

# 유연 힌지 구조의 스테이지 구동범위 확대를 위한 힌지의 목두께 해석

황은주\*, 민경석\*, 송신형\*, 최우천<sup>#</sup>

## Analysis of Flexure Hinge Neck Thickness of a Lever in Ultra Precision Stages of a Long Travel Range

Eunjoo Hwang\*, Kyungsuk Min\*, Sinhyung Song\*and Woo Chun Choi<sup>#</sup>

### ABSTRACT

Lever mechanisms are usually employed to enlarge output displacements in precision stages. In this study, theoretical analysis is done for a precision stage employing a lever and flexure hinges, including bending effect. This study presented relations between design parameters and magnification ratio. This study presents optimal values for the parameters to achieve a longer stage displacement. The analysis is verified by finite element analysis. It is found that adjusting stiffnesses can increase the travel range significantly.

**Key Words:** Stage, Flexure Hinge, Lever, Magnification Ratio, Output Displacement to Input Force, Travel Range, Design Parameter, Spring Rate, Neck Thickness

### 1. 서론

현미경, 질량계, x-ray 간섭계, 반도체 및 광학 장비 등은 높은 정밀도의 구동과 제어를 요구한다. 이런 목적을 위해 정밀 스테이지는 넓은 방면에서 이용되고 있다. 정밀하게 위치를 제어하는 스테이지는 긴 구동범위를 요구하는 경향이 있다. 높은 정밀도를 위해, 유연 힌지<sup>1</sup>는 종종 스테이지에 이용되는데, 이는 유연 힌지는 백래시가 적고, 부드러우면서 반복적인 변위를 갖는데다 힘과 변위에 있어 거의 선형적인 관계를 갖는 장점이 있기 때문이다. 구동범위를 길게 하기 위해, 레버를 이용해<sup>2</sup> 변위 확대를 야기하는 방법이 주로 사용된다.

확대비에 미치는 힌지 강성의 영향을 찾기 위

한 많은 연구들이 있었다. Tesytlin<sup>3</sup>과 Wu 등<sup>4</sup>은 가정 아래에서 얻게 된 이론적 강성과 실제 강성을 비교했다. Xu<sup>5</sup>와 Chang<sup>6</sup>은 확대비를 크게 하는 레버 기구를 설계하기도 하였다. Ryu 등<sup>7</sup>은 복합 레버를 제안하기도 했다. 이런 연구에서도, 높은 확대비를 얻기 위한 다양한 설계 조건들이 고려되었다. 하지만, 대부분의 연구들은 구동 범위와 매개변수들의 관계를 체계적으로 설명하지 못했고, 레버의 굽힘을 고려하지 못했다. Smith<sup>8</sup>가 단순 레버 구조를 해석하기는 했지만 이 때, 레버의 굽힘 영향을 간과했기에 스테이지의 변위를 정확하게 예측하는데 실패했다.

본 연구는 레버를 채용한 유연 힌지 정밀 스테이지의 변위를 이론적으로 해석했다. 특별히,

\* 접수일: 2004년 10월 25일; 게재승인일: 2005년 2월 18일

# 고려대학교 기계공학과 대학원

# 교신저자: 고려대학교 기계공학과

E-mail [wcchoi@korea.ac.kr](mailto:wcchoi@korea.ac.kr) Tel. (02) 3290-3361

레버의 굽힘 현상을 고려해, 스테이지 변위에 미치는 레버 힌지들의 영향을 유도했기에 실제의 운동 능력 향상 정도를 유사하게 보일 수 있었다. 또한, 본 해석은 스테이지의 변위를 크게 하는 각 유연 힌지의 최적 목표를 얻을 수 있는데 이를, 유한 요소 해석 결과와의 비교를 통해 검증했다. 따라서, 본 연구에서 개발한 단순한 해석방법은 스테이지 를 초기 설계할 때 유용하게 활용될 수 있다.

## 2. 스테이지 변위에 대한 이론적인 해석

### 2.1 스테이지의 모델링

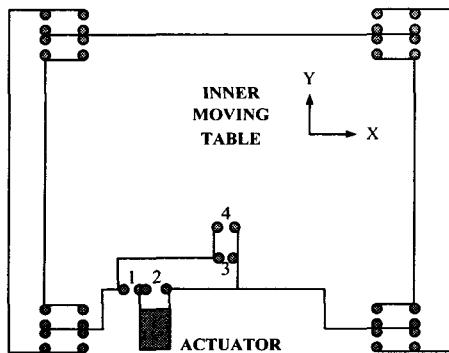


Fig. 1 Schematic diagram of a stage for analysis

Fig. 1 은 본 연구에서 다룬 스테이지를 보인다. 내부 테이블은 다수의 유연 힌지(Flexure Hinge)로 외부 이동 테이블과 연결되어 있다. 정밀한 입력 변위를 주는 압전 구동기, PZT(Piezoelectric Transducer)로 구동하고 이를 레버로 확대한다. 스테이지의 구동 영역에 미치는 레버 힌지의 영향을 비교적 간단히 확인하기 위해, 힌지들은 축방향 스프링으로 모델링했다. Fig. 1 을 Y축 기준 모델링하면 Fig. 2 와 같다. 레버의 힌지 숫자는 인접한 힌지들을 말한다.

Fig. 2 에서  $k_c$  는 내부 이동 테이블을 지지하는 힌지들의 강성으로 실제 스테이지와 레버 사이 강성은 4  $k_c$  가 된다.  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_{34}$  는 레버의 각 부분 힌지의 강성이다.  $k_1$  은 피봇 역할을 하고,  $k_2$  는 입력 점이며,  $k_{34}$  는 스테이지로 힘을 전달하는 힌지 3 과 4 를 하나로 묶은 강성이다.  $\kappa$  는 레버에 연결된 힌지들이 결합된 회전강성을 말한다.  $a$ ,  $L$  은 피봇과 입력 점, 피봇과 출력 점 사이의 길이를 말한다.

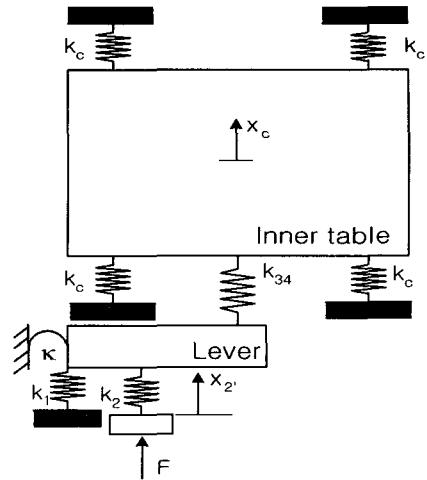


Fig. 2 Schematic diagram of the stage modeled for theoretical analysis

Fig. 3 은 본 연구의 차별성이기도 한 굽힘 현상을, Fig. 4 는 힘-모멘트 균형을 표현한다.  $R_1$ ,  $R_2$  는 입력점에 가해진 힘  $F$  에 의해 레버의 피봇 부분과 출력 부분에 발생한 반력을 말하며,  $x_i$  들은 레버 내  $i$  지점에서의 실제 변위를 의미한다. 특히  $x_2$  은 레버의 입력점에 힘이 가해졌을 때 발생하는 입력점의 변위를 말한다.

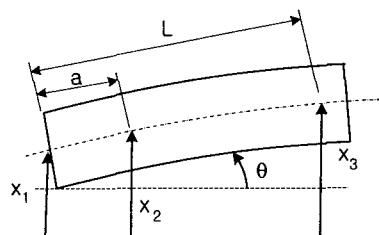


Fig. 3 Bending of the lever

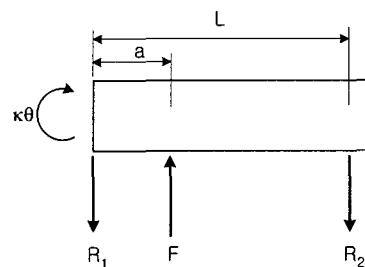


Fig. 4 Balance of force and moment

강성과 힘의 관계는 다음과 같다.

$$= A_3x_1 + A_4x_2 + A_5x_2 + A_6x_3 \quad (11)$$

$$-4k_c x_c + k_{34}(x_3 - x_c) = 0 \quad (1)$$

$$R_2 = k_{34}(x_3 - x_2) \quad (2)$$

$$R_1 = k_1 x_1 \quad (3)$$

$$F = k_2(x_2 - x_1) \quad (4)$$

$$x_1 = \frac{1}{(A_1 - A_3)}(A_4x_2 + (A_5 - A_2)x_2 + A_6x_3)$$

$$= B_1x_2 + B_2x_2 + B_3x_3$$

$$= B_1x_2 + B_2x_2 + B_3Ax_c \quad (12)$$

식(1)로부터  $x_3$ 는 단순화 될 수 있다.

식 (12)를 (10)과 (11)에 대입하여 정리하면,

$$x_3 = \frac{1}{k_{34}}(k_{34} + 4k_c)x_c = Ax_c \quad (5)$$

$$\theta = B_4x_2 + B_5x_2 + B_6Ax_c \quad (13)$$

Fig. 3에서 보듯, 레버의 힘에 대한 지배방정식에 경계 조건을 대입한다.

$$EI \frac{d^2v}{dy^2} = M_b \quad (6)$$

$$\text{at } y=0, dv/dy = \theta, v=0 \quad (7)$$

$$\text{at } y=a, v = x_2 - x_1 \quad (8)$$

$$\text{at } y=L, v = x_3 - x_1 \quad (9)$$

$$F = R_1 + R_2 \quad (14)$$

$$\kappa\theta + R_2L = Fa \quad (15)$$

여기서,  $v$ 는 변형량,  $M_b$ 는 굽힘 모멘트이다.  
식(5)-(9)에서,  $\theta$ 와  $x_1$ 은 정의된다.

위의 식들로부터  $x_2$ 가 결정된다.

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{1}{(k_2 + k_1B_2)}[(k_2 - k_1B_1)x_2 \\ &\quad - (k_1B_3A + k_{34}(A-1))x_c] \\ &= C_1x_2 + C_2x_c \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{\frac{k_1}{6}a^3 - EI}{\frac{\kappa}{2}a^2 + EJa}x_1 + \frac{EI}{\frac{\kappa}{2}a^2 + EJa}x_2 \\ &= A_1x_1 + A_2x_2 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{1}{(k_2a + \kappa B_5)}[-(\kappa B_4 - k_2a)x_2 \\ &\quad - (\kappa B_6A + k_{34}(A-1)L)x_c] \\ &= C_3x_2 + C_4x_c \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \theta &= -\frac{EI - \frac{k_1}{6}L^3}{\frac{\kappa}{2}L^2 + EIL}x_1 - \frac{\frac{k_2}{6}(L-a)^3}{\frac{\kappa}{2}L^2 + EIL}x_2 \\ &\quad + \frac{\frac{k_2}{6}(L-a)^3}{\frac{\kappa}{2}L^2 + EIL}x_2 + \frac{EI}{\frac{\kappa}{2}L^2 + EIL}x_3 \end{aligned}$$

식(16)과 (17)로부터, 확대비  $r$ 은 결정된다.  
여기서  $C_1, C_2, C_3, C_4$ 는 강성과 길이들의 함수이다.

$$r = \frac{x_c}{x_2} = \frac{C_1 - C_3}{C_4 - C_2} \quad (18)$$

## 2.2 해석의 타당성 검증

스테이지의 확대비에 관한 해석의 타당성을 확인하기 위해 실제와 거의 유사하다고 판단되는 유한 요소 해석과 비교했다. 해석에 사용한 물성치와 변수 값들은 Table 1, Table 2 와 같다. R, b, h 가 의미하는 바는 Fig. 5에서 확인할 수 있다.

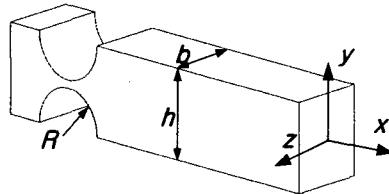


Fig. 5 Denomination of hinge

Table 1 Properties and dimension values for verification.

variable	value	unit
E	$7 \times 10^7$	mN/mm <sup>2</sup>
G	$2.7 \times 10^7$	mN/mm <sup>2</sup>
R	2.5	mm
b	25	mm
h	20	mm

Table 2 Numerical value of variables for verification.

variable	value	unit
$k_1$	$7.36 \times 10^8$	mN/mm <sup>2</sup>
$k_2$	$9.99 \times 10^8$	mN/mm <sup>2</sup>
$k_{34}$	$5.17 \times 10^8$	mN/mm <sup>2</sup>
$k_c$	$1.27 \times 10^5$	mN/mm <sup>2</sup>
L	70	mm
a	9	mm

위 조건에서 각 해석 방법을 통해 얻게 된 확대비 결과는 Table 3 과 같다. 표에서 보듯이, 유한 요소 해석을 통해 얻은 결과와 이론적인 해석을 통해 얻은 확대비 결과 사이에는 오차가 있다. 그러나 그 이유는 해석을 위한 가정에서 찾을 수 있다. 첫째, 실제로는 변형이 일어나는 힌지의 지지 부분들을 강체로 가정하였고, 둘째 타 방향에 대해서도 큰 강성을 갖는 힌지를 축 방향 스프링으로 대체하였기에 이런 차이가 발생했다. 실제로, 힌지를 축 방향 스프링으로 모델링하는 과정에서 보정 계수 사용 여부에 따라서도 강성 값이 달라져 이론적 해석 값을 다르게 하기도 했다.

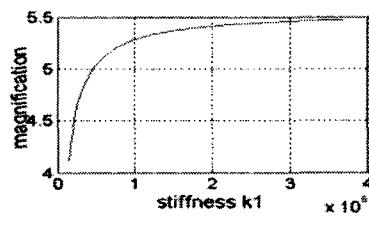
Table 3 Comparison magnification ratio

	Theoretical analysis	Finite element analysis
r	6.904	5.278

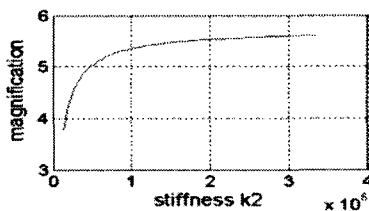
## 2.3 확대비와 해석 변수

본 절에서는, 앞서 타당성을 보인 이론적인 전개를 근거로 해석 변수들이 확대비에 미치는 영향을 확인할 것이다. 여기서, 해석 변수라 함은 전개 시에 확대비를 정의하기 위해 사용된 강성들과 길이들을 말한다. 각 해석 변수들은 확대비에 주요한 영향을 미치는데, 이는 Fig. 6에서 확인할 수 있다.

실제 스테이지를 설계하는 과정에서 주로 제기되는 조건들을 고려하여 변수들을 간추린다. Fig. 6에서 보듯,  $k_c$  와  $L$ ,  $a$ ,  $\kappa$  들은 확대비에 상당히 큰 영향을 줌에도 불구하고 여러 이유로 인해 상수 취급되는 경우가 많다. 그 첫째로, 설계 요구 조건인 최소 공진 주파수<sup>9</sup>를 주로 결정하는  $k_c$ 의 경우, 이를 만족시키는 값으로 미리 정해진다.  $L$ 과  $a$  역시, 전체 스테이지의 치수, 힌지 간의 간섭 현상을 피해야 한다는 등의 조건들을 만족시켜야 하기에 미리 결정된다. 또한,  $\kappa$ 는 독립 변수들인  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_{34}$  값에 따라 변하는 종속 변수이기에 실제 설계 변수에서는 제외한다. 따라서, 본 연구에서의 설계 변수는  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_{34}$ 로 압축된다.



(a) Effect of  $k_1$



(b) Effect of  $k_2$

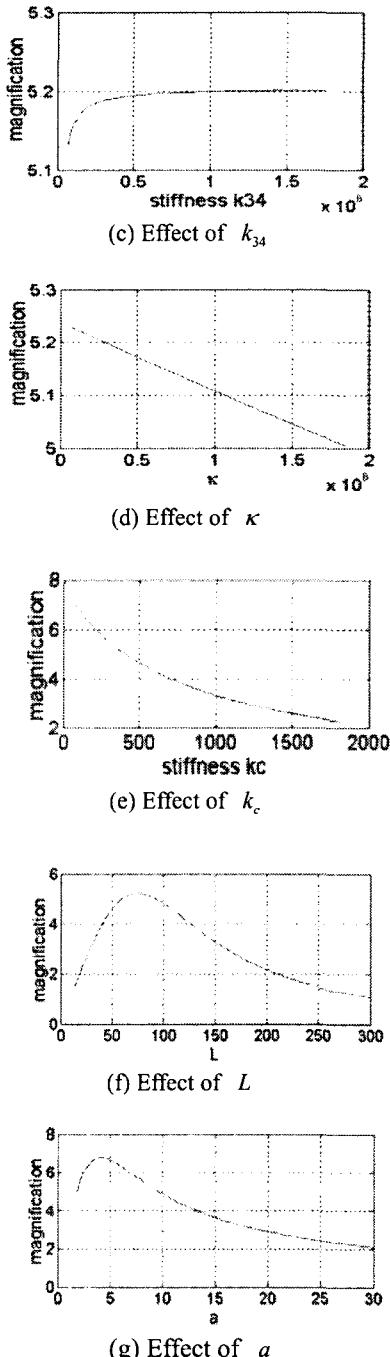


Fig. 6 Effects of design parameters on magnification

## 2.4 목적 함수와 설계 변수

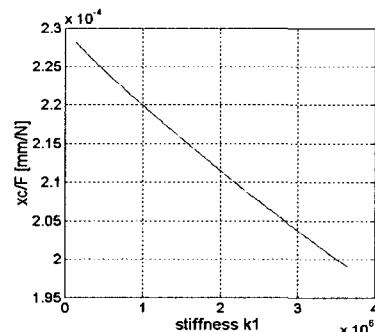
해석 변수들이 확대비에 미치는 영향들은 이

미 Fig. 6을 통해 확인했다. 2.3 절에서 언급한 이유로, 이후로는 해석 변수 모두가 아닌, 실제 설계에서 변수로 작용하는 설계 변수에만 초점을 둔다. 또한, 본 연구의 목표가 단순 확대비의 증대에 있는 것이 아니라 실제 구동 영역의 확대에 있으므로 컴플라이언스 개념을 새로이 정의한다. 이는 입력 힘에 대한 출력 변위의 비, 즉  $\eta = x_c/F$ 로 표현하는데, 여기서  $x_c$ 는 스테이지의 출력 변위이고,  $F$ 는 입력 구동 힘이다. 이 컴플라이언스는 그 값이 커질수록 스테이지의 구동범위를 확대하지만, 고유 진동수를 줄이는 특성을 갖는다.

본 연구에서는 확대비와 컴플라이언스를 함께 고려한다. 따라서, 목적함수는 다음과 같다.

$$f = r\eta = \frac{x_c}{x_2} \frac{x_c}{F} \quad (19)$$

$k_1$ 에 대한 확대비와 컴플라이언스는 Fig. 6(a)와 Fig. 7에서 볼 수 있다.  $k_1$ 이 커지면, 확대비는 커지지만 컴플라이언스는 작아진다.  $k_1$ 의 함수로 표현된 목적함수는 Fig. 8(a)와 같다. 그림에서 보듯, 목적함수를 최대로 하는  $k_1$ 의 최적값은 존재한다.

Fig. 7 Compliance as a function of  $k_1$ 

마찬가지로, Fig. 8(b)와 (c)에서 보듯이  $k_2$ 와  $k_{34}$ 에 대한 목적함수와 최적 값을 얻을 수 있다. 그러나,  $k_c$ 가  $k_{34}$ 에 비해 1000 배 이상 크거나,  $k_{34}$ 의 최적 값이 너무 작을 때는 Fig. 8(c)의 전반적인 양상과 같이  $k_{34}$ 가 증가할수록 컴플라이언스가 감소하는 경향을 갖는다. 이런 경우 확대비를 최대로 하는  $k_{34}$ 를 최적 값으로 하는데 물성값 등이 Table 1, Table 2와 같다면 Fig. 9를 따른다.

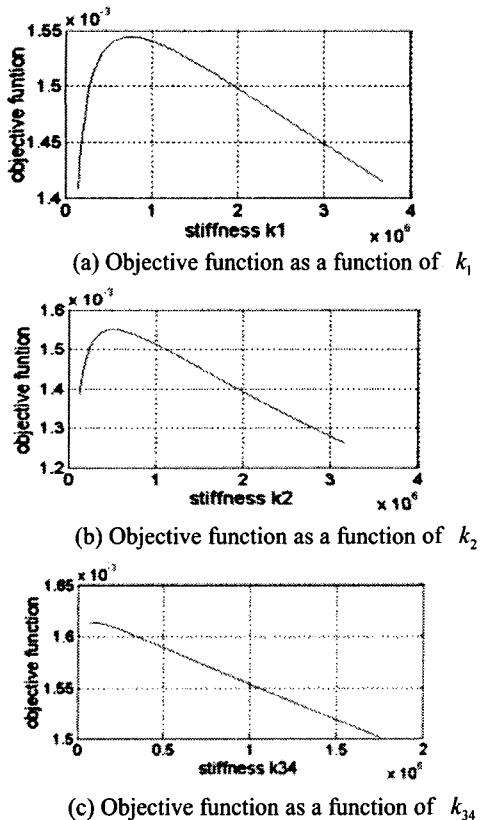


Fig. 8 Objective function as a function of  $k_1$ ,  $k_2$  and  $k_{34}$

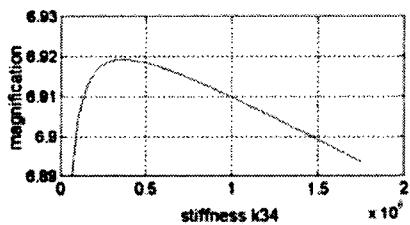


Fig. 9 Magnification as a function of  $k_{34}$

### 3. 해석 바탕의 설계

#### 3.1 적용 대상 스테이지

해석을 적용할 스테이지는 Fig. 10 과 같다. 각 코너는 유연 힌지로 연결되고, x, y 방향 구동기로 전압 입력시 해당 변위를 유발하는 PZT를 사용한다. 스테이지의 목표 정밀도는 5 nm이다. 30Hz 이상의 고유진동수와 200 $\mu$ m 이상의 구동 영역 확보가 그 설계 제한 조건이다.

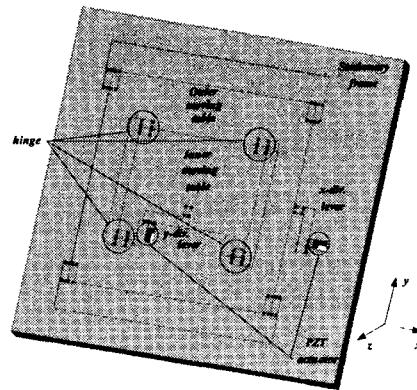


Fig. 10 Drawing of the prototype XY stage

본 연구는, 앞의 2 절에서 보듯이 설계 변수로  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_{34}$ 의 세 가지만 다룬다. 이들은 모두 스테이지에 채용된 레버 부근의 힌지 강성들로, 기존 모델의 해석이나 새로운 모델을 제안함에 있어 레버 부근에만 초점을 두어도 좋다는 근거가 된다.

#### 3.2 최적 설계 변수 결정

본 연구에서는, 기존 스테이지 모델과 새로운 스테이지 모델의 성능이, 채용한 레버에 의해서만 달라질 수 있도록 다른 요건은 통제한다. 즉 다른 값들은 그대로 유지한 채, 레버를 구성하는 힌지 강성들만의 변화로 얻은 이득을 확인할 것이다.

기존 스테이지에 채용했던 레버를 old model 이라고 하고, 2 절의 내용을 근거로 새로이 제안하는 스테이지의 레버를 new model 이라 부르기로 한다. 각 레버의 강성 값을 Table 4에 정리했다. 힌지 숫자는 Fig. 1과 같고, 그 강성 단위는 kN/mm<sup>2</sup>이다.

Table 4 Numerical stiffnesses for two models(kN/mm<sup>2</sup>)

Hinge No.	1	2	3	4
Old model	736	999	671	2266
New model	737	671	671	737

#### 3.3 설계 치수 확보

앞 절에서 이론적 해석을 근거로 구동 범위를 최대로 하는 최적 강성 값들을 구했다. 본 절에서는, 모델링 상태에서의 이들 값을 근사한 설계 치수로 조정한다.

스테이지에서의 힘 전달은 힌지들의 축 방향으로 이루어지기 때문에 유연 힌지를 스프링으로 모델링 할 때, 축 방향 강성을 Fig. 11 과 같이 스프링 상수로 대체할 수 있었다.

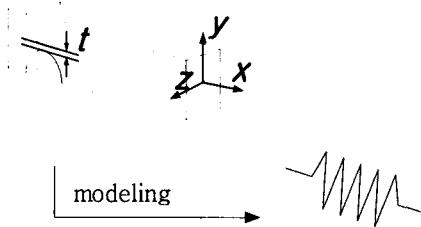


Fig. 11 Modeling of a flexure hinge as a spring

Paros 등<sup>1</sup>의 논문을 근거로,  $t/2R \ll 1$  이란 가정 위에서 축 방향의 힘과 변위로부터 얻은 강성을  $K_{11}$  이라 할 때,  $K_{11}$  과 힌지 목 두께와의 관계는 Fig. 12 와 같다. 그러나, 이는 힌지 목 두께가 반지름에 비해 무시할 만큼 작을 때 성립되는 것으로 실제 유연 스테이지에 채용되는 힌지들의 지름 대비 목 두께 0.2~0.5 의 조건과는 거리가 있다.

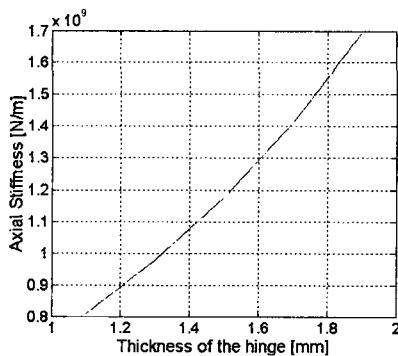
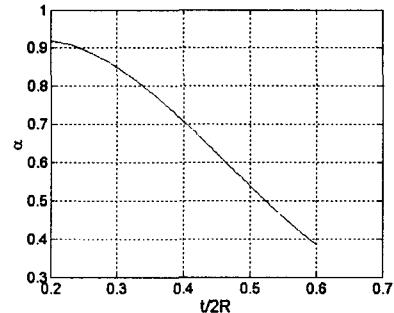


Fig. 12 Axial stiffness as a function of 't'

따라서, 강성에 해당하는 보다 정확한 목 두께를 찾으려면, 이 차이를 보정할 상관계수가 필요하다. 유한 요소 해석으로 얻은 강성을  $K_{FEM}$  이라 할 때, 다음과 같이 상관계수를 정의할 수 있고 그 지름 대비 목 두께에 대한 상관계수의 변화는 Fig. 13 에서 확인할 수 있다.

$$K_{FEM} = \alpha K_{11} \quad (20)$$

Fig. 13 Correction factor vs.  $t/2R$ 

식 (20)과 Fig. 12, Fig. 13 을 참고하여 3.2 절에서 얻은 강성 값에 해당하는 설계 치수를 찾아 정리하면, Table 5 와 같다. 단위는 mm 이다.

Table 5 Hinge neck thickness for two models (mm)

Hinge No.	1	2	3	4
Old model	1.1	1.5	1.0	3.0
New model	1.1	1.0	1.0	1.1

### 3.4 성능 향상 확인

Table 6 은 두 레버 모델을 채용한 스테이지의 확대비와 출력 변위를 보인다. 이 해석에 사용된 물성치와  $L$ ,  $a$ ,  $k_c$  들은 Table 1, Table 2 와, 유한 요소 해석을 위해 사용한 힌지의 목 두께는 Table 5 와 같다. 1kN 의 힘을 가했을 때의 결과이다.

Table 6 Results of FEM for two models

	Magnification ratio	Output displacement for 1kN force
old model	5.278	0.1059(mm)
new model	5.903	0.1984(mm)

새로운 레버 모델은 확대비와 출력 변위에 있어 과거의 모델에 비해 보다 큰 값을 갖는데, 이것은 힌지의 강성 변수, 즉 목 두께가 스테이지의 성능에 중요한 영향을 미친다는 것을 의미한다.

### 3.5 고려 사항 점검

Table 5 에서 보듯이, 새로운 레버는 과거 레버 내 힌지에 비해 가는 목을 갖는다. 이는 응력 집중을 야기할 수도 있기에 응력 분포를 점검할 필

요가 있었다. 이에 대한 결과는 Fig. 14 와 같다.



Fig. 14 Stress distribution

스테이지를 구성하는 재질은 Al 6061 로, 항복 응력은 276MPa<sup>10</sup>, 인장 강도는 310MPa 이다. 새로 운 레버를 채용한 경우 스테이지가 갖게 되는 최대 응력은 Fig. 14 와 같이 52.1MPa 로, 최대 응력 이  $1/3\sigma_{yield}$ <sup>11</sup> 보다 작고 인장 강도의  $1/2^5$  보다 작다. 따라서, 이 스테이지는 가는 목으로 인한 피로와 영구 변형 문제로부터 자유롭다고 할 수 있다.

또한, 새로운 레버를 채용한 스테이지는 첫 번째 공진 주파수로 34.6Hz, 40μm PZT 변위 입력시 구동 영역 230μm 를 갖는다. 이는 앞서 진술한 스테이지의 설계 요구사항을 만족시키는 값이다.

#### 4. 고찰

본 연구에서는 레버를 채용한 스테이지의 변위에 대해 굽힘을 고려한 이론적인 해석을 했다. 이 해석은 확대비와 스테이지 출력 변위에 영향을 미치는 설계 변수들에 대해 이전의 연구가 주지 못했던 보다 정확한 정보를 줄 수 있다. 본 연구에서 개발한 해석방법은 스테이지의 초기 설계에 크게 도움을 줄 수 있을 것으로 여겨진다.

또한, 몇 가지 설계 제한 조건을 만족시키면서, 스테이지의 변위를 크게 하도록 각 설계 변수들의 최적 값을 주었는데, 이를 결정하는데 있어 목적 함수는 확대비와 컴플라이언스의 곱이었다. 목적 함수의 정의에 사용된 시스템의 컴플라이언스는, 값이 증가하면, 스테이지의 구동 영역은 길어지지만, 고유 진동수는 작게 하는 특성을 갖는다.

Table 6 에서 보듯이, 힌지의 목 두께를 변화시키는 것으로 확대비의 12%, 구동 영역의 87% 증가 효과를 얻었다. 이것은 강성을 조절하는 것만으로도 구동 영역을 크게 증가시킬 수 있음을 보여

주는 결과이다.

본 연구가 구동 영역에 미치는 힌지의 목 두께에 초점을 두었지만,  $L$ ,  $a$  와  $k_c$  역시 중요한 인자들이다. 이들 설계 변수에 대한 최적 값이 주어진다면, 보다 큰 구동 영역을 얻을 수 있다.

#### 5. 결론

레버와 유연 힌지를 채용한 정밀 스테이지에 대해 과거 연구에서와 달리, 확대비를 결정하는 레버 기구에서 일어나는 굽힘 현상을 고려하였기에 그 이론적 접근이 신뢰할 만한 결과를 낼 수 있었다. 또한, 해석은 확대비와 스테이지의 구동 영역의 증대 모두에 미치는 설계 변수들의 영향을 제시하여 유연 힌지 스테이지를 설계하는 데 도움을 준다. 더불어, 설계 제한 조건들을 감안한 상태에서도, 유연 힌지의 최적 강성, 목 두께를 찾게 해 주어 스테이지의 긴 변위를 얻게 해 주었다. 이는 강성을 조절하는 것으로 구동 영역을 크게 증가시킬 수 있음을 보여주는 결과였다. 본 연구에서 개발한 단순한 해석방법은 스테이지의 초기 설계에 크게 도움을 줄 수 있을 것으로 판단된다.

#### 참고문헌

- Paros, J. M. and Weisbord, L., "How to design flexure hinge," Machine Design, Vol. 37, pp. 151-157, 1965.
- Furukawa, E., Mizuno , M. and Hojo, T., "A twin-type piezo-driven translation mechanism," JSPE, Vol. 28, No. 1, pp. 70-75, 1994.
- Tseytlin, Y. M., "Notch flexure hinges: An effective theory," Rev. Sci. Instrum., Vol. 73, No. 9, pp. 3363-3368, September, 2002.
- Wu, Y. and Zhou, Z., "Design calculations for flexure hinges," Rev. Sci. Instrum., Vol. 73, No. 8, pp. 3101-3106, August, 2002.
- Xu, W. and King, T. G., "Mechanical amplifier design for piezo-actuator applications," IEE, 1995.
- Chang, S. H. and Du, B. C., "A precision piezodriven micropositioner mechanism with large travel range," Rev. Sci. Instrum., Vol. 69, No. 4, pp. 1785-1791, April, 1998.

7. Ryu, J. W., Gweon, D. G. and Moon, K. S., "Optimal design of a flexure hinge based XYθ wafer stage," Precision Eng., Vol. 21, No. 1, pp. 18-28, 1997.
8. Smith, S. T., "Flexures : Elements of elastic mechanisms," Taylor and Francis , pp. 346-352, 2000.
9. Furukawa, E., Mizuno, M., "Piezo-driven translation mechanisms utilizing linkages," Int. J. Japan Soc. Prec. Eng., Vol. 26, No. 1, pp. 54-59, 1992.
10. Callister, W. D., "Materials science and engineering an introduction," John Wiley & Sons, 5<sup>th</sup> edition, pp. 798, 2000.
11. Culpepper, M. L. and Anderson, G., "Design of a low-cost nano-manipulator which utilizes a monolithic, spatial compliant mechanism," Precision Engineering, Vol. 28, pp. 469-482, 2004