

## 초등 수학과 확률적 추론 지도에 관한 연구

김 태 옥 (영주중앙초등학교)

남 승 인 (대구교육대학교)

### I. 서 론

#### A. 연구의 필요성 및 목적

교육은 사회적 구조와 밀접한 관계를 유지하면서 변화·발전해 간다고 볼 때, 정보화의 시대라고 일컫는 요즘의 사회에서는 다양한 정보들 가운데서 유용한 정보를 선택하고 이를 바탕으로 미래의 불확실한 사실을 합리적으로 예측·판단하는 추론 능력이 더욱 중요하게 부각되고 있다. NCTM의 규준 시리즈(1989, 2000)에서도 유치원에서부터 추론 활동이 수학적인 활동의 중요한 부분이 되어야 한다고 주장하고 있으며, Yearbook의 주제로 다룰 만큼 그 중요성이 강조되고 있다(NCTM(1999)). 수학적 활동의 하나로 패턴을 관찰하고 그 패턴을 확장해 보고, 얻은 결과의 정당함을 밝히고, 또 정답의 여부를 판단하는 모든 활동들은 추론과 관련된 활동이며, 이러한 추론 활동이 모든 수학의 일부분으로 활용될 때, 학생들은 수학이 무의미한 임의적 규칙의 모음이 아니라 의미를 간직한, 그리고 이해 가능한 교과라는 인식을 갖게 될 것이다. 특히 확률은 주어진 정보를 바탕으로 예상하고 추론하고 합리적인 판단을 내리는 활동의 본질로써 불확실성을 측정할 방법을 제공하며, 통계적 방법을 이해하는 데에 본질적인 도움을 준다. 또한 확률에 대한 실험을 수행하는 것은 어떤 상황에서 진실을 찾아내어 불확실성과 함께 일하는 방법을 길러주며, 정직하게 보고서를 쓰는 방법을 배울 수 있게 한다. 아울러 확률추론은 학생들로 하여금 편견에서 깨어나게 하고, 주장의 일관성에 대해서 생각하게 하며, 수량에 관련된 공정한 정보에 대해서 생각하게 하는 것으로 정치·경제·과학 등 사회생활 모든 영역에서 응용이 된다.

확률적 추론의 또 다른 중요성은 학생들의 정신 발달과 수학적 힘에 미치는 긍정적인 영향을 들 수 있다. 확률적 추론은 학생들의 수학 지식의 확장과 사고 과정의 발전에 기여하며 수학과 생활을 연결시킬 수 있으므로 해서 수학에 대한 긍정적인 태도를 형성시킨다. 또한 확률적 추론은 실생활 문제해결 뿐만 아니라 수 개념이나 감각, 그리고 비율, 기하 등 수학의 다른 영역의 학습과 밀접하게 연결되어있으며, 구체적인 체험활동을 통한 학습의 기회를 제공해 줌으로써 모든 학생들에게 학습동기와 자신감을 가지게 한다(NCTM, 2000).

이처럼 확률적 추론은 사회적, 그리고 수학적 필요성으로 인하여 최근 들어 중요한 관심사로 부각되고 있지만, 대부분의 교사와 학생들이 확률에 대한 가치를 제대로 인식하지 못하고 있는 실정이며, 현재 초등 학교에서는 확률적 추론 지도에 대해 매우 소홀히 다루고 있다. 예컨대, 확률지도는 내용 특성상 구체적 실험과 토론을 통한 체험학습이 이루어지도록 해야함에도 불구하고, 실생활과 연관된 구체적인 활동이나 경험과는 유리된 채 이론 중심의 수학적 확률 지도가 주축을 이루고 있다(김우환·이석훈, 1999). 또한 교과서에서도 확률 단원은 매우 작은 분량을 차지하고 있으며, 작은 분량조차도 주로 학기 후반부에 배치되어 있어 학생들의 집중도를 떨어뜨리고 있다. 이로 인해 학생들은 확률 학습의 가치를 제대로 인식하지 못하고 있으며, 확률학습을 어려운 영역의 하나로 생각하게 되었고, 나아가 수학 학습에 대한 불안감을 갖게 하는 요인의 하나로 인식하게 되었다. 이러한 현실적 문제점을 개선하고 확률교육의 정상화를 위해서는 확률지도에 보다 많은 관심과 함께 지도 내용과 방법에서 개선이 이루어져야 할 것이다. 확률 개념 및 확률적 추론 지도에 관련된 선행 연구(강영란, 2000; 김원경·이소연, 2001; 이영하, 2001; Fischbein, 1987; Jones et al, 1999; Shaughnessy, 1992)를 살펴보면, 효과적인 확

\* JDM 분류: U23

\* MSC2000 분류: 97U20

물 학습을 위해서는 실생활과 관련된 체험적인 활동을 중심으로 지도해야 하며, 확률 이론을 배우기 전에 확률 감각을 기르는 등 수학적 확률지도에 앞서서 경험적 확률지도가 선행되어야 함을 주장하고 있다.

본 연구는 국내외 문헌을 참고로 하여 학생의 발달 단계를 고려한 확률적 추론 학습 프로그램을 개발·적용함으로써 학생들로 하여금 올바른 확률 개념 및 확률적 추론 능력을 향상시키는데 그 목적이 있다.

**B. 연구 문제**

본 연구에서는 학생들로 하여금 올바른 확률 개념을 알고 확률적 추론 능력을 기르게 하기 위하여 다음의 문제들을 연구하고자 한다.

1. 학생의 발달단계를 고려한 확률적 추론 학습 프로그램을 개발한다.
2. 확률적 추론 학습 프로그램의 적용이 학생들의 확률적 추론 능력 향상에 어떤 영향을 미치는지 알아본다.

**II. 연구의 방법 및 절차**

**A. 연구의 대상 :** 본 연구의 목적을 달성하기 위해 경북 영주시 Y초등학교 6학년 135명을 대상으로 사전 검사를 실시한 결과, 확률 개념에 대한 인식 정도와 확률적 추론 능력을 고려하여 40명의 학생을 본 연구의 대상으로 선정하였다.

**B. 연구의 절차 :** 본 연구는 확률적 추론 지도의 올바른 방법을 제시하기 위한 연구로, 문헌 연구에서 확률적 추론 학습 프로그램 개발을 위한 기초 자료를 개발하고, 이를 바탕으로 초등학교 6학년 확률적 추론 학습 프로그램을 개발하여 적용함으로써 결과를 분석하는 것으로 이루어진다.

**C. 연구의 설계 :** 연구 문제 2를 해결하기 위하여 다음 <표>와 같은 설계 모형을 적용하였다.

<표 III-2> 연구 설계

실험반	O <sub>1</sub>	X	O <sub>2</sub>
비교반		Y	

O<sub>1</sub> : 사전 검사. X : 확률 추론 학습 프로그램 적용.  
Y : 교육과정상의 확률 단원 적용. O<sub>2</sub> : 사후 검사

**D. 검사 도구 :** 프로그램의 검증을 위하여 사전 검사와 사후 검사를 실시하였으며, 평가 문항은 각 10문항씩으로 확률 개념과 확률적 추론 능력의 분류에 따른 문항으로 구성되었다. 각 문항은 해당 개념에 대한 사전 인지의 여부와 해당 추론 능력의 소유 여부를 판단하는 근거를 제공한다. 확률적 추론 능력 요소로는 표본 공간, 이론적 확률, 확률 비교, 실험적 확률, 조건적 확률, 독립 사건을 선정하였고, 각 문항은 학생들이 이러한 추론 능력을 가지고 있는지 확인할 수 있는 문항들로 선정하였다.

사전 검사 평가 문항 이원 분류표

분류 문항	평가 요소	
	확률 개념	확률적 추론력
1	경우의 수(주사위)	표본 공간
2	경우의 수(동전3개)	표본 공간
3	확률의 정의	이론적 확률
4	퍼센트	이론적 확률
5	여사건	이론적 확률
6	확률의 비교	확률 비교
7	확률 예상	실험적 확률
8	조건적 확률	조건적 확률
9	독립 사건 확률	독립 사건
10	독립 사건 확률	독립 사건

사후 검사 평가 문항 이원 분류표

평가 요소		
확률 개념	확률적 추론력	정의영역
경우의 수	표본 공간	.
확률의 정의	이론적 확률	.
퍼센트, 여사건	이론적 확률	.
확률의 비교	확률 비교	.
확률 예상	실험적 확률	.
조건적 확률	조건적 확률	.
독립 사건 확률	독립 사건	.
실험적 확률	실험적 확률	.
.	.	흥미도
.	.	자신감

### III. 연구의 실제

제 및 활동 과제는 <표 IV-1>과 같다.

#### A. 연구 문제 1. 프로그램 개발

##### 1. 프로그램 개발의 방향

초등학교 6학년 확률적 추론 학습 프로그램 개발은 다음과 같은 방향에 따라 이루어졌다

첫째, 확률 지도 시 다양한 체험 과정을 포함한다. 직접 만들어 보고 경험하고 시도해 봄으로써 확률적 상황에 대한 자신감을 가지게 하며, 확률 학습에 대한 흥미를 높인다. 확률 학습에 대한 높은 흥미는 적극적인 수업 참여 태도를 형성할 수 있다.

둘째, 추론을 유도하는 발문과 활동을 제시하여, 학생들 스스로 예상하고 증명하며 결정할 수 있는 능력을 키울 수 있도록 한다. 이는 확률 개념에 대한 암기를 지양하고 논리적 판단을 가능하게 하며, 확률을 추론하는 과정에서 발생할 수 있는 오류를 줄일 수 있다.

셋째, 의사 소통 과정을 포함한다. 학생들은 2명 또는 소집단으로 나누어 활동하게 되며, 확률을 포함한 활동 과정 중에서 자신이 추론한 것을 다른 학생들에게 발표하고 논의한다. 이런 가운데서 자연스럽게 형성되는 의사 소통 과정은 확률 개념에 대한 학생들의 사고를 명확하게 조직하고 통합하도록 하며, 보다 정확한 추론을 가능하게 한다.

넷째, 현행 7차 교육과정에 나타난 다른 영역과의 관계를 고려한다. 확률적 추론 학습 프로그램 개발을 위한 기초 자료에서 제시된 6학년 수준의 확률적 추론 능력은 1학년 때부터 단계적으로 지도되어 왔을 때 가능한 것이다. 그러나 본 프로그램은 7차 교육과정을 고려하여 적용할 것이므로, 확률적 추론 능력의 수준을 다소 하향 조정할 필요가 있다.

##### 2. 초등학교 6학년 확률적 추론 학습 프로그램

학년 수준 및 학생의 발달 단계에 따라서 개발된 기초 자료를 바탕으로, 초등학교 6학년 확률적 추론 학습 프로그램을 개발하였다. 6학년 수준에서 요구하는 학년 목표로, '실험을 통하여 확률을 조사하고, 수적인 판단에 근거하여 가능성을 예측할 수 있다'로 설정하였다. 6학년 확률적 추론 학습 프로그램은 1단원 총 9개의 주제로 구성되어 있으며, 학년 목표에 따른 주

<표 IV-1> 6학년 확률적 추론 학습 프로그램

주 제	활 동 과 제
1. 목록 만들기	영주가 가진 돈
	철수의 지우개
	과녁 맞히기의 목록
	농구 경기에서의 목록 만들기
	미식 축구에서의 목록 만들기
2. 퍼센트로 나타내기	주사위 던지고 목록 만들기
	분수를 퍼센트로 어렵하기
	분수를 %로, %를 분수로 바꾸기
3. 확률의 정의와 표현	퍼센트로 바꾸기 연습
	확률이란? 확률의 형식적 정의
	가능성을 확률로 나타내기
4. 여사건 및 'and', 'or' 표현 사용	카드 뽑기 1
	카드 뽑기 2
	여사건을 이용한 확률 추론하기
5. 다트판 활동하기	카드 뽑기의 확률 추론 (어렵하기)
	카드 뽑기의 확률 추론하기('and', 'or')
	카드 뽑기
6. 회전판 활동	사각 다트판의 확률 추론하기 1
	사각 다트판의 확률 추론하기 2
	사각 다트판의 확률 추론하기 3
7. 주사위 던지기 활동	회전판 활동하기
	회전판의 확률 추론하기 1
	회전판의 확률 추론하기 2
8. 수형도로 나타내기	정사면체 주사위 던지기
	정사면체 주사위 던지기 2
	실험적 확률 (주사위 던지기)
9. 주머니를 사용한 활동	홀수 주사위 짝수 주사위
	회전판 (수형도)
	정사면체 주사위 던지기 (수형도)
10. 주머니를 사용한 활동	동전 던지기 (수형도)
	탁구공 꺼내기
	붉은 공 5개 녹색 공 2개
	카드 꺼내기

a. 주제별 지도 목표 및 내용  
 각 주제별 지도 목표 및 내용은 <표 IV-2>와 같다.

<표 IV-2> 주제별 지도 목표 및 내용

주제	목표	내용
1. 목록 만들기	경우의 수의 뜻을 알고, 목록을 만들어 경우의 수를 구할 수 있다. 표를 이용하여 확률을 추론할 수 있다.	<과제 1~6>은 동전, 과녁, 농구 점수, 미식 축구 점수, 주사위를 사용하여 가능한 목록을 만드는 활동으로, 정확한 목록을 만들기 위해 각 과정을 선정하였다. 각 활동을 마친 후 학생들의 성취 수준을 살펴 가면서 <과제 2>, <과제 4>는 생략할 수도 있다.
2. %로 나타내기	확률의 수적인 판단을 위한 기초적인 표현 방법을 학습하기 위한 것으로, %를 분수로 바꾸어 확률을 표현할 수 있다.	확률의 계산은 분수나 소수로 할 수 있으나 일상 언어에서 확률의 수치적 표현은 %가 보편적이기 때문에 %의 정확한 사용 방법과 확률을 %로 나타내는 능력이 필요하다.
3. 확률의 정의와 표현	확률을 자신의 언어로 정확히 정의할 수 있다.	확률에 대한 이론적인 정의에서 출발하여 가능성을 확률로 나타내어 봄으로써 확률적 추론을 위한 토대를 마련한다.
4. 여사건 '및' and 'or' 사용하기	여사건의 확률을 결정하고, '그리고', '또는'이 들어 있는 확률 상황을 추론할 수 있다.	어떤 사건의 여사건의 확률을 결정하고, '그리고', '또는'이 들어 있는 확률 상황을 추론한다.
5. 사각 다트판 활동하기	사각 다트판 활동을 통하여 넓이 개념의 확률을 추론할 수 있다.	사각 다트판에 임의로 다트를 던질 때 나올 수 있는 확률을 추론한다.
6. 회전판 활동	회전판 활동을 통해 실험적 확률을 이해할 수 있다.	이론적 확률과 실험적 확률을 직접 비교하고 어떤 관계가 있는지 확인하는 과정을 포함한다.
7. 주사위 던지기 활동	주사위 활동을 통하여 이론적 확률과 실험적 확률의 관계를 알 수 있다.	주사위, 홀수 주사위, 짝수 주사위 등 다양한 주사위를 실제 만들어 보고 던져 보는 활동을 통하여 각각의 주사위들이 가지는 확률상의 특성을 알고 이론적 확률과 실험적 확률을 추론한다.
8. 수형도 그리기 활동	주어진 확률 사건에 대하여 수형도를 그리고 확률을 추론할 수 있다.	연속되는 사건의 확률을 추론하는데 중점을 둔다. 수형도를 체계적이고 정확하게 그릴 수 있는 능력은 확률 추론 과정에서 중요하며, 특히 확률에 대한 오개념이 발생하지 않도록 하므로 오개념을 수정하는데도 중요한 역할을 한다.
9. 주머니를 사용한 활동	주머니에서 카드나 공을 꺼낼 때 확률을 추론할 수 있다.	주머니를 사용하여 활동하며, 조건을 달리하여 이론적 확률과 실험적 확률 사이의 관계를 확인한다.

b. 프로그램 구성

본 확률적 추론 학습 프로그램은 교사용 프로그램과 학생용 프로그램으로 나누어진다. 교사용 프로그램은 지도 목표와 방법, 지도상의 유의점 등을 포함하며, 학생용 프로그램은 활동 과정에 대한 설명과 활동지를 제시하였다. [부록 참조]

B. 연구 문제 2. 프로그램 적용

1. 적용 프로그램

<실험반> : 본 연구에서 개발된 6학년 확률적 추론 학습 프로그램을 적용하였다. 총 9개 주제 32과제로 구성되었으며, 총 9차시에 걸쳐 지도되었다.

<비교반> : 제 7차 교육과정상에 제시된 1단원 9차시 내용을 지도했으며, 8-9차시는 수준별 수업을 하였다. <표 IV-4> 참조

<표 IV-4> 7차 교육과정의 확률 영역 지도 내용

차시	주제	수업 내용
1	경우의 수 알아보기	한 가지 일이 일어나는 경우의 수 알아보기
2	짜짓기 방법으로 경우의 수 알아보기	동시에 일어나는 일의 경우의 수 알아보기
3	순서가 있는 경우의 수 알아보기	순서가 있는 경우의 수를 구체적인 조작 활동을 통하여 알아보기
4	여러 가지 경우의 수 알아보기	구체적인 상황에서 여러 가지 경우의 수를 구하여 보기
5	수형도를 그려서 경우의 수 알아보기	수형도로 복잡한 경우의 수를 구하여 보자
6	확률 알아보기	확률의 뜻 알기 구체적인 경우의 확률 구하기
7	재미있는 놀이, 문제 해결	경우의 수와 확률을 이용하여 문제 해결하기
8-9	수준별 학습	다시 알아보기. 좀더 알아보기. 실생활에 적용하기

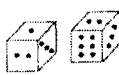
2. 지도 실제의 한 예

<실험반> 학생들을 대상으로 6학년 확률적 추론 학습 프로그램을 적용하는 과정에서 관찰된 점들을 각 주제별 초기 수준, 주목할 만한 추론 과정상의 특징, 의사 소통 과정을 중심으로 제시하였다. 초기 수준은

각 주제에 대한 본격적인 지도에 앞서 학생들의 반응과 추론 능력 수준 등을 관찰한 것으로 지도 후 나타난 학생들의 반응과 비교할 수 있으며, 추론 과정상의 특징은 과제 해결 과정에서 나타난 몇몇 학생들의 주목할 만한 아이디어나 오류 등을 제시하였으며, 의사소통에서는 과제에 대한 학생들의 소감과 협의 내용을 제시하였다.

**A) (주제 1) 목록 만들기**

초기 수준 : 심화 과정의 일부 학생들은 생활에서 자주 접한 과제에 대하여 특별한 지도가 없었음에도 불구하고 <그림 IV-1>과 같이 모든 경우를 목록으로 만들 수 있었다.



두 개의 주사위를 여러번 던져 보자. 던져서 나온 두 수의 합을 구하여 보자. 두 수의 합에는 어떤 것이 있는지를 적어 보자.

두 수의 합 : 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

1	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

1. 두 수의 합은 모두 몇 가지인가? 11가지
2. 두 수의 합이 2가 될 경우는 몇 가지인가? 1가지
3. 두 수의 합 중에서 가장 많은 경우를 가진 합은 얼마인가? 7
4. 두 수의 합 중에서 가장 적은 경우를 가진 합은 얼마인가? 2, 12

<그림 IV-1> 주사위 목록

가장수	3점	2점	1점	합계(점수)
1	0	0	9	9
2	0	1	7	8
3	0	2	5	7
4	0	3	3	6
5	0	4	1	5
6	1	2	2	5
7	1	3	0	4
8	1	0	0	2
9	1	0	0	1
10	2	1	1	4
11	2	0	3	5
12	3	0	0	3

표의대로 점수 많이 구할 수 있는 경우는 몇 가지인가? 2 가지

<그림 IV-2> 농구 경기에서 목록

추론 과정 : 표본 공간을 정확히 파악하는 활동은 확률 추론에 있어서 매우 중요하다. 학생들은 모든 경우를 파악하기 위해 적절한 규칙을 정하여 목록을 완성시키려 하였다. <그림 IV-2>는 3점을 기준으로 목록을 완성하려는 학생의 결과이다. 농구 경기에서 목록 만들기의 경우 다소 복잡해 보이는 내용이고 한 두 가지 경우를 빠뜨릴 수 있는 상황이기에 학생들이 세심히 살피도록 주의시켰으나, 다수의 학생들은 실수를 범하였다. 미식 축구와 같이 친숙하지 않은 과제에 대해서는 많은 학생들이 어려워하는 것을 발견할 수 있었지만, 시청각 자료를 이용한 설명을 들은 후에 다소 향상된 것을 알 수 있었다.

의사 소통 : 학생들은 활동 후 반성의 시간에 다음과 같은 이야기를 나누었다. 처음 3개 과제는 쉬웠으나 <과제 4>부터는 어려움을 느꼈으며, 6개의 과제를 모두 답하는 것은 힘든 일이었다. 4개의 과제만을 선택해서 활동한 학생들은 주로 <과제 4>와 <과제 5>를 제외한 과제를 선택했다. 학생들은 가능한 모든 경우를 찾아내는 것이 앞으로 배우게 될 확률을 추론하는데 중요한 영향을 준다는 것을 인식할 수 있었으며, 모든 경우를 빠짐없이 찾아내기 위한 방법으로 표를 만들거나 그림을 그리는 방법이 효과적이라는 것을 발견할 수 있었다.

**IV. 결과 및 논의**

본 장에서는 확률적 추론 학습 프로그램의 적용이 학생들의 확률적 추론 능력 향상에 어떤 영향을 미치는지 알아보기 위하여, 사전·사후 검사 결과를 분석하였으며, 확률적 추론의 여섯 가지 기본 개념을 중심으로 확률적 추론 능력의 변화를 분석하였다.

**A. 연구 결과**

**1. 사전 검사 결과**

확률 및 확률적 추론에 관한 사전 지식이나 능력을 조사하고, 연구 대상을 선정하기 위하여 사전 검사를 실시하였다. 총 135명을 검사하였으며, 그 중에서 연구 대상으로 선정된 40명의 평가 결과는 <표 V-1>과 같이 나타났다.

<표 V-1> 사전 검사 결과표

구분 문항	실험반 (%)		비교반 (%)		추론 능력	비고
	기초	심화	기초	심화		
1	50	90	40	100	표본 공간	* 문항별 수치는 해당 문항 통과율임  *심화 : 사전 검사 결과 상위 20명  기초 : 사전 검사 결과 중 하위 20명
2	10	50	10	70	표본 공간	
3	0	20	0	40	이론적 확률	
4	50	90	60	100	이론적 확률	
5	80	100	70	90	이론적 확률	
6	20	60	30	50	확률 비교	
7	0	20	0	20	실험적 확률	
8	20	100	10	90	조건적 확률	
9	10	50	20	60	독립 사건	
10	10	50	10	30	독립 사건	

연구 대상에 대한 사전 검사 결과, 대부분의 학생들이 확률에 대한 형식적인 개념을 습득하지 못했으며, 체계적인 확률 학습을 경험하지 못한 것으로 나타났다. 사전 검사 결과를 평가 문항별로 분석해 보면 다음과 같다. 3번 ‘확률의 정의’ 문항은 확률에 대한 정확한 정의에는 못 미치지만 가능성을 포함한 대답이 25%, 퍼센트라고 응답한 학생이 35%, 전혀 답하지 못한 학생이 30%, 그리고 기타 10%의 분포를 나타내고 있다. 이는 확률에 대한 개념이 전혀 형성되지 않은 학생들이 많으며, 추상적으로 인지하고 있더라도 형식적인 정의에는 미치지 못하고 있음을 알 수 있다. 4번 문항은 평균 통과율이 75%로 나타났다. 이는 퍼센트에 대한 개념이 6-가 단계에서 학습된 결과가 반영된 것으로 보여진다. 5번 문항은 여사건의 확률을 구하는 문항으로 통과율이 85%로 나타났으며, 이는 여사건의 정확한 개념과 형식적인 정의 없이 직관적인 판단에 의해서 해결이 가능한 수준의 문항이 출제되었기 때문으로 보여진다. 7번 ‘가장 많이 나올 것 같은 수 예상하기’ 문항의 통과율이 가장 낮게 나타났다. 문제를 잘못 이해한 몇몇 학생들을 제외하더라도, 통과율이 낮은 편이다. 잘못된 답의 내용으로는 ‘좋아하는 숫자라서’, ‘경험에 의해서’, ‘그냥’, ‘가장 큰 수라서’, ‘가족이 5명이라서’ 등으로 나타났다. 잘못된 답한 대부분의 학생들이 주관적인 판단에 의해서 확률을 추론함을 알 수 있다. 이는 이전까지 확률에 대한 체계적인 학습 경험 특히 이론적 확률과 실험적 확률에 대한 개념이 전혀

없었기 때문으로 보인다. 9번 ‘10번째의 결과 예상하기’ 문항은 통과율이 낮게 나타났으며, 독립 사건의 특성을 이해하지 못한 학생들은 동전의 앞면과 뒷면이 나오는 가능성이 같다는 전제를 충분히 들은 후에도 어느 한 면을 선택했다. 많은 학생들이 뒷면이 나올 것을 예상했으며 주된 이유로는 계속 앞면이 나왔으니까 뒷면이 나올 차례가 되었다는 것으로 부정적 최근 효과를 나타내었다. 10번 ‘주머니속의 공 꺼내기’ 문항은 통과율이 매우 낮게 나타났으며, 이는 독립사건과 비독립사건을 구별하지 못하였기 때문으로 보여지며, 독립사건에 대한 개념이 전혀 형성되지 않은 학생들이 많은 것으로 나타났다.

2. 사후 검사 결과

초등학교 6학년 확률적 추론 학습 프로그램을 검증하기 위해 <실험반>과 <비교반>의 지도 결과를 평가하였다. 사전 검사와 비슷한 수준의 문항으로 출제하여 사후 검사를 실시한 결과 <표 V-2>와 같은 결과를 얻었다.

<표 V-2> 사후 검사 결과표

구분 문항	실험반 (%)		비교반 (%)		추론 능력	비고
	기초	심화	기초	심화		
1	90	100	80	90	표본 공간	수치는 통과율임
2	80	100	70	80	이론적 확률	
3	70	100	70	80	이론적 확률	
4	80	90	40	70	확률 비교	
5	70	80	30	50	실험적 확률	
6	50	70	30	30	조건적 확률	
7	70	90	50	70	독립 사건	
8	90	100	40	60	실험적 확률	
9	매우 재미있다 : 65 조금 재미있다 : 25 조금 재미없다 : 10 매우 재미없다 : 0		매우 재미있다 : 10 조금 재미있다 : 15 조금 재미없다 : 65 매우 재미없다 : 10		확률 영역 공부에 대한 흥미도	
10	매우 자신있다 : 25 조금 자신있다 : 65 조금 자신없다 : 10 매우 자신없다 : 0		매우 자신있다 : 10 조금 자신있다 : 20 조금 자신없다 : 55 매우 자신없다 : 15		확률 공부에 대한 자신감	

표에서 알 수 있듯이 표본 공간 추론 능력과 확률의 정의 그리고 여사건의 확률 추론 능력에서는 <실험반>과 <비교반> 모두 비슷한 통과율을 나타내었다. 그러나 확률 예상과 조건적 확률 추론 그리고 독립사건 확률 추론에서는 매우 큰 차이를 나타내고 있으며,

특히 실험적 확률 추론 능력은 그 차이를 확연하게 인식할 수 있다. 이는 체험적인 활동으로 길러진 정확한 확률 감각과 직관이 다소 복잡한 확률 상황에서의 추론 능력 향상에 긍정적인 영향을 준 것으로 보이며, 상대적으로 7차 교육과정상의 확률 영역 지도 내용이 해당 개념에 대한 추론 능력 향상에 도움을 주지 못하고 있음을 알 수 있다. 또한 6번 문항을 제외한 모든 문항에서 통과율이 80%를 넘어서는 것으로 나타나, 프로그램에서 제시한 확률적 추론 능력 수준이 실제 학생들의 추론 능력 수준에 비추어 볼 때 적절했음을 알 수 있다.

확률 영역에 대한 정의적 태도의 설문 결과 <실험반> 학생들의 90%가 확률 영역 공부에 대한 자신감과 흥미를 나타냈다. 이는 <비교반>의 25~30%와 비교했을 때 주목할 만한 차이로 보여진다. 정의적 태도의 설문 결과 <실험반>과 <비교반>이 이렇게 큰 차이를 나타내게 된 이유로는 다양한 경험의 제공, 조작물을 사용한 활동, 충분한 의사 소통의 결과로 분석된다.

## B. 논의

본 연구는 효과적인 확률적 추론 지도를 위하여 개발된 초등학교 6학년 확률적 추론 학습 프로그램을 활용하여 지도해 보고 그 효과를 분석한 것이다. 이를 통해 나타난 효과를 추론 능력별로 분석해 보면 다음과 같다.

### a. 표본 공간 추론 능력

<실험반> 학생들은 <비교반> 보다 가능한 모든 경우를 알기 위하여 목록을 만들거나 수형도를 사용할 수 있었다. 본 프로그램을 적용하기 이전의 학생들은 표본 공간을 확인하기 위해 비형식적으로 가능한 경우를 생각하는 수준이었으나, 적용한 이후 학생들은 구체적인 목록과 수형도를 체계적으로 완성할 수 있었다.

### b. 실험적 확률에 대한 추론 능력

<표 V-2>에서 알 수 있듯이 본 프로그램에 포함된 다양한 실험 경험은 풍부하고 정확한 확률 감각을 기르는데 도움을 주었으며, 실험의 결과를 바르게 예측할 수 있도록 하였다. 실험을 통해 얻어진 통계적 확률은 학생들로 하여금 실생활에서 확률의 중요성을 깨닫게 했으며, 확률에 대한 긍정적이고 즐거운 경험

을 제공해 준 것으로 판단된다. 실험 과정에서 발생하는 여러 가지 변인들을 찾는 과정은 이론으로는 알 수 없는 확률적 추론의 다양한 경험을 제공하였다.

### c. 이론적 확률에 대한 추론 능력

본 프로그램에서 강조한 확률의 기본적인 용어에 대한 이해와 주어진 조건에 대한 이해는 이론적 확률을 추론하는데 도움을 준 것으로 <표 V-2>에서 알 수 있다. 확률을 표현하는 방법에 대한 학습이 충분할수록 확률적 추론 능력 향상에 도움이 되는 것으로 판단되며, 특히 확률 관련 언어의 정확하고 충분한 사용은 이론적 확률에 대한 추론 능력 향상에 큰 도움을 준 것으로 보인다.

### d. 확률 비교 추론 능력

표본 공간과 이론적 확률에 대한 이해는 확률 비교 추론 능력의 향상에 도움을 준 것으로 판단된다. 공간적 시각적 비교를 통한 직관적인 확률 비교 결과를 표본 공간 분석과 조건 변화를 고려한 수치적인 판단과 비교하는 과정은 확률에 대한 잘못된 추론 방법을 고치는 효과를 준 것으로 보인다.

### e. 조건적 확률에 대한 추론 능력

학생들의 잘못된 추론을 자주 발견할 수 있는 조건적 확률과 관련된 추론에서 본 프로그램으로 학습한 학생들이 오류를 적게 범하는 것으로 나타났다. 이는 조건의 변화에 따른 확률 변화를 추론하는 과정에서 발생하는 오류에 대한 지도가 효과적이었으며, 수형도를 그려서 따져 보거나 실험적 확률을 구해 보는 과정을 통해서 잘못된 추론 과정이 수정되었기 때문으로 보인다.

### f. 독립 사건 추론 능력

<비교반> 학생들은 주어진 사건이 독립 사건임을 알고 있음에도 주관적 판단과 직관적인 기준에 의해 답을 했지만, <실험반>은 독립사건에 대한 바른 이해를 가지고 있는 것으로 나타났다. 연속된 사건은 항상 관련이 있을 것이라는 잘못된 직관을 고치기 위해서 적절한 예를 제시하고 실제로 보고 활동하는 과정은 추론 능력 향상에 효과적이었음을 알 수 있었다.

## V. 결론 및 제언

### A. 결론

본 연구의 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

첫째, 본 연구 결과 초등학교 6학년 확률 학습 프로그램은 확률적 추론 능력을 향상시키는데 유용한 도구라 말할 수 있다. 본 프로그램을 적용한 <실험반> 학생들의 사후 검사 결과에서 알 수 있듯이 확률적 추론 능력이 <비교반>에 비해 상대적으로 더 많이 향상된 것으로 나타났다. 이는 본 연구에서 개발된 6학년 확률 학습 프로그램의 확률 추론 능력 수준이 실제 학생들의 추론 능력 수준을 잘 반영했기 때문으로 보이며, 추론을 유도하는 활동과 발문, 실험을 보완하는 의사소통 과정이 포함된 프로그램으로 확률을 학습할 때 확률을 추론하는 과정에서 발생할 수 있는 오류를 줄일 수 있었기 때문으로 보인다. 또한 확률적 추론 학습 프로그램을 통해 학습한 학생들은 생활 속의 확률을 수학적으로 분석하는 능력이 뛰어났으며 생활 속의 상황과 연관짓는 능력도 향상된 것으로 나타났다.

둘째, 본 프로그램에 포함된 다양한 체험 과정, 실제적 상황 등은 학생들로 하여금 확률 학습에 대한 자신감을 가지게 하며 확률 학습에 대한 흥미를 유발하였다. 다양한 교구를 사용하며 일상 생활과 연계된 활동 위주로 개발된 본 프로그램은 확률 학습에 대한 흥미를 높여서 적극적인 수업 참여 태도를 형성할 수 있었으며, 확률적 추론 프로그램을 적용한 <실험반> 학생들은 확률적 상황에 대하여 자신감을 가지고 있으며 확률 영역에 대한 학습을 흥미 있고 재미있게 생각하는 것으로 나타났다.

### B. 제언

본 연구와 관련된 제한점을 보완하고 후속 연구를 위하여 다음과 같이 제언한다.

1. 본 연구에서는 초등학교 6학년을 대상으로 한 확률적 추론 학습 프로그램을 개발하였으나, 초등학교 전학년에 걸쳐서 확률적 추론 학습 프로그램의 개발이 이루어져야 한다.

2. 확률적 추론 능력을 평가할 수 있는 타당성 있고 신뢰할 만한 평가 도구의 개발에 대한 연구가 필요하다.

3. 확률적 추론 지도를 위한 다양한 교구의 개발이 필요하다. 확률 지도를 위한 주사위, 회전판, 다트판, 구슬, 주머니, 동전 등과 같은 자료 뿐 아니라 확률을 실험할 수 있는 컴퓨터 프로그램이나 시뮬레이션 등을 개발과 이에 대한 연구가 진행되어야 한다.

4. 초등 수학 교육과정에서 확률 영역이 차지하는 비중을 더 늘이는 것이 요구되며, 확률 영역의 도입 시기를 앞당길 필요가 있다.

## 참고 문헌

- 강영란 (2000). 확률 학습 프로그램을 이용한 확률 개념의 교수·학습에 관한 연구. 석사학위 논문. 대구 교육대학교.
- 김원경·이소연 (2001). 초등학교 확률 학습 프로그램 개발과 적용에 관한 사례 연구. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> 제 11집, pp.127-144.
- 김용환·이석훈 (1999). 수행평가를 대비한 토론과 실험의 통계와 확률 지도론. 서울 : 경문사.
- 이영하 (2001). 확률과 통계 내용 체계화. 제 3회 Math Festival의 프로시딩 워크.
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics*. Holland : Dordrecht Reidel.
- Jones, G. A. et al (1999). *Understanding Students' Probabilistic Reasoning*. In *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12*. The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- NCTM (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, Va.: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- \_\_\_\_\_ (1999). *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12*. Va.: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- \_\_\_\_\_ (2000). *Principles and Standards for school Mathematics*. Reston, Va.: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Shaughnessy, J. M. (1992). *Research in Probability and Statistics : Reflections and Directions*. In



N.C.T.M. *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. (pp455~494) new york : Macmillan Publishing Company, Inc.

## **A Study on Teaching Probabilistic Reasoning of Elementary School Mathematics**

**Kim, Tae Wook**

1058-2, Su-Sung 4 Dong, Su-Sung Gu, Dae-gu, Korea,

E-mail: blbd1@hanmail.net

**Nam, Seung In**

Department of Mathematics Education, Deagu National University of Education,

E-mail: sinam@dnue.ac.kr

For Probabilistic Reasoning Ability is useful to predict uncertain fact from information, it's getting more important. But when we consider the actual condition of teaching Probabilistic Reasoning Ability, it doesn't correspond with its importance. So the purpose of this study is, by developing Basic Contents of Probabilistic Reasoning Teaching; by developing and applying Probabilistic Reasoning Teaching Program, to study how the application of it effects the progress of the student's Probabilistic Reasoning Ability.

---

\* ZDM classification: U23

\* MSC2000 classification: 97U20

[ 부 록 1 ]

<초등학교 6학년 확률적 추론 학습 프로그램>

1. 목록 만들기

<교사용>

▷ 목표

- 경우의 수의 뜻을 알고 경우의 수를 구할 수 있다.
- 학생들은 문제를 해결하기 위해 목록을 만들 수 있다.
- 활동을 통하여 나타나는 결과를 표로 목록화 할 수 있고, 표를 이용하여 확률을 추론할 수 있다.

▷ 준비물 : 학생용 활동지 <과제 1>, <과제 2>, <과제 3>, <과제 4>, <과제 5>, <과제 6>, 100원 50원 10원짜리 동전 각각 세 개씩 담긴 주머니, 과녁 놀이판, 농구 경기 장면이 담긴 비디오 또는 농구공, 미식축구 경기 장면이 담긴 비디오 또는 미식축구공, 주사위 2개, 전자계산기

▷ 활동 내용 : <과제 1-6>은 경우의 수를 이해하고 목록을 만드는 과정을 설명한다. 학생들이 목록을 만들 때 중복과 빠뜨리는 것을 피하기 위해서는 체계적인 방법을 사용하는 것이 중요하다. <과제 3-6>은 실제로 활동을 한 후에 목록을 만들어 볼 수도 있다. 각 학습의 시간 여건을 고려하여 지도하는 것이 필요하다. <과제 1-6>의 활동은 조를 나누어서 조별로 돌아가면서, 각 코너에서 활동하는 것도 가능하며, 이는 수업에 흥미를 더 할 것이다. <과제 4-5>는 체육 시간과 연계하여 실제 경기를 해 본 후에 경기에 대한 평가를 겸하여서 지도할 수 있다. <과제 6>은 표를 완성한 후에 평가의 문제를 제시할 수 있다. 분수의 총 합은 36/36 즉 1이라는 것에 주목한다. 이 활동을 하는 동안 학생들은 계산기를 사용할 수 있다.

<학생용>

▷ 학습 문제 : 경우의 수를 구하여 목록을 만들어 보자

※ 다음 질문에 답하고 경우의 수를 알아봅시다.

- 가위바위보를 할 때 한 사람이 낼 수 있는 가짓수는 모두 몇 가지인가? ( )가지
- 동전을 던져서 나오는 면의 가짓수는 모두 몇 가지인가? ( )가지

※ 경우의 수에 대한 설명을 들어

보고 질문에 답하여 봅시다. →

어떤 일이 일어날 수 있는 경우의 가짓수를 경우의 수라고 합니다.

· 주사위를 한 개 던질 때 나오는 눈의 경우의 수는? ( )

※ <보기>에 대한 설명을 잘 듣고, <과제>에 대한 목록을 만들어 봅시다.

〈보 기〉		
50원짜리와 10원짜리 동전으로		
120원을 만드는 목록		
50원	10원	합계
0	12	120
1	7	120
2	2	120

→ 설명을 요약하여 봅시다.

---



---



---

<과제 1> 영주가 가진 돈

영주는 주머니에 동전을 2개 가지고 있습니다. 동전은 100원, 50원, 10원짜리 중에 한 가지나 두 가지입니다. 영주의 주머니에 들어 있는 돈이 얼마인지 가능한 목록을 완성하여 봅시다.

가짓수	100원	50원	10원	합계
1	0	0	2	20
2	0	1	1	60
3	0	2	0	100
4	1	0	1	110
5				
6				

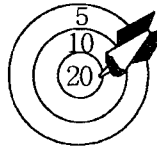
<과제 2> 철수의 지우개

철수는 문구점에서 230원 짜리 지우개를 샀습니다. 거스름돈 없이 정확히 돈을 주고 지우개를 샀습니다. 다음과 같은 종류의 동전을 지불했을 때, 철수가 지우개를 사기 위해 쓴 동전의 가능한 목록을 완성하여 봅시다.

가짓수 (번호)	100원	50원	10원	합계
1	2	0	3	230
2	1	0	13	230
3	1	1	8	230
4	1	2	3	230
5	0			230
6	0			230
7	0			230
8	0			230
9	0	4	3	230

- ① 가장 적은 수의 동전을 사용한 것은? ( )번.
- ② 가장 많은 수의 동전을 사용한 것은? ( )번.
- ③ 만약 철수가 동전을 6개 사용했다면 어떤 것인가? ( )번.
- ④ 동전 8개를 사용해서 지불할 수 있는가? ( )

<과제 3> 과녁 맞히기의 목록



민수는 그림과 같은 과녁 맞히기 게임을 한다. 화살을 세 개 던져서 나올 수 있는 10가지 경우의 목록을 완성하시오.

가짓수	20점	10점	5점	합계(점수)
1	0	0	3	15
2				
3				
4	0	3	0	30
5				
6				
7	1	2	0	40
8				
9				
10	3	0	0	60

<과제 4> 농구 경기에서 목록 만들기

체육 시간에 실시한 농구 경기를 생각해 봅시다. 필드골은 2점, 외각 슈트는 3점, 프리드로는 1점입니다. 동욱이는 농구 경기에서 9점을 득점했습니다. 동욱이가 9점을 낼 수 있는 경우가 몇 가지나 되는지 목록으로 만들어 알아봅시다.

가짓수	3점	2점	1점	합계(점수)
1	0	0	9	9
2	0	1	7	9
3	0	2	5	9
4	0	3	3	9
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				

프리드로 점수 없이 9점을 낼 수 있는 경우는 몇 가지인가? ( )가지

<과제 5> 미식축구에서 목록 만들기

미식축구는 터치다운을 했을 때 6점, 필드골을 넣었을 때 3점, 그리고 터치다운 이후에 보너스 킥의 점수가 1점, 자책골이 2점입니다. 우리편이 21점을 얻었다면,

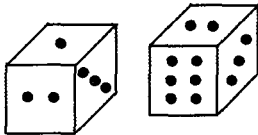
1. 우리편이 21 점을 얻을 수 있는 모든 경우를 목록으로 나타내어라.

터치다운 6점	필드골 3점	보너스 킥 1점	자책골 2점
18	0	3	0

2. 우리편이 17 점을 내는 방법은 몇 가지인가?

터치다운 6점	필드골 3점	보너스 킥 1점	자책골 2점

<과제 6> 주사위 던지고 목록 만들기



두 개의 주사위를 여러 차례 (20회 이상) 던져 보자. 던져서 나온 두 수의 합을 구하여 보고, 두 수의 합에는 어떤 것이 있는지 적어 보자.

두 수의 합 : 2, \_\_\_\_\_

두 개의 주사위를 던져서 나온 두 수를 합한다. 나오는 모든 결과를 목록으로 만들어라.

+	1	2	3	4	5	6
1	2					
2						
3						
4						
5						
6						12

[ 부록 2 ]

사전검사 문항

( )번 이름 ( )

1. 주사위 1개를 던져서 나올 수 있는 모든 경우를 쓰시오. 그렇게 생각한 이유를 쓰시오.

2. 철수는 주머니에 동전이 3개 있습니다. 동전은 100원, 50원, 10원 짜리 동전 중에 한 가지나 두 가지 일 수도 있고 세 가지 모두 일 수도 있습니다. 철수의 주머니에 들어 있는 동전의 가능한 목록을 만들어 보시오.

3. 확률의 정의를 쓰시오. 확률이란?

4. 다음을 퍼센트로 나타내시오.

$$\frac{25}{50} =$$

5. 내일 비가 올 확률이 70%이면 내일 비가 오지 않을 확률은 얼마인지 쓰시오. 그렇게 생각한 이유를 쓰시오.

6. 주사위를 던졌을 때 2 또는 3이 나올 확률과 동전을 던졌을 때 앞면이 나올 확률 중에서 더 큰 것을 고르시오. 그렇게 생각한 이유를 쓰시오.

7. 1-6까지의 수가 나올 확률이 똑같은 주사위를 여러 번 던졌을 때, 어떤 수가 가장 많이 나올 것 같은지 쓰시오. 그렇게 생각한 이유를 쓰시오.

8. 다음 중 확률이 가장 큰 것은 어느 것인지 고르시오.

- ① 동전 1개를 던져서 앞면이 나올 확률
  - ② 동전 2개를 던져서 둘 다 앞면이 나올 확률
  - ③ 동전 2개를 던져서 둘 중 1개가 앞면이 나올 확률
- 그렇게 생각한 이유를 쓰시오.

9. 동전을 9번 던졌는데 모두 앞면이 나왔습니다. 한 번 더 던지면 어떤 면이 나올지 추측하여 보시오.

왜 그렇게 생각하는지 자세히 쓰시오.

10. 주머니 속에 파랑, 노랑 색의 공이 한 개 씩 있다. 이 중에서 한 개를 임의로 꺼내어 확인한 후, 다시 집어넣고 한 번 더 꺼낼 때, 처음은 파랑, 나중은 노랑 색 공이 나올 확률을 구하시오. 한 번 꺼낸 구슬은 다시 집어넣지 않을 때, 처음은 파랑, 나중은 노랑 색 공이 나올 확률을 구하시오.

**사후검사 문항**

( )반 ( )번 이름 ( )

1. 주사위 2개를 동시에 던져서 나올 수 있는 모든 경우를 쓰시오.

2. 확률을 정의하여 보시오. 확률이란?

3. 내일 비가 올 확률이 다음과 같을 때, 내일 비가 오지 않을 확률을 구하시오.

(퍼센트로 나타내시오.)

4. 동전을 던졌을 때 뒷면이 나올 확률과 주사위를 던졌을 때 5또는 6이 나올 확률 중에서 더 큰 것을 고르시오. 그렇게 생각한 이유를 쓰시오.

5. 다음은 동전을 던져 나온 결과를 적은 것이다. 둘 중에서 어떤 것이 실제로 실험한 결과인지 추측하고 그렇게 생각한 이유를 상세하게 적으시오.(앞면:1, 뒷면:0)

가	: 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0,
	0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1,
	1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0,
	1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0
나	: 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1,
	1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1,
	0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0,
	1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0,

6. 주머니 속에 흰 공 2개와 검은 공 2개가 들어 있습니다. 임의로 공을 꺼내는데 하나씩 차례로 2번 꺼내고, 한 번 꺼낸 공은 다시 넣지 않습니다.

① 처음 꺼낸 공이 흰 공일 때, 두 번째 꺼낸 공이 흰 공이 될 확률을 구하시오.

② 처음 꺼낸 공이 검은 공일 때, 두 번째 꺼낸 공이 흰 공이 될 확률을 구하시오. 그렇게 생각한 이유를 자세히 설명하시오.

7. 그림과 같은 회전판을 돌려서 나온 숫자가 다음 표와 같을 때, 6번째 시도에 나올 숫자를 예상하여 보시오. (그림, 표 생략) 그렇게 생각한 까닭을 쓰시오.

8. 생활 속에서 확률이 사용되는 경우를 4가지 이상 쓰시오.

9. [설문] 확률을 공부하는 것에 대한 나의 생각을 고르시오.

- 매우 재미있다.     조금 재미있다.
- 조금 재미없다.     매우 재미없다.

10. [설문] 확률 공부에 대한 자신감이 어떠한지 고르시오.

- 매우 자신 있다.     조금 자신 있다.
- 조금 자신 없다.     매우 자신 없다.