재료 (Ti-6Al-4V)로, 윗면은 세라믹 ( $Al_2O_3$ )으로 구성된 FGM이 고려되었으며, 재료물성은 Table 1과 같다.<sup>(11)</sup>

### 2.1 온도분포

FGM판에 작용하는 온도는 두께방향으로만 변화며, 판의 동일 평면에서 온도는 일정하다. 판의 각 표면에 온도가 주어질 때 구조물 내에서 두께 방향으로의 온도분포는 다음의 열전달 문제를 통해 얻을 수 있다.

$$-[k(z)T(z),_z]_z = 0 \quad (3)$$

여기서 (.)는 공간 미분을 나타낸다. 이 식은  $z=h/2$ 에서  $T=T_0+\Delta T_U$ 이고  $z=-h/2$ 에서  $T=T_0+\Delta T_L$ 라는 경계조건을 적용하면 다음과 같은 해를 얻을 수 있다.

$$T(z) = T_0 + \Delta T(z) \quad (4)$$

여기서  $T_0=300K$ (상온),  $\Delta T(z)$ 는 두께방향으로의 온도변화이다. 결과적으로 등방성 재료에 대한 온도분포는 식 (5)가, FGM에 대해서는 식 (6)이 이용된다.

$$\Delta T(z) = \frac{\Delta T_U + \Delta T_L}{2} + \frac{\Delta T_U - \Delta T_L}{h} z \quad (5)$$

$$\Delta T(z) = \Delta T_L + \frac{\Delta T_U - \Delta T_L}{\int_{-h/2}^z \frac{dz}{k(z)} \int_{-h/2}^z k(z)} dz \quad (6)$$

이 연구에서는 두 종류의 온도분포가 고려되었다. Type-1은 두께방향으로 균일한 온도분포를 받는 경

우이며, Type-2는 윗면과 아랫면의 온도가 서로 다른 경우이다.

### 2.2 에너지식

3차 전단변형이론에 의해 변위장은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u &= u_0 + z\phi_x - c_1 z^3(\phi_x + w_{0,x}) \\ v &= v_0 + z\phi_y - c_1 z^3(\phi_y + w_{0,y}) \\ w &= w_0 \end{aligned} \quad (7)$$

여기서  $u_0, v_0$  및  $w_0$ 는 중립면에 대한 변위를,  $\phi_x$ 와  $\phi_y$ 는  $y$  및  $x$ 축에 대한 회전을 나타내며,  $c_1=4/3h^2$ 이다.

구조물에 대한 변형률은 다음과 같이 내평면 및 횡방향 전단변형률  $\epsilon^{(L)}$ 와 온도변화에 의한 열변형률  $\epsilon^{(T)}$ 로 표현된다.

$$\{\epsilon\} = \{\epsilon^{(L)}\} - \{\epsilon^{(T)}\} \quad (8)$$

$$\{\epsilon^{(L)}\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{yy} & \gamma_{yz} & \gamma_{xz} & \gamma_{xy} \end{Bmatrix}^T = \begin{Bmatrix} u_{,x} & v_{,y} & v_{,z} + w_{,y} & u_{,z} + w_{,x} & u_{,y} + v_{,x} \end{Bmatrix}^T \quad (9)$$

$$\{\epsilon^{(T)}\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx}^{(T)} & \epsilon_{yy}^{(T)} & \gamma_{yz}^{(T)} & \gamma_{xz}^{(T)} & \gamma_{xy}^{(T)} \end{Bmatrix}^T = \alpha(T, z) \Delta T(z) \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix}^T \quad (10)$$

여기서 상첨자 ( $T$ ),  $T$ 는 각각 열변형률과 전치행렬을 의미한다.

판에 대한 구성방정식은 식 (11)과 같다.

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} + \sigma_{xx}^{(T)} & \sigma_{yy} + \sigma_{yy}^{(T)} & \sigma_{yz} & \sigma_{xz} & \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = [C] \{\epsilon\} \quad (11)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \quad (12)$$

여기서  $\sigma_{ii}^{(T)} (i=x, y)$ 는 열응력항이며, 축소 강성계수  $Q_{ij}$ 는 다음과 같이 온도와 위치의 함수이다.

$$\begin{aligned} Q_{11} &= Q_{22} = \frac{E(T, z)}{1 - \nu^2(T, z)} \\ Q_{12} &= \nu(T, z) Q_{11} \\ Q_{44} &= Q_{55} = Q_{66} = \frac{E(T, z)}{2[1 + \nu(T, z)]} \end{aligned} \quad (13)$$

사전 응력상태에 있는 판의 총에너지는 다음과 같다.

$$\Pi = U_p - T_p + W_T + W_F \quad (14)$$

$U_p$ 와  $T_p$ 는 판에 대한 변형 및 운동에너지로

$$U_p = \frac{1}{2} \int_V \{\sigma\}^T \{\epsilon\} dV \quad (15)$$

$$T_p = \frac{1}{2} \int_V \rho(z, T) [\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2] dV \quad (16)$$

와 같이 표현되며,  $(\cdot)$ 는 시간에 대한 미분을 나타낸다. 또한  $W_T$ 는 온도변화  $\Delta T(z)$ 에 의해 행해진 일로 다음과 같다.

$$W_T = \int_V \{\sigma^{(T)}\}^T \{\epsilon^{NL}\} dV \quad (17)$$

$$\{\epsilon^{NL}\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x^{NL} \\ \epsilon_y^{NL} \\ \epsilon_\theta^{NL} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} u_x^2 + v_x^2 + w_x^2 \\ u_y^2 + v_y^2 + w_y^2 \end{Bmatrix} \quad (18)$$

또한  $W_F$ 는 횡하중  $q(x, y, t)$ 에 의해 행해진 일로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$W_F = \iint_A q(x, y, t) w(x, y, t) dA \quad (19)$$

### 2.3 운동 방정식

이 연구에서는 단순 지지 경계조건을 고려하였으며, 경계조건을 만족하는 변위식을 다음과 같이 가정하였다.

$$\begin{Bmatrix} u_0(x, y, t) \\ v_0(x, y, t) \\ w_0(x, y, t) \\ \phi_x(x, y, t) \\ \phi_y(x, y, t) \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \begin{Bmatrix} U_{mn} \cos \alpha_m x \sin \beta_n y \\ V_{mn} \sin \alpha_m x \cos \beta_n y \\ W_{mn} \sin \alpha_m x \sin \beta_n y \\ X_{mn} \cos \alpha_m x \sin \beta_n y \\ Y_{mn} \sin \alpha_m x \cos \beta_n y \end{Bmatrix} \eta_{mn}(t) \quad (20)$$

여기서  $\alpha_m = m\pi/a$ ,  $\beta_n = n\pi/b$ 이며,  $m, n$ 은 길이 및 폭 방향 반파수,  $M, N$ 은 급수항,  $U_{mn}, V_{mn}, W_{mn}, X_{mn}, Y_{mn}$ 는 미정계수이다.

짧은 시간 동안 작용하는 횡방향 동하중은

$$q(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N F_{mn} \sin \alpha_m x \sin \beta_n y f_{mn}(t) \quad (21)$$

로 가정되며,  $F_{mn}$ 은 하중의 분포형태에 따른 계수이며, 판에 균일한 횡방향 압력  $q_0$ 가 작용한다. 시간에 대한 함수  $f_{mn}(t)$ 를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$f_{mn}(t) = \int_0^t F(\tau) \sin \omega_{mn}(t-\tau) d\tau \quad (22)$$

$F(\tau)$ 는 시간에 따른 하중형태로 이 연구에서는 Fig. 1(b)와 같이 일정시간  $t_0$  동안 일정하중  $q_0(N/m^2)$ 가 작용하는 계단과 하중을 고려하였으며, 이를 수식으로 표현하면 아래와 같다.

$$F(t) = \begin{cases} q_0 & 0 \leq t \leq t_0 \\ 0 & t > t_0 \end{cases} \quad (23)$$

주어진 구조물의 응답을 구하기 위해 식 (14)에 Rayleigh-Ritz 정리를 적용하고, 변분을 취하면 다음과 같은 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$[M]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = \{F^{(T)}\} + \{Q\}f_{mn}(t) \quad (24)$$

여기서  $[M], [K]$ 는 판의 질량 및 강성행렬,  $\{F^{(T)}\}$ 는 온도변화에 의한 열하중 벡터,  $\{Q\}$ 는 동하중에 의한 하중벡터,  $\{X\}$ 는 계수행렬이다.

온도변화에 의한 정적 열변형 해석을 위해 운동방정식 (24)에서 가속도항과 동하중항을 0으로 하면 다음과 같은 정적 평형방정식을 얻을 수 있다.

$$[K]\{X\} = \{F^{(T)}\} \quad (25)$$

자유진동해석을 위해 변위식에서  $\eta_{mn}(t) = \cos \omega_{mn} t$ 로, 식 (24)의 우변을 0으로 하면 고유치 문제를 얻을 수 있다. 이 식이 무용근을 갖지 않기 위해서는 다음 조건을 만족해야 한다.

$$\det([K] - \omega_{mn}^2 [M]) = 0 \quad (26)$$

식 (26)에서 얻어지는 특성방정식을 만족하는  $\omega_{mn}$ 는 모드 ( $m, n$ )에 대한 고유 진동수가 되며, 각 고유진동수에 대한 고유벡터가 모드형상이 된다.

동하중에 대한 응답을 구하기 위해 식 (24)을 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$[I]\ddot{\eta}_{mn}(t) + \omega_{mn}^2 [I]\eta_{mn}(t) = [P]f_{mn}(t) \quad [P] = [X]^T \{Q\} \quad (27)$$

식 (27)의 해는

$$\eta_{mn}(t) = \frac{P_{mn} f_{mn}(t)}{\omega_{mn}} \quad (28)$$

로 이 식을 각 방향 변위식 (20)에 대입하면 구하고자 하는 동적 응답을 얻을 수 있다

### 3. 수치결과 및 토의

수치결과에서는 종횡비  $a/b$  ( $a=0.2m$ )가 1인 정사각판만을 고려하였으며, 두께  $h$ 는 0.02 m이다.

#### 3.1 해의 검증

이 이론해의 타당성을 검증하기 위해 동적 해석을 수행하여 ANSYS<sup>(13)</sup>를 이용한 유한요소해석 결과와 비교하였다. ANSYS에서는 경사기능재료의 특성을 나타낼 수 있는 요소가 없기 때문에 경사기능재료를 적층판으로 등가화하여 모델링을 하였다. 이 때 등가 적층판의 각층 두께는 동일하며, 같은 재질로 구성된다. 등가 적층판에 대해 8-절점, 6-자유도를 갖는 적층 쉘요소인 SHELL99를 이용하였다. 온도변화가 없고( $\Delta T=0$ ), 균일분포하중을 받는 FGM판에 대한 동적 해석결과를 Fig. 2에 제시하였다. 이 때의 해석결과는 판 중앙에서의 무차원화된 수직처짐( $w/h$ )을 나타낸다. 그림에서처럼 이 해가 유한요소해석결과보다 약간 큰 값을 나타내고 있으나 비교적 잘 일치한다. 체적비 지수  $p$ 에 따라 시간에 대한 처짐의 거동주기가 서로 다르게 나타나는 이유는 각 FGM판의 기본진동수가 다르기 때문으로 일반적으로 구조물의 시간

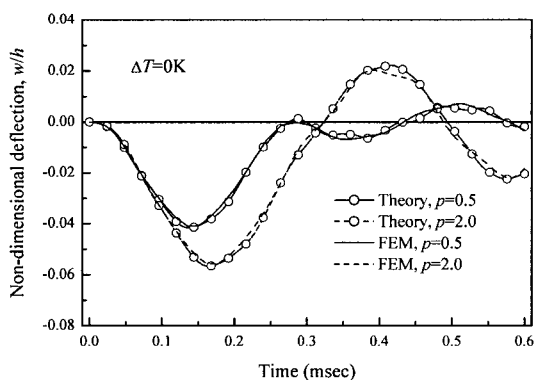


Fig. 2 Comparison of deflection for square FGM plates ( $\Delta T=0K$ ,  $t_0=0.3msec$ ,  $q_0=10MPa$ )

에 따른 동적 응답주기는 구조물의 기본진동수에 주로 영향을 받는다.

#### 3.2 열탄성 해석

체적비 지수  $p$ 에 대해 온도변화에 의한 사전 열변형 즉, 열변형에 의한 판 중앙에서의 수직 처짐을 Fig. 3에 제시하였다. 먼저 Type-1의 온도분포( $\Delta T_L = \Delta T_U = 300K$ )를 받는 판에 대해 알아보자. 등방성재료로 구성된 판은 모든 면에서 열팽창 계수가 같기 때문에 수직방향으로 처짐이 일어나지 않는다. 고려된 온도환경  $T=600K$ 에서 금속재료의 열팽창계수가 세라믹의 열팽창계수보다 크기 때문에 모든 FGM 판에 대해 처짐은 아래 방향으로 일어난다. FGM판의 경우  $p$ 에 따라 초기에는 처짐이 급격히 증가하다가  $p=2$ 에서 정점을 이룬 후 감소하여 금속재료의 값(0)으로 접근한다.  $p$ (2인 경우  $p$ 의 증가에 따라 두께방향으로 재료의 비균질성이 증가하여 두께방향으로 열팽창 계수의 변화가 크게 일어나며, 이로 인해 판의 아랫면을 구성하는 금속재료에서 열팽창이 상대적으로 크게 일어나기 때문에 처짐이 급격히 증가한다. 마찬가지로 정점을 기준으로  $p$ 의 증가에 따라 처짐이 감소하는 이유는 세라믹 비율은 줄어들고 금속재 비율이 증가함에 따라 재료의 비균질성이 감소하여 두께방향으로의 열팽창 계수 변화가 크지 않기 때문이다. Type-1의 온도분포를 받는 판에서 가장 큰 처짐은 재료의 비균질성이 큰  $p=2$ 에서 나타난다. Type-2의 온도분포를 받는 판의 경우 판의 윗면에서만 온도변화를 받기 때문에 처짐이 윗방향으로 일어난다. Type-1과는 달리 두께방향으로의 온도가 달라

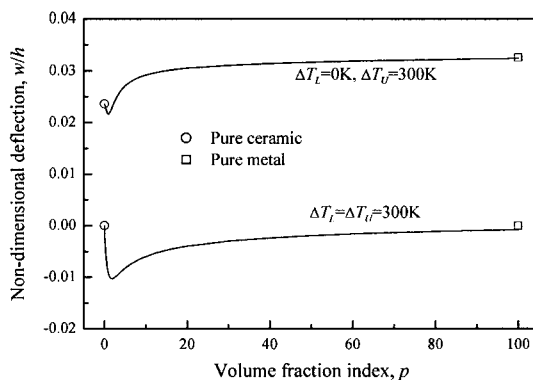


Fig. 3 Effect of volume fraction index  $p$  on static deflection by temperature rise for square FGM plates

지기 때문에 순수 등방성재료라 할지라도 두께방향으로의 재료특성이 달라져 등방성재료로 구성된 판에서도 처짐이 발생된다. 또한  $p > 2$ 인 경우  $p$ 가 커질수록 처짐은 크게 일어나고, 아래/윗면에서의 열팽창계수의 차가 가장 큰 순수 금속재료로 구성된 판에서 가장 큰 처짐이 발생되며, 반대로  $p \approx 1$ 인 FGM판에서 가장 작은 처짐이 발생된다. 이는  $p \approx 1$ 인 FGM판에서 두께방향으로의 열팽창 계수의 변화가 적다는 것을 의미한다. 아래/윗면에서의 열팽창계수의 차가 큰 Type-2의 온도분포를 받는 판이 Type-1의 온도분포를 받는 판보다 처짐이 크게 발생된다.

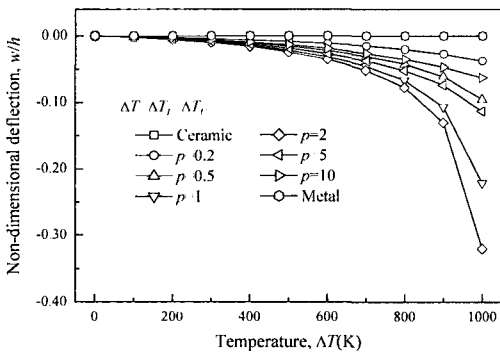
온도변화에 따른 열탄성 거동을 Fig. 4에 제시하였다. 온도분포 종류에 관계없이 온도 증가에 따라 처짐도 증가한다. Type-1의 온도분포를 받는 FGM판의 경우  $p=2$ 에 가까워질수록 온도에 민감하게 반응을 하며, 이를 기준으로  $p$ 가 작아지거나 커질수록 온도에 따른 영향은 줄어든다. 세라믹과 금속재료의 체적비가 서로 상반된 경우 세라믹이 금속재료보다 많으면( $p < 1$ ) 이에 반대되는 경우 ( $p > 1$ )보다 열변형에

의한 처짐이 적게 발생된다.

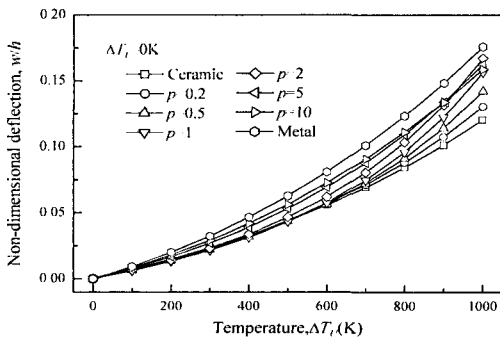
즉, 세라믹 비율이 83.3%인  $p=0.2$ 의 FGM판이 금속재료 비율이 83.3%인  $p=5$ 의 FGM판보다 처짐이 적게 발생된다. 이는 같은 온도에서 세라믹의 열팽창계수가 금속재료의 열팽창계수보다 작기 때문이다. Type-2의 온도분포를 받는 판의 경우 Fig. 3에서 처럼 금속재료에서 가장 큰 처짐이, 세라믹에서 가장 작은 처짐이 발생되며, 이와 같은 성질에 따라 FGM판에서 세라믹의 비율이 많아질수록 처짐은 적게 일어난다. 그러나 고온인 경우(1000K) 이와 같은 현상은 유지되지 않는다. Fig. 3에서 Type-2의 경우 Type-1의 경우보다 큰 처짐이 발생된다는 것을 알았다. 그러나 고온인 경우 이와 같은 현상은  $p=1, 2$ 일 때 유지되지 않는다.  $p=1, 2$ 를 제외하고는 Type-2의 온도분포를 받는 판이 Type-1의 온도분포를 받는 판보다 온도에 민감한 반응을 한다.

### 3.3 동적 해석

FGM판에 대해 재료조성비에 따른 판 중앙에서의

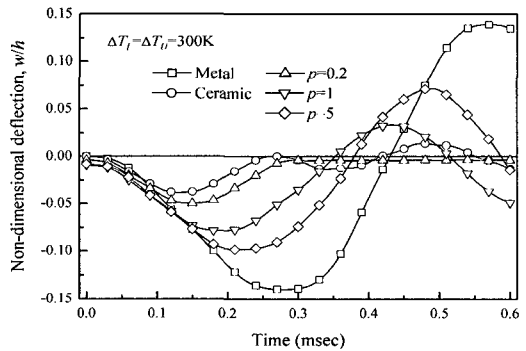


(a) Type-1

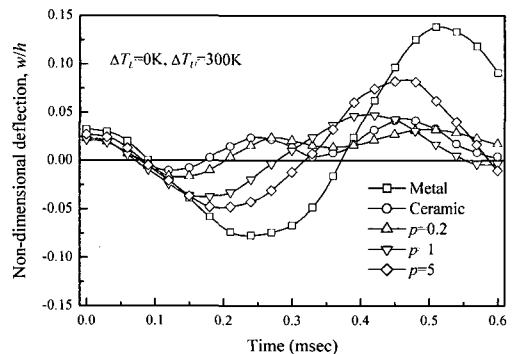


(b) Type-2

Fig. 4 Effect of temperature on static deflection by temperature rise for square FGM plates



(a) Type-1



(b) Type-2

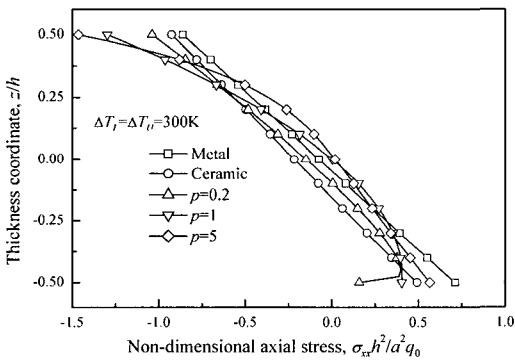
Fig. 5 Effect of material composition for square FGM plates ( $t_0=0.3$  msec,  $q_0=10$  MPa)

수직처짐을 Fig. 5에 제시하였다. 온도분포의 종류에 관계없이 체적비 지수  $p$ 가 증가할수록 즉, 세라믹의 양이 적어질수록 최대 처짐은 증가한다. 이는 세라믹의 탄성계수가 금속재료에 비해 매우 크기 때문에 금속재료의 비율이 증가할수록 판의 강성이 작아지기 때문에 나타나는 현상이다. 또한 Type-1의 온도분포를 받는 판의 온도변화에 의한 강성저하가 Type-2의 온도분포를 받는 판의 강성저하보다 크기 때문에 최대 처짐이 크게 나타난다.

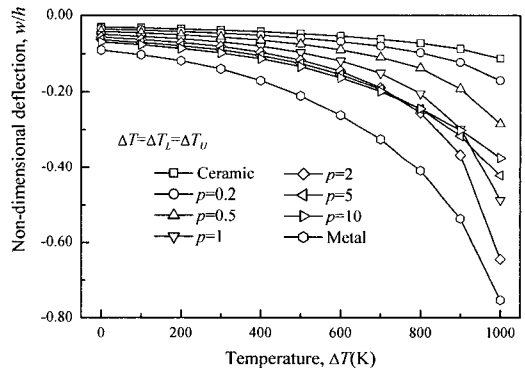
Fig. 5에서 이용된 판에 대해 아래 방향으로 최대 처짐이 발생하는 시간에서의 무차원화된 축방향 응력을 Fig. 6에 제시하였다. 고려된 모든 온도조건에 대해 윗면에서는 압축응력이, 아랫면에서는 인장응력이 발생된다. 등방성 판인 경우 두께 방향으로의 응력이 거의 선형적으로 변하나, FGM판의 경우  $p$ 의 영향으로 응력이 비선형 거동을 한다.  $p$ 가 커질수록 윗면에서의 압축응력이 증가한다. 이는 온도변화에 의한 열

응력이  $p$ 가 커질수록 윗면에서 크게 발생되기 때문에 나타나는 현상이다. 판의 윗면에 같은 온도를 받더라도 윗면에서의 응력이 Type-2의 온도분포를 받는 판보다 Type-1의 온도분포를 받는 판에서 약간 크게 나타난다. 이는 Type-1의 온도분포를 받는 판에서 온도변화에 의해 강성이 크게 저하되어 동하중에 의한 처짐이 크게 일어나기 때문에 압축응력이 크게 발생한 것이다. 아랫면에서의 인장응력은 순수 등방성 재료판보다 FGM판이 보다 작은 값을 나타내고 있다.

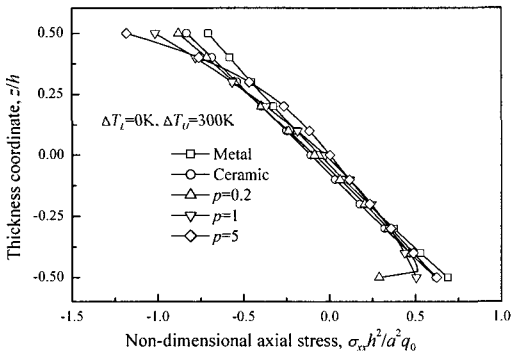
온도에 따른 영향을 Fig. 7에 제시하였다. 주어진 온도환경에서 동하중에 따른 영향만을 알아보기 위해 온도변화에 의한 사전 열변형은 포함시키지 않았으며, 아래 방향으로의 최대 처짐을 제시한 것이다. 온도분포 종류에 관계없이 온도 증가에 따라 처짐도 증가한다. 금속재료만으로 구성된 판에서 가장 큰 영향이, 세라믹만으로 구성된 판에서 가장 작은 영



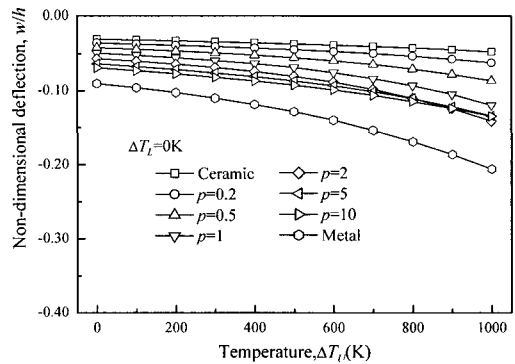
(a) Type-1



(a) Type-1



(b) Type-2



(b) Type-2

Fig. 6 Non-dimensional axial stress  $\sigma_{xx}h^2/a^2q_0$  for square FGM plates used in Fig. 5

Fig. 7 Effect of temperature for square FGM plates ( $t_0=0.3$  msec,  $q_0=10$  MPa)

향이 나타난다. 이와 같은 경향에 따라 고온인 경우를 제외하고  $p$ 가 커질수록 즉, 금속재료가 많아질수록 온도에 민감하게 작용한다. 동하중을 받는 경우 온도에 따른 영향이 Type-2의 온도변화를 받는 판보다 Type-1의 온도변화를 받는 판에서 크게 나타난다.

#### 4. 결 론

이 연구에서는 세라믹과 금속재료로 구성된 경사기능재료 사각판에 대해 경사기능재료의 체적비 지수 ( $p$ )와 온도분포에 따른 열적 및 동적 특성을 분석하였다. 또한 두 가지 유형의 온도분포를 고려하여 온도분포의 종류에 따른 특성을 관찰하였으며, 수치예를 통해 다음과 같은 결론을 얻었다.

온도변화에 의한 열탄성 해석을 한 결과로 두께 방향으로의 온도분포가 다를 경우 체적비 지수에 따른 열탄성 거동이 매우 다르다는 것을 알았다. 즉,  $p$ 값이 커질수록 두께방향을의 온도분포가 같은 때 (Type-1)가 온도분포가 다른 경우 (Type-2)보다 열변형에 대해 보다 견고한 구조물이 된다. Type-1의 온도분포를 받는 경우에는  $p \approx 1 \sim 2$ 사이에서, Type-2의 온도분포를 받는 경우에는 금속재료가 많을수록 온도에 민감하다. 전반적으로 Type-2의 온도분포를 받는 경우가 Type-1보다 온도에 민감하게 작용한다.

동특성 결과의 경우  $p$ 값이 작을수록 온도분포의 종류에 관계없이 하중에 의한 처짐은 작아지며, Type-1의 온도분포를 받는 판에서의 처짐이 Type-2의 온도분포를 받는 판의 처짐보다 크게 나타난다. 열응력을 포함한 최대 축방향 압축응력은  $p$ 값이 커질수록 증가한다. Type-2의 온도분포를 받는 판보다 Type-1의 온도분포를 받는 판에서 약간 큰 압축응력이 나타나고 있다. 인장응력은 순수 등방성 재료판보다 FGM판이 보다 작은 값을 갖는다. 동하중에 의한 최대 처짐은 Type-2의 온도분포보다 Type-1의 온도분포를 받는 경우 온도에 민감하게 작용한다.

#### 참 고 문 헌

(1) He, X. Q., Ng, T. Y., Sivashanker, S. and Liew, K. M., 2001, "Active Control of FGM Plates

with Integrated Piezoelectric Sensors and Actuators," *Int. Journal of Solids and Structures*, Vol. 38, pp. 1641~1655.

(2) Almajid, A., Taya, M. and Hudunut, S., 2001, "Analysis of Out-of-plane Displacement and Stress Field in a Piezocomposite Plate with Functionally Graded Microstructure," *Int. Journal of Solids and Structures*, Vol. 38, pp. 3377~3391.

(3) Yang, J. and Shen, H.S., 2001, "Dynamic Response of Initially Stressed Functionally Graded Rectangular Thin Plates," *Composite Structures*, Vol. 54, pp. 497~508.

(4) Praveen, G. N. and Reddy, J. N., 1998, "Nonlinear Transient Thermoelastic Analysis of Functionally Graded Ceramic-metal Plates," *Int. Journal of Solids and Structures*, Vol. 35, pp. 4457~4476.

(5) Ootao, Y. and Tanigawa, Y., 2000, "Three-dimensional Transient Piezothermoelasticity in Functionally Graded Rectangular Plate Bonded to a Piezoelectric Plate," *Int. Journal of Solids and Structures*, Vol. 37, pp. 4377~4401.

(6) Ng, T. Y., Lam, K. Y. and Liew, K. M., 2000, "Effects of FGM Materials on the Parametric Resonance of Plate Structures," *Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering*, Vol. 190, pp. 953~962.

(7) Reddy, J. N. and Cheng, Z. -Q., 2001, "Three-dimensional Thermomechanical Deformations of Functionally Graded Rectangular Plates," *European Journal of Mechanics-A/Solids*, Vol. 20, pp. 841~855.

(8) Woo, J. and Meguid, S. A., 2001, "Nonlinear Analysis of Functionally Graded Plates and Shallow Shells," *Int. Journal of Solids and Structures*, Vol. 38, pp. 7409~7421.

(9) Croce, L. D. and Venini, P., 2004, "Finite Elements for Functionally Graded Reissner-Mindlin Plates," *Computational Method in Applied Mechanical Engineering*, Vol. 193, pp. 705~725.

(10) Shen, H. S., 2002, "Nonlinear Bending Response of Functionally Graded Plates Subjected



to Transverse Loads and in Thermal Environments," Int. Journal of Mechanical Sciences, Vol. 44, pp. 561~584.

(11) Yang, J. and Shen, H. S., 2002, "Vibration Characteristics and Transient Response of Shear-deformable Functionally Graded Plates in Thermal Environments," Journal of Sound and

Vibration, Vol. 255, pp. 579~602.

(12) Kim, Y. -W., 2005, "Temperature Dependent Vibration Analysis of Functionally Graded Rectangular Plates," Journal of Sound and Vibration, In Press.

(13) SASI, 2000, "ANSYS User's Manual," Swanson Analysis System Inc., Houston.