

확장사영필터를 이용한 트러스 구조물의 손상 검출

Damage Detection of Truss Structures Using Extended Projection Filter

서 일 교*

Suh, Ill-Gyo

임 은 지**

Lim, Eun-Ji

Abstract

In this paper, a study of damage measures for truss structures using the Extended Projection filter theory is presented. Many researchers are interested in inverse problems and one of solution procedures for inverse problems that are very effective is the approach using the filtering algorithm in conjunction with numerical solution methods. In this paper, the projection filtering in conjunction with structural analysis is applied to the identification of damages in truss structures. And, the effectiveness of proposed method is verified through the numerical examples of a free vibrating structure.

요 지

본 논문에서는 확장 사영필터를 적용하여 구조물의 손상추정법을 제안하였다. 필터이론은 지금까지 역문제 해석에서 많은 관심을 받아왔고 또한 다양한 문제에 적용되어 그 유효성을 보여 왔다. 본 논문에서는 사영 필터를 이용한 손상추정 역해석법 알고리즘을 제시하였고 제안 해법의 유효성을 보이기 위하여 트러스 구조의 자유진동문제를 대상으로 하여 해석 예를 보였다.

Keywords : Projection filter, Inverse problem, Truss Structures, Kinetic energy

핵심 용어 : 사영필터, 역문제, 트러스 구조, 운동에너지의 변화

* 정회원, 제주대학교 건축학부 교수

** 학생회원, 제주대학교 석사과정

E-mail: suhig@cheju.ac.kr, 064-754-3701

• 본 논문에 대한 토의를 2005년 12월 31일까지 학회로 보내 주시면 2006년 4월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

1. 서론

최근 들어 내구성과 안전성의 측면에서 기존구조물의 내구연환을 합리적으로 예측할 필요성이 인식됨에 따라 유지, 보수 및 교체 등을 위해 구조물의 손상위치를 추정하고, 손상정도를 평가하는 방법을 개발하는 것이 중요한 과제가 되고 있다. 이러한 기존구조물 내부의 손상부 추정 등을 수행하는데 역문제(inverse problem)의 해석은 매우 유용하여 최근 많은 관심을 끌고있다.^{(1),(4)}

역문제 해석에서 지금까지 필터 이론은 많은 관심을 받아왔고 또한 다양한 문제에 적용되어 그 유효성이 보여져왔다. 특히 칼만(Kalman)필터^{(2),(3)}는 다양한 분야에서 적용되어 그 유효성이 입증되어 왔다. 그러나 트러스 구조물과 같이 많은 부재로 이루어지는 경우 등 많은 문제에서 수렴속도가 늦는 문제점이 지적되었다.^{(1),(4)}

따라서 본 논문에서는 화상복원 문제 등 많은 역문제에서 그 효용성을 인정받고 있는 사영(projection) 필터⁽⁵⁾를 비선형 시스템에 대한 필터로 확장하여 구조물의 손상추정에 적용하여 보다 효율적이고 정밀한 해석이 가능한 역해석법의 개발을 목표로 한다.

또한 사영필터의 효과적인 적용을 위해 전체 시스템에서 국부적인 손상위치를 추정하여 미지수를 줄여 최종적으로 손상부재를 추정하는 2단계 손상추정법⁽⁵⁾을 도입한다. 1단계에서는 운동에너지의 변화를 통해 손상부재를 포함한 국부손상 영역을 추정하고, 2단계에서는 국부손상 부위에서 사영필터 알고리즘을 이용하여 손상부재의 위치를 찾고 손상정도를 추정한다. 마지막으로 수치해석 예를 통하여 제안된 해석법의 유효성을 밝힌다.

2. 트러스 구조물의 손상추정

본 논문에서는 트러스 구조의 자유진동문제를 대상으로 하고 구조물내의 각 부재의 손상은 강성의 저하로써 평가한다. 자유진동시 관측된 고유 진동수와 고유 모드를 관측 데이터로 채택하여 손상부재의 위치를 찾고 손상정도를 추정한다.

2.1 확장 사영 필터 이론

확장 사영(Extended projection)필터 이론은 선형 시스템을 대상으로 하는 사영 필터 이론을 비선형 시스템에 적용시킨 필터 이론이며, 다음의 이산시간 확률시스템을 대상으로 한다.

상태방정식

$$z_{t+1} = \Phi_t z_t + \Gamma_t \omega_t \quad (1)$$

관측방정식

$$y_t = M_t z_t + \nu_t \quad t \geq 0 \quad (2)$$

여기서 $z_t, y_t, \omega_t, \nu_t$ 는 확률변수 벡터로서 각각 t 시간 스텝에서의 상태벡터, 관측벡터, 시스템 잡음벡터 및 관측 잡음벡터이고 Φ_t 는 상태 遷移행렬(state transition matrix), Γ_t 는 구동행렬(driving matrix), M_t 는 관측행렬(observation matrix)로 기지의 확정행렬로 한다. 확률변수 벡터의 통계적 성질을 다음과 같이 가정한다.

$$\begin{aligned} E\{z_0\} &= \bar{z}_0, \quad E\{\omega_t\} = E\{\nu_t\} = 0 \\ E\left\{\begin{pmatrix} \omega_t \\ \nu_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_t \ \nu_t \end{pmatrix}\right\} &= \begin{pmatrix} S & 0 \\ 0 & Q \end{pmatrix} \delta_{tt} \\ E\{(z_0 - \bar{z}_0)(z_0 - \bar{z}_0)^T\} &= R_0 \\ E\{\omega_t z_0^T\} &= E\{\nu_t z_0^T\} = 0 \quad (t \geq 1) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, E 는 기대치 연산기호, δ_{tt} 은 kronecker 델타이다.

이상의 선형화된 이산시간 확률시스템에 대한 확장 사영필터는 다음과 같다.

<필터방정식>

$$\hat{z}_{t/t} = \hat{z}_{t/t-1} + B_t \{y_t - M_t \hat{z}_{t/t-1}\} \quad (4)$$

$$\hat{z}_{t+1/t} = \Phi_t \hat{z}_{t/t} \quad (5)$$

<Filter Gain>

$$B_t = (M_t^T Q_t^{-1} M_t)^{-1} M_t^T Q_t^{-1} \quad (6)$$

<추정오차의 공분산 행렬방정식 >

$$\hat{R}_{t/t} = \hat{R}_{t/t-1} + B_t (M_t \hat{R}_{t/t-1} M_t^T + Q_t) B_t - B_t M_t \hat{R}_{t/t-1} M_t^T B_t^T \quad (7)$$

$$\hat{R}_{t+1/t} = \Phi_t \hat{R}_{t/t} \Phi_t^T + \Gamma_t S_t \Gamma_t^T \quad (8)$$

<초기조건>

$$\hat{z}_{0/-1} = \bar{z}_0, \hat{R}_{0/-1} = R_0 \quad (9)$$

여기서, $\hat{z}_{t/t}$ 는 t 스텝에서의 관측벡터 y_t 에 의해 얻어지는 z_t 의 추정치이고, $\hat{R}_{t/t}$ 는 $\hat{z}_{t/t}$ 의 추정오차 공분산행렬이다. 여기서 식(6)에서 알 수 있듯이 사영필터는 칼만필터와 달리 Filter gain에서 공분산행렬 $\hat{R}_{t/t}$ 가 포함되어 있지 않다.

2.2 운동에너지의 변화

일반적으로, 트러스 구조와 같이 부재수가 많은 경우 손상전후의 관측 데이터의 변화가 크지 않기 때문에 전체 부재를 대상으로 손상부재의 위치를 추정하는 것은 쉽지가 않으며 발산하는 경우가 많다.

그러므로 본 논문에서는 각 자유절점에서 손상전후의 운동에너지 분포의 변화를 손상지표로 하여 손상영역을 추정하기로 한다. 손상영역을 줄여나가기 위한 손상지표로서 운동에너지 변화율(Kinetic energy change ratio ; KECR)을 다음과 같이 표시한다.

$$KECR = \frac{(E_{ij})_{damaged} - (E_{ij})_{undamaged}}{(E_{ij})_{undamaged}} \quad (10)$$

식 (10)에서 절점에서의 운동에너지분포는 모드특성을 이용하여 다음과 같이 표시한다.

$$E_{ij} = \sum_{r=1}^3 m_j \omega_i^2 \phi_{rij}^2 \quad (a=1,2,3) \quad (11)$$

여기서, m_j 는 절점 j에서의 질량, ϕ_{rij} (r=1,2,3)은 절점 j에서 i차 모드의 x, y, z 방향 성분의 진폭비, ω_i 는 i차 모드의 고유진동수이다.

그런데 식 (10)과 같이 KECR은 각각의 모드마다 정의되므로 많은 모드 중에서 손상검출에 유효한 모드를 선출해낼 필요가 있다. 이를 위해 다음과 같이 정의된 유효질량비(Effective mass ratio; EMR)를 이용한다.

$$EMR = \frac{M_{ri}^*}{\sum_{r=1}^N M_{ri}^*} \quad (r=1,2,3) \quad (12)$$

여기에서

$$M_{ri}^* = \frac{\left(\sum_{j=1}^L m_j \phi_{rij} \right)^2}{\sum_{j=1}^L m_j \phi_{rij}^2} \quad (13)$$

이고, N은 전 모드수, L은 절점수를 나타낸다. 여기서 유효질량비는 x, y, z 각 방향 성분에 대해서 구한다. 각 모드마다 구해진 유효질량비 값에서 그 값이 큰 성분은 대응하는 방향의 외력에 대해서 발생하기 쉬운 성분이므로 각 방향에서 유효질량비 값이 큰 모드에 대해 운동에너지 변화율을 고려한다. KECR의 값이 주변의 값에 비해서 큰 절점은 손상부재가 포함되었을 가능성이 크기 때문에 해당절점을 손상영역으로 추정할 수 있다.

2.3 손상부재의 검출

KECR이 큰 절점에 대해 전체 시스템을 대상으로 손상 부재를 포함한 손상영역을 추정한 후, 손상영역 내 손상 부재의 검출은 사영필터 알고리즘을 이용하여 고유진동수의 변화를 손상지표로서 손상영역 내에서 검출한다.

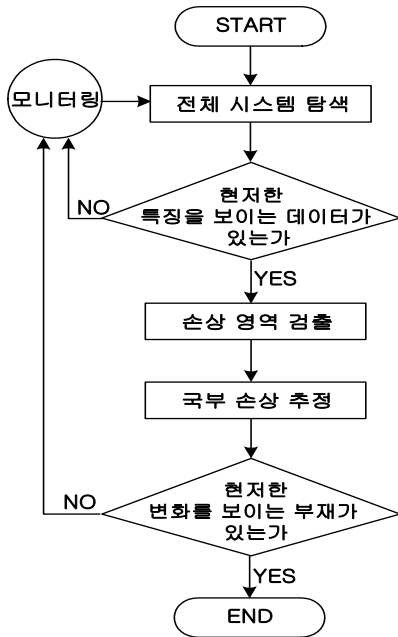


Fig. 1 2단계 손상추정법

3. 수치해석 예

3.1 2차원 트러스 구조물

Fig. 2의 2차원 트러스 구조물은 단면적 $A=10.0 \text{ cm}^2$, 영계수 $E=2.1 \times 10^7 \text{ kg/cm}^2$, 밀도 $\rho=0.00787 \text{ kg/cm}^3$ 이다.

손상추정을 위한 확률분포로는 관측잡음은 관측치의 30%를 표준편차로 하는 분포로 가정하고 초기조건으로 정상시의 강성을 초기 상태벡터로 한다. 또 감도행렬 계산을 위한 초기치는 정상시의 30%의 손상으로 가정한다.

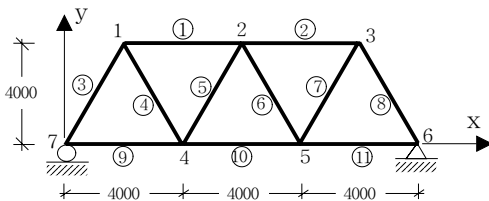


Fig. 2 해석모델 1 (단위: mm)

Table 1 손상추정 영역

case	절점	추정부재
1	ALL	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11
2	1, 2, 3	1,2,3,4,5,6,7,8
3	4, 5, 6, 7	3,4,5,6,7,8,9,10,11
4	1, 2, 4, 7	1,2,3,4,5,6,9,10
5	2, 3, 5, 6	1,2,5,6,7,8,10,11

손상지표로 사용되는 관측데이터는 구조물의 손상전과 손상후의 변화를 모니터링하여 얻은 계속 데이터를 사용해야 하나 본 논문에서는 순해석에 의한 수치해를 사용하였고, 부재 손상도는 부재 강성의 저하로 나타내었다. 강성저하를 판단하는 강성비는 '손상 후 강성/손상 전 강성'으로 표시한다. 손상추정시 손상추정 영역은 Table 1에서와 같이 구분하여 손상추정 영역에 따른 수렴성을 조사하였다. 단일부재의 손상에 대해서는 부재 2, 6 각각 50% 손상되었을 경우, 그리고 복수부재의 손상에 대해서는 부재 2와 6이 50%손상되었을 경우와 부재 2가 50%, 부재 3과 6이 각각 30% 손상되었을 경우에 대해 고려하였다.

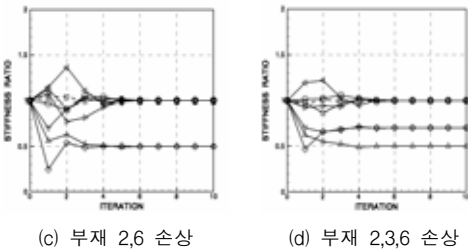
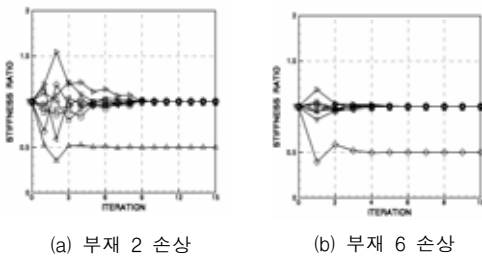
Table 2에서 case 1을 제외한 모든 경우에서 빠른 수렴속도를 보이며 좋은 추정결과를 나타내고 있다. 손상추정시 비손상부재의 강성비 또한 정확히 추정하고 있다. 그러나 모든 부재를 상태벡터로 하는 case 1인 경우에는 모두 발산하였다.

Table 2 고유진동수에 의한 손상추정 결과

손상부재	case	강성비	iteration
2	1	-	발산
	2	0.5	25
	4	0.5	15
	5	0.5	11
	6	0.5	11
6	1	-	발산
	2	0.5	9
	3	0.5	11
	4	0.5	10
	5	0.5	8
2, 6	1	-	발산
	2	0.5	14
	4	0.5	11
	5	0.5	11
	6	0.5	11
2, 3, 6	1	-	발산
	2	0.5, 0.7, 0.7	13
	4	0.5, 0.7, 0.7	11
	5	0.5, 0.7, 0.7	1000
	6	0.5, 0.7, 0.7	1000

Fig. 3는 case 4의 손상추정 결과를 나타낸다. Fig. 2의 결과에서 알 수 있듯이 복수부재 손상의 경우에서도 손상부재와 비손상부재에 대해 모두 10회 이내의 반복수행으로 정확한 강성비를 추정하고 있다.

기존의 연구에서 이용되어 왔던 구조물의 손상추정 문제에서의 유효성을 입증 받아온 칼만필터와 손상추정을 수행하여 비교하였다. 칼만필터의 적용시 추정오차 공분산 행렬의 표준 편차는 30%로 하였다. 단일부재의 경우와 복수부재의 경우 모두 csas 4의 경우를 비교하였으며 이 결과는 Table 3에서 나타내었다.



부재	line shape	부재	line shape
1	□	5	△
2	▲	6	◇
3	▽	9	○
4	▷	10	□

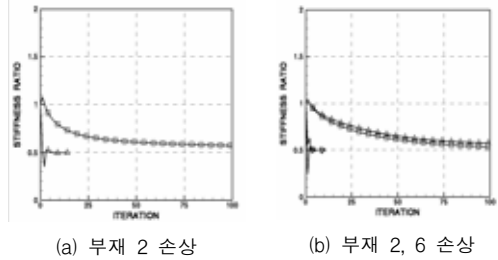
Fig. 3 고유진동수에 의한 추정 결과 (case 4)

Table 3 추정 결과 비교 (case 4)

손상부재	filter	강성비	iteration
2	Projection	0.50	15
	Kalman	0.53	1000
6	Projection	0.50	10
	Kalman	0.51	1000
2, 6	Projection	0.50	11
	Kalman	0.49, 0.52	1000
2, 3, 6	Projection	0.50, 0.70, 0.70	11
	Kalman	0.51, 0.70, 0.70	1000

칼만필터를 이용한 경우의 단일부재 2, 복수부재 2, 6의 case 4에 대한 손상추정 결과와 사영필터의 추정 결과를 비교하여 Fig. 4에 나타내었다.

칼만필터의 경우 수렴속도에서 사영필터에 비해 결과가 좋지 않다는 것을 알 수 있다. 그리고 비손상 부재의 강성 추정 또한 좋지 않은 것으로 나타난다.



(a)	line shape	(b)	line shape
Kalman 2	□	Kalman 2	□
Projection 6	△	Projection 6	△
		Kalman 6	◇
		Projection 6	◇

Fig. 4 손상추정 결과 비교

3.2 3차원 트러스 구조물

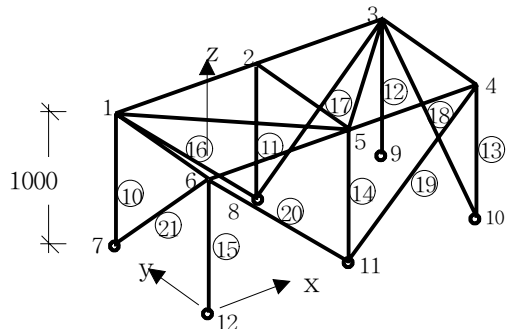
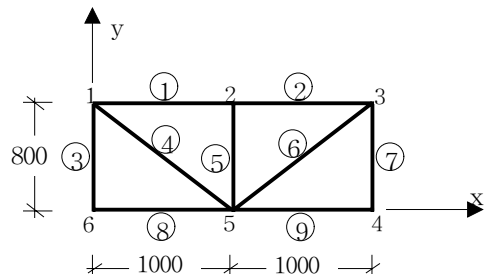


Fig. 5 해석모델 2 (단위 : mm)

Table 4 해석모델의 부재손상 상태

case	손상부재	손상비 (%)					
		1	2	5	6	7	13
1	1	50	0	0	0	0	0
2	5	0	0	50	0	0	0
3	13	0	0	0	0	0	50
4	2, 6, 7	0	50	0	50	50	0

Fig. 5에 나타난 트리스 구조물은 3차원 트리스 구조물로 단면적 $A=10.0 \text{ cm}^2$, 영계수 $E=2.1 \times 10^7 \text{ kg/cm}^2$, 밀도 $\rho=0.00787 \text{ kg/cm}^3$ 이다. 부재 손상의 형태는 Table 4에서 나타내었다.

3.2.1 손상영역 추정

수치 예제 모델에서 손상전의 유효질량비(EMR)를 Table 5에 나타내었다.

3차원 구조물의 거동을 일방향으로 판단하는 것은 어려움이 있지만 해석모델 2에서는 구조물의 거동에 크게 기여하는 방향이 y방향이라 판단하고 유효질량비를 y방향에 대해서 고려한다.

예제 모델의 경우 대칭성을 갖고 있어 부재의 손상에 따른 KECR 또한 대칭형태로 변화하게 된다.

Table 5 Effective Mass Ratio

Mode	Frequency	Effective mass ratio ($\times 10^{-1}$)		
		x	y	z
1	4.883	3.532	2.893	0.071
2	6.507	3.824	0.961	0.145
3	8.294	1.485	0.005	1.982
4	13.435	0.058	0.378	0.377
5	16.225	0.154	0.002	0.368
6	23.636	0.012	0.744	0.975
7	23.918	0.006	0.663	1.265
8	24.769	0.209	0.005	0.026
9	24.812	0.011	0.389	0.011
10	27.240	0.009	0.688	1.202
11	27.666	0.020	0.770	1.088
12	28.293	0.021	1.390	0.436
13	28.293	0.018	0.764	0.729
14	37.891	0.082	0.002	0.184
15	48.250	0.334	0.337	0.011
16	51.754	0.007	0.008	0.008
17	58.036	0.101	0.000	0.051
18	60.493	0.035	0.000	0.999

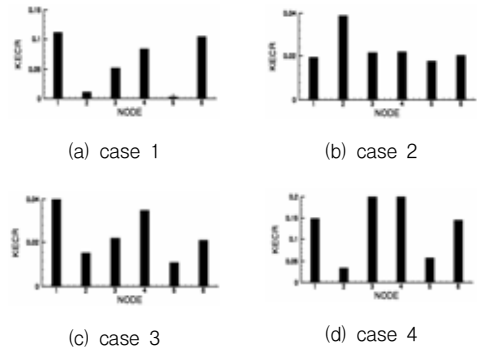


Fig. 6 1차 모드의 운동에너지 변화

Fig. 6에서 수평부재가 손상된 경우 비교적 손상부재를 포함한 절점에서 KECR이 크게 나타나 손상부재를 포함한 손상추정 영역을 얻을 수 있었다. 그러나 case 3의 경우 손상부재 13을 포함하는 4번 절점보다 대칭위치의 1번 절점의 KECR이 큰 것으로 나타내고 있다. 복수부재 손상의 경우에서도 정확한 손상추정 영역을 얻을 수 없었다. 앞에서 제시된 KECR에 의해 손상범위를 줄여 손상추정을 수행할 경우 Table 6에서 나타난 손상부재를 미지부재로 하여 손상부재를 추정한다.

Table 6 손상추정 부재

case	절점	추정부재
1	1, 6	1,3,4,8,10,15,16,20,21
2	2	1,2,5,11
3	1, 4	1,3,4,7,9,10,13,16,19
4	3, 4	2,6,7,9,12,13,17,18,19

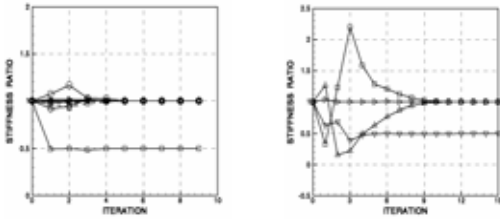
3.2.2 손상부재 추정

KECR에 의해 손상영역을 추정하여 2단계인 사영 필터 알고리즘을 이용하여 예제 1과 동일하게 손상지표 고유진동수에 의해 손상추정을 수행하였다.

Table 7은 2단계 해석에 의해 선택된 손상추정 부재를 상태벡터로 한 손상추정 결과를 나타낸다.

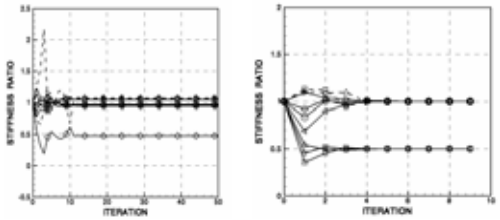
Table 7 2단계 손상추정법에 의한 결과

손상부재	1	5	13	2,6,7
강성비	0.5	0.5	0.96	0.5
iteration	9	15	발산	9



(a) 부재 1손상 (case 1) (b) 부재 5 손상 (case 2)

부재	line shape	부재	line shape	부재	line shape	부재	line shape
1	□	15	◇	1	□		
3	△	18	○	2	□		
4	△	20	○	5	△		
8	△	21	○	11	△		



(c) 부재 13 손상(case 3) (d) 부재 2,6,7 손상(case 4)

부재	line shape	부재	line shape	부재	line shape	부재	line shape
1	□	10	◇	2	□	13	◇
3	△	13	○	6	△	17	○
4	△	16	○	7	△	18	○
7	△	19	○	9	△	18	○
9	△			12	△	19	○

Fig. 7 2단계 손상추정법에 의한 결과

Fig. 7은 손상추정 결과를 나타내며 case 3의 경우를 제외하고는 빠른 수렴속도와 정확한 추정치를 얻고 있다. case 3의 경우에는 모델의 대칭성에 의해 1번 절점의 KECR이 손상부재 13을 포함하고 있는 4번 절점보다 더 크게 나온 경우로 1, 4번 절점을 손상추정 영역으로 하여 수행한 결과 1번 절점의 10번 부재가 손상된 것으로 잘못 추정하고 있다.

4. 결론

본 논문에서는 사영필터를 비선형 시스템에 대한 필터로 확장한 확장 사영필터를 적용하여 구조물의 손상 추정을 위한 역해석법을 제안하였다.

먼저 선형 시스템에 대한 사영필터에서 비선형 시스템에 대한 확장 사영필터를 유도하였고 사영필터를 이용한 손상추정 역해석법 알고리즘을 제시하였다. 제안해법의 유효성을 보이기 위하여 트러스 구조의 자유진동 문제를 대상으로 하여 해석 예를 보였다. 트러스 모델에 대하여 제안해법을 적용한 결과, 단일부재 손상인 경우뿐만 아니라 복수개의 부재 손상인 경우도 손상 위치 및 손상 정도를 정도가 좋게 추정할 수 있었다. 또한 칼만필터를 이용한 추정법과 비교한 결과 사영필터에 의한 해의 수렴 속도가 매우 빠른 결과를 보였다. 2단계 손상추정법을 예제 2의 시뮬레이션 해석에서 얻어진 응답에 적용한 결과, 1단계인 KECR을 이용한 손상부재를 포함한 손상영역 추정에 대해서 대칭성을 띠는 부재를 제외하고 비교적 좋은 결과를 보였다. 그리고 2단계 손상영역내의 손상부재의 검출에 대해서도 손상위치 및 손상도를 정확히 추정할 수 있었다.

대칭형태의 구조물의 경우 운동에너지 변화율(Kinetic energy change ratio; KECR)을 적용시 대칭성을 고려할 수 있는 데이터가 추가적으로 필요한 것으로 판단된다.

참고문헌

1. 서일교, 확장 칼만 필터를 이용한 2차원 트러스 구조물의 손상 추정, 대한건축학회 논문집, 제15권 4호, 1999, pp. 3-12.
2. 片山 徹, 應用カルマンフィルタ, 朝倉書店, 1983.
3. 西山 清, パソコンで解くカルマンフィルタ, 丸善株式会社, 1994.
4. 유숙경, 서일교, 권택진, 확장 칼만 필터를 이용한 3차원 트러스 구조물의 2단계 손상 추정법, 한국공간구조공학회 논문집, 제2권 제1호, 2002, pp.343-349.
5. 小川英光, 信號と畫像の復元[III] (最適復元のための射影フィルタ族), 電子情報通信學會論文誌, 1988, (A), 71-7, pp. 739-7482.

(접수일자 : 2004년 12월 3일)