

< 논문 >

잔여 동연성 부가 모드를 고려한 혼합 부분 모드 합성법

차현주* · 이시복† · 김진호**
(2004년 10월 26일 접수, 2005년 3월 11일 심사완료)

Hybrid Component Mode Synthesis Considering Residual Dynamic Flexibility Attachment Mode

Hyun Joo Cha, Shi Bok Lee and Jin Ho Kim

Key Words: 대형기계구조물(Large Machine Structure), Component Mode Synthesis(CMS, 부분모드 합성), Hybrid Component Mode Synthesis(HCMS, 혼합부분모드합성), 잔여 동연성 (Residual Dynamic Flexibility), 부가 모드(Attachment Mode), 양단고정보(Clamped-Clamped Beam)

Abstract

The method of substructure synthesis or component mode synthesis(CMS) provides an effective means of dynamic analysis of very large and/or complex structures. In this study, residual dynamic flexibility attachment modes in hybrid component mode synthesis are considered for the purpose of exactly compensating the effect of higher order truncated modes. Following this way, the analysis accuracy of the synthesized structure can be improved effectively with less computational effort. In order to show the accuracy and effectiveness of the proposed hybrid component mode synthesis(HCMS), numerical experiments were carried out for the models of a clamped-clamped beam. The results verified the effectiveness of the proposed method.

1. 서 론

기계 구조물의 동특성 규명은 산업용 기계에서 대형 운송 기관, 항공 우주 구조물의 성능 및 내구성 설계의 신뢰성을 높이기 위한 전제가 되고 있다. 일반적으로 기계 구조물의 동특성을 해석하기 위한 방법으로 유한요소 해석과 실험 모드 해석이 널리 이용되고 있다. 하지만, 복잡한 대형

기계구조물인 경우 이러한 방법들을 직접 적용하려면 시간과 비용, 정확성의 입장에서 많은 어려움이 발생한다. 이를 해결하기 위한 방법으로 부분모드합성법(Component Mode Synthesis : CMS)이 제시되어 이용되고 있다.

부분모드합성법은 부분계의 표현 및 결합 영역의 조건에 따라 고정 경계법, 자유 경계법, 질량 부가법 및 혼합법(Hybrid Component Mode Synthesis : HCMS) 등 크게 4가지로 나눌 수 있다. 고정 경계법은 부분계의 결합 영역을 고정한 상태에서 부분계의 모드 모델을 구하고 합성하는 방법으로 계산 정도는 우수하나 실험적으로 접근하는데 어려움이 있다. 일반적으로 이 방법은 관심 있는 부분계가 결합 영역에서 작은 운동을 하거나 유연한 부분계가 상대적으로 강성이 큰 부분계에

* 대우조선해양(주) 해양특수선 시스템설계팀

† 책임저자, 회원, 부산대학교 기계공학부

E-mail : sblee@pusan.ac.kr

TEL : (051)510-2315

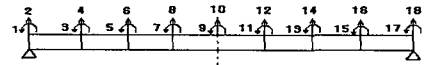
** 부산대학교 대학원 기계설계공학과

강제 결합되어 있을 때 보다 나은 정확성을 기대할 수 있다.^(1~7) 자유 경계법은 결합 영역을 자유 상태로 하여 부분계를 정식화하는 방법으로 고정 경계법보다 계산 정도가 떨어지나, 실험적으로 적용하기가 용이하다는 장점이 있어 다른 방법에 비해 연구가 많이 이루어지고 있으며, 현재는 생략된 고차모드의 영향을 잉여연성의 형태로 보상하여 계산 정도가 향상되었다. 그러나 이 방법도 대형 구조물의 경우, 실험적으로 구조물을 아주 유연한 끈에 매달기가 곤란하고, 많은 부분계로 나누어 해석해야 하므로 많은 시간이 소요된다.^(8~15) 혼합법은^(16~18) 결합영역의 일부를 자유 상태, 나머지를 고정 상태로 하여 부분계를 정식화하는 방법으로 우주 구조물 등 대형 구조물을 실험적으로 해석하기 위해 제시되었다. 이 방법은 결합영역의 종방향 변위 등 일부 변위만을 구속하여 해석할 수 있고, 결합 영역 변위뿐만 아니라 내부영역의 변위 중 일부를 구속시켜 해석하더라도 계산정도가 거의 떨어지지 않는 장점을 가지고 있다. 따라서 대형 구조물에 적용할 경우, 자유경계법 보다 실험조건이 까다롭지 않고, 중·저차 모드에서 고정경계법보다 계산 정도가 높다. 하지만, 이 방법도 생략된 고차 모드를 근사적으로 표현하여 고차 모드로 갈수록 계산정도가 급격하게 떨어지고, 전체 시스템의 해석 결과에 대해 몇 차 모드까지가 신뢰도의 범위 내에 있는지 판단하기 곤란하다. 따라서, 중·고차 모드에 관심이 있다면 만족스러운 결과를 얻기 어렵다.

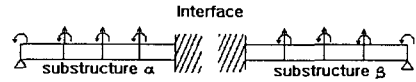
이 문제점을 해결하기 위해 본 논문은 경계 영역에서의 생략된 고차모드의 영향을 나타내기 위해 각 부분계에서 경계 영역의 일부를 자유 상태로 하여 잔여 동연성 부가 모드의 형태로 보상시키는 혼합 부분모드합성법을 제안한다. 이 방법은 비교적 적은 반복계산에 의해 저차 모드에서 고차모드까지 보다 정확한 해를 얻을 수 있다. 마지막으로 양단 고정정보의 수치 실험을 통해서, 제안하는 방법의 타당성을 확인하였다.

2. 부분계의 정식화 및 잔여 동연성

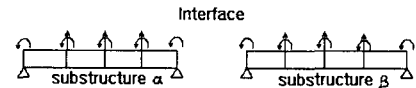
일반적으로, 감쇠가 고려되지 않은 부분계의 운동 방정식은 다음과 같다.



(a) Entire structure



(b) Fixed interface



(c) Hybrid interface

Fig. 1 Comparison of substructure interface

$$m\ddot{x} + kx = f \tag{1}$$

여기서, m 과 k 는 각각 질량 및 강성 행렬이고, x 는 변위 벡터 그리고 f 는 힘 벡터이다.

Fig. 1(a)와 같이 단순 지지된 보 구조물을 고려하자. 고정 경계법은 Fig. 1(b)와 같이 부분계를 나누고 경계영역을 고정으로 가정한다. α 부분계에 대해 내부영역과 경계영역이 분리된 운동 방정식을 세우면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} m_{ii} & m_{ib} \\ m_{bi} & m_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_i \\ \ddot{x}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{ii} & k_{ib} \\ k_{bi} & k_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_i \\ x_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_i \\ f_b \end{Bmatrix} \tag{2}$$

여기서 x_i 는 내부영역 변위, x_b 는 경계영역 변위를 표시한다. 고정경계($x_b=0$)를 가정하고, $f_i=0$ 로 두면 다음과 같이 자유진동하는 부분계의 운동방정식이 된다.

$$m_{ii}\ddot{x}_i + k_{ii}x_i = 0 \tag{3}$$

이 식을 이용하여 저차로부터 필요한 몇 개의 고

유값 ω_k^2 와 고유벡터 Φ_k 를 구하게 된다.

여기에서 경계 영역에서의 생략된 고차모드의 영향을 나타내기 위해 고정경계를 Fig. 1(c)와 같이 자유 자유도(Free DOF)와 고정 자유도(supported DOF or fixed DOF)의 복합 경계조건으로 바꾸어 부분계를 정식화한다. 부분계에서, 자유 자유도와 고정 자유도를 분리하여 운동방정식을 표현하고, 고정 자유도 조건, $x_s=0$ 을 대입하면 다음 식이 된다.

$$m_{ff}\ddot{x}_f + k_{ff}x_f = f_f \tag{4}$$

Table 1에 자유도와 관련한 첨자 기호의 정의를 수록했다.

여기서 부분계 방정식을 모드 좌표계, q 로 변환하면 다음과 같다.

$$x_f = \Phi q \tag{5}$$

$$I_f \ddot{q} + \omega_{ff}^2 q = \Phi^T f_f \tag{6}$$

여기서 Φ 는 부분계의 정규 모드 Φ_k 을 열벡터로 하는 행렬, I_f 는 N_f 차의 단위행렬, ω_{ff}^2 는 고유값 ω_k^2 를 대각요소로 갖는 대각 행렬이다.

식 (5)는 저차 모드와 고차 모드 벡터의 합으로 다음과 같이 분리할 수 있으며,

$$\{x_f\} = [\Phi_l \ \Phi_h] \begin{Bmatrix} q_l \\ q_h \end{Bmatrix} \tag{7}$$

조화 운동에 대해서 식 (6)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \omega_l^2 - \omega^2 I & 0 \\ 0 & \omega_h^2 - \omega^2 I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{q}_l \\ \hat{q}_h \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_l^T \\ \Phi_h^T \end{bmatrix} \{f_f\} \tag{8}$$

여기서, 아래첨자 l 는 고려된 저차 모드, h 는 생략된 고차 모드를, 모자 기호 $\hat{\cdot}$ 는 진폭을 나타낸다.

식 (8)을 이용해서 식 (7)를 다시 표현하면,

Table 1 Description of DOF's subscripts

Methods	Subscript	Description	DOF set size
Fixed interface	i	Interior(free) DOF	N_i
	b	Interface(fixed) DOF.	N_b
Hybrid interface	a	Free interface DOF	N_a
	c	Fixed interface DOF	N_c
	i	Free interior DOF	N_i
	r	Fixed interior DOF	N_r
	b	Interface DOF	N_b
	f	Free DOF (a+i)	N_f
	s	Fixed DOF(c+r)	N_s

$$\hat{x}_f = \Phi_l \hat{q}_l + \Phi_h (\omega_h^2 - \omega^2 I)^{-1} \Phi_h^T \hat{f}_f \tag{9}$$

이 되고, 여기서,

$$G_r \equiv \Phi_h (\omega_h^2 - \omega^2 I)^{-1} \Phi_h^T \tag{10}$$

를 잔여 동연성이라고 한다.

3. 잔여 동연성 부가 모드를 고려한 혼합 부분 모드 합성

3.1 부분 모드

잔여 동연성 부가 모드를 고려한 혼합 부분 모드 합성법에서는 고정지지 정규 모드 Φ_k , 잔여 동연성 부가 모드 Γ_a , 그리고 구속 모드 Ψ_s 의 세 가지 모드를 사용한다.

고정지지 정규 모드는 식 (4)에서 $f_f=0$ 로 두고 고유값 해석에 의해 얻을 수 있고, 다음과 같이 직교성을 갖는다.

$$\Phi^T m_{ff} \Phi = I_f \tag{11}$$

$$\Phi^T k_{ff} \Phi = \Lambda \equiv \text{diag}(\omega_r^2) \tag{12}$$

구속 모드는 고정 자유도 중의 하나에 단위 변위를 가하고, 나머지 고정 자유도의 변위를 0으로

두었을 때 자유 자유도를 따라 일어나는 부분계의 정적 변위 형상을 의미한다. 따라서 N_s 개의 구속모드가 존재하는데 이 모드 행렬을 Ψ_s 로 표현하면 다음 식이 만들어진다.

$$\begin{bmatrix} k_{ff} & k_{fs} \\ k_{sf} & k_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ f_s \end{bmatrix} \quad (13)$$

여기서, I_s 는 N_s 차의 단위행렬이고 f_s 는 단위변위를 일으키게 하는 힘행렬이다. 식 (13)에서 첫 번째 행은 다음과 같다.

$$\Psi_s = -k_{ff}^{-1}k_{fs} \quad (14)$$

부분계가 강체 운동을 못하도록 충분히 구속되었다면, 식 (14)의 k_{ff} 는 비특이(nonsingular)행렬이 된다.

식 (10)에 주어진 잔여 동연성은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} G_r &= \Phi_h(\omega_h^2 - \omega^2 I)^{-1} \Phi_h^T \\ &= (k_{ff} - \omega^2 m_{ff})^{-1} - \Phi_l(\omega_l^2 - \omega^2 I)^{-1} \Phi_l^T \end{aligned} \quad (15)$$

여기서, 잔여 동연성 부가 모드는 다음과 같이 정의 된다.

$$\Gamma_a = G_r f_a \quad (16)$$

여기서, Γ_a 는 잔여 동연성 부가모드를 열벡터로 갖는 $N_f \times N_a$ 의 행렬이며, f_a 는 다음과 같다.

$$f_a = \begin{bmatrix} 0_{ia} \\ I_a \end{bmatrix} \quad (17)$$

여기서 0_{ia} 는 $N_f \times N_a$ 의 영행렬, I_a 는 N_a 차의 단위행렬이다.

잔여 동연성 부가 모드는 결합 영역의 자유 자유도 중의 하나에 단위 동적 힘을 가하고, 나머지 자유도에는 힘을 가하지 않았을 때, 자유 자유도를 따라 발생하는 동적 변위를 나타낸다.

이 모드를 부가함으로써 해석 과정의 수렴성을 향상시킬 수 있다.

3.2 부분계의 일반좌표 변환

각 부분계에 대해서, 다음과 같이 물리좌표 x 를 일반좌표 p 로 변환할 수 있다.

$$x = T p \quad (18)$$

여기서, 변환 행렬 T 는^[18]

$$T = \begin{bmatrix} \Phi_l & \Gamma_a & \Psi_s \\ 0 & 0 & I_s \end{bmatrix} \quad (19)$$

이다. 식 (18)은 좌표를 구분하여 표시하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} x_f \\ x_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_l & \Gamma_a & \Psi_s \\ 0 & 0 & I_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_l \\ p_a \\ p_s \end{Bmatrix} \quad (20)$$

가상일 원리를 이용하여 일반좌표계로 변환된 강성 및 질량행렬을 구하면 다음과 같다.

$$\bar{k} = T^T k T \quad (21)$$

$$\bar{m} = T^T m T \quad (22)$$

식 (19)를 식 (21)에 대입하면 변환된 강성 행렬은 다음이 된다.^[19]

$$\bar{k} = \begin{bmatrix} \Phi_l^T k_{ff} \Phi_l & \Phi_l^T k_{ff} \Gamma_a & \Phi_l^T k_{ff} \Psi_s + \Phi_l^T k_{fs} \\ \Gamma_a^T k_{ff} \Phi_l & \Gamma_a^T k_{ff} \Gamma_a & \Gamma_a^T k_{ff} \Psi_s + \Gamma_a^T k_{fs} \\ \Psi_s^T k_{ff} \Phi_l & \Psi_s^T k_{ff} \Gamma_a & \Psi_s^T k_{ff} \Psi_s + \Psi_s^T k_{fs} \\ + k_{sf} \Phi_l & + k_{sf} \Gamma_a & + k_{sf} \Psi_s + k_{ss} \end{bmatrix} \quad (23)$$

변환된 질량 행렬은 부분 모드의 직교성을 이용해서 정리하면 다음과 같다.^[19]

$$\bar{m} = \begin{bmatrix} I_l & 0 & \Phi_l^T (m_{ff} \Psi_s + m_{fs}) \\ 0 & G_{ra}^T m_{ff} G_{ra} & G_{ra}^T (m_{ff} \Psi_s + m_{fs}) \\ (\Psi_s^T m_{ff} + m_{sf}) \Phi_l & (\Psi_s^T m_{ff} + m_{sf}) G_{la} & \Psi_s^T m_{ff} \Psi_s + \Psi_s^T m_{fs} \\ & & + m_{sf} \Psi_s + m_{ss} \end{bmatrix} \quad (24)$$

3.3 전체계의 일반좌표 변환

전체계의 강성 및 질량행렬을 얻기 위해 부분계 α 와 β 의 변환된 강성 및 질량행렬을 합성한다. 이 때, 전체계의 강성 행렬 K_p 및 질량 행렬 M_p 는 다음과 같다.

$$K_p = \begin{bmatrix} \bar{k}^\alpha & 0 \\ 0 & \bar{k}^\beta \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$M_p = \begin{bmatrix} \bar{m}^\alpha & 0 \\ 0 & \bar{m}^\beta \end{bmatrix} \quad (26)$$

여기서 아래첨자 p 는 다음과 같은 전체계의 일반 좌표 p 벡터에 상응함을 나타낸다.

$$p = \{ p_i^\alpha \ p_a^\alpha \ p_r^\alpha \ p_c^\alpha \ p_i^\beta \ p_a^\beta \ p_r^\beta \ p_c^\beta \}^T \\ = \{ p_i^\alpha \ p_a^\alpha \ p_r^\alpha \ p_c^\alpha \ p_i^\beta \ p_a^\beta \ p_r^\beta \ p_c^\beta \}^T \quad (27)$$

각 부분계의 결합 영역 자유도는 독립이 아니므로 일반좌표벡터 p 의 몇몇은 상호 의존적이다. 이를 독립된 일반 좌표계 q 로 다음과 같이 변환한다.

$$p = Sq \quad (28)$$

변환 행렬 S 는 다음 식으로 주어지는 결합 영역 변위의 적합 조건으로부터 유도된다.

$$x_b^\alpha = x_b^\beta \quad (29)$$

또는,

$$x_c^\alpha = x_c^\beta \quad (30)$$

$$x_a^\alpha = x_a^\beta \quad (31)$$

여기서, x_c^β 와 x_a^β 를 의존 좌표로 놓고, 이에 따라 일반화된 좌표 p_c^β 와 p_a^β 를 의존 좌표로 하

면, 벡터 q 는 다음과 같다.

$$q = \{ p_k^\alpha \ p_a^\alpha \ p_r^\alpha \ p_c^\alpha \ p_k^\beta \ p_r^\beta \}^T \quad (32)$$

식 (20)의 두 번째 행을 이용해서 x_s 를 부분집합 x_r 과 x_c 로 분할하면, 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} x_r \\ x_c \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I_r & 0 \\ 0 & I_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_r \\ p_c \end{Bmatrix} \quad (33)$$

식 (20)의 첫 번째 행으로부터, 각 부분계에 대해 다음 식이 성립한다.

$$x_f = \Phi_l p_l + \Gamma_a p_a + \Psi_s p_s \quad (34)$$

식 (34)의 세 번째 항은 다음과 같이 분할된다.

$$\Psi_s p_s = [\Psi_r \ \Psi_c] \begin{Bmatrix} p_r \\ p_c \end{Bmatrix} = \Psi_r p_r + \Psi_c p_c \quad (35)$$

식 (35)을 식 (34)에 대입하고, $x_f = \{ x_i \ x_a \}^T$ 을 고려하면 x_f 의 두 번째 행은 다음과 같다.

$$x_a = \Phi_{al} p_l + \Gamma_{aa} p_a + \Psi_{ar} p_r + \Psi_{ac} p_c \quad (36)$$

식 (36)을 식 (31)에 대입해서 좌표계 q 와 p 사이의 변환행렬 S 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$S = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Gamma_{aa}^{-1} \Phi_{ak}^{\alpha} \Gamma_{aa}^{\beta} & -I_{aa}^{\beta} & -I_{aa}^{\alpha} & -I_{ar}^{\alpha} \Gamma_{aa}^{\beta} & -I_{ac}^{\alpha} (\Psi_{ac}^{\alpha} - \Psi_{ac}^{\beta}) & -I_{aa}^{\beta} & -I_{ak}^{\beta} & -I_{ar}^{\beta} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (37)$$

경계의 적합 구속 조건은 다음과 같다.⁽¹⁹⁾

$$Cp = 0 \quad (38)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 & -I \\ \Phi_{al}^{\alpha} & \Gamma_{aa}^{\alpha} & \Psi_{ar}^{\alpha} & \Psi_{ac}^{\alpha} & -\Phi_{al}^{\beta} & -\Gamma_{aa}^{\beta} & -\Psi_{ar}^{\beta} & -\Psi_{ac}^{\beta} \end{bmatrix} \quad (39)$$

독립 일반좌표계 q 에 상응하는 전체계의 강성 및 질량 행렬은 다음 변환을 통해 얻을 수 있다.

$$K = S^T K_p S \quad (40)$$

$$M = S^T M_p S \quad (41)$$

합성된 전체계에 대한 최종 운동방정식은 다음과 같다.

$$M \ddot{q} + Kq = 0 \quad (42)$$

이 식을 고유값 해석하여 전체계의 동특성을 해석한다.

3.4 일반좌표 고유벡터의 물리좌표 변환

합성된 방정식으로부터 구한 일반좌표 해를 물리좌표 해로 변환하는 식은 다음과 같다.⁽¹⁹⁾

$$x = A T^{ab} S q \quad (43)$$

여기서, $A = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}$, $T^{ab} = \begin{bmatrix} T^\alpha & 0 \\ 0 & T^\beta \end{bmatrix}$ 이다.

4. 수치해석 및 고찰

본 장에서는 제안된 혼합 부분 모드 합성법을 양단 고정보에 적용하여 방법의 타당성을 검증한다. 수치해석에 사용된 구조물은 Fig. 2와 같은 양단 고정보이며, 재료 상수는 Table 2에 주어진다. 유한요소 모델의 총 절점은 14개이며, 절점당 횡방향 변위(z)와 각변위(θ_x)를 고려하면 총 28자유도가 된다. 모드 합성을 위한 부분계의 분할은 α 및 β 의 2부분계로 나누었고, α 부분계가 8개의 절점, β 부분계가 7개의 절점을 가진다. 결합 영역은 8번째 절점이며, 결합 자유도는 2자유도가 된다.

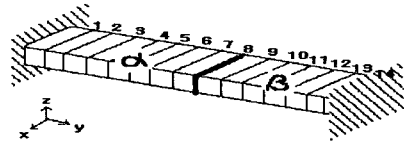


Fig. 2 Two-component beam model

Table 2 Material constants of the structure

Parameter		Value
Elastic modulus	E	1 N/m ²
Density	ρ	1 kg/m ³
Cross section area	A	1 m ²
Moment of inertia	I	1 m ⁴

위와 같은 양단 고정보에 고정경계법, 기존의 혼합법, 제안한 혼합법을 이용하여 해석한 결과를 Table 3에 비교하였다.

정확도를 비교 평가하기 위해 고유값과 모드 벡터에 대한 오차 지수를 도입했다. 고유값 오차는

$$e_w(\%) = \frac{w_a - w_r}{w_r} \times 100$$

를 사용했고, w_a 는 부분모드 합성에 의해 구한 근사 고유진동수이고, w_r 는 전체 구조물의 유한요소 해석에 의해 구한 참조 고유진동수이다.

모드 벡터 오차는

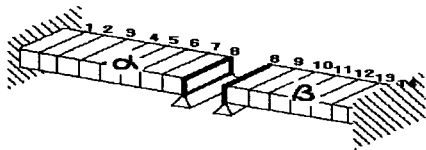
$$e_\phi(\%) = \left[\frac{(\phi_a - \phi_r)^T (\phi_a - \phi_r)}{\phi_r^T \phi_r} \right]^{1/2} \times 100$$

로 설정했고, 여기서 ϕ_a 는 근사 고유벡터이고, ϕ_r 는 참조 고유벡터이다.

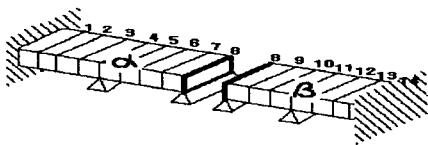
Table 3은 각 모드합성법에 의해 15 자유도로 축소하였을 때, 고유값 및 고유값 오차를 나타낸다. 제안한 방법은 해석을 위한 반복 횟수가 많지 않더라도 비교적 정도가 높고 계산의 효율성이 높음을 볼 수 있다.

Table 3 Comparison of eigenvalues by each CMS with 15 DOF model

Mode no.	Fixed interface		Hybrid CMS		Pro. HCMS (iter=7)		Pro. HCMS (iter=24)		FEM
	Freq.(Hz)	Error(%)	Freq.	Error(%)	Freq.	Error(%)	Freq.	Error(%)	Freq.
1	0.0994	0	0.0994	0	0.0994	0	0.0994	0	0.0994
2	0.2741	0	0.2741	0	0.2741	0	0.2741	0	0.2741
3	0.5375	0	0.5375	0	0.5375	0	0.5375	0	0.5375
4	0.8888	0.01	0.8887	0	0.8887	0	0.8887	0	0.8887
5	1.3286	0.01	1.3285	0	1.3285	0	1.3285	0	1.3285
...									
12	7.0559	0.42	7.0595	0.47	7.0279	0.0199	7.0270	0.0071	7.0265
13	8.2616	0.38	8.2330	0.03	8.2311	0.0049	8.2307	0	8.2307
14	9.5438	1.39	9.8273	4.410	9.4162	0.0393	9.4162	0.0393	9.4125
15	17.1573	47.03	18.6020	59.4100	11.8073	1.1835	11.6980	0.2468	11.6692



(a) One support sub-structures



(b) Two supports sub-structures

Fig. 3 Boundary conditions

Table 4는 자유도를 각각 11, 13, 15, 17로 축소하였을 때, 제안한 방법에 의한 고유값의 오차를 나타낸다. 각 부분계에서 고려한 모드 수가 많을수록 합성한 구조물의 고차 모드에 대해서도 계산 정도가 향상됨을 알 수 있다.

Fig. 3은 경계조건을 달리한 경우로, Fig. 3(a)는 각 부분계 끝단의 횡 변위만 구속된 경우이며, Fig. 3(b)는 각 부분계 끝단과 내부 영역의 일부 변위(α :4번 절점의 병진 자유도, β :11번 절점의 병진 자유도)가 구속된 것이다.

Table 5는 Fig. 3의 두 가지 경계조건에 따른 합성된 전체계에 대한 고유값 오차를 나타낸다.

Table 4 Eigenvalue errors along the adopted DOF

Mode no.	Eigenvalue error(%)			
	11 DOF	13 DOF	15 DOF	17 DOF
1	0	0	0	0
2	0	0	0	0
...				
6	0	0	0	0
7	0.0040	0	0	0
8	0.0094	0	0	0
9	0.0125	0.0031	0	0
10	0.2916	0	0.0020	0
11	1.2801	0.0102	0	0
12	.	0.0051	0.0071	0
13	.	0.1124	0	0
14	.	1.2611	0.0393	0
15	.	.	0.2468	0
16	.	.	.	0.0476
17	.	.	.	0.0005

15자유도로 축소된 경우, 비교적 적은 반복으로도 양호한 해가 구해졌으며, 특히, 저차 모드는 부분계를 1점 지지하여 전체계를 해석했을 때 [Fig. 3(a)] 오차가 작아지고, 고차 모드는 부분계를 2점 지지하였을 때 [Fig. 3(b)] 오차가 작아지는 경향이 있다. 이와 같이 각 부분계의 경계 조건

Table 5 Eigenvalue errors for each boundary condition

Mode no.	One support sub. Error(%)		Two support sub. Error(%)	
	iter=13	iter=24	iter=13	iter=24
1	0	0	0	0
...				
5	0	0	1E-4	1E-4
6	0	0	3E-4	3E-4
7	0	0	4E-4	4E-4
8	0.0031	0	0	0
9	0	0	0.0013	0.0013
10	0.0020	0.0020	0.0025	0.0025
11	0.0017	0	0.0015	0.0015
12	0.0199	0.0071	7E-4	7E-4
13	0	0	0.0102	0.0099
14	0.0393	0.0393	0.0131	0.0131
15	1.1835	0.2468	0.0186	0.0074

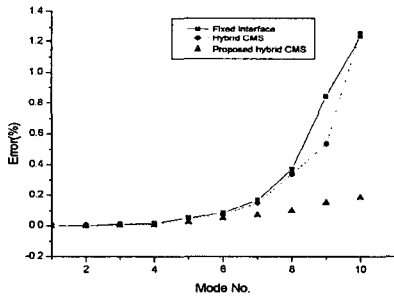


Fig. 4 Eigen-vector errors of 15 DOF model

을 달리 하여도 얻고자 하는 해의 정도에 크게 변화가 없으며, 이는 경계조건의 설정이 까다로운 실제 대형 구조물에 유연함을 제공한다.

Fig. 4는 15자유도로 축소한 경우, 각 방법에 의한 고유벡터 오차를 도식적으로 나타낸다. Fig. 5는 두 가지 경계조건의 경우, 제안한 방법에 의한 고유값 오차를 도식적으로 나타낸 것이다.

Fig. 6과 Fig. 7은 기존 방법과 제안한 방법에 의한 주파수 응답 함수를 비교한 것이다. 두 그림 제목에서 H_{ij} 는 i 와 j 점 사이의 주파수응답함수를 나타낸다. 이상의 결과들로부터, 제안한 방법의 타당성을 확인할 수 있다.

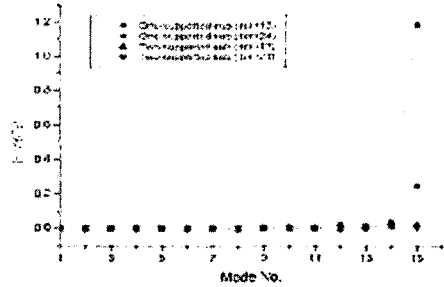


Fig. 5 Eigenvalue errors according to the boundary condition

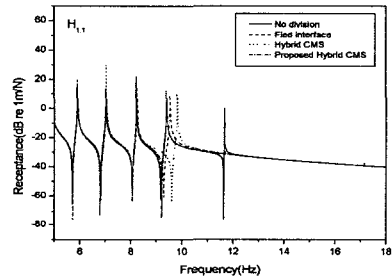


Fig. 6 Frequency response functions by each CMS ($H_{1,1}$)

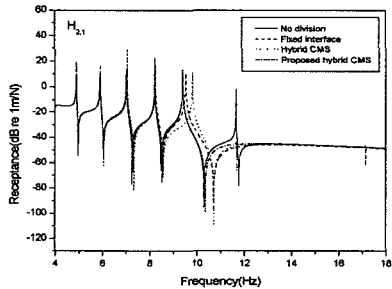


Fig. 7 Frequency response functions by each CMS ($H_{2,1}$)

5. 결론

본 논문은 혼합 부분모드 합성을 위한 부분계의 정식화 과정에서 생략된 고차 모드의 영향을 잔여 동연성 부가 모드의 형태로 보상하는 방법

을 제안하고, 간단한 보 구조물에 대해 기존 방법 및 제안하는 방법으로 수치 실험을 한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 간단한 보 구조물의 유한요소 모델에 대해서 수치 실험 검증을 한 결과 기존 방법에 비해 고차모드의 정확도를 효과적으로 개선할 수 있음을 확인했다.

(2) 비교적 적은 반복 계산으로도 시스템의 동특성을 정확하게 구할 수 있어 계산 효율이 높음을 알 수 있었다.

(3) 실제 대형 구조물에 실험적으로 적용하기 위해 부분계의 경계 조건을 달리 하여도 얻고자 하는 해의 정확도에 변화가 거의 없음을 알 수 있었다.

후 기

본 연구는 과학기술부 국가지정연구실(NRL)사업(M1-0302-00-0039-03-J00-00-023-10) 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

- (1) Hurty, W. C., 1968, "Dynamic Analysis of Structural Systems Using Component Modes," *AIAA Journal*, Vol. 6, No. 7, pp. 678~685.
- (2) J. H. Jeong, T. H. Jee and Y. P. Park, 1994, "Modal Analysis of Plate Using Component Mode Synthesis", *Korean Society of Precision Engineering*, Vol. 11, No. 6, pp. 65~74.
- (3) Craig, R. R. and Bampton, M.C.C., 1968, "Coupling of Substructures for Dynamic Analysis," *AIAA Journal*, Vol. 6 No. 7, pp. 1313~1319.
- (4) Hintz, R. M., 1975, "Analytical Methods in Component Modal Synthesis," *AIAA Journal*, Vol. 13, No. 8, pp. 1007~1016.
- (5) Suarez, L. E. and Singh, M. P., 1992, "Improved Fixed Interface Method for Modal Synthesis," *AIAA Journal*, Vol. 30, pp. 2952~2958.
- (6) Qiu, J-B., Ying, Z-G. and Williams, F. W., 1997, "Exact Modal Synthesis Techniques Using Residual Constraint Modes," *International journal for numerical methods in engineering*, Vol. 40, pp. 2475~2492.
- (7) Kang, J. H., 2000, "New Higher-Order Fixed-Interface Component Mode Synthesis by Applying a Field-Consistency Concept," *Proc. of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 1, pp. 536~542.
- (8) Goldman, R. L., 1969, "Vibration Analysis by Dynamic Partitioning," *AIAA Journal*, Vol. 7, No. 6, pp. 1152~1154.
- (9) Macneal, R. H. 1971, "A Hybrid Method of Component Mode Synthesis," *Computers and Structures*, Vol. 1, pp. 581~601.
- (10) Rubin. S., 1975, "Improved Component-Mode Representation for Structural Dynamic Analysis," *AIAA Journal*, Vol. 13, No. 8, pp. 995~1006.
- (11) Craig, R. R. and Chang, C. J., 1977, "On the Use of Attachment Modes in Substructure Coupling for Dynamic Analysis," *Proc. AIAA/ASME 18th structures, structural dynamics & materials conference*, Vol. B, pp. 89~99.
- (12) Smith, M. J. and Hutton, S. G., 1992, "A General Substructure Synthesis Method for a Free-Interface Component Mode Representation," *IMAC*, pp 900~906.
- (13) Duarte, M. L. M. and Ewins, D. J., 1996, "Improved Experimental Component Mode synthesis (IECMS) with Residual Compensation Based Purely on Experimental Results," *IMAC*, pp. 641~647.
- (14) Sekimoto, S., 1985, "A Study on Truncation Error In Substructure Testing," *IMAC*, pp. 1220~1226.
- (15) Gwinn, K. W., Lauffer, J. P., Miller, A. K., 1988, "Component Mode Synthesis Using Experimental Modes Enhanced By Mass Loading," *IMAC*, pp. 1088~1093.
- (16) Humar, J. L., and Soucy, Y., 1998, "Hybrid Component Mode Synthesis Based on Test Derived Data," *Computers & Structures*, pp. 503~515.
- (17) Soucy, Y. and Humar, J. L., 1998,

- "Test-based Hybrid Component Mode Synthesis",
Ph.D. Dissertation, Carleton University, Ottawa,
Canada.
- (18) Soucy, Y. and Humar, J. L., 2000,
"Experience with a Test-based Hybrid
Component Mode Synthesis Approach", *IMAC*,
pp. 916~921.
- (19) Cha, Hyun Joo, 2002, "Hybrid Component Mode
Synthesis Considering Residual Dynamic Flexibility
Attachment Mode", Master Thesis, Pusan National
University, Busan, Korea.