

# 부분 등분포 하중을 받는 원형아치 리브의 면내 좌굴 거동특성

## Characteristic Behavior of In-plane Buckling of Circular Arch Ribs Subjected to Partial Distributed Loading

김 성 훈\* / 문 지 호\*\* / 윤 기 용\*\*\* / 이 학 은\*\*\*\*

Kim, Sung Hoon / Moon, Ji Ho / Yoon Ki Yong / Lee, Hak Eun

### Abstract

When arch ribs are subjected unsymmetrical load, buckling strength is lower than strength of arch ribs subjected symmetrical load. However, A few study about the buckling strength of arch ribs subjected unsymmetrical load is performed compare with study about arch ribs subjected symmetrical load. Several researchers(Deutch : 1940, Chang : 1973, Harrison : 1982) studied about arch ribs subjected unsymmetrical load and they found that unsymmetrical loading reduces the critical buckling load. But, their results are limited parabolic arch ribs. This paper focuses on circular arch ribs subjected to unsymmetrical loading. The result shows that the ratio of live and dead load length to cause smallest critical buckling load of arch ribs is 0.6~0.7 under geometric nonlinear condition and 0.5~0.6 under both material and geometrical nonlinear conditions.

**key words** : arch rip, unsymmetrical load, buckling, nonlinear

### 요 지

아치 리브가 비대칭 하중을 받는 경우 아치 리브의 면내 좌굴 강도는 대칭 하중이 작용하는 경우 보다 저하 된다. 하지만 비대칭 하중을 받는 아치 리브에 관한 연구는 대칭 하중이 작용하는 아치 리브에 관한 연구에 비하여 적은 실정이다. 비대칭 하중을 받는 아치 리브에 관한 연구는 Deutch(1940), Chang(1973)과 Harrison(1982)에 의하여 수행 되었으며, 비대칭 하중이 대칭하중보다 좌굴하중을 감소시킨다는 것을 밝혔다. 그러나 이러한 연구는 포물선아치에 국한되었다. 본 논문은 원형아치 리브에 비대칭하중이 작용하는 경우 아치 리브의 면내 거동을 연구하였다. 본 연구에 의하면 기하비선형이 고려된 임계좌굴하중은 활하중과 고정하중의 길이의 비가 0.6~0.7일 때 가장 작고, 기하·재료비선형이 고려된 경우에는 0.5~0.6에서 가장 작은 결과를 보인다.

**핵심용어** : 아치리브, 비대칭하중, 면내좌굴, 비선형

### 1. 서 론

대칭하중을 받는 아치 리브의 탄성 면내 좌굴에 관한 연구는 Austin(1976), Pi. Y-L.(1998, 2004),

Bradford(2002)등에 의하여 최근까지 많은 연구가 수행되었다. 하지만 비대칭 하중을 받는 탄성 면내 좌굴에 관한 연구는 Deutch(1940)와 Chang(1973), Harrison(1982)에 의하여 일부 수행되었다. Deutch

\* 고려대학교 사회환경시스템공학과·석사 과정 (e-mail : kohshi2@hanmail.net)

\*\* 고려대학교 사회환경시스템공학과·박사 과정

\*\*\* 정회원·선문대학교 토목공학과·교수

\*\*\*\* 정회원·고려대학교 사회환경시스템공학과·교수

(1940)는 비대칭 하중을 받는 포물선 아치의 탄성 면내 좌굴에 관하여 연구를 수행 하였으며, 비대칭 하중이 탄성 면내 좌굴을 발생시키는 수평 반력을 급격하게 감소시킨다고 결론지었다. Chang(1973)의 경우 고정하중과 활하중의 길이비 및 크기비를 변화시키며, 포물선 아치의 탄성 면내 좌굴 강도를 조사하였다. 마지막으로 Harrison(1982)의 경우 활하중만을 받는 라이즈비 0.25의 포물선 아치의 탄성 면내 좌굴 강도에 대하여 연구를 수행 하였다. Harrison(1982)의 연구결과 활하중의 길이가 아치 지간의 70%일 때 탄성 면내 좌굴 강도가 가장 작은 것을 밝혀내었다.

아치 교량에 면내 하중이 작용하는 경우 아치 리브는 면내 혹은 면외 방향으로 좌굴이 발생되게 된다. 따라서 아치 교량의 설계에 있어 아치 리브의 면내 좌굴은 반드시 고려되어야 한다. 수직 등분포 하중과 같이 대칭하중이 작용하는 경우 아치리브에는 압축력이 크게 발생하게 되며, 압축력에 의하여 좌굴 안정성이 결정된다. 하지만 비대칭 하중을 받는 경우 아치 리브에는 큰 휨모멘트가 발생되며, 좌굴 하중을 감소시킨다. 일본의 경우 만재된 고정하중과 반재된 활하중을 작용시켜 아치 리브의 면내 좌굴 안정성을 검토한다. 이와 같이 비대칭하중은 대칭하중이 작용하는 경우보다 아치 리브의 좌굴 강도를 감소시키므로 이에 대한 연구가 필요하다.

본 연구에서는 실제 설계에 많이 활용되는 Opening angle이 50°, 70°, 90°인 원형 아치 리브에 대하여 유한요소를 이용한 탄성, 비탄성해석을 수행하였다. 해석 변수로는 활하중과 고정하중의 길이의 비( $s/L$ ), 크기의 비( $p/q$ ), 경계조건과 Opening angle 이다. 본 연구 결과 활하중과 고정하중의 길이의 비 즉,  $s/L$ 이 0.6~0.7 일 경우 탄성 면내 좌굴 강도가 가장 작고, 0.5~0.6 경우에는 비탄성 면내 좌굴강도가 가장 작은 것으로 밝혀졌다. 활하중과 고정하중의 크기의 비  $p/q$ 는 탄성면내좌굴강도에 미치는 영향은 미미하였지만, 비탄성면내좌굴강도에 미치는 영향이 큰 것으로 나타났다.

## 2. 해석 모델의 검증

### 2.1 기하비선형을 고려한 해석의 검증

본 연구에서는 범용 구조해석 프로그램인 ABAQUS를 사용하여 연구를 수행하였다. 해석 시 사용한 요소는 ABAQUS에서 제공하는 B32로써, 3-node quadratic beam 요소이며, 각각 해석 모델에 50개의 beam 요소를 사용하였다. 해석모델의 타당성을 검증하기 위하여 그림 1과 같이 Snap-through가 발생하는 고정지점의 낮은 아치(Shallow arch)에 관하여 해석을 수행

하여 기존의 연구자들의 결과와 비교를 하였다.

그림 1의 해석 검증 모델의 제원은 다음과 같다. 아치의 지간은 1.2322m이며, 높이는 0.0762m로 라이즈비가 0.06184이다. 아치 단면은 직사각형 단면으로 아치 리브의 단면 높이는 0.0508m이며, 폭은 0.0254m이다. 탄성계수는  $6.895 \times 10^4 \text{ MPa}$ 이다.

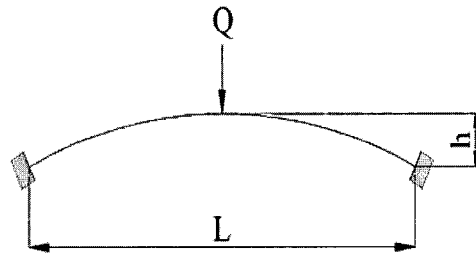


그림 1. 해석 검증 모델

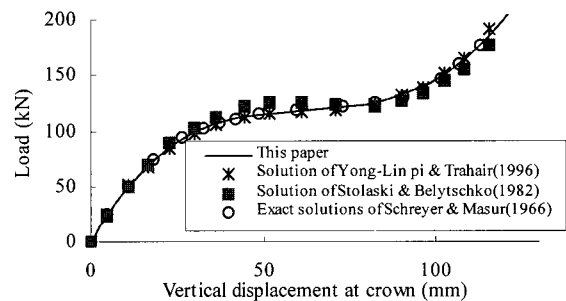


그림 2. 하중-처짐 그래프

위의 그림 2에서 알 수 있듯이 본 연구에서 사용된 해석모델의 결과가 Schreyer & Masur의 엄밀해와 일치하는 것을 알 수 있다. 위의 그림 2에서 Stolaski & Belytschko의 해석 결과를 제외하고 본연구와 Schreyer & Masur, Yong-Lin pi & Trahair이 결과가 거의 일치하는 것을 볼 수 있다. 따라서 본 연구에 사용된 유한요소 해석 모델은 타당한 것으로 판단된다.

### 2.2 Sinke 실험 결과를 통한 아치 리브의 비탄성 거동 검증

1977년에 Sinke에 의하여 수행된 실험 결과와 본 연구에서 사용된 유한 요소 해석 결과를 비교하여 사용된 해석 모델의 비탄성 거동을 검증하였다.

Sinke의 해석 검증 모델은 그림 3과 같다. 그림3에서  $w$ 는 고정하중의 크기를 나타내며,  $p$ 는 반재 되어있는 활하중의 크기를 나타낸다. 그림 4는 Sinke가 실험을 통하여 얻은 아치 리브 단면의 이상화된 잔류 응력분포를 나타낸 것이다. 그림 3과 4와 같은 모델을 이용하여 유한 요소 해석을 수행하였다. 해석 결과를 Sinke의 결과와 비교 하였으며, 그 결과는 그림 5와 6과 같다.

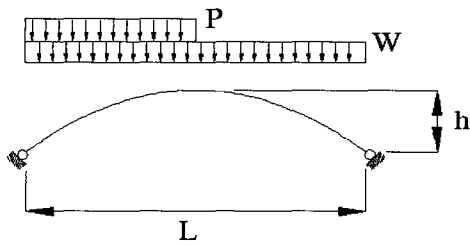


그림 3. 해석 검증 모델

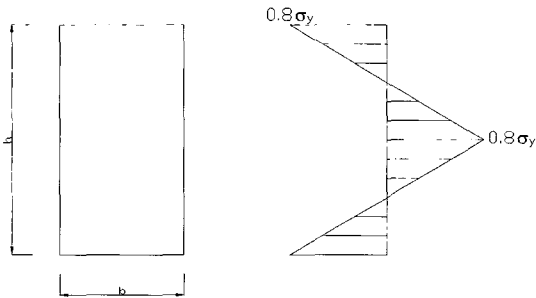


그림 4. 잔류 응력 분포도

그림 5와 6에서  $x$ 축은  $v_{max}/L$  로 실험과 해석에서 발생한 최대 수직 처짐과 아치 지간의 비를 나타낸다. 위의 그림 3과 같은 해석 모델의 경우 아치 지간의 1/4 지점에서 가장 큰 수직 처짐이 관측된다.  $y$ 축은 무차원 하중을 나타내며,  $P$ 는  $(w+0.5p)L$  을 나타낸다.

그림 5는 잔류응력이 없는 경우의 해석 결과와 실험 결과를 나타낸다. 그림 5에서 해석 결과가 실험 결과와 약간의 차이를 보이거나 Sinke의 FEM 결과와 본 연구의 유한 요소 해석의 결과는 거의 일치하는 것을 볼 수 있다.

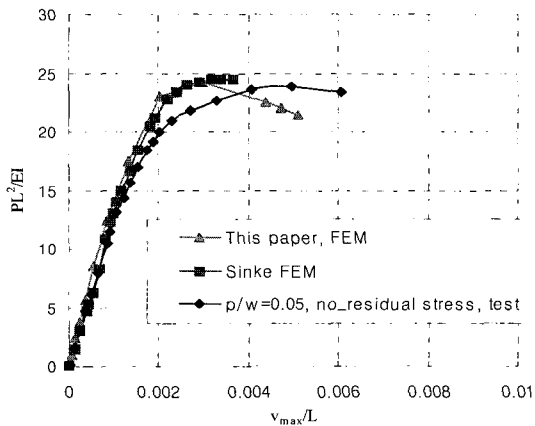


그림 5. 해석 결과 (잔류 응력 비포함)

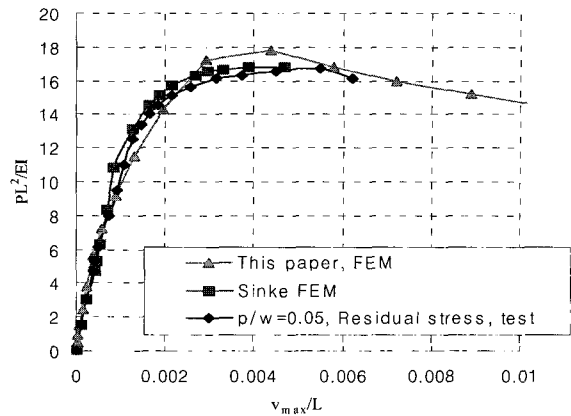


그림 6. 해석 결과 (잔류 응력 포함)

그림 6은 그림 4와 같이 단면에 잔류 응력이 존재하는 경우의 해석 결과를 나타낸다. 그림 6에서 볼 수 있듯이 본 연구의 유한 요소 해석 결과가 약간 더 큰 극한 하중을 나타내는 것을 볼 수 있다. 하지만 그 차이는 그리 크지 않으며, 하중 처짐 그래프의 경향이 Sinke의 실험과 유한 요소 해석 결과와 유사하므로 본 연구에서 사용된 유한 요소 해석 결과가 아치의 거동을 잘 묘사하고 있다고 판단된다.

### 3. 부분등분포하중을 받는 원형아치

#### 3.1 해석모델 및 결과

비대칭 하중을 받는 원형 아치의 해석에 사용한 해석 모델은 그림 7과 같다. 그림 7에서  $p$ 는 활하중의 크기를 나타내며,  $q$ 는 고정하중의 크기,  $s$ 는 활하중의 길이,  $L$ 은 아치의 지간을 나타내며 Opening angle은 원형아치의 사이각이다. 그림 8은 본 연구에 사용된 재료 모델을 나타낸 것이다. 본 연구의 재료모델은 재료가 항복한 후 탄성계수의 기울기가 줄어드는 변형을 경화 (strain hardening)가 고려되었다. 항복강도  $f_y = 250 MPa$ , 인장강도  $f_u = 400 MPa$  탄성계수  $E = 210 GPa$  이다.

본 연구에서 사용한 변수는 총 4개이며, 다음과 같다. 첫 번째 변수는 활하중과 고정하중의 길이비  $s/L$  이며, 두 번째 변수는 활하중과 고정하중의 크기의 비 즉,  $p/q$  이다. 이 밖에 라이즈 비에 해당하는 Opening angle과 아치 리브의 경계 조건을 변수로 선택하였다. 탄성해석의 경우  $s/L$ 을 0.5에서 1까지 비탄성해석인 경우  $s/L$ 을 0.4~1까지 변화시켰으며,  $p/q$ 의 비는 0.25와 0.5, Opening angle은 50°, 70°, 90°로 변화시켰다. 기하 비선형을 고려한 72개의 모델과 기하·재료 비선

형을 모두 고려한 72개, 총 144개의 모델에 관하여 해석을 수행하였다. 기하비선형이 고려된 탄성해석의 결과를 표 1, 기하·재료비선형이 고려된 해석의 결과를 표 2로 요약하였다.

### 3.2 탄성좌굴과 비탄성좌굴 거동

그림 9, 11, 13은 고정 지점을 갖으며, Opening

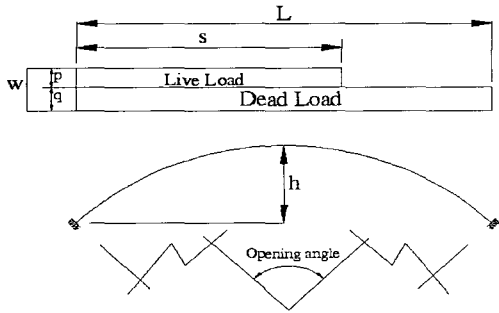


그림 7. 해석 모델

angle이 50°, p/q=0.5인 경우 원형 아치의 s/L의 비에 따른 기하비선형이 고려된 탄성해석을 수행한 그림이며, 그림 10, 12, 14는 기하비선형과 비탄성해석을 모두 고려하여 비탄성 해석을 수행한 결과이다.

그림 9와 10은 탄성해석과 비탄성해석을 통한 원형 아치리브의 하중·처짐 그래프를 나타낸 것이다.

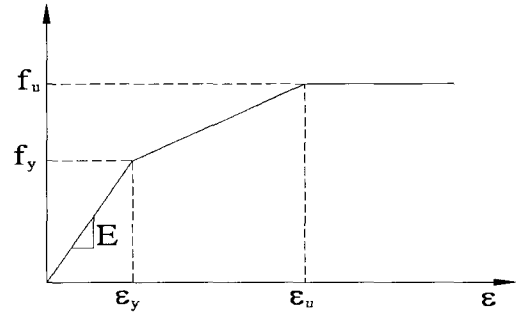


그림 8. 해석에 사용된 재료모델

표 1. 기하비선형 해석결과

경계 조건	p/q	s/L	OA=50°			OA=70°			OA=90°		
			좌굴 하중 (N/mm)	축력(kN)	모멘트 (kN·m)	좌굴 하중 (N/mm)	축력(kN)	모멘트 (kN·m)	좌굴 하중 (N/mm)	축력(kN)	모멘트 (kN·m)
고정 지점	0.5	0.5	20.265	-206.658	-13.338	26.567	-190.310	-18.441	31.217	-171.565	-25.901
		0.6	19.286	-213.718	-16.468	25.325	-198.211	-23.545	29.730	-177.007	-28.979
		0.7	19.286	-220.843	-12.493	25.299	-207.930	-21.331	29.640	-187.650	-29.247
		0.8	20.076	-235.646	-9.933	26.250	-219.003	-15.980	30.618	-198.017	-24.402
		0.9	21.105	-245.416	-5.549	27.517	-228.129	-10.779	32.010	-207.155	-20.157
		1	21.105	-245.469	-5.095	27.639	-229.372	-10.275	32.241	-208.699	-19.551
	0.25	0.5	20.125	-222.128	-21.663	26.447	-202.995	-16.060	30.975	-202.490	-41.720
		0.6	19.663	-226.466	-19.181	25.746	-206.441	-17.816	30.250	-204.829	-35.322
		0.7	19.825	-234.540	-15.634	25.922	-214.276	-17.239	30.250	-210.379	-26.828
		0.8	20.475	-243.556	-10.266	26.723	-222.680	-13.888	31.238	-217.620	-16.532
		0.9	21.188	-250.518	-2.081	27.695	-229.776	-10.700	32.180	-223.591	-1.932
		1	21.188	-251.347	-6.154	27.639	-229.379	-10.275	32.180	-223.880	-1.597
힌지 지점	0.5	0.5	9.781	97.828	5.348	12.797	89.354	9.634	14.970	76.489	13.367
		0.6	9.446	100.930	7.056	12.350	90.765	10.491	14.430	78.498	15.029
		0.7	9.422	103.931	6.173	12.288	93.841	9.660	14.310	81.598	14.584
		0.8	9.672	108.985	4.722	12.575	98.638	8.183	14.565	85.357	12.776
		0.9	10.108	114.132	2.843	13.094	103.052	5.853	15.044	88.813	10.123
		1	10.334	116.639	2.114	13.365	105.115	4.870	15.327	90.654	9.161
	0.25	0.5	9.806	-104.659	-4.737	12.785	-94.131	-7.700	14.865	-81.098	-11.789
		0.6	9.615	-105.290	-5.129	12.537	-95.038	-8.391	14.567	-82.162	-12.747
		0.7	9.653	-108.357	-5.020	12.562	-97.910	-8.456	14.552	-84.394	-12.674
		0.8	9.875	-111.759	-3.899	12.811	-100.578	-6.849	14.786	-87.135	-11.587
		0.9	10.219	-115.404	-2.570	13.224	-104.179	-5.583	15.174	-89.769	-9.950
		1	10.334	-116.578	-2.110	13.379	-105.308	-4.959	15.344	-90.804	-9.318

표 2. 기하·재료 비선형 해석결과

경계 조건	p/q	s/L	OA=50°			OA=70°			OA=90°		
			좌굴 하중 (N/mm)	축력(kN)	모멘트 (kN·m)	좌굴 하중 (N/mm)	축력(kN)	모멘트 (kN·m)	좌굴 하중 (N/mm)	축력(kN)	모멘트 (kN·m)
고정 지점	0.5	0.4	13.669	145.195	0.268	16.080	120.056	1.442	16.896	95.901	4.267
		0.5	12.532	143.822	2.661	14.507	116.136	4.818	14.801	89.974	7.545
		0.6	12.523	147.929	6.455	14.266	118.172	6.595	14.534	91.432	9.664
		0.7	13.794	166.894	5.923	15.301	129.139	8.422	15.156	98.566	8.559
		0.8	16.209	196.776	5.639	18.228	155.829	7.306	17.544	113.865	10.053
		0.9	19.880	237.800	4.467	22.625	191.712	7.097	21.437	138.632	9.402
		1	20.859	241.559	4.399	25.031	206.409	7.421	23.793	149.742	10.480
	0.25	0.4	16.178	178.015	1.322	18.984	146.802	3.954	19.056	112.276	7.226
		0.5	15.104	173.886	3.470	17.274	138.895	6.131	17.342	106.270	9.007
		0.6	15.054	176.337	4.810	17.078	140.252	7.553	17.015	106.282	10.339
		0.7	15.926	189.101	5.894	18.098	151.151	7.452	17.654	112.261	10.254
		0.8	17.976	214.345	4.456	20.441	171.580	7.311	19.552	125.683	8.747
		0.9	20.559	242.663	4.493	23.768	199.148	7.257	22.418	143.392	9.739
		1	20.853	241.590	4.398	25.058	206.487	7.426	23.860	149.783	10.496
힌지 지점	0.5	0.4	7.437	-79.878	0.096	8.787	-6.492	-1.034	9.614	-53.197	-3.005
		0.5	6.946	-79.376	-1.949	8.245	-6.480	-2.730	8.763	-51.449	-4.897
		0.6	7.138	-82.819	-3.359	8.211	-6.595	-3.968	8.762	-52.672	-6.227
		0.7	7.591	-89.264	-3.850	8.938	-7.266	-5.319	9.334	-56.927	-6.863
		0.8	8.605	-101.503	-3.221	10.287	-8.396	-5.064	10.592	-64.840	-7.375
		0.9	9.742	-113.445	-2.633	12.339	-9.975	-4.854	13.158	-79.732	-7.918
		1	10.340	-116.638	-2.114	13.3515	-10.4904	-4.777	14.926	-88.021	-8.365
	0.25	0.4	8.422	-92.285	-0.934	10.215	-77.944	-2.990	10.958	-62.421	-4.739
		0.5	8.141	-92.390	-1.963	9.788	-76.954	-3.261	10.182	-59.947	-6.057
		0.6	8.145	-93.745	-3.444	9.826	-78.204	-4.187	10.177	-60.730	-7.029
		0.7	8.546	-99.015	-3.419	10.267	-82.667	-5.000	10.806	-64.981	-7.272
		0.8	9.272	-107.509	-2.803	11.396	-91.744	-4.905	11.984	-72.263	-7.443
		0.9	10.015	-115.395	-2.566	12.777	-101.958	-4.803	13.831	-82.951	-8.169
		1	10.334	-116.709	-2.159	13.3515	-104.967	-4.776	14.946	-88.170	-8.384

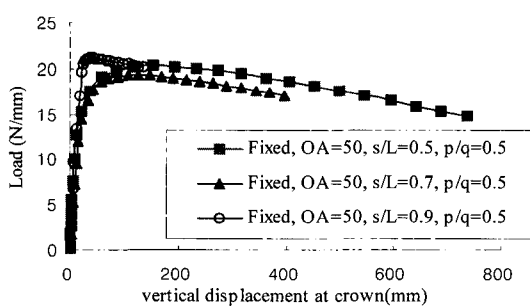


그림 9. 하중·처짐 그래프(탄성해석)

두 그래프 모두 좌굴 발생 시 발생하는 아치 크라운의 수직 처짐이 라이즈(h)의 약 1/20 즉, 50mm미만이지만 좌굴 발생 후 수직 처짐이 급격히 증가하는 것을

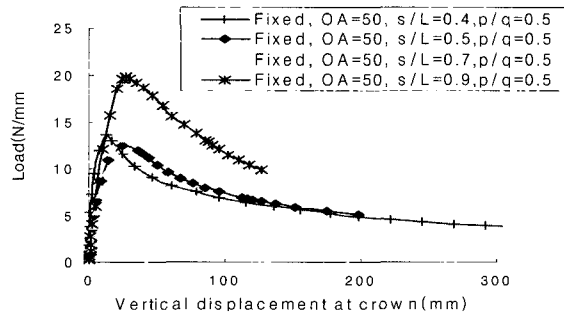


그림 10. 하중·처짐 그래프(비탄성해석)

볼 수 있다. 그림 10의 경우와 같이 비탄성해석을 수행한 경우 그림 9의 탄성해석을 수행한 경우에 비하여 좌굴 발생 후 하중이 급격히 감소하였다.

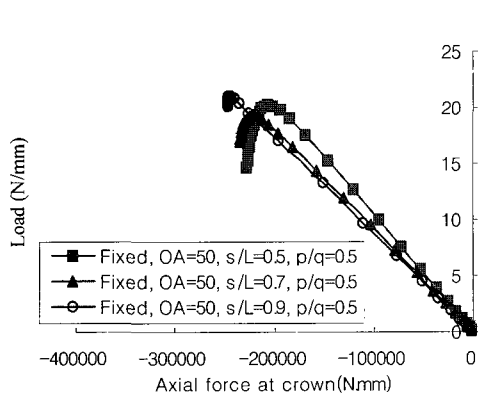


그림 11. 하중 · 축력모멘트 그래프(탄성해석)

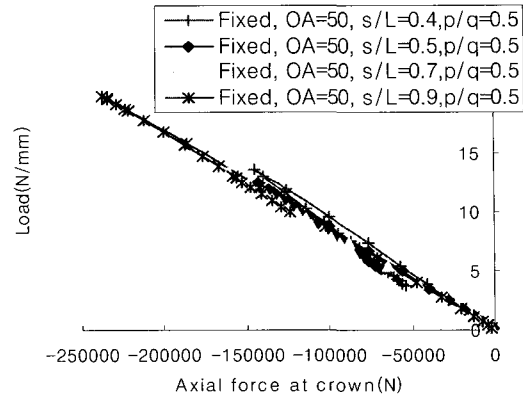


그림 12. 하중 · 축력그래프(비탄성해석)

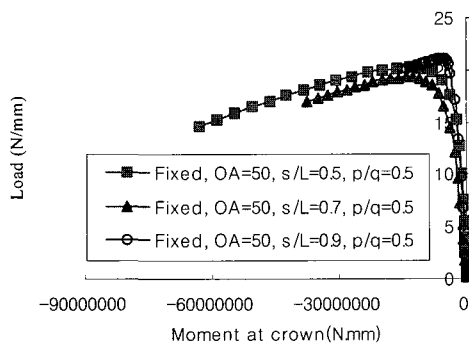


그림 13. 하중 · 휨모멘트 그래프(탄성해석)

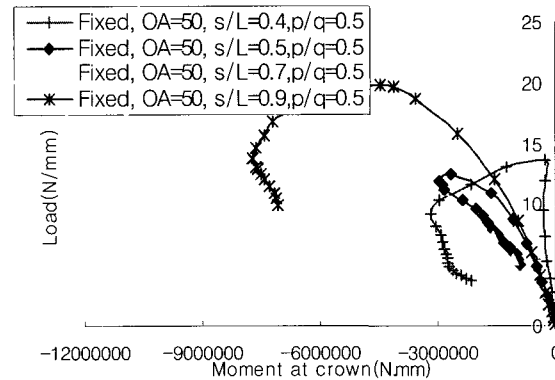


그림 14. 하중 · 휨모멘트 그래프(비탄성해석)

좌굴강도의 경우  $s/L$ 가 0.5일 경우 탄성 면내 좌굴 강도는  $20.265N/mm$ 이며, 비탄성해석을 수행한 경우는  $12.532N/mm$  로 임계좌굴강도가 약 38% 정도 감소하였다.

그림 11과 12는 하중과 축력의 관계를 나타낸 그림이다. 탄성해석과 비탄성해석 모두 하중과 축력의 기울기가  $s/L$ 의 변화에 대하여 영향을 받지 않고 거의 일정한 것으로 나타났다. 면내 좌굴이 발생되기까지 작용하는 축력은  $s/L$ 의 비가 작아질수록 감소하는 것을 알 수 있다.

그림 13은 기하 비선형만 고려된 해석 모델의 하중 · 휨모멘트 그래프이다. 이 그림에서 좌굴 발생 전에는 휨모멘트가 거의 발생하지 않았으며 Bifurcation 좌굴이 발생하였다. 반면, 그림 14는 재료의 비선형이 고려된 해석 모델의 하중, 휨모멘트 관계를 나타낸다. 이 그림에서 좌굴 발생 전 아치 리브에는 큰 휨 모멘트가 발생하는 것을 알 수 있다. 그림 13은 좌굴 발생 전 휨모멘트가 크게 발생되지 않고  $s/L$  비에 대하여 비슷한 하중에서 좌굴이 발생하는 것을 볼 수 있다. 하지만 그림 14에서는 좌굴 발생 전 하중이 증가함에 따

라 발생하는 휨모멘트 비례가  $s/L$  비에 대하여 일정하지 않고 좌굴 발생 전 휨모멘트가 크게 발생하는 것을 볼 수 있다.

이러한 현상은 압축력과 휨모멘트에 의한 응력이 항복 응력보다 커져 아치 리브가 단계적으로 항복을 하기 때문으로 판단된다. 그림 9~14와 같은 경향은 다른 Opening angle, 지점조건,  $p/q$ 의 경우에도 유사하게 발생한다.

위의 그림 11과 12에서 면내 좌굴 발생 후 축력의 경우 더 이상 증가하지 않거나 아주 작은 증가 폭을 보였다. 반면에 휨모멘트의 경우는 그림 13과 같은 기하비선형만 고려된 해석 결과에서 알 수 있듯이 면내 좌굴 발생 후 휨모멘트가 급격하게 증가하는 것을 알 수 있다. 이러한 급격한 휨모멘트의 증가는 좌굴 발생 후 그림 9에서 나타나는 것과 같은 수직 방향 처짐을 발생 시키며, 하중 · 처짐 그래프와 하중 · 휨모멘트 그래프가 아주 유사한 경향을 보였다.

### 3.3 Opening angle과 경계조건에 따른 영향

그림 15는 활하중과 고정하중의 크기의 비 즉,

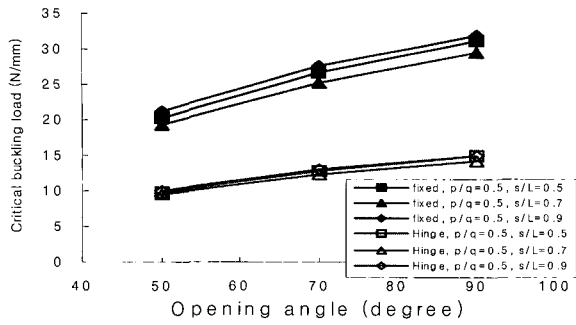


그림 15. 구속조건과 OA에 따른 좌굴하중(탄성해석)

$p/q=0.5$ 인 원형아치의 기하비선형 해석 결과를 Opening angle과 임계좌굴하중의 관계로 나타낸 그림이다. 이 그래프에서 속이 짝 찬 점의 결과는 지점의 구속조건이 고정일 경우이고, 속이 빈 점은 구속 조건이 힌지이다.  $p/q=0.5, s/L=0.5$ 인 아치의 좌굴 강도는 고정지점일 때  $20.265N/mm$ , 힌지지점일 경우  $9.781N/mm$ 이다. 이는 아치 리브가 고정지점을 가질 경우 힌지지점일 경우에 비하여 좌굴 강도가 약 2배정도 크게 발생하는 것을 나타낸다. 이러한 경향은 본 연구에서 수행된 모든 기하비선형 해석 결과에서 유사하게 나타난다. 따라서 고정 지점 원형 아치의 탄성 좌굴 강도는 힌지의 경우보다 약 2배정도 크게 나타나는 것을 알 수 있다.

그림 15에서 Opening angle이  $50^\circ, 70^\circ, 90^\circ$ 로 증가함에 따라 즉, 라이즈비가 증가할수록 임계좌굴하중도 같이 증가하는 모습을 볼 수 있다.

기하 비선형 해석 결과 Opening angle과 임계좌굴하중은 비례 하였다. 하지만, 그림 16과 같이 그림 15와 같은 모델에 관하여 비탄성 해석을 수행할 경우 Opening angle이  $70^\circ$ 에서의 좌굴하중이  $90^\circ$ 의 좌굴하중

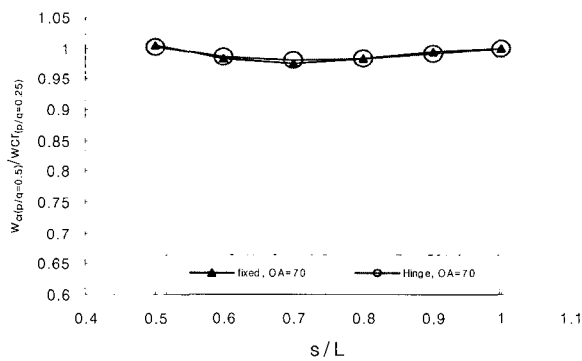


그림 17. p/q영향에 따른 좌굴강도의 비(탄성해석)

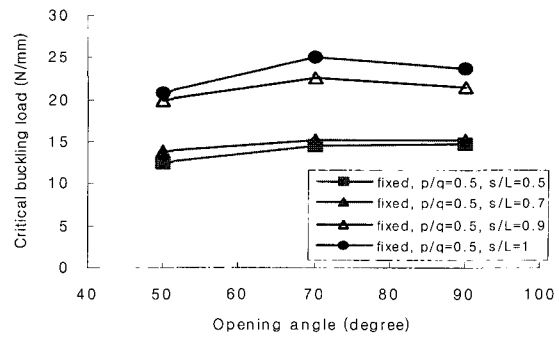


그림 16. OA에 따른 좌굴하중(비탄성해석)

중보다 더 큰 값을 갖는 것을 볼 수 있으며, 이 현상은  $s/L$ 이 큰 경우에 더욱 두드러지게 나타난다. 이러한 사실로 부터 비대칭하중을 받는 탄성 원형아치리브의 경우 라이즈비가 증가할수록 임계좌굴하중이 같이 증가하였지만 재료의 비탄성이 고려된 경우에는 라이즈비가 증가함에 따라 임계좌굴하중이 반드시 증가하는 것은 아니라는 것을 알 수 있다.

### 3.4 활하중과 고정하중의 크기의 비에 따른 영향

그림 17과 그림 18은 Opening angle이  $70^\circ$ 인 모델의 결과 중에서  $p/q=0.5$ 의 좌굴강도  $w_{cr(p/q=0.5)}$ 를  $p/q=0.25$ 의 좌굴강도  $w_{cr(p/q=0.25)}$ 로 나눈 값과  $s/L$ 의 관계를 나타낸 것이다. x축은  $s/L$  즉, 활하중과 고정하중의 길이 비를 나타내며, y축이 1일 경우  $p/q=0.25$ 와  $0.5$ 일 때의 임계 좌굴 하중이 서로 같음을 나타내고 1보다 작을 경우  $p/q$ 가 0.5일 때의 좌굴하중이 0.25일 때의 좌굴하중보다 작은 것을 나타낸다. 즉, y축이 1보다 작은 값을 나타낼수록  $p/q$ 의 영향이 큰 것을 나타낸다.

그림 17은 기하 비선형만을 고려한 탄성해석 결과를 나타낸다.  $p/q$ 가 탄성면내좌굴강도에 미치는 영향은

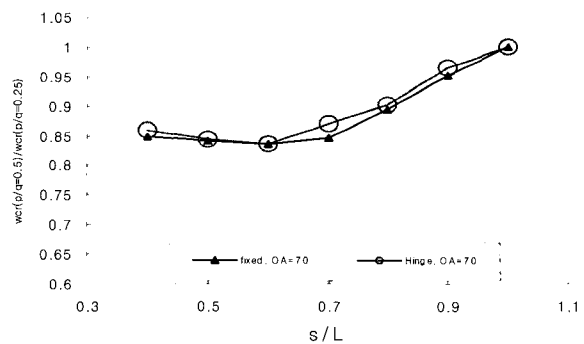


그림 18. p/q영향에 따른 좌굴강도의 비(비탄성해석)

그림 17에서 3% 미만으로 미미하다. 반면에, 그림 18에서와 같이 기하 비선형과 재료 비선형이 모두 고려된 비탄성해석의 경우에는  $p/q$ 가 0.5일 경우 0.25일 때 보다 약 27% 정도 좌굴 강도가 감소하였다. 활하중의 비와 고정하중의 길이의 비가 같은 경우 즉,  $s/L=1$ 의 경우에는  $p/q=0.5$ 와  $p/q=0.25$ 와의 차이는 거의 발생하지 않았다. 하지만, 상대적으로  $s/L$ 이 작을수록  $p/q=0.25$ 에 대한 0.5의 상대적인 강도 저하는 크게 발생하였다. 그러므로 비대칭 하중을 받는 탄성 원형아치의 경우 즉, 재료의 비선형을 고려하지 않은 탄성해석의 경우는 활하중과 고정하중의 크기 비( $p/q$ )의 영향이 미미하였으나 재료의 비선형이 고려된 경우에는 활하중과 고정하중의 길이의 비가 1에서 0.4~0.5까지 작아지는 경우에  $p/q$ 에 의한 강도저하가 크게 발생한다.

위의 결과를 종합 해보면 활하중의 크기는 탄성 원형 아치의 경우 면내 좌굴 강도에 미치는 영향이 작지만, 재료의 비탄성이 포함되는 경우  $s/L$ 의 비가 작아 질수록 활하중이 면내 좌굴강도에 미치는 영향은 증가하였다.

### 3.5 하중의 길이 비 $s/L$ 에 따른 영향

그림 9에 나타난 하중·처짐 그래프에서도 알 수 있듯이 원형 아치의 탄성 면내 좌굴 강도는  $s/L$ 의 비가 0.7인 경우 가장 작은 것으로 나타났으며, 그 값은  $19.286N/mm$ 로 이는  $s/L=1$ 인 경우 좌굴강도  $21.105N/mm$ 보다 약 8% 정도 작은 값이다. 마찬가지로 앞의 그림 10의 하중·처짐 그래프에서의 원형아치의 비탄성 면내좌굴강도는  $s/L$ 의 비가 0.5와 0.6일 때 면내좌굴강도가  $12.532N/mm$ 와  $12.523N/mm$ 으로 가장 작게 나타났다. 이는  $s/L=1$ 인 경우  $20.859N/mm$ 에 비해 약 40% 정도 작은 값이다. 이러한 현상을  $s/L$ 에 대하여

좀 더 확실하게 살펴보기 위하여 그림 19와 20을 분석하였다.

그림 19와 20은 고정지점을 갖는 원형 아치의  $s/L$ 의 비에 따른 임계 좌굴 하중 비를 나타낸 것이다. 그림 19에서  $x$ 축은  $s/L$ ,  $y$ 축은  $w_{cr}/w_{cr(s/L=1)}$ 로 각각의 경우의 좌굴 하중과  $s/L=1$ 일 때 좌굴 하중의 비를 나타낸다. 여기서  $w$ 는  $p+q$ 를 나타낸다. 즉,  $w_{cr}/w_{cr(s/L=1)}$  이 1보다 작아지는 경우는  $s/L=1$ 일 때 좌굴 임계하중에 비하여 좌굴 발생 시 좌굴 하중이 작다는 것을 나타낸다.

그림 19에서  $s/L$ 이 0.6 혹은 0.7에서 가장 작은 좌굴 임계 하중을 나타내는 것을 알 수 있다. 이러한 현상은 활하중의 길이가 고정하중의 길이의 60~70% 정도 재하 되었을 경우 탄성 면내 좌굴 강도가 가장 작음을 나타낸다. 대부분의 경우 좌굴 하중은 활하중이 만재하였을 경우 즉,  $s/L=1$ 인 경우보다 약 5%~8% 정도 작은 좌굴 하중을 나타내었다. 이와 마찬가지로 그림 20의 경우는 그림 19와 같은 조건에서 비탄성해석을 수행한 결과이다. 이 경우 그림 19와는 다르게 전체적으로 0.5와 0.6에서 가장 작은 임계 좌굴 하중 값을 보였다. 이러한 현상은 힌지지점을 갖는 원형 아치의 경우도 동일하게 나타난다. 그러므로 탄성 원형 아치가 비대칭 하중을 받는 경우 활하중의 길이와 고정하중의 길이의 비  $s/L=1$ 인 경우 즉, 활하중이 만재된 경우보다도  $s/L$ 이 0.6~0.7인 범위에서 가장 작은 탄성 면내 좌굴 강도를 나타내고 기하비선형과 재료의 비탄성이 고려된 경우에는  $s/L$ 이 0.5~0.6인 범위에서 가장 작은 면내좌굴강도를 나타내는 것을 알 수 있다. 이러한 현상은 활하중과 고정하중의 크기의 비  $p/q$ 가 클수록, 다시 말하면 활하중이 전체하중에서 차지하는 비중이 커질수록 강도의 저하 현상은 뚜렷하게 발생하였다.

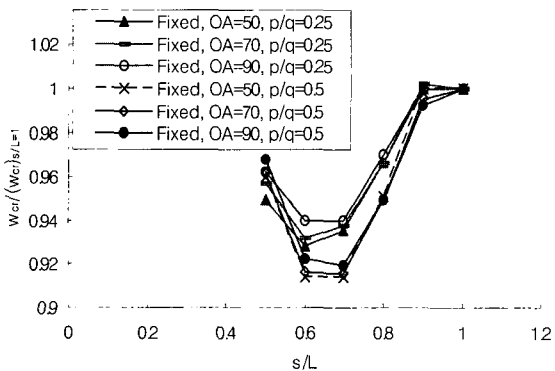


그림 19.  $s/L$ 에 따른 임계 좌굴 하중 비(탄성해석)

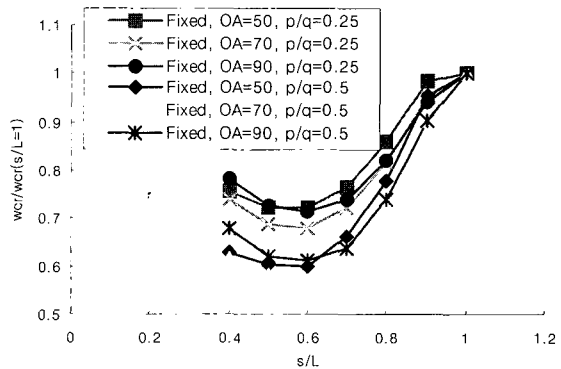


그림 20.  $s/L$ 에 따른 임계 좌굴 하중 비 (비탄성해석)



## 4. 결 론

본 논문에서는 유한 요소 해석을 통하여 비대칭 하중을 받는 원형 아치의 면내 좌굴 강도에 관하여 연구를 수행하였다. 본 연구에서 사용된 변수는 아치 리브의 구속조건, Opening angle, 활하중과 고정하중의 크기, 길이의 비이며, 각각의 변수가 원형 아치 리브의 면내 좌굴 강도에 미치는 영향을 살펴보았다. 본 연구를 통하여 얻은 결과를 요약하면 다음과 같다.

1. 탄성원형아치가 비대칭 하중을 받는 경우 본 연구 결과 안에서 하중 대 처짐 곡선은 Bifurcation 이 발생하였다. 좌굴 발생 후 아치 크라운의 수직 처짐은 급격히 증가 하였으며, 이는 아치 크라운에서 발생하는 휨모멘트의 경향과 유사하였다. 반면, 비탄성 해석의 경우에는 좌굴 전에 아치 크라운에 휨모멘트가 크게 발생되며, 하중, 처짐 곡선은 비선형 거동을 나타내었다.
2. 탄성 원형아치가 고정 지점을 갖는 경우 힌지지점 경우보다 약 2배정도 큰 좌굴 하중을 갖는다.
3. 본 연구결과에서 비대칭하중을 받는 원형 아치 리브의 탄성 좌굴강도는 라이즈비가 증가함에 따라 같이 증가하였지만, 비탄성해석을 수행한 경우 라이즈비가 증가함에 따라 좌굴하중이 반드시 증가하지는 않았다.
4. 탄성 해석 결과 활하중과 고정하중의 비가 비대칭 하중을 받는 원형 아치의 면내 좌굴강도에 미치는 영향은 3%로 미미하지만, 비탄성해석 결과 활하중과 고정하중의 비에 따라  $s/L$  비가 0.5~0.6일 경우 약 27% 정도 좌굴 강도가 감소하였다. 이러한 경향은  $s/L$  비가 작을 수록 뚜렷하게 나타났다.
5. 탄성 해석 결과 활하중이 지간의 60%~70%에 걸쳐 재하 된 경우 원형 아치에서 가장 작은 탄성 면내 좌굴 강도가 나타났다. 비탄성 해석을 수행한 경우는 활하중이 지간의 50%~60%에 걸쳐 재하 될 때 가장 작은 면내 비탄성 좌굴강도를 나타내었다. 이러한 활하중의 길이에 따른 좌굴 강도 저감 효과는 활하중이 전체하중에서 차지하는 비중이 커질수록 뚜렷하게 발생하였다.

## 감사의 글

이 연구는 교량설계핵심기술연구단을 통하여 지원

된 건설교통부 건설핵심기술연구개발사업에 의하여 수행되었습니다. 연구 지원에 감사드립니다.

## 참 고 문 헌

- ABAQUS Standard user's manual version 6.2 (2001)  
Hibbit, Karsson and Sorensen Inc.,
- Austin, W. J. (1976) "Elastic buckling of arches under symmetrical loading", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 102, NO. ST5, pp. 1085-1095
- Bradford, M. A. and Pi, Y.-L. (2002) "In-plane elastic stability of arches under a central concentrated load", J. Eng. Mech., ASCE, Vol. 128, NO. 7, pp. 710-719
- Chang, C K. (1973) "Effect of loaded length on the buckling strength of slender arches", Thesis, Rice university, Houston, Texas.
- Harrison, H. B. (1982) "In-plane stability of parabolic arches", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 108, NO. ST1, pp. 195-205
- Shinke, T., Zui, H., & Namita, Y. (1977) Analysis of experiment on in-plane load carrying capacity of arches, Proc. Jpn. Soc. Civ. Eng., No. 244, pp. 57-69 (in japanese)
- Schreyer, H. and Masur, E. (1966) "Buckling of shallow arch", J. Engrg. Mech. Div., ASCE 92(4), pp. 1-20
- Theodore V. Galambos (1998) "Stability design criteria for metal structures", fifth edition, John wiley & sons
- Yong-Lin Pi & N.S. Trahair (1996) In-plane inelastic buckling and strengths of steel arches Journal of the Structural Engineering, ASCE, Vol. 122, NO. 7, pp. 734-747
- Yong-Lin Pi & M.A. Bradford (2004) In-plane strength and design of fixed steel I-section arches, Engineering structures, 26(2004) pp. 291-301

- © 논문접수일 : 2005년 08월 08일  
© 심사의뢰일 : 2005년 08월 16일  
© 심사완료일 : 2005년 09월 15일