

가변 벌점함수 유전알고리즘을 이용한 고정밀 양면 연삭기 구조물의 경량 고강성화 최적설계

최영휴[#], 홍진현^{*}, 박종권^{**}

Structural Design Optimization of a High-Precision Grinding Machine for Minimum Compliance and Lightweight Using Genetic Algorithm

Young Hyu Choi[#], Jin Hyun Hong^{*} and Jong Kweon Park^{**}

ABSTRACT

In this paper, a multi-step optimization using genetic algorithm with variable penalty function is introduced to the structural design optimization of a grinding machine. The design problem, in this study, is to find out the optimum configuration and dimensions of structural members which minimize the static compliance, the dynamic compliance, and the weight of the machine structure simultaneously under several design constraints such as dimensional constraints, maximum deflection limit, safety criterion, and maximum vibration amplitude limit. The first step is shape optimization, in which the best structural configuration is found by getting rid of structural members that have no contributions to the design objectives from the given initial design configuration. The second and third steps are sizing optimization. The second design step gives a set of good design solutions having higher fitness for lightweight and minimum static compliance. Finally the best solution, which has minimum dynamic compliance and weight, is extracted from the good solution set. The proposed design optimization method was successfully applied to the structural design optimization of a grinding machine. After optimization, both static and dynamic compliances are reduced more than 58.4% compared with the initial design, which was designed empirically by experienced engineers. Moreover the weight of the optimized structure are also slightly reduced than before.

Key Words : Optimum design (최적설계), Genetic algorithm (유전알고리즘), Grinding Machine (연삭기), Static compliance (정적 컴플라이언스), Dynamic compliance (동적 컴플라이언스)

1. 서론

공작기계를 사용하는 산업체의 생산성과 품질 향상 요구가 점증함에 따라 공작기계는 점차 경량

화, 고속화, 고정밀화 되고 있다. 공작기계를 고속화하기 위해서는 주축과 이송계 등이 고속화되어야 하며, 구조설계 관점에서는 경량화와 고강성화 설계가 이루어져야 한다. 그런데 흔히 구조가

^{***} 접수일: 2004년 5월 31일; 게재승인일: 2005년 1월 21일

[#] 교신저자: 창원대학교 기계설계공학과

E-mail: yhchoi@changwon.ac.kr Tel. (055) 267-1107

^{*} 창원대학교 대학원 기계설계공학과

^{**} 한국기계연구원 지능형 정밀기계연구부

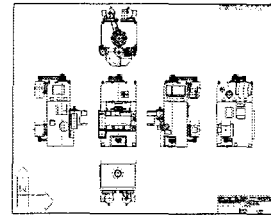
경량화 되면 구조강성은 약해져서 변형과 진동이 과도하게 발생하게 된다. 이러한 과도한 진동과 변형은 동작기계의 가공정밀도를 떨어뜨리는 주요한 요인이다. 그러므로 고속, 고정밀 동작기계의 구조설계를 위해서는 서로 상충되는 설계목표인 중량과 강성을 적절하게 절충하여 최적화해야 된다. 그 동안 다목적함수 최적설계를 포함하여 효율적이고 경제적인 최적설계방법에 대한 많은 연구가 이루어졌다¹⁻³. 또한 동작기계 구조설계 분야에서는 YOSHIMURA⁴ 등이 생산 공정과 재료 선정까지 고려한 다단계 최적설계 방법을, Weck⁵이 컴퓨터를 이용한 최적화와 강성거동 연구를 하였고, Park⁶은 유전알고리즘을 동작기계 구조 토폴로지 설계 최적화에 적용하였다.

본 연구에서는 연삭기 구조물의 경량 고강성화 최적설계를 위하여 가변별점함수 유전알고리즘을 이용한 다단계 최적설계방법을 제안한다. 본 연구의 다단계 최적설계 과정은 3단계로 이루어진다. 제 1단계는 구조 형상 최적화(shape topology optimization) 단계이다. 이 단계에서는 초기 설계된 구조형상으로부터 임계값 이하의 단면 두께를 가지는 부재를 제거시키는 방법으로 최적 구조형상을 결정한다. 제 2단계와 3단계는 구조물의 치수 최적화(sizing optimization) 단계이다. 2단계인 정적설계 최적화 단계는 정적 설계 구속조건을 만족하면서 구조중량과 정적 컴플라이언스를 최소화시키는 좋은 해 집단(good solution set)을 찾는다. 3단계인 동적설계 최적화 단계에서는 좋은 해 집단 중에서 동적 컴플라이언스와 중량을 최소화시키는 최적해를 찾는다. 이 단계에서는 필요한 경우 동적 설계 구속조건이 추가로 부가될 수 있다.

2. 연삭기 구조물의 다단계 최적설계

2.1 설계문제의 정의

Fig. 1은 최적설계 하고자 하는 양면 연삭기 구조물의 2차원 형상과 유한요소 모델이다. 설계과정에서 F.E.M. 구조해석은 ANSYS를 이용하였다. 연삭기의 F.E.M. 모델은 SHELL63 요소 4699개로 이루어졌으며, 재료의 종탄성계수는 205 MPa, 밀도는 780 kg/m³이다.



(a) Configuration



(b) F.E.M. model

Fig. 1 A grinding machine

설계문제를 정의하기에 앞서 먼저 유한요소법으로 모델링된 n 자유도 구조진동계의 운동방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$[M]\{X\} + ([K] + i[H])\{X\} = \{F\} \quad (1)$$

여기서, $[M]$, $[K]$, $[H]$ 는 각각 질량행렬, 강성행렬, 구조감쇠행렬이고, $\{X\}$, $\{F\}$ 는 각각 자유도벡터와 외력벡터이며, $i = \sqrt{-1}$ 이다.

구조진동에서 가진력과 진폭응답간의 전달함수를 컴플라이언스로 정의하는데, k -점에 작용한 가진력에 대하여 j -점에서의 절대 컴플라이언스, $|R_{jk}(\omega)|$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} |R_{jk}(\omega)| &= \left| \frac{X_j}{F_k}(\omega) \right| \\ &= \left| \sum_{r=1}^n \frac{r\phi_{jr}\phi_{kr}}{m_r(\omega_r^2 - \omega^2 + i\eta_r\omega^2)} \right| \\ &= \left| \sum_{r=1}^n \frac{r\phi_{jr}\phi_{kr}}{k_r \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^2 + i\eta_r \right]} \right| \quad (2) \end{aligned}$$

여기서, ω_r 는 r -번째 고유진동수, $r\phi_{jr}$ 는 r -

번째 모드벡터(modal vector)의 j -번째 요소이고, m_r 과 k_r 은 각각 모드질량과 모드강성, 그리고 η_r 은 r -번째 모드의 손실계수이고 강구조물의 경우로서 0.01로 가정하였다.

위 식 (2)의 $R_{jk}(\omega)$ 을 동적 절대 컴플라이언스라 한다. $\omega = \omega_r$ 인 공진에서는 다른 주파수 성분의 컴플라이언스는 상대적으로 미미하므로 $R_{jk}(\omega)$ 의 r -차 공진 컴플라이언스 또는 피크 컴플라이언스의 크기는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$R_p(r) = |R_{jk}(\omega_r)| \approx \left| \frac{-i_r \phi_{j_r} \phi_{k_r}}{k_r \eta_r} \right| \quad (3)$$

식 (2)에서 $\omega = 0$ 인 경우를 정적 컴플라이언스, R_{jk}^s 라고 하며 다음과 같이 된다.

$$|R_{jk}^s| = \left| \frac{X_j}{F_k}(\omega=0) \right| = \left| \sum_{r=1}^n \frac{\phi_{j_r} \phi_{k_r}}{k_r(1+i\eta_r)} \right| \quad (4)$$

m 개의 유한요소로 모델링된 구조물의 n -번째 요소가 일정한 단면형상을 가지고, 그 단면적이 S_n , 두께가 t_n , 밀도가 ρ_n 라면 구조물의 총 중량, W 은 다음과 같이 된다.

$$W = \sum_{n=1}^m \rho_n S_n t_n \quad (5)$$

본 연구의 구조설계 최적화 문제는 설계 구속조건을 만족시키면서 중량과 컴플라이언스를 최소화시키는 것을 목적으로 한다. 다목적함수 최소화 문제이므로 가중치 방법을 사용하여 다음 식과 같이 단일목적함수 최적화문제로 변환할 수 있다.

$$\text{Minimize : } f(\mathbf{x}) = \sqrt{\sum_{n=1}^4 \left(w_n \frac{f_n(\mathbf{x})}{f_n^*} \right)^2} \quad (6)$$

Subject to : $g_n(\mathbf{x}) \leq 0, \quad n = 1, 2, \dots, q$

위에서 $f_1(\mathbf{x}) = \sum_{n=1}^m \rho_n S_n(\mathbf{x}) t_n$ 은 구조중량,

$f_2(\mathbf{x}) = |R_{jk}^s|$ 은 정적 컴플라이언스를 나타내며, $f_3(\mathbf{x}) = \sum_{r=1}^n R_p(r)$ 은 동적 피크 컴플라이언스, $f_4(\mathbf{x}) = \int |R_{jk}(\omega)| d\omega$ 는 운전속도 영역에 걸친 동적 컴플라이언스 값의 적분이고, 이들 목적함수들은 설계변수, $\mathbf{x} = \mathbf{x}(x_1, \dots, x_m)$ 를 내포한 함수(implicit functions)이다. 그리고 f_n^* 는 각각 n -번째 목적함수에 대한 스케일링 인자이고, w_n 는 각각 $w_1=0.4, w_2=0.18, w_3=0.18, w_4=0.24$ 이고 그 합이 1인 가중치이다. $g_n(\mathbf{x})$ 은 n -번째 설계 구속함수이다.

2.2 가변 벌점함수 유전알고리즘

유전알고리즘에서는 설계변수를 염색체 유전자로 변환한 다음 유전자 조작을 통하여 생성된 개체의 적합도를 평가하여 최적화를 수행하게 된다. 본 연구에서의 유전자 조작 및 최적개체 탐색 조건은 Table 1과 같이 정하였다.

Table 1 Parameters for the genetic algorithm

Pop. size	No. of Generation	Crossover		Mutation probability	Selection operator
		Probability	Operator		
100	150	0.8	2-point	0.01	Roulette wheel

또한 본 연구에서는 기존의 정적 벌점함수 대신 구속조건의 위반 회수와 위반 수준을 함께 고려하는 다음 식과 같은 가변 벌점함수를 도입하였다.

$$p(\mathbf{x}) = \varepsilon \cdot [c_1 \times p_1(\mathbf{x}) + c_2 \times p_2(\mathbf{x})] \quad (7)$$

$$\text{여기서, } p_1(\mathbf{x}) = \sum_{n=1}^q \left(\frac{g_n(\mathbf{x})}{g_n^*} \right)^2$$

$$p_2(\mathbf{x}) = \delta \frac{1}{\phi^*} \sum_{n=1}^q \phi_n(\mathbf{x})$$

위의 식 (7)에서 $\phi_n(\mathbf{x})$ 는 n 번째 구속조건에 대한 벌점으로서 구속함수가 구속조건을 초과하는 개수를 나타내는 값이고, $g_n(\mathbf{x})$ 는 구속조건이 기

준을 초과하는 정도 또는 수준을 나타내는 양이며, ϵ 은 최대화와 최소화를 구분하는 1과 -1을 나타내는 지시 값이다. 그리고 c_1 과 c_2 는 합이 1인 가중치이며, g^* 와 ϕ^* 는 각각의 별점함수를 정규화하기 위한 스케일인자이다.

유전알고리즘에서 개체의 적합도를 평가하기 위하여 다음 식 (8)과 같이, 각 세대별로 개체 집단에 대하여 목적함수 $f(\mathbf{x})$ 는 내림차순(descending order)으로 구속조건 위배 정도 $p(\mathbf{x})$ 는 오름차순(ascending order)으로 순위를 매겨 그것을 합한 값으로 적합도를 정의하였다.

$$fitness = g_1 \times rank(f) + g_2 \times rank(p) \quad (8)$$

여기서, g_1 과 g_2 는 합이 1인 가중치이다.

2.3 최적화 프로그램

설계변수의 전역 최적 값을 탐색하기 위하여 Fig. 2와 같이 유전 알고리즘을 이용한 최적 값 탐색 프로그램을 작성하였다.

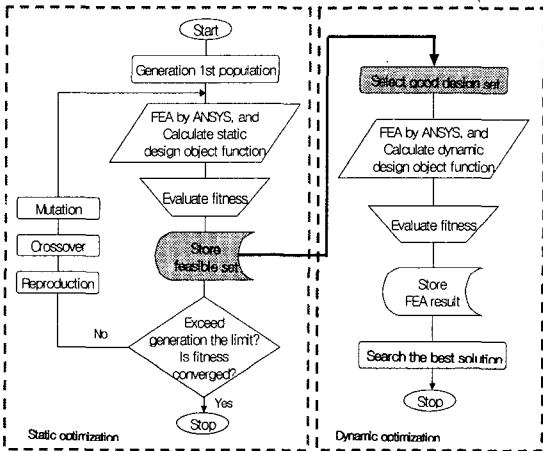


Fig. 2 Flow chart of the optimization program

2.4 최적설계 과정

2.4.1 제 1단계: 구조 형상 설계 최적화

제 1단계 최적화의 목적함수는 컴플라이언스와 구조물 중량이며, 정적 및 동적 최대변형 한계와 1차 고유진동수 한계, 제거될 수 없는 특별한 부재 등이 제한조건으로 부과된다. 바닥 면의 외곽 단

면부재는 제거될 수 없도록 제한하였다.

$$\text{Minimize: } f_s(\mathbf{x}) = \sqrt{\sum_{n=1}^3 w_n \left(\frac{f_n(\mathbf{x})}{f_n^*} \right)^2} \quad (9)$$

$$\text{Subject to: } 0.0001 \leq f_1(\mathbf{x}) \leq 0.002(\mu\text{m}/N)$$

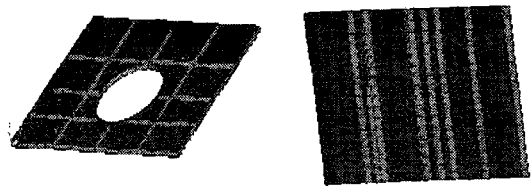
$$0.0001 \leq f_2(\mathbf{x}) \leq 0.002(\mu\text{m}/N)$$

$$3000(\text{kg}) \leq f_3(\mathbf{x}) \leq 4235(\text{kg})$$

위 식 (9)에서 $f_1(\mathbf{x})$ 은 상부스핀들 절삭 점의 정적 절대 컴플라이언스, $f_2(\mathbf{x})$ 는 하부 스핀들 절삭 점의 정적 절대 컴플라이언스, $f_3(\mathbf{x})$ 은 구조물의 중량이다. 그리고 w_n 는 각각 $w_1=0.3$, $w_2=0.3$, $w_3=0.4$ 로 총합이 1인 가중치이다.

초기 단면형상의 모든 부재의 두께는 25 mm로 설정하였다. 최적화 과정에서 부재의 두께가 임계 값 0.01 mm (critical thickness)보다 작은 값을 가지는 부재는 제거된 것으로 간주한다.

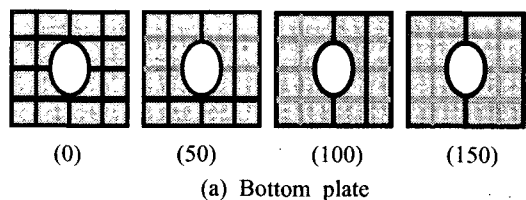
Fig. 3은 연삭기 구조물의 바닥 면과 뒷면 부재의 형상 최적설계를 위한 유한요소 모델이다.



(a) ribs on the bottom plate (b) ribs on the rear plate

Fig. 3 F.E.M model for the first step optimization

Fig. 4는 연삭기 구조물의 형상 최적 설계 결과로서 0세대에서 150세대까지의 바닥 면과 뒷면의 보강 리브 형상 최적화 과정을 보여주고 있다.



(a) Bottom plate

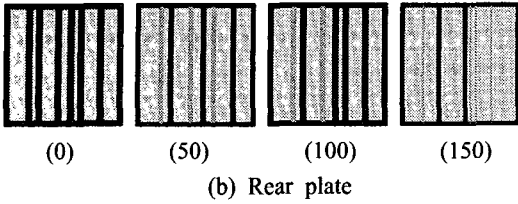


Fig. 4 Configuration changes versus generation

2.4.2 제 2단계: 정적설계 최적화

정적최적 설계단계의 문제정의는 다음과 같다.

$$\text{Minimize: } f_s(\mathbf{x}) = \sqrt{\sum_{n=1}^3 w_n \left(\frac{f_n(\mathbf{x})}{f_n^*} \right)^2} \quad (10)$$

$$\text{Subject to: } 0.0001 \leq f_1(\mathbf{x}) \leq 0.002(\mu\text{m}/N)$$

$$0.0001 \leq f_2(\mathbf{x}) \leq 0.002(\mu\text{m}/N)$$

$$3000(\text{kg}) \leq f_3(\mathbf{x}) \leq 4150(\text{kg})$$

위 식에서 f_1 은 상부스핀들 절삭 점의 정적 절대 컴플라이언스와 하부스핀들 절삭 점의 정적 절대 컴플라이언스는 f_2 이고, 전체구조물의 중량은 f_3 으로 표현된다.

$\mathbf{x}(s_1, s_2, x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, z_1, z_2, z_3)$ 는 설계 변수로서 전체 구조물의 단면 부재들의 두께이다. Fig. 5에 단면형상 최적화 단계를 거쳐 결정된 각 단면별 최적단면 형상과 2, 3단계 설계최적화 과정에 필요한 설계변수들을 표시하였다.

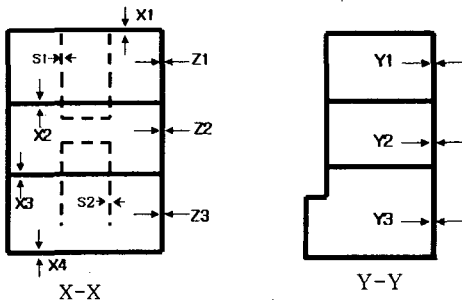


Fig. 5 Definition of design variables for the 2nd and 3rd design steps

식 (10)에서 그리고 w_n 는 가중치이고, $w_1=0.3$, $w_2=0.3$, $w_3=0.4$ 로 총합이 1이며, f_1^* , f_2^* , f_3^* 는 스

케일 인자(scale factor)이다.

구속조건으로는 구조물의 정적 컴플라이언스 (f_1, f_2)와 중량(f_3)의 탐색영역을 제한하였다. 설계변수들의 치수 제한조건은 가공 및 조립작업 공간, 부재간의 간섭회피 조건 등을 고려하여 다음과 같이 설정하였고, 각 변수의 단위는 mm 이다.

$$15 \leq x_1 \leq 40, 15 \leq x_2 \leq 40, 10 \leq x_3 \leq 30,$$

$$15 \leq x_4 \leq 40, 10 \leq y_1, y_2, y_3 \leq 30,$$

$$15 \leq z_1, z_2, z_3 \leq 33, 10 \leq s_1 \leq 30, 10 \leq s_2 \leq 40$$

2.4.3 제 3단계: 동적설계 최적화

동적설계 최적화 단계 설계문제는 다음과 같이 정의한다.

$$\text{Minimize: } f(\mathbf{x}) = \sqrt{f_s(\mathbf{x})^2 + f_d(\mathbf{x})^2} \quad (11)$$

$$\text{Subjected to: } 0.002 \leq f_{d,1}(\mathbf{x}) \leq 0.02(\mu\text{m}/N)$$

$$0.002 \leq f_{d,2}(\mathbf{x}) \leq 0.01(\mu\text{m}/N)$$

$$\delta_{\text{max}} \leq 2(\mu\text{m})$$

$$\text{여기서, } f_d(\mathbf{x}) = \sqrt{\sum_{n=1}^3 w_{d,n} \left(\frac{f_{d,n}(\mathbf{x})}{f_{d,n}^*} \right)^2}$$

동적 성능함수로서, $f_{d,1}$ 는 동적 피크 컴플라이언스 값들의 합, $f_{d,2}$ 는 동적 절대 컴플라이언스의 최대 피크 값, 그리고 $f_{d,3}$ 는 동적 절대 컴플라이언스 함수의 면적이다. 그리고 $w_{d,n}$ 는 가중치로서 $w_{d,1}=0.3$, $w_{d,2}=0.3$, $w_{d,3}=0.4$ 이고, 총합은 1 이다. 또한 $f_{d,1}^*$, $f_{d,2}^*$, $f_{d,3}^*$ 는 스케일 인자이다.

일반적으로 동적설계는 정적 설계조건을 만족이 전제되므로 본 연구에서는 Fig. 6과 같이 정적 최적설계 단계에서 구한 적합해(feasible solution set) 집단 중에서 적합도가 상대적으로 높은 우량해 집단(good solution set)을 선택하고, 그것을 대상으로 동적설계 최적화를 수행하여 최적 해를 구한다.

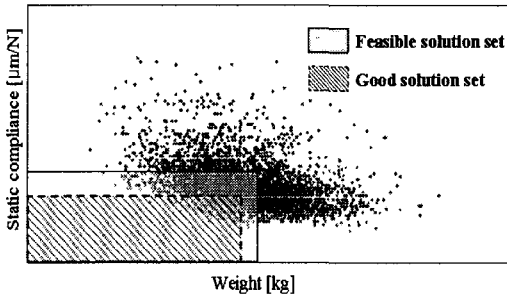


Fig. 6 Good solution set selected from feasible set

그런데 Fig. 7에서 보듯이, 제2단계 정적설계 최적화 단계에서의 최적해가 제 3단계에서 보면 최종적인 최적해가 되지 않음을 보여준다. 즉, 2단계에서의 최적해는 중량과 정적 컴플라이언스가 최소인 개체인데, 그 것의 동적 컴플라이언스는 다른 개체의 동적 컴플라이언스보다 더 클 수 있다. 그러므로 3단계에서는 정적 컴플라이언스와 중량은 다소 커지더라도 동적 컴플라이언스까지 고려한 총합 성능함수가 최소화되는 개체를 최적해로 결정한다.

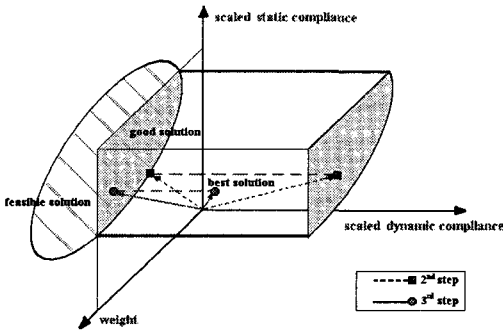


Fig. 7 Comparison of objectives at each design step

Fig. 8은 150세대 동안 세대별 적합도 변화를 그래프로 나타낸 것이다.

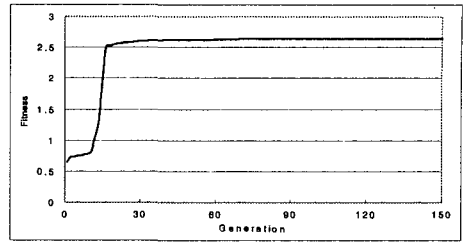


Fig. 8 Generation-fitness history curve

3. 최적설계 결과 및 검토

3.1 설계변수 비교

Table 2에는 최적설계 전·후의 설계변수를 비교하였다.

대체로 x-section 에서는 스펀들을 잡아주는 부재는 두께가 증가하는 방향으로 나타나고 스펀들 역시 부재두께가 증가하는 방향으로 최적화가 진행되었음을 볼 수 있다.

Table 2 Comparison of design parameters before and after optimization

Design parameters	Value [mm]		Design parameters	Value [mm]	
	Before	After		Before	After
x ₁	25	15	y ₃	25	10
x ₂	25	10	z ₁	25	10
x ₃	25	15	z ₂	25	10
x ₄	25	36	z ₃	25	10
y ₁	25	10	s ₁	25	13
y ₂	25	10	s ₂	25	16

3.2 중량 및 절대 컴플라이언스 비교

최적설계 이전과 이후의 중량과 절대 컴플라이언스 변화를 Table 3에 비교하여 나타내었다.

Table 3 Comparison of the weight and compliances

	Compliance($\mu\text{m}/\text{N}$)		Weight [kg]
	Static compliance	Dynamic compliance	
Before optimization	0.000421	0.016172	4235
Static optimization	0.000337	0.013709	3423
Dynamic optimization	0.000137	0.005318	3611

Fig. 9에는 최적설계 이전과 이후의 컴플라이언스 함수의 변화를 나타내었다.

Fig. 10은 동적설계 최적화 이전과 이후에 양면 연삭기의 성능함수들이 얼마나 변화되었는지를 방사형 그래프로 나타낸 것이다.

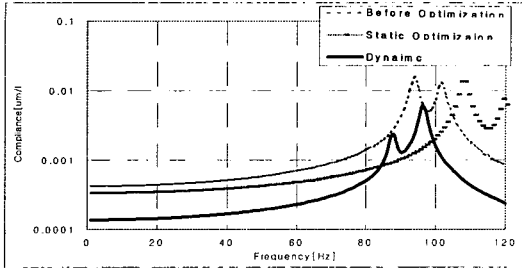


Fig. 9 Comparison of absolute compliances

그림에서 보듯이 중량과 정적 컴플라이언스, 동적 컴플라이언스 및 피크 컴플라이언스의 합 등이 모두 감소하였으므로 구조중량은 감소되었음에도 불구하고 정강성과 동강성은 향상되었음을 알 수 있다.

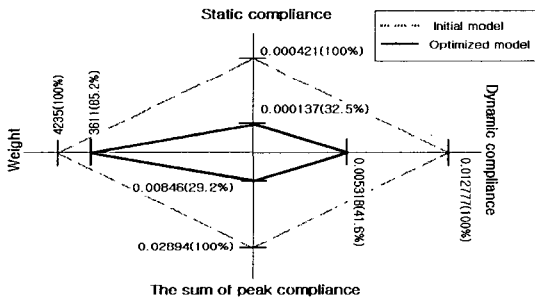


Fig. 10 Comparison of objectives before and after optimization

4. 결론

본 연구에서는 양면연삭기 구조물의 최적설계를 위해 가변 벌점함수 유전알고리즘과 결합된 다단계 최적설계 방법을 제안하였다. 제안된 방법은 정적 및 동적 컴플라이언스와 중량 최소화라는 목적함수를 가중방법(weighted method)을 이용하여 변환시킨 단일 목적함수를 채택한다. 또한 구조형상 최적화 단계와 정적설계 최적화 단계 및 동적설계 최적화 단계를 순차적으로 수행하는 다단계 최적설계 방법이다. 구조형상 최적화 단계는 임계값보다

작은 두께를 가지는 구조부재는 제거된 것으로 간주하여 최적 형상을 결정한다. 정적설계 최적화 단계는 구속조건을 만족하는 적합해 개체집합 중에서 정적 컴플라이언스와 중량을 최소화해 적합도가 높은 좋은 해 개체집합을 찾아낸다. 동적설계 최적화 단계는 최종단계로서 좋은 해 개체집합 중에서 동적 컴플라이언스까지 고려된 총합성능함수를 최소화시키는 최적 해를 추출한다. 제안된 최적설계방법을 연삭기 구조물의 최적설계에 적용한 결과 구조물의 중량과 정적 및 동적 컴플라이언스 특성이 향상된 구조설계가 가능하였다. 즉, 경험적 지식에 기초한 초기설계에 비하여 중량은 14.8% 정도 감소되었으며, 연삭숫돌이 장착되는 스핀들 하단부의 동적 절대 컴플라이언스는 58.4% 감소되었다. 그러므로 본 연구에서 제안된 방법은 고정밀 연삭기의 경량 고강성 구조설계 최적화에 유용하게 적용될 수 있다.

후기

본 연구는 산업자원의 공통핵심기술개발사업의 연구비지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

1. Ryu, Y. S., Lim, O. G., Park, K. J., "Introduction to optimum design," Bando, 1994.
2. Michalewicz, Z., "Genetic algorithms, numerical optimization, and constraints," Proceedings of the Sixth International Conference on Genetic Algorithms, Morgan Kaufman, San Mateo, pp. 151-158, 1995.
3. Cheng, F. Y., Dan, Li, "Multi-objective Optimization Design with Pareto Genetic Algorithm," J. of Structural Eng. Vol. 123, No. 9, pp.1252-1261, 1997.
4. YOSHIMURA, M., "Design Optimization of Machine Tool Dynamics Based on an Explanation of Relationships between Characteristics," JSPE, Vol.53, No. 4, pp. 601-606, 1987.
5. Weck, M., "Computer-Aided Optimization and Meteorological Recording of the Stiffness Behavior of Machine Tools," Proc. of 5th IMEC, pp.1-14, 1992.

6. Park, J. K., "A Study on Topology Optimization Design for Machining Center using Genetic Algorithm," Ph. D. Dissertation, Changwon Univ, 1996.12.
7. Swanson Analysis, "ANSYS User's Manual," Revision 5.5, 1996.
8. Goldberg, David, E., "Genetic Algorithm in Search, Optimization, and Machine Learning," Addison-Wesley, 1989.
9. Tong, W. H. and Wh, G. R., "An optimization procedure for truss structures with discrete design variables and dynamic constraints," computer & structure, pp. 155-162, 2000.
10. Deb, K. and Kumar, A., "Real-coded genetic algorithms with simulated binary crossover: studies on multimodal and multi objective problems," Complex Systems 9 (6), pp. 431-454, 1995.