

# Fuzzy PID 제어기 설계 및 구현

## Design and Implementation of Fuzzy PID Controller

신 위 재\*

Wee-Jae Shin\*

### 요 약

본 논문에서는 새로운 방법의 Fuzzy PID 제어기를 제안한다. 우선 절대형 디지털 PID 제어기에서 두 가지 문제점이 있다. 첫째는 매 제어 주기마다 많은 데이터의 합을 구해야 하므로 계산시간이 많이 소요되고, 둘째는 이 계산을 위해 이전의 모든 데이터를 보관하고 있어야 되기 때문에 메모리가 많이 필요한 문제점이 있다. 위의 문제점을 개선하기 위해 속도형 디지털 PID 제어기를 사용한다. 제안한 제어기에서는 PID 제어기의 목표 값과 현재 출력 값의 차인 크리스퍼(crisp) 출력 오차를 그대로 사용하지 않고 퍼지추론의 단계는 가지면서 Rule Table은 갖지 않는 특징이 있으며 출력 소속 함수에 두 변수의 관계와 범위에 의해 도식화된 영역에서 삼각형 무게 중심법으로 비퍼지화된 비선형 출력 값을 PID 계수에 인가하는 새로운 Fuzzy PID 제어기를 제안한다.

### Abstract

In this paper, we propose a fuzzy PID controller of new method. There are two problems in absolute digital PID controller. First, much calculation time need for obtain the sum of data at each period. Second, this is problem need much memory because to storage every data at the before period. We use the speed type PID digital controller to improvement such problems. In the propose controller doesn't use without adjustment the crisp output error and we doesn't use rule tables in the fuzzy inference process at the forward stage fuzzifier. We inference output membership function by using the relation and range of two variable of PID gain parameters. We can obtained desired results through the simulation and a experiment of the hydraulic servo motor control system.

**key words** : fuzzy PID controller, speed type PID, hydraulic servo motor control system

### I. 서론

PID 제어기는 제어기술 부분에서 오랜 역사를 가지고 그것들은 간단하고 제어계의 응용에 대해 안정하다는 것이 증명되었다. 특히, 산업 및 공정제어에서 사용되는 PID 제어기의 사용율은 약 84%나 된다고 보고 되고 있다. 이 사용율은 PID 제어기 구조의 간단함과 쉽게 이해할 수 있는 원리에 기인해서 많은 실제 응용에서 매우 많이 사

용되고 있다는 것을 보여 준다. 기존의 PID 제어방식은 제어기의 설계가 간단하나 목표값에 추종하도록 계수값을 설정하는데 많은 시행 착오가 필요하다.[3] 최근 들어 복잡한 동적 시스템을 위한 제어기설계는 논리, 추론 그리고 학습을 사용하는 지능제어 시스템을 사용하여 제어하는 것이 보편화되어 있다. 특히 학습과 적용은 인공지능 제어시스템의 기본적인 특성이고, 예견하지 못한 환경의 광범위한 변화를 극복할 수 있다.[1,4] 퍼지제어는 1965년 Zadeh 교수에 의해 퍼지이론이 제안되고, 1976년 Mamdani가 증기기관의 제어에 퍼지이론을 적용한 후 많은 연구가들에 의해 비선형 제어에 활용되었으며 제어대상에 대한 전문가적 지식을 가졌거나 숙련된 사람의 애매

\*경남대학교 전자전기공학부

접수 일자 : 2005. 4. 14      수정 완료 : 2005. 4. 25

논문 번호 : 2005-1-9

※본 연구는 경남대학교 학술논문게재연구비 지원에 의해 이루어 졌음

II. Fuzzy PID 제어기 설계

표준형 아날로그 PID제어기의 입·출력 관계식은 다음과 같은 미적분방식으로 쓸 수 있다.

$$u(t) = K_p e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{d}{dt} e(t) \quad (1)$$

이 식으로부터 디지털 PID 제어기의 전달 함수를 구하기 위해, 식 (1)에서 적분/미분 항을 각각 사다리형 합산과 후향 차분으로 근사화해서 이산화 시키면 다음의 식 (2)와 같이 된다.

$$u(k) = K_p e(k) + K_I \sum_{i=1}^k \frac{T_s}{2} \{ e(i-1) + e(i) \} + \frac{K_D}{T_s} \{ e(k) - e(k-1) \} \quad (2)$$

식 (2)을 '절대형' 또는 '위치형' PID 제어기 식이라고 한다. 여기서  $K_p$ 는 비례이득,  $K_I$ 는 적분이득,  $K_D$ 는 미분이득을 나타내며,  $T_s$ 는 샘플링 주기,  $e(k) = r(k) - y(k)$ 로써 목표값( $r(k)$ )과 현재 출력값( $y(k)$ )을 뺀 값을 나타낸다. 절대형 PID 제어기의 출력값( $u(k)$ )은 제어대상의 입력값이 된다.

PID 제어기의 제어출력을 매 시점마다 계산해 내는 데 있어 바로 1단계 전의 값을 수정해서 구하는 재귀형 식을 유도하면 다음과 같다.

$$u(k) = u(k-1) + K_p \{ e(k) - e(k-1) \} + \frac{K_I T_s}{2} \{ e(k) + e(k-1) \} + \frac{K_D}{T_s} \{ e(k) - 2e(k-1) + e(k-2) \} \quad (3)$$

식 (3)을 디지털 PID 제어기의 '중분형' 또는 '속도형' PID 제어기 식이라 한다.

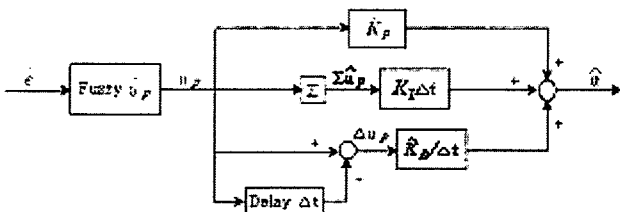


그림 1. Fuzzy PID 제어기의 구조  
Fig.1. structure of the Fuzzy PID controller

그림 1은 Fuzzy PID 제어기의 구조를 블록선도로 나타낸 것이며, 간단하게 하기 위해 이산치  $k$ 를 생략한 그림이다. 그림 1에서 입력은 정규화된  $\hat{e}(k)$ 를 사용하는데 다음 식 (4), (5)와 같다.

$$\hat{e}(k) = \begin{cases} 1, & s_e e(k) > 1 \\ s_e e(k), & |s_e e(k)| \leq 1 \\ -1, & s_e e(k) < -1 \end{cases} \quad (4)$$

$$s_e = |1/[r(0) - y(0)]| = |1/e(0)| \quad (5)$$

제안하고자 하는 디지털 Fuzzy PID 제어기의 속도형 제어기 식으로 표현하면 다음 식 (6)과 같다.

$$\hat{u}(k) = \hat{u}(k-1) + \hat{K}_P \{ \hat{u}_P(k) - \hat{u}_P(k-1) \} + \frac{\hat{K}_I T_s}{2} \{ \hat{u}_P(k) + \hat{u}_P(k-1) \} + \frac{\hat{K}_D}{T_s} \{ \hat{u}_P(k) - 2\hat{u}_P(k-1) + \hat{u}_P(k-2) \} \quad (6)$$

여기서  $\hat{u}_P(k)$ 는 비퍼지화된 비례 출력을 나타내지만, 비선형 출력이다. 그리고  $\hat{K}_P, \hat{K}_I, \hat{K}_D$ 는 각각 정규화된 비례, 적분, 미분 이득을 나타낸다. 비퍼지화된 비례 출력  $\hat{u}_P(k)$ 를 구하기 위해 다음과 같이 3개의 간단한 룰을 가진 퍼지제어기이다.

- R1 : if ( $\hat{e}(k)$  is NB) then ( $\hat{u}_P(k)$  is NB)
- R2 : if ( $\hat{e}(k)$  is PB) then ( $\hat{u}_P(k)$  is PB)
- R3 : if ( $\hat{e}(k)$  is AZ) then ( $\hat{u}_P(k)$  is AZ)

그림 2와 같이 입·출력 소속함수를 간단하게 나타내기 위해 삼각형 소속함수를 사용하였다.  $\hat{e}(k)$ 의 입력 소속함수는 고정되어 있고,  $\hat{u}_P(k)$ 의 출력 소속함수는 변수  $x_1$ 과  $x_2$ 에 의해 변한다.

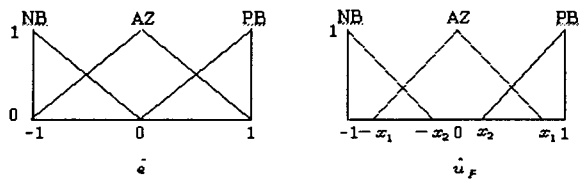


그림 2. 입·출력 소속함수  
Fig.2. input.output membership function

그림 3에서 빗금 친 영역은 각 룰의 퍼지 추론에 의한 결론부의 결합을 나타낸다. Case 1[그림 3 (a)]은 겹치지 않는 인접 소속 함수 때문에 두 영역으로 나누어 진다. 그리고 Case 2[그림 3 (b)-(d)]처럼 겹쳐지는 인접 소속 함수 때문에 연결된 영역을 가진다. Case 2에서 서로 다른 세 영역으로 나누어 지는 것은 다음 식 (7)에 의해 결정된다.

$$\hat{e}_d = (x_1 - x_2) / (1 + x_1 - x_2) \quad (7)$$

그림 3과 그림 2의 입·출력 소속함수 관계에 의해 도식화된 영역에서 삼각형 무게 중심법으로 비퍼지화된 출력 ( $\hat{u}_P(k)$ )을 식 (8)과 같이 구할 수 있다.

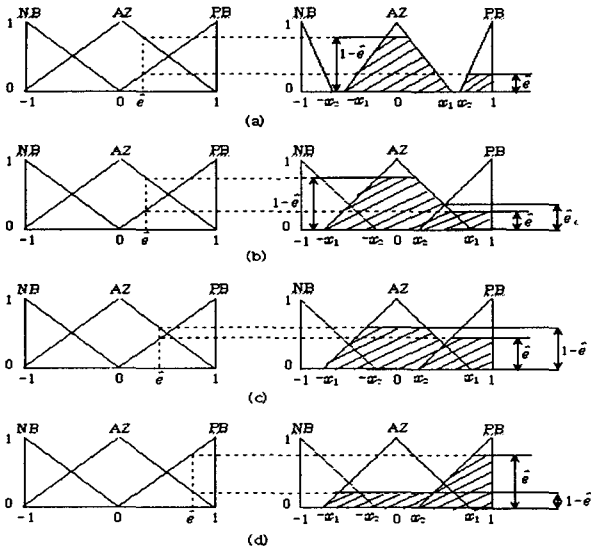


그림 3. 퍼지출력에 대한 2가지 경우  
Fig.3. Two case of fuzzy output

- (a) 경우1:  $x_1 \leq x_2$ . (b) 경우2:  $x_1 > x_2$  범위 A:  $0 \leq |\hat{e}| \leq \hat{e}_d$ . (c) 경우2:  $x_1 > x_2$ . 범위 B:  $\hat{e}_d \leq |\hat{e}| \leq 1 - \hat{e}_d$ .
- (d) 경우2:  $x_1 > x_2$ . 범위 C:  $1 - \hat{e}_d < |\hat{e}| \leq 1$

Case 1 (Nonoverlapping) :  $x_1 \leq x_2$

$$\hat{u}_P = \frac{y_2 \hat{e} [3x_2(2 - |\hat{e}|) + y_2(3 - \hat{e}^2)]}{3[2x_1(1 - \hat{e}^2) + y_2(2|\hat{e}| - \hat{e}^2)]}$$

Case 2 (Overlapping) :  $x_1 > x_2$

Range A :  $0 \leq |\hat{e}| \leq \hat{e}_d$

$$\hat{u}_P = \frac{\hat{e} [3(1 - x_1^2) + 3x_1^2|\hat{e}| - x_1^2\hat{e}^2]}{3[2x_1 + 2(1 - x_1)|\hat{e}| - x_1\hat{e}^2]}$$

Range B :  $\hat{e}_d < |\hat{e}| < 1 - \hat{e}_d$

$$\hat{u}_P = \frac{\hat{e} \{y_2|\hat{e}|[3x_2(2 - |\hat{e}|) + y_2(3 - \hat{e}^2)] - y_1\hat{e}_d[3(1 - \hat{e}_d)x_1 - y_1]\}}{3|\hat{e}|[2x_1(1 - \hat{e}^2) + y_2(2|\hat{e}| - \hat{e}^2) - y_1\hat{e}_d]}$$

Range C :  $1 - \hat{e}_d \leq |\hat{e}| \leq 1$

$$\hat{u}_P = \frac{\hat{e} \{z_1[3 - x_1^2(1 + |\hat{e}| + \hat{e}^2)] - y_2z_3[3 - y_2(1 - |\hat{e}| + \hat{e}^2)]\}}{3|\hat{e}|[z_1(2 + x_1z_2) - y_2z_3]}$$

$$z_1 = 1 - |\hat{e}|, z_2 = 1 + |\hat{e}|, z_3 = 1 - 2|\hat{e}|$$

$$y_1 = x_1 - x_2, y_2 = 1 - x_2 \quad (8)$$

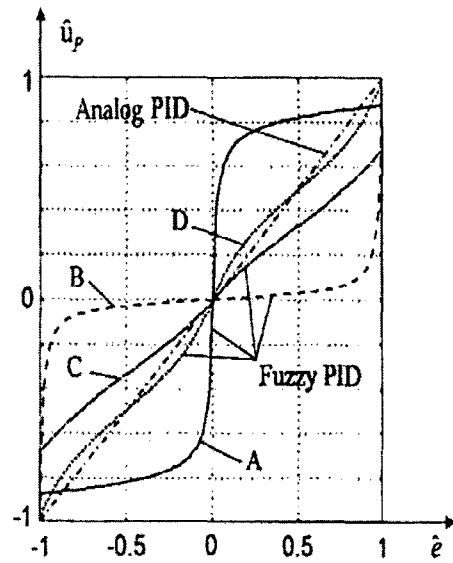


그림 4. Analog PID와 Fuzzy PID의 " $\hat{e}$  대  $\hat{u}_P$ " 관계 그래프

Fig.4 Four types of " $\hat{e}$  versus  $\hat{u}_P$ " nonlinear curve for the fuzzy

### III. Fuzzy PID 제어기 시뮬레이션

본 논문에서 제안한 Fuzzy PID 제어기의 응답특성을 살펴보기 위해 다음의 1차 지연 플랜트 전달함수에 적용하여 모의 실험하였다.

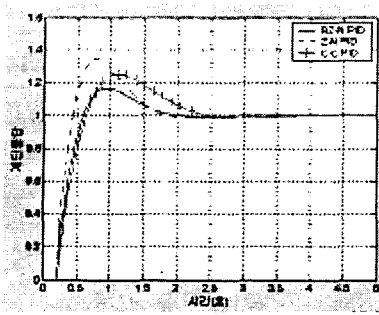
$$G(s) = K \frac{e^{-Ls}}{Ts + 1} = \frac{1}{s + 1} e^{-0.2s} \quad (9)$$

표 1. 병렬형 PID 제어기 동조규칙

Table 1. Tuning rule of the parallel PID controller

L:지연시간 T:시상수 K:직류이득

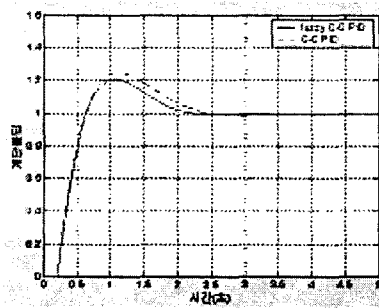
동조규칙	$K_p$	$T_i$	$T_d$
Ziegler-Nichols 계단응답	$\frac{1.2T}{KL}$	$2L$	$0.5L$
Ziegler-Nichols 한계주기	$0.6K_u$	$0.5T_u$	$0.125T_u$
Cohen-Coon	$\frac{16T + 3L}{12KL}$	$L \frac{32 + 6L/T}{13 + 8L/T}$	$\frac{4L}{11 + 2L/T}$



	C-C PID	Z-N PID	RZ-N PID
$K_p$	2.77	6	6
$K_i$	6.08	15	15
$K_d$	0.19	0.6	0.6
$\beta$	-	-	0.54
$T_r$	0.33s	0.18s	0.29s
$T_s$	2.18s	1.65s	1.67s
POS	25%	35%	16.5%

그림 5. 동조규칙에 따른 PID 제어기 응답비교

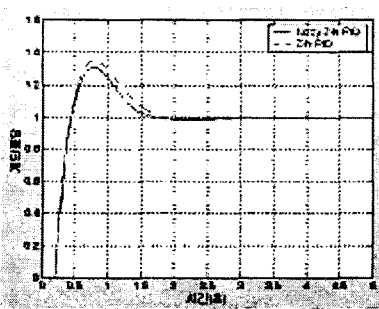
Fig.5 Comparison of PID controller response by Tuning rule



	C-C PID	Fuzzy C-C PID
$K_p$	2.77	2.766
$K_i$	6.08	6.083
$K_d$	0.19	0.194
$\beta$	-	-
$x_1$	-	0.005
$x_2$	-	0.99
$T_r$	0.33s	0.327s
$T_s$	2.18s	1.918s
POS	25%	20.8%

그림6 .Analog와Fuzzy PID 제어기 응답(Cohen-Coon)

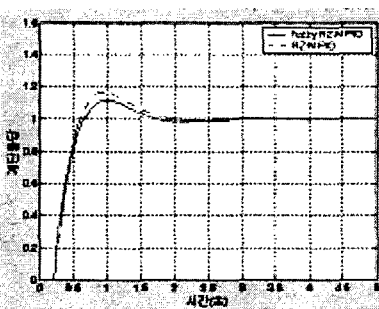
Fig.6. response of Analog and Fuzzy controller(Cohen-Coon)



	Z-N PID	Fuzzy Z-N PID
$K_p$	6	6
$K_i$	15	15
$K_d$	0.6	0.6
$\beta$	-	-
$x_1$	-	0.005
$x_2$	-	0.99
$T_r$	0.179s	0.171s
$T_s$	1.648s	1.4963s
POS	35%	30.8%

그림 7. Analog와 Fuzzy PID 제어기응답(Ziegler-Nichols)

Fig.7. Response of Analog and Fuzzy controller(Ziegler-Nichols)



	RZ-N PID	Fuzzy RZ-N PID
$K_p$	6	6
$K_i$	15	15
$K_d$	0.6	0.6
$\beta$	0.54	0.54
$x_1$	-	0.00535
$x_2$	-	0.99
$T_r$	0.296s	0.3001s
$T_s$	1.675s	1.4863s
POS	16.5%	13.6%

그림 8. Analog와 Fuzzy PID 제어기 응답

(Refined Ziegler-Nichols)

Fig.8. Response of Analog and Fuzzy controller(Refined Ziegler-Nichols)

그림 5는 표 1의 병렬형 PID 제어기 동조 규칙에 의해 1차 지연 플랜트의 K, T, L 값으로부터 각각의 이득 계수  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$ 를 구한 다음 그림 1에서 제안한 Fuzzy PID Controller의 구조에서 퍼지추론을 뺀 기존의 PID Controller의 응답을 구한 것이다. 그림 6, 7, 8 은 동일한 계수에서 기존의 Analog PID와 Fuzzy PID을 응답 비교 하고 표로 만든 것으로 Rule Table이 없고 선형계통이라면 퍼지추론을 이용하여 기존 오차값을 비선형으로 바꾸어 PID 계수에 인가하는 Fuzzy PID Controller 가 더 안정적이고 응답성도 좋은 것을 확인 할 수 있었다.

#### IV . 유압 서보 시스템 실험

유압 서보시스템은 유압모터와 직접구동 밸브(Direct Drive valve DDV), 관성부하로 이루어진다. 유압 서보시스템에서 제어기의 제어 입력 신호를 D/A 변환기를 사용하여 아날로그 전압으로 바꾼 다음 직접구동 밸브에 인가한다. 직접구동 밸브는 서보 증폭기를 내장하고 있는 일체형으로 직접구동 밸브의 구동신호(제어입력)는  $\pm 10V$ 로 DSP33PLUS 보드(TMS320VC33PGE)에 D/A 변환기를 연결하여 생성하며 직접구동 밸브의 A, B 포트는 유압모터의 포트에 연결되고 유압모터의 축은 커플링을 통해 관성부하를 연결하는 축에 결합된다. 밸브에 의해 제어된 유량은 유압모터로 공급되고 공급된 유량에 비례하여 회전력을 발생시킨다. 관성부하를 고정하는 축은 다시 커플링을 통하여 증분 광부호기로 연결된다. 증분 광부호기는 유압모터의 회전수를 감지하는 부분으로 F/V 변환기를 사용하여 유압모터의 회전수를 전압신호로 변환하고, 변환된 신호는 A/D 변환기를 통과하여 DSP33PLUS 보드(TMS320VC33PGE)로 연결된다. 오실로스코프는 DL1720으로 실험 결과 파형과 데이터를 기록한다.

그림 9는 DSP 프로세서로 유압 서보모터의 속도제어 실험을 위한 전체장치의 구성도이다.

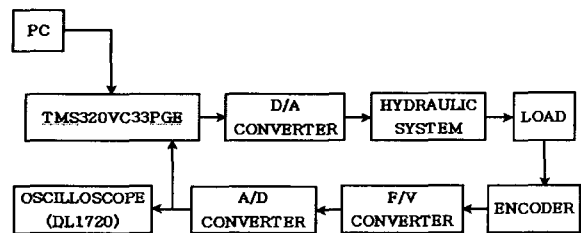


그림 9. 유압 서보 시스템 실험 블록선도

Fig.9. Block diagram of hydraulic servo system

PC는 TMS320C33 계열 개발 소프트웨어를 사용하여 C 언어로 작성하고 제안한 알고리즘을 DSP 어셈블리 언어로 번역한 뒤 실행 파일을 생성시켜 RS-232 통신 방식으로 다운 로딩시켜 알고리즘을 수행한다.

실험은 Analog PID 제어기와 Fuzzy PID 제어기를 무부하 상태에서 유압 서보시스템에 적용하여 비교하였다. 유압모터의 축에 스프링 커플러를 연결하여 사용하였다.

표 2. 모델링을 위한 초기 파라미터들  
Table 2. Initial parameter for modeling

	Type	$K_P$	$K_I$	$K_D$
Analog PID	-	7.0	12.0	0.2
Fuzzy PID	Type B $x_1 = 0.001$ $x_2 = 0.99$	7.0	12.0	0.2

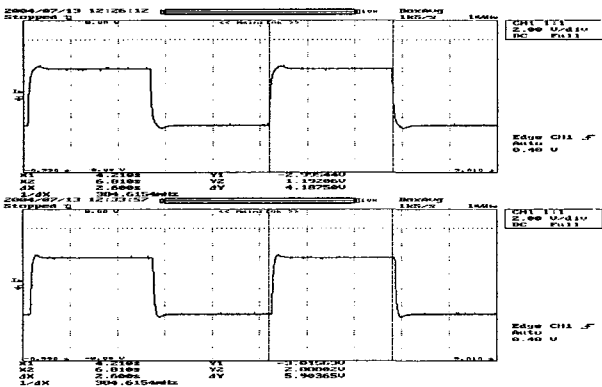


그림 10. 유압 서보 시스템 실험 파형

Fig.10. Experimental waveform of hydraulic servo system

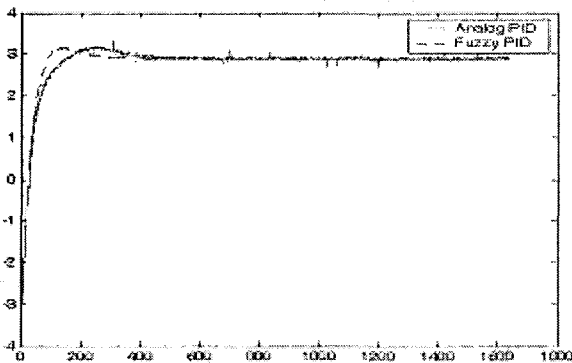


그림 11. 실험 파형 확대한 그래프

Fig.11. Extension graph of experimental waveform

표 3. 실험 파형 결과 비교

Table 3. Result comparison of experimental waveform

	$T_r$	$T_s$	POS(%)
Analog PID	0.085s	0.292s	5%
Fuzzy PID	0.068s	0.174s	5%

표 2에 사용된 초기 파라미터들은 유압 서보 시스템에 적합한  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$  계수를 나타낸 것이고, 실험에 사용된 Type의 변수 값을 나타낸 것이다. 그림 10은 유압 서보 시스템의 실험 결과 파형으로 DL1720 오실로스코프로 파형을 저장한 것이며, 단위 계단응답 처럼 상승 부분만 확대한 그림 11이다. 표 3의 파형 결과 비교에서 볼 수 있듯이 선형 에러를 이용한 Analog PID 제어기보다 비퍼지화 된 비선형 에러를 이용한 Fuzzy PID 제어기가 빠른 응답성과 정확성이 있음을 확인 할 수 있었다.

## V. 결론

본 논문에서 제안한 Fuzzy PID Controller는 설정 값에서 제어대상의 출력 값을 뺀 선형적인 에러 대신 롤 테이블 없이 비퍼지화된 비선형 출력 값을 사용한 것이 아니라 그 PID 컨트롤러보다 안정적이고 응답성도 좋은것을 확인 할 수 있었다.

## 참고 문헌

- [1] Baogang Hu, George K.I. Mann, Raymond G. Gosine, "New Methodology for Analytical and Optimal Design of Fuzzy PID Controllers", IEEE Tran., on fuzzy systems, Vol. 7, pp521-539, Oct. 1999
- [2] Zhen-Yu Zhao, Masayoshi T., Satoru Isaka, "Fuzzy Gain Scheduling of PID Controller", IEEE Tran. on systems. man. and cyber., Vol. 23, pp1392-1398, Sep./Oct. 1993
- [3] Ronald R. Yager, Dimitar P. Filev, "Essentials of Fuzzy Modeling and Control", John Wiley and Sons, Inc . pp109-152, 1994
- [4] Bao-Gang Hu, George K. I. Mann, Raymond G. Gosine "A Systematic Study of Fuzzy PID Controller - Function-based Evaluation Approach", IEEE Tran. on Fuzzy Systems, Vol. 9, pp699-712, Oct. 2001
- [5] C. C. Hang, K. J. Astrom, W. K. Ho, "Refinements of the Ziegler-Nichols tuning formula", IEE PROCEEDINGS-D, Vol. 138, No. 2, pp. 111-118, Mar. 1991.
- [6] P. K. Dash, A. C. Liew, B. R. Mishra, "An adaptive PID stabilizer for power systems using fuzzy logic", Electric Power Systems Research 44, pp. 213-222, 1998.

[7] Chia-Ju Wu, Ching-Huo Huang, "A Hybrid Method for Parameter Tuning of PID Controllers", J. Franklin Inst. Vol. 334B, No. 4, pp. 547-562, 1997.



신 위 재(Wee-jae Shin)

1975년 동아대학교 전자공학과

1979년 동대학원 전자공학과(공학석사)

1989년 동대학원 전자공학과(공학박사)

1996년-1997년 대한전자공학회 부산경

남 지부장

1998년-1999년 대한전자공학회 학술위원

1998년 일본 Kyushu 대학 객원교수

2000년-현재 한국신호처리·시스템학회 부회장

1983년-현재 경남대학교 전자전기공학부 교수

관심분야 : 시스템지능제어 및 자동화, 신호처리

---