

긴 유연힌지를 갖는 컴플라이언스 메커니즘의 동역학 모델

최기봉[#]

Dynamic Model for Compliant Mechanism with Long Flexure Hinges

Kee-Bong Choi[#]

ABSTRACT

A dynamic model for flexure hinge-based compliant mechanisms is derived. The dynamic model of the previous works do not well describe the behaviors of rigid bodies in the compliant mechanism when the length of the flexure hinge is long. In this study, the effect on the length of the flexure hinge is pointed out and then the dynamic model is derived to overcome the length effect. For verification, modal analyses are carried out using the proposed dynamic model and FEM (Finite Element Method). Finally they are compared by the terms of modal frequency. As the result, the proposed dynamic model can be used in design and analysis of the compliant mechanism.

Key Words : Compliant mechanism(컴플라이언스 메커니즘), Flexure hinge(유연힌지), Stiffness matrix(강성행렬), Modal analysis(모드해석)

1. 서론

유연힌지는 강체 또는 링크를 연결하는 미소변위용 탄성관절을 의미한다. 일반적으로 임의의 물체 내에서 다른 부분에 비해 상대적으로 가느다란 부분을 지칭하는 것으로 와이어 커팅, 지그 보링 및 에칭 등의 가공에 의해 단일체로 제작할 수 있다. 강체와 유연힌지로 이루어진 컴플라이언스 메커니즘은 유연힌지가 선형 힘-변위 관계, 비마찰 특성, 미세 및 연속 운동 특성을 가지기 때문에 나노 위치결정기구에서 매우 중요한 역할을 하고 있다. 유연힌지를 갖는 컴플라이언스 메커니즘의 전형적인 예로서는 AFM(Atomic Force Microscope) 및 초정밀 웨이퍼 스테이지 등이 있다.

유연힌지의 수학적 모델은 많은 연구자들에 의

해 보고되고 있다. Paros¹ 등은 단축과 두축에서의 원형 노치 유연힌지의 컴플라이언스를 유도하였다. 그 후 Yoshimura²는 Paros에 의해 유도된 컴플라이언스를 수정하였다. Koseki³ 등은 원기둥형, 사각보형 및 원형 노치 유연힌지의 컴플라이언스 행렬을 제시하였고, 여러가지 형태의 유연힌지 체인에 적용하였다. Lobontiu 등은 포물선형 및 쌍곡선형 유연힌지와 같이 여러 기하학적인 형태의 유연힌지의 컴플라이언스를 유도하였다.^{4,5}

비록 유연힌지의 6자유도 수학적 동역학 모델은 잘 알려져있지만, 유연힌지를 갖는 컴플라이언스 메커니즘을 해석하기 위해 많은 연구자들이 FEM 도구를 이용하거나^{6,7,8}, 1 또는 2 자유도의 간단한 수학적 모델을 이용하고 있다.^{9,10,11}

비록 FEM이 컴플라이언스 메커니즘을 해석하

¹ 접수일: 2004년 4월 8일; 게재승인일: 2004년 12월 10일

[#] 한국기계연구원 지능형정밀기계연구부

E-mail kbchoi@kimm.re.kr Tel. (042) 868-7132

는데 많은 도움을 주지만, 기하학적 모델링 및 메쉬 작업에 많은 시간과 노력이 필요하다. 또한 유연힌지에 1 또는 2 자유도 만을 적용한 수학적 모델을 이용하여 컴플라이언스 메커니즘을 해석하는 경우 평면운동 밖에 해석할 수 없는 단점이 있다. 강체의 공간상 운동을 좀 더 정확히 기술하기 위해서는 유연힌지에 6 자유도의 수학적 강성행렬 모델을 적용하는 것이 필요하다.

행렬식에 의한 컴플라이언스 메커니즘의 운동방정식은 이미 이전의 연구자에 의해 유도된 적이 있다.^{12,13} 그러나 이전의 연구결과에는 유연힌지의 좌표를 기술하는 회전변환행렬에서 회전방향의 선정에 일관성이 없으며, 노치 힌지와 같은 짧은 유연힌지 만을 대상으로 했기 때문에 긴 유연힌지의 경우 모드해석의 결과가 FEM 해석 결과와 잘 일치하지 않는다. 따라서 본 연구에서는 컴플라이언스 메커니즘에서 긴 유연힌지의 경우에도 공간상의 운동을 잘 기술할 수 있는 동역학 모델을 유도하고, 제시한 동역학 모델이 운동을 잘 기술할 수 있다는 것을 FEM에 의한 해석 결과와 비교하여 증명하고자 한다.

2. 강성행렬의 좌표변환

자유단에 Fig. 1처럼 힘과 모멘트가 작용하고 있는 유연힌지를 고려하자. 이 그림에서 유연힌지의 좌표는 x_{ij} - y_{ij} - z_{ij} 이고 기준좌표는 X - Y - Z 이다. 유연힌지의 좌표는 Z - Y - X 오일러 각에 의해 Z -축으로 γ , Y -축으로 β , X -축으로 α 만큼 회전되어 있다. 유연힌지의 자유단에 작용된 힘은 \mathbf{F}^h 이고, 모멘트는 \mathbf{T}^h 이며, 자유단의 병진변위 및 회전변위는 \mathbf{r}^h 및 $\boldsymbol{\theta}^h$ 이며, 유연힌지의 강성행렬은 \mathbf{K}_{ij}^h 라고 가정한다. 여기서 윗첨자 h 는 유연힌지의 좌표를 의미하며, ij 는 고정단 o_{ij} 에서 자유단 o_{ji} 까지의 유연힌지를 의미한다. 이때 자유단에서 힘-변위의 관계는 다음과 같다.

$$\mathbf{Q}^h = \mathbf{K}_{ij}^h \mathbf{q}^h, \quad (1)$$

여기서 \mathbf{Q}^h 는 힘과 모멘트 성분으로 이루어진 힘벡터이고, \mathbf{q}^h 는 유연힌지의 자유단에서 병진과 회전 성분으로 이루어진 변위벡터이다. 즉 힘벡터와 변위벡터는 다음과 같다.

$$\mathbf{Q}^h = \begin{bmatrix} \mathbf{F}^h & | & \mathbf{T}^h \end{bmatrix}^T \quad (2)$$

$$= \begin{bmatrix} F_x^h & F_y^h & F_z^h & T_x^h & T_y^h & T_z^h \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{q}^h = \begin{bmatrix} \mathbf{r}^h & | & \boldsymbol{\theta}^h \end{bmatrix}^T \quad (3)$$

$$= \begin{bmatrix} x^h & y^h & z^h & \theta_x^h & \theta_y^h & \theta_z^h \end{bmatrix}^T$$

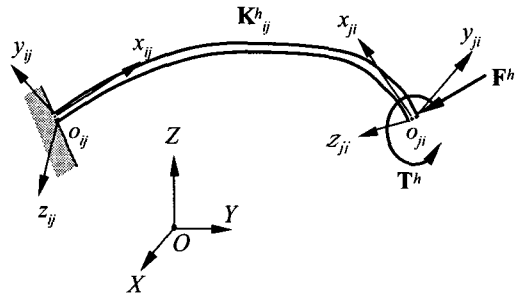


Fig. 1 A force and a moment applied to a free end of a flexure hinge

유연힌지 좌표계에서 힘과 변위는 기준좌표의 힘과 변위로 다음과 같이 변환 가능하다.

$$\mathbf{q} = \tilde{\mathbf{R}}_{ij} \mathbf{q}^h \quad (4)$$

$$\mathbf{Q} = \tilde{\mathbf{R}}_{ij} \mathbf{Q}^h \quad (5)$$

여기서

$$\tilde{\mathbf{R}}_{ij} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{ij} & | & 0 \\ 0 & | & \mathbf{R}_{ij} \end{bmatrix} \quad (6)$$

식 (6)에서 \mathbf{R}_{ij} 는 기준좌표계 X - Y - Z 에서 유연 힌지의 좌표계 x_{ij} - y_{ij} - z_{ij} 로의 회전변환행렬이다. 또한 Z - Y - X 오일러 각의 향으로 이 회전변환행렬을 나타내면 다음과 같다.¹⁴

$$\mathbf{R}_{ij} = \mathbf{R}(\alpha, \beta, \gamma) \quad (7)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \gamma \cos \beta & \cos \gamma \sin \beta \sin \alpha - \sin \gamma \cos \alpha \\ \sin \gamma \cos \beta & \sin \gamma \sin \beta \sin \alpha + \cos \gamma \cos \alpha \\ -\sin \beta & \cos \beta \sin \alpha \\ \cos \gamma \sin \beta \cos \alpha + \sin \gamma \sin \alpha \\ \sin \gamma \sin \beta \cos \alpha - \cos \gamma \sin \alpha \\ \cos \beta \cos \alpha \end{bmatrix}$$

여기서 $\mathbf{R}(\cdot)$ 은 괄호안의 각의 향으로 이루어진 회전변환을 지시한다. 따라서 기준좌표계에 대한 유연힌지의 자유단에서 힘-변위의 관계식은 식 (4)

및 (5)를 식 (1)에 대입하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$Q = K_{ij}q \quad (8)$$

여기서 변환된 강성행렬 K_{ij} 는 다음과 같다.

$$K_{ij} = \tilde{R}_{ij} K_{ij}^h \tilde{R}_{ij}^T \quad (9)$$

3. 미소변위에 의한 강체 상의 한 점에 작용된 힘과 모멘트

Fig. 2에서 처럼 강체 상의 좌표 $x_i-y_i-z_i$ 가 미소 변위 Δr_i 및 $\Delta \theta_i$ 만큼 $x'_i-y'_i-z'_i$ 좌표로 변환되었다고 가정하자. 이 때 점 o_{ij} 의 위치벡터는 다음과 같다.

$$r_{ij} = P(p_i + d_{ij}) \quad (10)$$

여기서 $P(\cdot)$ 는 병진변환이다. 또한 점 o_{ij} 의 변환된 위치벡터는 다음과 같다.

$$r'_{ij} = R(\Delta \theta_i)P(d_{ij}) + P(p_i + \Delta r_i) \quad (11)$$

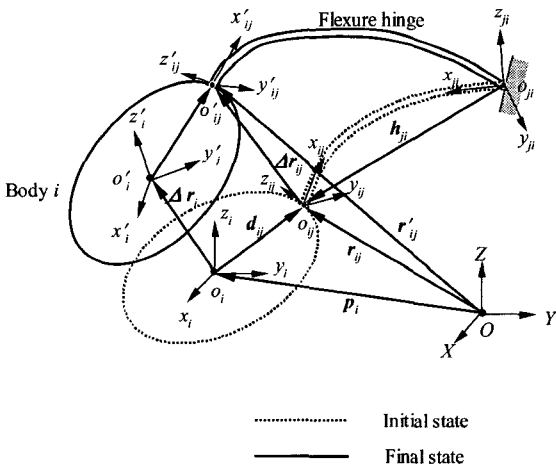


Fig. 2 Coordinate transformation of a point on a rigid body by small displacement

식 (11)의 회전변환행렬은 식 (7)의 오일러 각 α, β, γ 에 $\Delta \theta_x, \Delta \theta_y, \Delta \theta_z$ 를 대입한 후, $\cos \theta=1$ 및 $\sin \theta=\theta$ 로 놓고, 미소항끼리의 곱을 무시하면 다음과 같다.

$$R(\Delta \theta_i) = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta \theta_z & \Delta \theta_y \\ \Delta \theta_z & 1 & -\Delta \theta_x \\ -\Delta \theta_y & \Delta \theta_x & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

따라서 미소병진변위는 다음과 같다.

$$\Delta r_{ij} = r'_{ij} - r_{ij} = R(\Delta \theta_i)P(d_{ij}) + P(\Delta r_i - d_{ij}) \quad (13)$$

여기서 벡터 d_{ij} 는 다음과 같이 행렬식으로 쓸 수 있다.

$$d_{ij} = [d_{x_{ij}} \quad d_{y_{ij}} \quad d_{z_{ij}}]^T \quad (14)$$

식 (13)은 다음과 같이 정리된다

$$\Delta r_{ij} = - \begin{bmatrix} 0 & -d_{z_{ij}} & d_{y_{ij}} \\ d_{z_{ij}} & 0 & -d_{x_{ij}} \\ -d_{y_{ij}} & d_{x_{ij}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_x \\ \Delta \theta_y \\ \Delta \theta_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x_i \\ \Delta y_i \\ \Delta z_i \end{bmatrix} \quad (15)$$

그러므로 점 o_{ij} 의 변위는 다음과 같다.

$$\Delta q_{ij} = \tilde{D}_{ij}^T [\Delta r_i \mid \Delta \theta_i]^T \quad (16)$$

여기서

$$\tilde{D}_{ij} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{D}_{ij} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (17)$$

식 (17)에서 \mathbf{I} 는 3×3 단위행렬이고, $\mathbf{0}$ 은 3×3 영행렬이며, \mathbf{D}_{ij} 는 다음과 같다.

$$\mathbf{D}_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & -d_{z_{ij}} & d_{y_{ij}} \\ d_{z_{ij}} & 0 & -d_{x_{ij}} \\ -d_{y_{ij}} & d_{x_{ij}} & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

그러므로 강체상의 점 o_{ij} 에 작용된 힘과 모멘트는 다음과 같다.

$$Q_{ij} = -K_{ij} \tilde{D}_{ij}^T \Delta q_{ij} \quad (19)$$

4. 유연힌지를 갖는 컴플라이언스 메커니즘의 운동방정식

Fig. 2에서 미소변위 Δr_i 및 $\Delta \theta_i$ 에 의한 힘과 모멘트를 점 o_i 에서 나타내면 다음과 같다.

$$Q_i = [F_{ij} \mid T_{ij} + d_{ij} \times F_{ij}]^T \quad (20)$$

식 (19)를 식 (20)에 대입하면 다음과 같다.

$$\mathbf{Q}_i = -\tilde{\mathbf{D}}_y \mathbf{K}_{ji} \tilde{\mathbf{D}}_y^T \Delta \mathbf{q}_i \quad (21)$$

또한 고정단의 점 o_{ji} 에 작용된 힘과 모멘트는 다음과 같다.

$$\mathbf{Q}_{ji} = [\mathbf{F}_{y_j} \mid \mathbf{T}_{y_j} + \mathbf{h}_{ji} \times \mathbf{F}_{y_j}]^T \quad (22)$$

여기서 \mathbf{h}_{ji} 는 점 o_{ji} 에서 점 o_{ij} 까지의 벡터로서 다음과 같다.

$$\mathbf{h}_{ji} = [h_{x_{ji}} \quad h_{y_{ji}} \quad h_{z_{ji}}]^T \quad (23)$$

식 (19)를 식 (22)에 대입하면 다음과 같다.

$$\mathbf{Q}_{ji} = -\tilde{\mathbf{H}}_{ji} \mathbf{K}_{ij} \tilde{\mathbf{D}}_y^T \Delta \mathbf{q}_i \quad (24)$$

여기서

$$\tilde{\mathbf{H}}_{ji} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{H}_{ji} & \mathbf{I} \end{array} \right] \quad (25)$$

그리고

$$\mathbf{H}_{ji} = \begin{bmatrix} 0 & -h_{z_{ji}} & h_{y_{ji}} \\ h_{z_{ji}} & 0 & -h_{x_{ji}} \\ -h_{y_{ji}} & h_{x_{ji}} & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

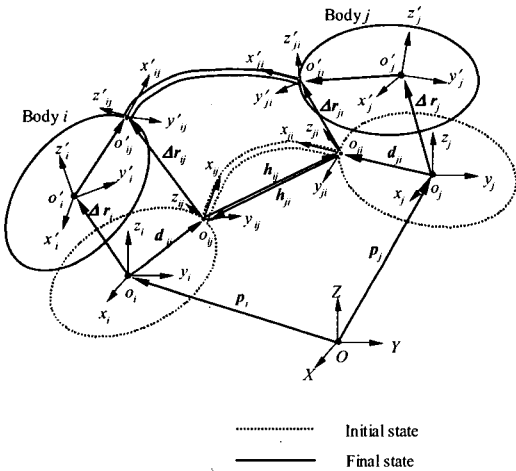


Fig. 3 Two rigid bodies connected with a flexure hinge

두 강체가 Fig. 3에서 처럼 유연힌지에 의해 연결되어 있을 때 미소변위 $\Delta \mathbf{q}_i$ 에 의해 점 o_i 에 작용

된 힘벡터는 다음과 같다.

$$\mathbf{Q}_i = -\tilde{\mathbf{D}}_y (\mathbf{K}_{ji} \tilde{\mathbf{D}}_y^T \Delta \mathbf{q}_i - \tilde{\mathbf{H}}_{ij} \mathbf{K}_{ij} \tilde{\mathbf{D}}_y^T \Delta \mathbf{q}_j) \quad (27)$$

식 (27)을 확장하여 두 강체가 n_h 개의 유연힌지에 의해 병렬로 연결되어있다고 가정하면 다음과 같다.

$$\mathbf{Q}_i = -\sum_{k=1}^{n_h} \tilde{\mathbf{D}}_{ijk} (\mathbf{K}_{jik} \tilde{\mathbf{D}}_{ijk}^T \Delta \mathbf{q}_i - \tilde{\mathbf{H}}_{ijk} \mathbf{K}_{ijk} \tilde{\mathbf{D}}_{ijk}^T \Delta \mathbf{q}_j) \quad (28)$$

또한 n_b 개의 강체가 유연힌지에 의해 강체 i 와 연결되어 있다고 가정하면 다음과 같이 확장할 수 있다.

$$\mathbf{Q}_i = -\sum_{j=0}^{n_b} \sum_{k=1}^{n_h} \tilde{\mathbf{D}}_{ijk} (\mathbf{K}_{jik} \tilde{\mathbf{D}}_{ijk}^T \Delta \mathbf{q}_i - \tilde{\mathbf{H}}_{ijk} \mathbf{K}_{ijk} \tilde{\mathbf{D}}_{ijk}^T \Delta \mathbf{q}_j) \quad (29)$$

여기서 $j=0$ 은 강체 i 가 고정단과 유연힌지에 의해 연결되어있음을 의미이다.

임의의 힘과 모멘트 n_f 개가 강체 i 상의 임의의 점 e_{iw} 에 작용할 때, 강체 i 의 원점 o_i 상에 작용하는 힘과 모멘트는 다음과 같다.

$$\mathbf{E}_i = \sum_{w=1}^{n_f} [\mathbf{F}_{e_{iw}} \mid \mathbf{T}_{e_{iw}} + \mathbf{l}_{iw} \times \mathbf{F}_{e_{iw}}]^T \quad (30)$$

여기서 원점에서 임의의 점까지의 벡터 \mathbf{l}_{iw} 는 다음과 같다.

$$\mathbf{l}_{iw} = [l_{x_{iw}} \quad l_{y_{iw}} \quad l_{z_{iw}}]^T \quad (31)$$

식 (30)은 다음과 같이 재정리할 수 있다.

$$\mathbf{E}_i = \sum_{w=1}^{n_f} \tilde{\mathbf{L}}_{iw} [\mathbf{F}_{e_{iw}} \mid \mathbf{T}_{e_{iw}}]^T \quad (32)$$

여기서

$$\tilde{\mathbf{L}}_{iw} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{L}_{iw} & \mathbf{I} \end{array} \right] \quad (33)$$

그리고

$$\mathbf{L}_{iw} = \begin{bmatrix} 0 & -l_{z_{iw}} & l_{y_{iw}} \\ l_{z_{iw}} & 0 & -l_{x_{iw}} \\ -l_{y_{iw}} & l_{x_{iw}} & 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

유연힌지의 질량을 무시하면 강체의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\tilde{\mathbf{M}} \Delta \ddot{\mathbf{q}} + \tilde{\mathbf{K}} \Delta \mathbf{q} = \mathbf{E} \quad (35)$$

여기서 상당질량행렬 $\tilde{\mathbf{M}}$ 은 다음과 같다.

$$\tilde{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_2 & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{M}_{n_b} \end{bmatrix} \quad (36)$$

상당강성행렬 $\tilde{\mathbf{K}}$ 는 다음과 같다.

$$\tilde{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}}_{1,1} & -\tilde{\mathbf{K}}_{1,2} & \dots & -\tilde{\mathbf{K}}_{1,n_b} \\ -\tilde{\mathbf{K}}_{2,1} & \tilde{\mathbf{K}}_{2,2} & \dots & -\tilde{\mathbf{K}}_{2,n_b} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\tilde{\mathbf{K}}_{n_b,1} & -\tilde{\mathbf{K}}_{n_b,1} & \dots & \tilde{\mathbf{K}}_{n_b,n_b} \end{bmatrix} \quad (37)$$

미소 변위벡터 $\Delta\mathbf{q}$ 는

$$\Delta\mathbf{q} = [\Delta\mathbf{q}_1 \quad \Delta\mathbf{q}_2 \quad \dots \quad \Delta\mathbf{q}_{n_b}]^T \quad (38)$$

이고, 외력벡터 \mathbf{E}_0 는 다음과 같다.

$$\mathbf{E} = [\mathbf{E}_1 \quad \mathbf{E}_2 \quad \dots \quad \mathbf{E}_{n_b}]^T \quad (39)$$

식 (36)에서 상당질량행렬의 요소는

$$\mathbf{M}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_i & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{J}_i \end{bmatrix} \quad (40)$$

이며 \mathbf{m}_i 는 i 번째 강체의 3×3 질량행렬이고, \mathbf{J}_i 는 i 번째 강체의 질량관성모멘트행렬이다. 식 (37)에서 상당강성행렬의 각 요소는 다음과 같다.

$$\tilde{\mathbf{K}}_{ii} = \sum_{j=0}^{n_b} \sum_{k=1}^{n_b} \tilde{\mathbf{D}}_{ijk} \mathbf{K}_{jik} \tilde{\mathbf{D}}_{ijk}^T \quad (41)$$

$$\tilde{\mathbf{K}}_{ij} = \sum_{k=1}^{n_b} \tilde{\mathbf{D}}_{ijk} \tilde{\mathbf{H}}_{ijk} \mathbf{K}_{jik} \tilde{\mathbf{D}}_{jik}^T \quad (42)$$

여기서 $\tilde{\mathbf{K}}_{ii}$ 는 강성행렬의 대각행렬 성분이고, $\tilde{\mathbf{K}}_{ij}$ 는 비대각 성분이다. 식 (41)과 (42)는 이전의 연구자들에 의해 제시되었던 식^{12,13}과 약간 다르다. 첫째, 식 (41)에서 강성행렬 \mathbf{K}_{jik} 는 유연힌지의 기준 좌표계 X - Y - Z 에서 x_{jik} - y_{jik} - z_{jik} 좌표계로 변환되었으나, 식 (42)의 강성행렬 \mathbf{K}_{ijk} 는 기준좌표계 X - Y - Z 에서 x_{ijk} - y_{ijk} - z_{ijk} 좌표계로 변환되었다. 그러나 이전의 연구에서는 위의 두 강성행렬의 좌표변환이 동일한 것으로 표현되었다. 이와 같이 동일하게 좌표변환된 강성행렬은 상당강성행렬의 대각행렬요소와 시스템의 공진주파수에 영향을 준다. 둘째, 식 (42)의 $\tilde{\mathbf{H}}_{ijk}$ 항이 이전의 연구에서는 생략되었다. 이것은 유연힌지 기반의 컴플라이언스 메커니즘에서

유연힌지의 길이가 무시되었다는 것을 의미한다. 따라서 이전의 연구에서 제시된 식은 길이가 무시된 유연힌지 시스템에서는 유효하나 유연힌지의 길이가 길면 길수록 실제 시스템의 운동을 정확히 기술하기는 어려워진다.

식 (35)에서 특성방정식은 다음과 같다.

$$|\lambda\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{M}}^{-1}\tilde{\mathbf{K}}| = 0 \quad (43)$$

여기서 λ 는 특성방정식의 근을 의미한다. 공진주파수는 식 (43)으로 부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$f_i = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\lambda_i} \quad (44)$$

여기서 f_i 및 λ_i 는 각각 i -번째 공진주파수 및 i -번째 특성근이다.

5. 예제

Fig. 4는 2개의 강체와 4개의 유연힌지를 갖는 컴플라이언스 메커니즘이다. 2개의 강체는 기하학적으로 동일하며 각 변의 크기는 $20\text{mm} \times 20\text{mm} \times 20\text{mm}$ 이며, 4개의 유연힌지 또한 기하학적으로 동일하고 각 변의 크기는 $0.2\text{mm} \times 20\text{mm} \times 20\text{mm}$ 이다. 이 메커니즘의 재질은 AL-7075로서 탄성계수 E , 포아송비 ν , 밀도 ρ 는 각각 72 GPa , 0.33 , 2810 kg/m^3 이다. 또한 강체의 질량 m 은 0.0225 kg 이며, 질량관성모멘트 I_x, I_y, I_z 는 3축 방향에서 동일하며 $1.5 \times 10^{-6} \text{ kg m}^2$ 이다.

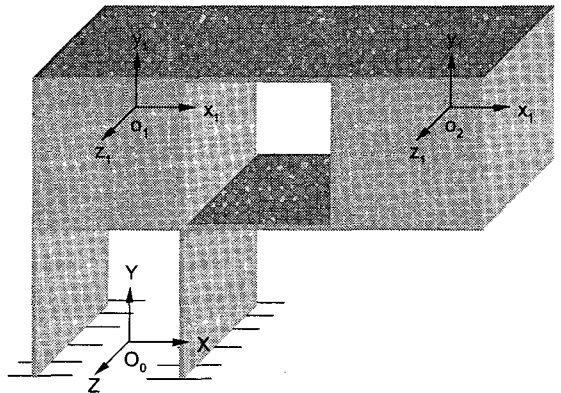
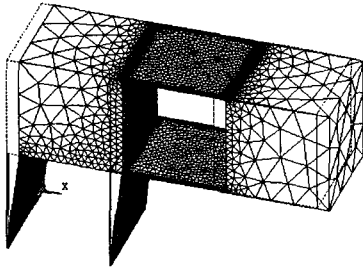
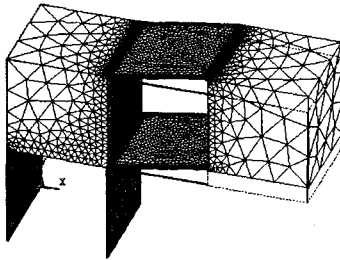


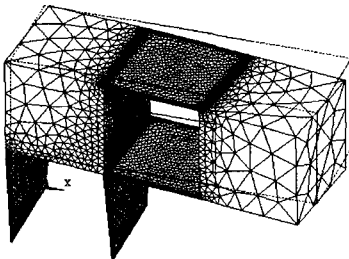
Fig. 4 Example model



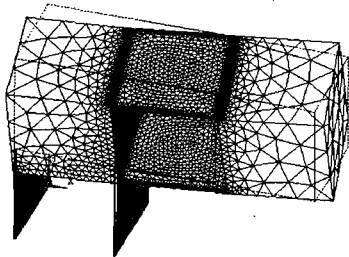
(a) Mode 1: 40 Hz



(b) Mode 2: 56 Hz



(c) Mode 3: 541 Hz



(d) Mode 4: 1358 Hz

Fig. 5 Modal analyses using FEM

모드해석을 수행하기 위해, 유연힌지의 강성행렬을 구해야 한다. 사각보의 강성행렬은 역 컴플라이언스 행렬로 구할 수 있으며, x, y, z 축에 대한 각 변의 길이가 각각 a, b, c 인 사각보의 컴플라이언스

행렬은 다음식으로 주어진다.³

$$C^h = \begin{bmatrix} \frac{a}{Ebc} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4a^3}{Eb^3c} + \frac{a}{Gbc} & 0 & 0 & 0 & \frac{6a^2}{Eb^3c} \\ 0 & 0 & \frac{4a^3}{Ebc^3} + \frac{a}{Gbc} & 0 & -\frac{6a^2}{Ebc^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{aa} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6a^2}{Ebc^3} & 0 & \frac{12a}{Ebc^3} & 0 \\ 0 & \frac{6a^2}{Eb^3c} & 0 & 0 & 0 & \frac{12a}{Eb^3c} \end{bmatrix} \quad (45)$$

여기서 C_{aa} 는

$$C_{aa} = \begin{cases} \frac{a}{Gk_2bc^3} & \text{for } b \geq c \\ \frac{a}{Gk_2b^3c} & \text{for } c < b \end{cases} \quad (46)$$

k_2 는 b 와 c 에 의해 결정되는 기하학적 상수이다. 따라서 사각보 형태의 유연힌지 강성행렬은 다음과 같다.

$$K^h = (C^h)^{-1} \quad (47)$$

Table 1 Comparison of modal frequencies

Mode	Frequency (Hz)	
	Calculation	FEM
1	40	40
2	57	56
3	574	541
4	1399	1358
5	3510	3146
6	4317	4174
7	5697	5561
8	6320	5854
9	8056	7652
10	9459	8576
11	11290	10306
12	11466	10422

식 (35)~(44)를 사용하여 모드해석을 수행하였다. 각 강체가 6 개의 모드를 가지므로, 총 12 개

의 모드를 구할 수 있었다. 또한 제안한 동역학 모델의 타당성을 증명하기 위해 FEM을 사용하여 모드해석을 수행하였고 그 결과를 비교하였다. FEM에 의한 해석은 3차원 모델에 의한 ANSYS 모드해석을 수행하였고, 그 결과 중 4개의 모드를 Fig. 5에 제시한다. FEM 해석과 제시한 동역학 모델에 의한 공진주파수를 Table 1과 같이 비교하였다. 제안한 동역학 모델과 FEM에 의한 해석 결과를 비교해보면 두 결과의 공진주파수는 10% 이하의 차를 보인다. 따라서 이 연구에서 제시한 동역학 모델이 만족할 만한 결과를 제시해주는 것으로 판단할 수 있다.

6. 결론

이 연구에서는 유연힌지에 의한 컴플라이언스 메커니즘의 동역학 모델이 유도되었다. 이전의 연구자들에 의해 제시된 동역학 모델은 유연힌지의 길이가 무시된 경우에 적용될 수 있었다. 본 연구에서는 유연힌지의 길이에 관한 영향을 반영시킨 행렬식 형태의 동역학 모델을 유도하였다. 또한 그 타당성을 증명하기 위해 FEM에 의한 모드해석을 수행하고, 제시한 동역학 모델로부터 구한 결과와 비교 분석하였다. 그 결과 제시한 동역학 모델은 FEM으로부터 구한 모드해석 결과와 10% 이하의 차를 보였다. 제시한 동역학 모델은 유연힌지에 의한 컴플라이언스 메커니즘의 설계 및 동역학 해석에 매우 유용하게 이용할 수 있을 것이다.

참고문헌

1. Paros, J. M. and Weisbord, L., "How to Design Flexure Hinges," *Machine Design*, Vol. 37, pp. 151-156, 1965.
2. Yoshimura, Y., "Analysis on Stiffness of Elastic Hinges," *J. of Japan Society for Precision Engineering* (in Japanese), Vol. 64, No. 11, pp. 1589-1593, 1998.
3. Koseki, Y., Tanikawa, T. and Koyachi, N., "Kinematic Analysis of Translational 3-DOF Micro Parallel Mechanism Using Matrix Method," In *Proceedings of the 2000 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 786-792, 2000.
4. Lobontiu, N. and Paine, J. S. N., "Design of Circular Cross-Section Corner-Filletted Flexure Hinges for Three-Dimensional Compliant Mechanisms," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 124, pp. 479-484, 2002.
5. Lobontiu, N., Paine, J. S. N., O'Malley, E. and Samuelson, M., "Parabolic and Hyperbolic Flexure Hinges: Flexibility, Motion Precision and Stress Characterization Based on Compliance Closed-Form Equations," *Precision Engineering*, Vol. 26, pp. 183-192, 2002.
6. Elmustafa, A. A. and Lagally, M. G., "Flexural-hinge Guided Motion Nanopositioner Stage for Precision Machining: Finite Element Simulations," *Precision Engineering*, Vol. 25, pp. 77-81, 2001.
7. Chang, S. H., Tseng, C. K. and Chien, H. C., "An Ultra-precision XY_θ Piezo-Micropositioner Part I: Design and Analysis," *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 46, No. 4, pp. 897-905, 1999.
8. Smith, S. T., Chetwynd, D. G. and Bowen, D. K., "Design and Assessment of Monolithic High Precision Translation Mechanisms," *J. Phys. E: Sci. Instrum.* Vol. 20, pp. 977-983, 1987.
9. Yang, R., Jouaneh, M. and Schweizer, R., "Design and Characterization of a Low-Profile Micro positioning Stage," *Precision Engineering*, Vol. 18, pp. 20-29, 1996.
10. Gao, P., Tan, H. and Yuan, Z., "The Design and Characterization of a Piezo-driven Ultra-precision Stepping Positioner," *Meas. Sci. Technol.*, Vol.11, N15-N19, 2000.
11. Scire, F. E. and Teague, E. C., "Piezodriven 50-μm Range Stage with Subnanometer Resolution," *Rev. Sci. Instrum.*, Vol. 49, No. 12, pp. 1735-1740, 1978.
12. Ryu, J. W., 6-Axis Ultraprecision Positioning Mechanism Design and Positioning Control, PhD. thesis, Korea Advanced Institute of Science and Technology, 1997.
13. Smith, S. T., *Flexures: Elements of Elastic Mechanisms*, Gordon and Breach Science Publishers, 2000.
14. Craig, J. J., *Introduction to Robotics: Mechanics & Control*, Addison-Wesley Publishing Company, 1986.