

웨이브렛 변환을 이용한 훼손된 신호의 복원에 관한 연구

A Study on Reconstruction of Degraded Signal using Wavelet Transform

김 남 호*, 배 상 범*, 류 지 구**

Nam-Ho Kim*, Sang-Bum Bae*, Ji-Goo Ryu**

요 약

데이터를 디지털화하거나 전송하는 과정에서 여러 가지 원인에 의해 열화가 발생하고 있으며, 이러한 열화의 주된 원인은 잡음이다. 따라서 잡음에 의해 훼손된 신호를 복원하기 위하여 웨이브렛을 이용한 방법들에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 그리고 AWGN 환경에서 잡음을 제거하기 위한 가장 일반적인 연구 동향은 threshold에 기초한 방법들이다. 그러나 이러한 방법은 잡음에 대한 통계적인 특징만을 고려함에 따라 복원된 신호는 여전히 많은 잡음들을 포함한다. 따라서 본 논문에서는 웨이브렛 상세계수의 누적을 통한 새로운 신호 복원 방법을 제시하여, 신호의 edge 성분에 대한 복원과 잡음 제거 성능을 향상시켰다. 그리고 개선 효과의 판단 기준으로 SNR을 사용하였으며, 객관적인 판단을 위해 기존의 방법들과 비교하였다.

Abstract

Degradation is generated by several causes in the process of digitalization or transmission of data. And its essential cause is noise. Therefore, researches for wavelet-based methods which reconstruct signal degraded by noise have continued. In AWGN(additive white gaussian noise) environment, the general trend for denoising is to use the thresholding method. Reconstructed signal includes a lot of noise because these methods only consider statistical characteristic regarding noise. In this paper, we present a new method which uses the cumulation of wavelet detail coefficients. As a result, reconstruction of edges and denoising performance are improved. Also we compare existing methods using SNR(signal-to-noise ratio) as the standard of judgement of improvement effect.

Key words : AWGN, reconstruction, denoising

I. 서 론

최근 사회는 대용량 저장매체와 통신기술의 급속한 발달로 고도의 디지털 정보화 시대를 맞이하게 되었다. 이에 따라, 영상 및 음성 데이터의 획득, 전송, 저장을 위한 멀티미디어 통신 서비스가 국내외적으로 상용화되고 있다. 그러나 데이터를 처리하는 과정에서 여러 가지 원인

에 의해 열화가 발생하고 있으며, 이러한 열화로 인해 전송 데이터에서 오류가 발생하거나, 영상 및 음성 데이터의 인지도를 저하시킨다. 그리고 현재 열화의 주된 원인은 잡음으로 알려져 있다. 따라서 잡음에 의해 훼손된 데이터를 복원하기 위한 다양한 연구들이 신호처리 분야에서 가장 활발히 진행되고 있다.

현재까지 광범위하게 사용되고 있는 잡음 제거 방법으로 푸리에 변환에 기초한 방법이 있다. 그러나 푸리에 변환은 주파수 상에서 신호를 해석하고 시간 정보를 고려하지 않으므로, 신호 해석에 대한 응용의 한계성을 지니고 있다.

*부경대학교 제어계측공학과 **부경대학교 전자공학과
 접수 일자 : 2004. 10. 22 수정 완료: 2005. 1. 25
 논문 번호 : 2004-3-4
 ※본 논문은 2003년도 부경대학교 기성회 학술연구비 지원에 의해 연구되었음.

따라서 이러한 한계를 극복하기 위하여, 다중 해상도 해석이 가능한 웨이브렛 변환이 많은 공학 분야에서 응용되고 있다. AWGN(additive white gaussian noise) 환경에 대하여, 이웃한 스케일에서 웨이브렛 상계수의 상관관계는 잡음과 신호의 edge를 분리할 수 있는 판단기준을 제시한다[1]. 또한 현재 AWGN에 훼손된 신호를 복원하기 위하여, threshold를 적용한 방법들이 가장 보편적으로 응용되고 있으며, Donoho와 Johnstone이 'wavelet shrinkage'라는 방법으로 제시하였다[3]. 그러나 이러한 웨이브렛을 이용한 기존의 방법들은 AWGN에 대한 통계적 특징만을 반영함에 따라, 신호 내의 많은 작은 edge들이 잡음으로써 판단될 수 있으며, 상대적으로 큰 잡음은 edge로써 인식될 수 있다.

따라서 본 논문에서는 웨이브렛 변환을 이용한 새로운 신호 복원 방법을 제시하여, 기존의 방법들과 비교·분석하였다. 그리고 객관적인 판단을 위해, 테스트 신호로서 Blocks과 HeaviSine 신호를 사용하였으며, 개선효과의 판단 기준으로 SNR(signal-to-noise ratio)을 사용하였다.

II. 웨이브렛 변환

신호 $f(t) \in L^2(R)$ 이면, 연속 웨이브렛 변환(CWT)은 식 (1)과 같이 정의된다[2].

$$Wf(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (1)$$

$$a, b \in L^2(R), \quad a \neq 0$$

식으로부터 $\psi(t)$ 는 mother 웨이브렛이며, *는 공액 복소를 의미하고, a 는 scale factor, b 는 translation factor이다. 그리고 역 웨이브렛 변환이 성립되기 위한 허용조건(admissibility condition)은 식 (2)와 같다.

$$C_{\psi} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega \quad (2)$$

위의 식으로부터 $0 < C_{\psi} < \infty$ 이며, $\Psi(\omega)$ 는 $\psi(t)$ 의 푸리에 변환이다. 이때, $\omega = 0$ 에서 C_{ψ} 가 무한한 값을 갖지 않기 위해서는 $\Psi(0) = 0$ 가 되어야 한다.

또한, $\psi(t)$ 의 이동과 확장에 의해 얻어진 식 (3)을 baby wavelet이라 한다.

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (3)$$

그리고 각 파라미터가 $a = 2^j, b = 2^j k (j, k \in Z)$

와 같은 dyadic sampling에 의한 웨이브렛은 다음의 식 (4)와 같이 표현된다.

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}t - k) \quad (4)$$

이때, 이산 웨이브렛 변환(DWT)은 식 (5)와 같다.

$$W_d f = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{j,k}^*(t) dt \quad (5)$$

III. 웨이브렛 변환을 이용한 신호의 복원

현재, 웨이브렛 변환을 이용한 다양한 잡음 제거 방법들이 연구되고 있으며, 미지의 신호 $f(n)$ 을 복원하기 위한 시간영역에서의 모델은 식 (6)과 같다.

$$g(n) = f(n) + \xi(n) \quad (6)$$

위 식으로부터 $f(n)$ 은 미지의 원 신호이며, $g(n)$ 은 잡음에 의해 훼손된 신호이다. 그리고 $\xi(n)$ 는 잡음이며, 평균이 0이고 표준편차가 σ 인 i.i.d.(independent and identically distributed) 가우시안 잡음 $N(0, \sigma^2)$ 으로 모델링된다. 그리고 식 (6)의 웨이브렛 변환은 웨이브렛 변환의 선형성에 의해 다음의 식 (7)과 같이 표현된다.

$$W_g(n) = W_f(n) + W_{\xi}(n) \quad (7)$$

1. Threshold를 이용한 복원

Threshold에 기초한 잡음 제거 방법들은 매우 효과적이며, 다음과 같이 그 알고리즘이 간단하다.

- 1) 잡음이 첨가된 noisy 신호를 웨이브렛 변환하여 웨이브렛 계수 W_g 를 얻는다.
- 2) 각 scale j 에서 hard 또는 soft-threshold th 를 적용한다.
- 3) 역 웨이브렛 변환에 의해 추정된 신호를 얻는다.

그리고 2)단계에서 threshold를 적용하기 위해서는 적절한 방법과 threshold 레벨을 선택해야하며, 현재 다양한 방법들이 제시되고 있다. OWT(orthogonal wavelet transform)에서 Donoho는 soft-threshold를 적용하였으며, 다음의 식 (8)과 같다[3]-[5].

$$\widehat{W}_j(n) = \text{sgn}\{W_g(n)\} (|W_g(n)| - th)_+ \quad (8)$$

여기서, $th = \sigma \sqrt{2 \log N}$ 이며, N 은 신호의 길이이고,

$(\cdot)_+$ 는 positive part operator이다. 그리고 hard-threshold는 다음의 식 (9)와 같다.

$$\widehat{W}_f(n) = W_g(n) I(|W_g(n)| \geq th) \quad (9)$$

위의 두 식과 같이 hard와 soft-thresholding은 'kill or keep'와 'kill or shrink'를 위하여 함수를 적용한 것이다.

2. 공간적 상관도를 이용한 복원

잡음이 중첩된 noisy 신호의 웨이블릿 상세계수는 식 (7)과 같이 각 scale에서 신호와 잡음 성분으로 구성되어 있다. 그리고 신호의 날카로운 edge 성분은 일반적으로 잡음에 의한 웨이블릿 계수보다 큰 값을 가지며, 잡음 성분은 scale이 증가함에 따라 급속히 감소한다. 따라서 이러한 특징을 이용한 인접한 scale 간의 공간적 상관도는 edge와 잡음의 판단 기준을 제시한다[1].

식 (10)의 공간적 상관함수 $Corr_l(m, n)$ 은 잡음의 작고 날카로운 특징을 억제하는 동안 신호의 edge가 강화되도록 한다.

$$Corr_l(m, n) = \prod_{i=0}^{l-1} W_g(m+i, n) \quad (10)$$

$$n = 1, 2, \dots, N$$

식으로부터 $W_g(m, n)$ 은 noisy 신호의 웨이블릿 변환 데이터이며, m 은 scale index, n 은 translation index이고, 일반적으로 $l=2$ 를 선택하여 인접한 두 scale 간의 공간적 상관도를 계산한다.

이러한 SSNF (spatially selective noise filtration) 알고리즘은 다음과 같다.

- 1) 모든 웨이블릿 scale m 에 대해서 상관함수 $Corr_2(m, n)$ 을 계산한다.
- 2) $W_g(m, n)$ 과 $Corr_2(m, n)$ 을 이용하여 다음의 식 (11)과 같이 $New Corr_2(m, n)$ 을 계산한다.

$$New Corr_2(m, n) = Corr_2(m, n) \sqrt{PW(m)/PCorr(m)} \quad (11)$$

식 (11)로부터 $PCorr(m) = \sum_n Corr_2(m, n)^2$ 이며, $PW(m) = \sum_n W_g(m, n)^2$ 이다.

- 3) 만약, $|New Corr_2(m, n)| \geq |W_g(m, n)|$ 이면, 그 지점을 edge로서 판단한다.

그러나 fine scale에서 신호의 edge를 제외할 때, 잡음이 지배적이므로 $|New Corr_2(m, n)|$ 와 $|W_g(m, n)|$ 의 비교에서 많은 잡음이 edge로서 판단된다. 따라서 NSSNF (new SSNF)에서는 새로운 파라미터 $\lambda(m)$ 을 도입하여, 식 (12)를 만족할 때 edge로서 판단한다.

$$|New Corr_2(m, n)| \geq \lambda(m) |W_g(m, n)| \quad (12)$$

3. 계수누적을 이용한 복원

AWGN은 식 (6)으로부터 σ 에 관계없이 통계적으로 그 평균이 0 이므로, 웨이블릿 상세계수의 누적으로부터 근사적으로 noisy 신호에 대한 profile 정보를 얻을 수 있다. 그리고 각 scale에서 상세계수에 대한 재차누적 데이터는 잡음과 신호의 edge 성분을 분리하기 위한 판단 기준으로써 사용될 수 있다. 다음의 식 (13)은 noisy 신호에 대한 웨이블릿 상세계수의 누적함수를 나타내고 있다.

$$F(n) = \sum_{i=1}^n W_g(i) + F(n-1) \quad (13)$$

$$n = 1, 2, \dots, N$$

위의 식으로부터 누적함수 $F(n) = 0 (\forall n \leq 0)$ 이다. 그리고 noisy 신호로부터 edge 성분을 분리·검출하기 위한 알고리즘은 다음과 같다.

- 1) 웨이블릿 상세계수 W_g 로부터 누적함수 $F(n)$ 을 계산한다.
- 2) 임의의 지점 n 에서 $F(n)$ 의 인접 데이터를 사용하여, 식 (14)의 이차다항식을 통해 근사 데이터 p_2 를 계산한다.

$$p_2(x) = C_2 x^2 + C_1 x^1 + C_0 \quad (14)$$

식으로부터 C_i 는 i 차 항의 계수를 나타내며, 각 계수들은 $F(n-k)$, $F(n)$, $F(n+k)$ 를 만족하도록 결정된다.

- 3) edge 지점은 신호의 급격한 변화로 인해, 누적함수와 근사 데이터 사이에서 큰 차이를 나타내게 된다. 따라서 식 (15)의 오차함수 $e_2(n)$ 로부터 noisy 신호로부터 edge를 분리할 수 있다.

$$e_2(n) = \sum_{i=n-k}^{n+k} |F(i) - p_2(i)| \quad (15)$$

즉, 어떠한 지점 n 에서의 오차 $e_2(n)$ 은 구간 $[n-k, n+k]$ 에서 추정된 근사 데이터 $p_2(i)$ 와 $F(i)$ 에 대한 오차의 합이다.

- 4) 오차함수 $e_2(n)$ 의 크기가 국부적으로 최대가 되는 지점을 edge로서 판단한다.

그러나 coarse scale의 웨이브렛 상세계수는 fine scale과 비교하여 상대적으로 저주파 대역에 존재한다. 이것은 scale이 증가함에 따라 신호의 edge 지점에 해당하는 누적함수 $F(n)$ 의 변화가 완만함을 나타낸다. 따라서 coarse scale에서 누적함수와 근사 데이터 사이의 오차함수 $e_2(n)$ 은 신호의 모든 구간에서 크기가 급속히 감소한다. 그러므로 coarse scale에서, 누적함수 $F(n)$ 으로부터 신호의 edge 지점을 검출하기 위해, 식 (16)과 같이 표현되는 근사 데이터 p_1 을 구한 후, 이로부터 식 (17)의 오차함수 $e_1(n)$ 를 계산한다.

$$p_1(x) = C_1 x^1 + C_0 \quad (16)$$

$$e_1(n) = \sum_{i=n-k}^{n+k} |F(i) - p_1(i)| \quad (17)$$

따라서 $e_1(n)$ 과 $e_2(n)$ 의 적으로서 표현되는 식 (18)의 오차함수 $e(n)$ 은 모든 scale에서 신호의 edge와 잡음을 분리하기 위해 사용된다.

$$e(n) = e_1(n) e_2(n) \quad (18)$$

일반적으로 신호의 edge 성분에 해당하는 웨이브렛 상세계수는 잡음에 의한 상세계수보다 큰 값을 나타낸다. 그러므로 식 (18)에 의해 얻어진 데이터 $e(n)$ 은 임의의 구간에서 오차의 합에 대한 적으로써 표현되므로 edge 성분에 대한 특징을 더욱 증가시키고, 잡음에 대한 영향을 더욱 감소시킨다.

따라서 AWGN을 제거하기 위해 $e(n)$ 에 적용되는 threshold th 는 넓은 범위에서 선택될 수 있다. 이때, 신호에서 완만한 변화 부분은 오차함수의 크기가 AWGN의 영향을 받으므로, $e(n)$ 의 크기가 작고 발생빈도가 많다. 그러나 edge 지점은 전체 신호에서 발생빈도가 적으며, 오차함수 $e(n)$ 의 크기가 edge의 크기에 영향을 받는다. 따라서 오차함수 $e(n)$ 에 대한 히스토그램은 적응적으로 th 를 결정하기 위해 사용될 수 있다. 즉, 오차함수 $e(n)$ 에 대한 히스토그램으로부터, 잡음에 해당하는 좌측의 낮은 값은 많은 발생빈도를 나타내고, 신호의 edge에 해당하는 우측의 높은 값은 발생빈도가 적게 나타난

다. 또한, 오차함수 $e(n)$ 으로부터 신호의 edge 지점에서는 그 값이 급격히 증가하므로, 히스토그램의 분포에서 잡음성분과 edge 성분은 두 부분으로 분리된다. 따라서 평활화된 히스토그램의 근사곡선으로부터, 두 부분으로 분리되는 곡선의 국부 최소값을 th 로 설정할 경우, AWGN 제거 특성이 양호하게 된다.

IV. 시뮬레이션 및 결과

본 논문에서는 AWGN에 의해 훼손된 신호를 복원하기 위해 웨이브렛 변환을 이용한 새로운 방법을 제시하였으며, 객관적인 성능평가를 위해 테스트 신호로서 Blocks와 HeaviSine 신호를 사용하였다. 이때, 신호의 길이는 2048 샘플이며, noisy 신호의 SNR은 14[dB]를 적용하였다.

그림 1과 그림 2는 각각 Blocks과 HeaviSine 신호에 대한 시뮬레이션 결과이며, 그림으로부터 (a)는 True, (b)는 Noisy version이다. 그리고 그림 (c)는 OWT에 의해 복원된 신호이며, 그림 (d)는 SSNF, (e)는 NSSNF, (f)는 본 논문에서 제안한 방법에 의해 복원된 신호를 나타내고 있다. 이때, SNR_G는 SNR 이득으로써, 복원된 신호의 SNR과 noisy 신호의 SNR에 대한 차를 나타낸다.

그림 1의 Blocks 신호에 대한 결과로부터, OWT의 SNR 이득은 7.07[dB]이었으며, SSNF와 NSSNF는 각각 8.11[dB]와 8.14[dB]를 나타내었다. 그리고 본 논문에서 제안한 방법은 15.18[dB]의 개선효과를 나타내었다. 또한, 그림 2의 HeaviSine 신호에 대한 결과로부터, OWT와 SSNF의 SNR 이득은 각각 10.03[dB]와 7.20[dB]이었으며, NSSNF와 본 논문에서 제안한 방법은 각각 9.19[dB]와 16.03[dB]의 개선효과를 나타내었다.

그리고 그림 3과 그림 4는 각 신호들에 대해서, SNR에 따른 SNR 이득을 도표로써 나타내고 있으며, 비교를 위해 각각의 방법들에 대한 개선 효과를 함께 나타내었다. 결과로부터, OWT는 알고리즘이 간단하고, SNR 이득에서 공간적 상관도를 이용한 방법들과 비교하여 대등한 결과를 나타내었으나, 부표본화의 결과로 시각적으로 우수하지 않았다. 그리고 공간적 상관도를 이용한 신호 복원 방법인 SSNF와 새로운 파라미터를 추가한 NSSNF는 신호의 edge 지점에 대한 복원 성능은 우수하였으나, 여전히 많은 잡음이 edge로써 판단되었다.

그러나 본 논문에서 제안한 방법은 신호의 edge와 잡음에 대한 분리 성능이 우수하였으며, 시각적으로도 부드러운 특성을 나타내었다. 이러한 결과는 SNR 이득에서 잘 나타나고 있으며, 그림 3과 그림 4의 결과로부터 제안한 방법은 기존의 방법들과 비교하여 모든 SNR 범위에서 우수한 개선효과를 나타내었다.

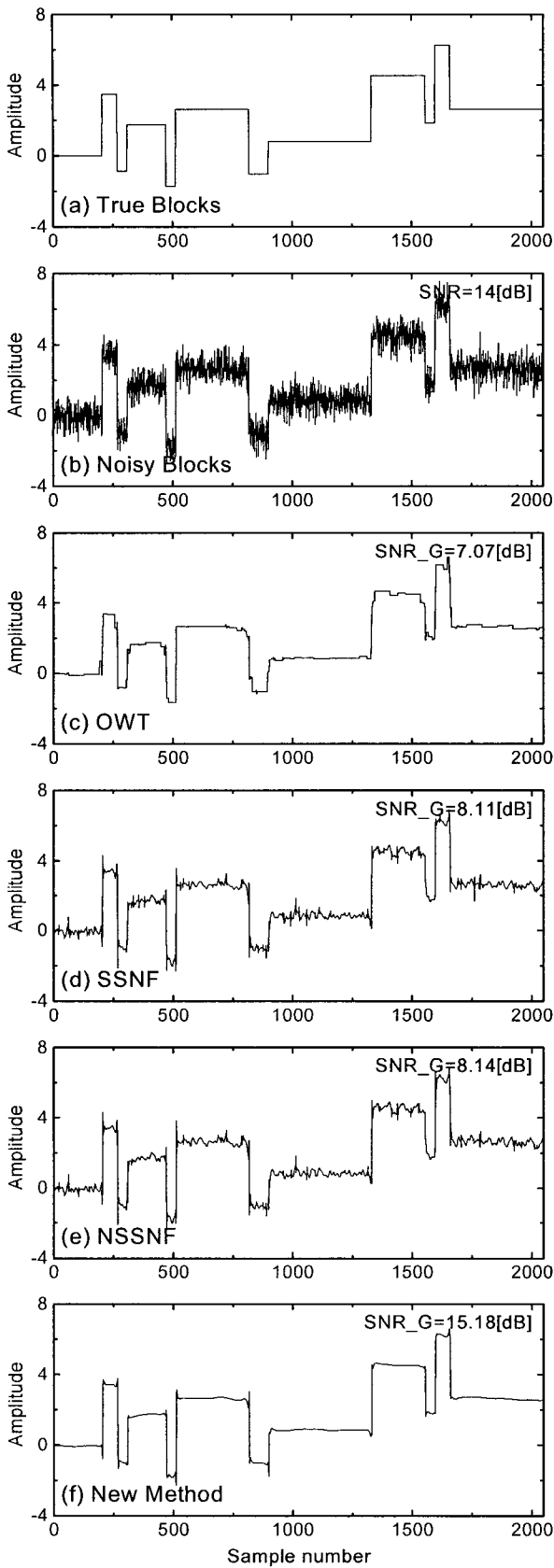


그림 1. Blocks 신호의 복원
 Fig. 1. Reconstruction of Blocks signal.

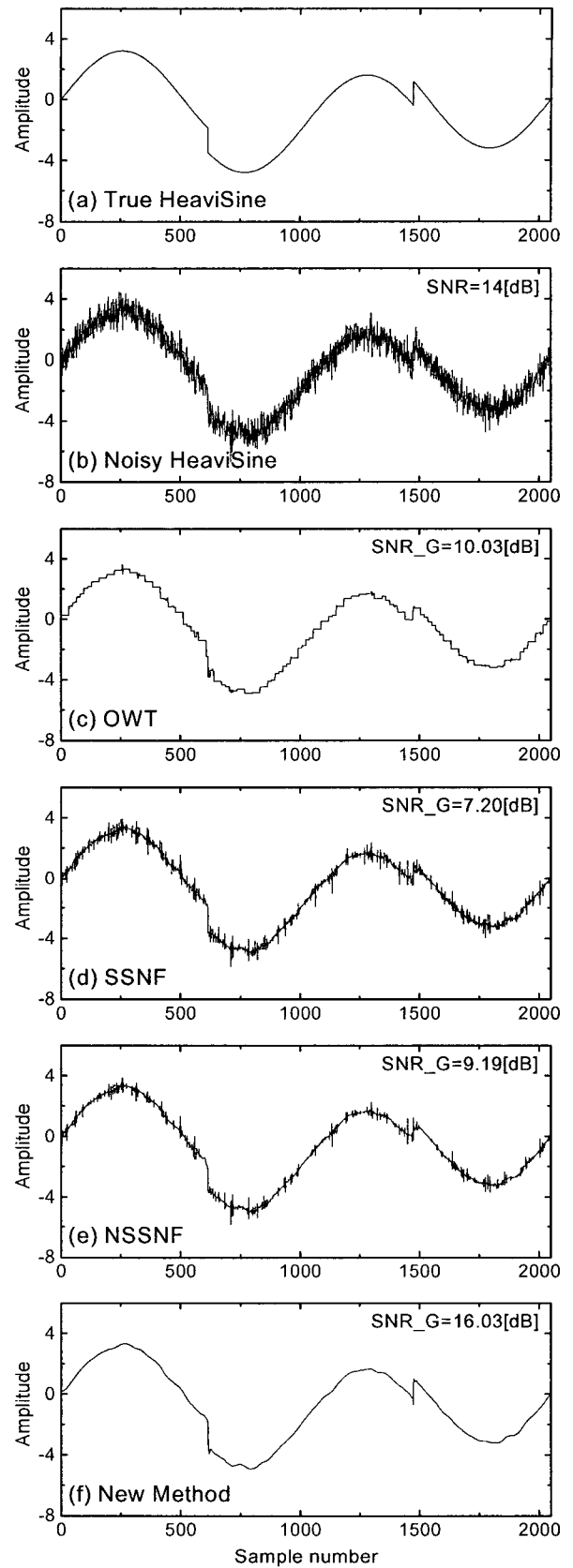


그림 2. HeaviSine 신호의 복원
 Fig. 2. Reconstruction of HeaviSine signal.

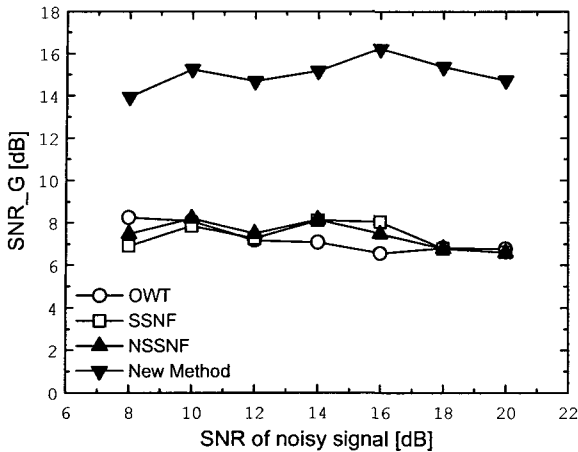


그림 3. 각 방법에 대한 Blocks의 SNR_G
Fig. 3. SNR_G of Blocks for each method.

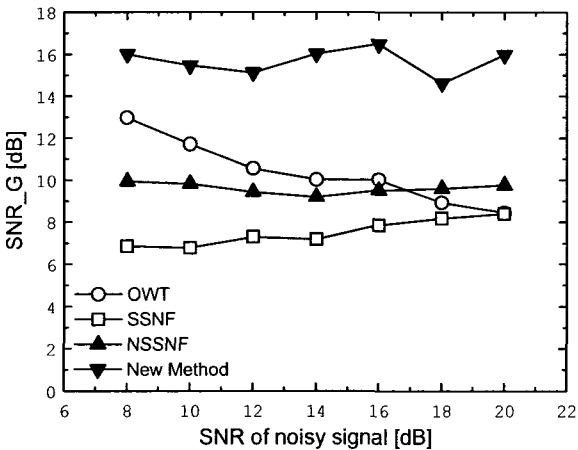


그림 4. 각 방법에 대한 HeaviSine의 SNR_G
Fig. 4. SNR_G of HeaviSine for each method.

V. 결론

본 논문에서는 AWGN에 훼손된 신호를 복원하기 위해 웨이브렛 계수의 누적을 이용한 새로운 방법을 제시하여, 기존의 방법들과 비교하였다.

시뮬레이션 결과, threshold를 적용한 OWT는 부표본화에 의해 시각적으로 부드럽지 못한 형태를 나타내었다. 그리고 공간적 상관도를 이용한 SSNF와 NSSNF는 edge 검출에서 OWT에 비해 효과적이었으나, 여전히 많은 잡음이 edge로서 검출되었다. 그러나 본 논문에서 제안한 방법은 기존의 방법들에 비해 우수한 SNR 이득 특성을 나타내었으며, 신호의 edge 성분을 정확하게 검출하여 복원하였다.

따라서 제안된 방법은 AWGN 환경에서 훼손된 신호에 대한 복원 성능이 우수하여, 신호처리의 여러 응용 분야에 적용되리라 사료된다.

참고 문헌

- [1] Y. Xu et al., "Wavelet transform domain filters: A spatially selective noise filtration technique", IEEE Trans. Image Processing, vol. 3, Nov. 1994.
- [2] A. Grossmann and J. Morlet, "Decomposition of Hardy functions into square integrable wavelets of constant shape", SIAM J. Math., vol. 15, pp. 723-736, 1984.
- [3] D. Donoho, "Wavelet shrinkage: Asymptopia?", J. R. Statist. Soc. B, vol. 57, pp. 301-369, 1995.
- [4] D. Donoho, "Denoising by soft-thresholding", IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 41, pp. 613-627, 1995.
- [5] D. Donoho, "Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage", J. Amer. Statist. Assoc., vol. 90, pp. 1200-1224, 1995.



배 상 범(Sang-Bum Bae)

1999년 8월 부경대학교 공과대학 제어계측공학과 졸업 (공학사)
2002년 2월 부경대학교 대학원 제어계측공학과 졸업 (공학석사)
2002년 3월~현재 부경대학교 대학원 제어계측공학과 박사과정

관심분야 : 통신 및 신호처리



류 지 구(Ji-Goo Ryu)

1977년 2월 동아대학교 전자공학과 졸업(공학사)
1979년 2월 동아대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)
1992년 8월 영남대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학박사)

1979년 3월~현재 부경대학교 공과대학 전자컴퓨터정보통신공학부 교수

1989년 1월~1990년 1월 일본 도요하시 기술과학대학 반도체 group 객원 연구원

관심분야 : 반도체 센서 및 집적화



김 남 호(Nam-Ho Kim)

1984년 2월 영남대학교 전자공학과 졸업 (공학사)
1986년 2월 영남대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)
1991년 8월 영남대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학박사)

1992년 3월~현재 부경대학교 공과대학 전기제어계측공학부 교수

관심분야 : 신호처리, 회로 및 시스템