

# 매개변수 불확실성을 가지는 특이시스템의 강인 관측기 기반 $H_\infty$ 제어기 설계방법

論 文
54D-1-2

## Robust Observer-based $H_\infty$ Controller Design Method for Singular Systems with Parameter Uncertainties

金 鍾 海<sup>†</sup> · 安 性 俊<sup>\*</sup> · 安 承 濬<sup>\*\*</sup> · 吳 道 昌<sup>\*\*\*</sup> · 池 京 求<sup>§</sup>

(Jong-Hae Kim · Seong-Joon Ahn · Seung-Joon Ahn · Do-Chang Oh · Kyeong-Koo Chi)

**Abstract** - This paper considers a robust observer-based  $H_\infty$  controller design method for singular systems with parameter uncertainties using an LMI condition. The sufficient condition for the existence of controller and the controller design method are presented by a perfect LMI condition in terms of all variables using singular value decomposition, Schur complement, and change of variables. Therefore, one of the main advantages is that a robust observer-based  $H_\infty$  controller can be established by solving one LMI condition compared with existing results. Numerical example is given to illustrate the effectiveness of the proposed controller design method.

**Key Words** : Singular Systems, Observer-based Control,  $H_\infty$  Control, Parameter Uncertainty, LMI

### 1. 서 론

표준 상태공간의  $H_\infty$  제어 문제가 수십 년 동안 상당한 관심을 가지고 연구되었다.  $H_\infty$  제어이론이 비교적 잘 정립되어 왔지만, 대부분의 경우가 상태공간 시스템에 기초를 두었다. 최근에, 특이시스템(singular system)에 대한 상태공간 접근을 위한  $H_\infty$  제어이론의 관심분야중 하나는 특이시스템에 대한 확장문제이다. 상태공간 모델은 매우 유용하지만 다양한 시스템의 동특성을 표현하지는 못한다. 특히 임펄스나 히스테리시스 등의 회로 시스템에서의 물리적 현상은 상태공간 시스템을 가지고서는 표현의 한계를 가지고 있다[1,2]. 최근, 특이시스템의 특별한 성질로 인하여 대규모 시스템, 특이 섭동 이론, 제약적 기계 시스템 등에서 상당한 관심을 끌고 있다. 따라서, 특이 형태는 선형 동역학 시스템의 자연스러운 표현이고, 또한 상태공간 방정식이 해석하는 것보다 많은 종류의 시스템에 대한 해석을 가능하게 한다.

최근, Ishihara 등[3]은 특이시스템에 대한 리아푸노프(Lyapunov) 이론을 제시하여 특이시스템의 다양한 해석이 가능하도록 하였다. Wang 등[4]은 2개의 일반적인 리카티(Riccati) 방정식을 기초로 유한 실계 보조정리(bounded real lemma)를 이용하여 특이 시스템의  $H_\infty$  제어를 위한 필요충분조건을 제시하였다. Cobb[5]은 특이시스템에서 가제어성, 가관측성, 쌍대성 등의 문제를 다루었다. Lewis[6]는 특이시스템의 최적제어문제를 다루었다. 최근에는 특이시스템의  $H_\infty$  제어기 설계 문제가 많은 연구자들에 의하여 다루어지고 있다. 특히, Masubuchi 등[1]은 특이시스템의 몇 가지 가정들을

없애기 위하여 임펄스 모드와  $\mu$  축 영점을 가지는 특이시스템에 대한  $H_\infty$  제어문제를 고려하였다. Lin[7]은 상태제환 접근방법을 이용하여 불확실 선형 특이시스템의 안정성 문제를 해결하였다. Rhem과 Allgower[8]는 시스템 행렬에 노름(norm)한계를 가지는 불확실성이 있는 비정규적(non-regular) 특이시스템에 대한  $H_\infty$  제어기 설계방법을 제시하였다. 또한, Kim[9]은 시변 시간지연을 가지는 불확실 특이시스템에 대한 강인  $H_\infty$  상태제환 제어기 설계방법을 제시하였다. 최근, Yu 등[10]은 정적(static) 출력제환 제어기를 가지고 선형 특이시스템의 성질들에 대한 연구 결과를 제시하였다. 그러나, 동적(dynamic)가 아니라 정적제어기이고, 제어기 설계방법에 대한 결과도 없다. 따라서, 특이시스템에 대하여 상태를 모두 측정할 수 없는 경우인 출력제환 문제를 다루는 논문은 없는 실정이다. 특이시스템에서 모든 상태가 관측되지 않는 경우인 출력제환 문제에 대해서는 기존의 논문 결과로는 적용할 수가 없다. 또한, 조건의 최적의 해를 보장하지 못하는 비볼록성(non-convexity) 때문에 해를 구하기가 쉽지 않다. 기존의 비특이(nonsingular) 시스템의 출력제환 문제에 대한 제어기 설계방법도 2개 이상의 리카티 방정식의 충분조건으로부터 해를 구해야 하므로 최적의 해를 구할 수 없다는 단점이 있다. 하지만 제안하는 알고리즘은 비특이 시스템뿐만 아니라 특이시스템에 대한 강인 관측기 기반  $H_\infty$  제어기를 하나의 선형 행렬부등식으로부터 구할 수 있다.

따라서, 본 논문에서는 매개변수 불확실성(parameter uncertainty)을 가지는 특이시스템의 강인 관측기 기반  $H_\infty$  제어기가 존재할 조건과 제어기 설계방법을 특이치 분해 방법, 변수치환 등의 기법을 이용하여 단 하나의 선형행렬부등식 접근방법으로 제시하고자 한다. 구하고자 하는 조건이 모든 매개변수의 견지에서 선형행렬부등식으로 표현되기 때문에 관측기 기반 제어기에서 제어이득과 관측이득을 포함하는 모든 해를 한번에 구할 수 있다.

본 논문에서 사용하는 표기법은 일반적이다.  $(\square)^T$ ,  $(\square)^{-1}$ ,  $\text{deg}(\square)$ ,  $\text{det}(\square)$ ,  $\text{rank}(\square)$ 는 행렬의 전치, 역행렬, 차수, 행

<sup>†</sup> 교신저자, 正會員 : 鮮文大學校 電子情報通信工學部 助教授 · 工博  
E-mail : kjhae@sunmoon.ac.kr

<sup>\*</sup> 正會員 : 鮮文大學校 電子情報通信工學部 助教授 · 工博

<sup>\*\*</sup> 正會員 : 鮮文大學校 新素材科學科 副教授 · 理博

<sup>\*\*\*</sup> 正會員 : 建陽大學校 電子情報工學科 助教授 · 工博

<sup>§</sup> 正會員 : 三星電子 半導體研究所 首席研究員 · 理博

接受日字 : 2004년 7월 24일

最終完了 : 2004년 11월 29일

렬식, 계수를 각각 의미한다. 적절한 차원을 가지는 단위행렬은  $I$ 이고,  $I_r$ ,  $x_r(t)$ ,  $R^r$ 은  $r \times r$  차원을 가지는 단위행렬,  $r \times 1$  차원을 가지는 벡터,  $r \times 1$  차원을 가지는 실수 벡터를 각각 의미한다. 그리고,  $\square$ 는 대칭행렬의 위치에 있는 전치요소를 의미한다.

2. 문제설정

매개변수 불확실성을 가지는 선형 특이시스템

$$\begin{aligned} E\dot{x}(t) &= [A + \Delta A(t)]x(t) + [B_1 + \Delta B_1(t)]u(t) + B_2u(t) \\ z(t) &= C_1x(t) + D_1u(t) \\ y(t) &= [C_2 + \Delta C_2(t)]x(t) + D_2u(t) \end{aligned} \quad (1)$$

을 다룬다. 여기서,  $x(t) \square R^n$ 은 상태,  $z(t) \square R^l$ 은 제어될 출력,  $y(t) \square R^q$ 는 측정출력,  $u(t) \square R^m$ 는 제어입력,  $w(t) \square R^p$ 는 외란,  $E$ 는  $rank(E) = r \leq n$ 를 만족하는 특이행렬이고, 모든 행렬은 적절한 차원을 가진다. 그리고,  $D_1$ 은 완전 열 계수(full column rank)이고, 매개변수 불확실성은

$$\begin{aligned} \Delta A(t) &= N_1F_1(t)H_1, \Delta B_1(t) = N_2F_2(t)H_2, \\ \Delta C_2(t) &= N_3F_3(t)H_3 \end{aligned} \quad (2)$$

이고,  $N_i, (i=1,2,3)$ 와  $H_i, (i=1,2,3)$ 는 알고 있는 행렬이고  $F_i(t)$ 는

$$F_i(t)^T F_i(t) \leq I \quad (3)$$

을 만족하는 모르는 행렬이다.

정의 1:  $E\dot{x}(t) = Ax(t)$ 의 시스템에 대한 특이시스템의 성질을 정의한다.

- i)  $det(sE - A) \neq 0$ 이면  $(sE - A)$ 는 정규적(regular)이다.
- ii) 특이시스템이 임펄스프רי이키 위한 필요충분조건은  $rank(E) = deg[det(sE - A)]$ 를 만족하는 것이다.
- iii) 특이시스템이 가지는 모든 모드가 감소하면(극점이  $s$ -평면에 좌반부에 존재) 시스템은 점근적으로 안정하다.

불확실 특이시스템 (1)과 관련하여 강인 관측기 기반  $H_\infty$  제어를

$$\begin{aligned} E\dot{\zeta}(t) &= A\zeta(t) + B_1u(t) + L[y(t) - C_2\zeta(t)] \\ u(t) &= K\zeta(t) \end{aligned} \quad (4)$$

으로 둔다. 여기서  $\zeta(t) \square R^n$ 는 관측 상태(observer state),  $L$ 은 관측 이득(observer gain)이고,  $K$ 는 제환 이득(feedback gain)이다. 오차상태를  $e(t) = x(t) - \zeta(t)$ 로 잡으면, 오차 동역학(dynamics)은

$$\begin{aligned} E\dot{e}(t) &= [A - LC_2 - \Delta B_1(t)K]e(t) + [B_2 - LD_2]w(t) \\ &\quad + [\Delta A(t) - \Delta B_1(t)K - L\Delta C_2(t)]x(t) \end{aligned} \quad (5)$$

이고, 페루프시스템의 상태방정식은

$$\begin{aligned} E\dot{x}(t) &= [A + \Delta A(t) + (B_1 + \Delta B_1(t))K]x(t) \\ &\quad - [B_1 + \Delta B_1(t)]Ke(t) + B_2w(t) \end{aligned} \quad (6)$$

이고, 제어할 출력은

$$z(t) = (C_1 + D_1K)x(t) - D_1Ke(t) = C_{1K}x(t) - D_1Ke(t) \quad (7)$$

이고,  $C_{1K} = C_1 + D_1K$ 이다. 그리고  $H_\infty$  성능지수는

$$\int_0^\infty [z(t)^T z(t) - \gamma^2 w(t)^T w(t)] dt. \quad (8)$$

이다. 여기서,  $\gamma$ 는 시스템의 최대  $H_\infty$  노음 값을 의미한다.

3. 강인 관측기 기반  $H_\infty$  제어기 설계

본 장에서는 강인 관측기 기반  $H_\infty$  제어기가 존재할 충분조건과 제어기 설계 방법을 제안한다. 아래 정리 1에서는 강인 관측기 기반  $H_\infty$  제어기가 존재할 충분조건을 제시한다.

정리 1: 주어진  $\gamma > 0$ 에 대하여, 다음의 행렬부등식

$$\begin{aligned} E^T P_c &= P_c^T E \geq 0 \\ E^T P_o &= P_o^T E \geq 0 \\ \begin{bmatrix} \Gamma_1 & -P_c^T B_1 K - C_{1K} D_1 K & P_c^T B_2 \\ * & \Gamma_2 & P_o^T (B_2 - L D_2) \\ * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} &< 0 \end{aligned} \quad (9) \quad (10) \quad (11)$$

을 만족하는 역행렬이 존재하는 대칭행렬  $P_c, P_o$ , 관측이득  $L$ , 제환이득  $K$ 가 존재하면, (4)는 페루프시스템에서 정의 1의 성질을 만족하고  $H_\infty$  노음 한계를 만족하는 강인 관측기 기반  $H_\infty$  제어기이다. 여기서, 변수들은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= A^T P_c + P_c^T A + K^T B_1^T P_c + P_c^T B_1 K + C_{1K}^T C_{1K} + P_c^T N_1 N_1^T P_c \\ &\quad + 2P_o^T N_2 N_2^T P_c + 2H_1^T H_1 + 2K^T H_2^T H_2 K + H_3^T H_3 \\ \Gamma_2 &= A^T P_o + P_o^T A - C_2^T L^T P_o - P_o^T L C_2 + K^T D_1^T D_1 K + P_o^T N_1 N_1^T P_o \\ &\quad + 2P_o^T N_2 N_2^T P_o + P_o^T L N_3 N_3^T L^T P_o + 2K^T H_2^T H_2 K. \end{aligned}$$

증명: 페루프시스템의 점근적 안정성을 위하여, (9)와 (10)을 만족하는 리아푸노프 방정식

$$V(x(t)) = x(t)^T E^T P_c x(t) + e(t)^T E^T P_o e(t) \quad (12)$$

를 잡고,  $H_\infty$  성능지수 (8)과 리아푸노프 방정식 (12)로부터  $H_\infty$  성능지수와 점근적 안정성을 만족할

$$z(t)^T z(t) - \gamma^2 w(t)^T w(t) + \dot{V}(x(t)) < 0 \quad (13)$$

을 얻고, 아래의 보조정리

$$2x(t)^T PNF(t)Hx(t) \leq x(t)^T PNN^T Px(t) + x(t)^T H^T Hx(t) \quad (14)$$

를 이용하면 식 (13)의 조건으로부터 매개변수불확실성을 가지는 특이시스템에 대한 강인 관측기 기반  $H_\infty$  제어가 존재할 조건 (11)을 구할 수 있다. ■

정리 1의 조건은 구하려는 모든 매개변수의 건지에서 최적화가 가능한 선형행렬부등식 형태가 아니고 (9)와 (10)에 등호 조건을 포함하고 있어서 해를 구하기가 쉽지 않다. 따라서, 정리 2에서 적절한 방법을 사용하여 등호조건을 제거하고, 모든 매개변수의 건지에서 볼록최적화 조건으로 변형한다. 또한 관측기 기반에서 구해야 할 추정 이득과 케환 이득을 구하는 방법을 소개한다.

**정리 2:** 주어진  $\gamma > 0$ 에 대하여, 선형행렬부등식

$$\begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 & \Sigma_2 & \Pi_6 & 0 \\ * & \Sigma_3 & \Sigma_4 & 0 & \Pi_7 \\ * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (15)$$

를 만족하는 양의 정부호 행렬  $P_1, P_4$ , 대칭 역행렬  $P_3, P_6$ , 행렬  $P_2, P_5, M_1, M_2$ 가 존재하면, 강인 관측기 기반  $H_\infty$  제어기의 케환이득과 관측이득은

$$\begin{aligned} K &= -(D_1^T D_1)^{-1} (B_1^T P_c + D_1^T C_1) \\ L &= (P_o^T)^{-1} M \end{aligned} \quad (16)$$

으로 구해진다. 여기서 변수들은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \Sigma_1 &= \begin{bmatrix} \Pi_1 & \Pi_2 \\ * & \Pi_3 \end{bmatrix}, \Sigma_2 = \begin{bmatrix} P_1 B_{21} + P_2^T B_{22} \\ P_3 B_{22} \end{bmatrix}, \\ \Sigma_3 &= \begin{bmatrix} \Pi_4 & P_5^T A_4 - M_1 C_{22} - C_{21}^T M_2^T \\ * & \Pi_5 \end{bmatrix}, \\ \Sigma_4 &= \begin{bmatrix} P_4 B_{21} + P_5^T B_{22} - M_1 D_2 \\ P_6 B_{22} - M_2 D_2 \end{bmatrix}, \\ \Pi_1 &= A_1^T P_1 + P_1 A_1 + C_1^T C_1 + 2H_1^T H_1 + H_3^T H_3, \\ \Pi_2 &= P_2^T A_4 + C_1^T C_{12} + 2H_1^T H_{12} + H_3^T H_{32}, \\ \Pi_3 &= A_4^T P_3 + P_3 A_4 + C_{12}^T C_{12} + 2H_{12}^T H_{12} + H_{32}^T H_{32}, \\ \Pi_4 &= A_4^T P_4 + P_4 A_4 - M_1 C_{21} - C_{21}^T M_1^T, \\ \Pi_5 &= A_4^T P_6 + P_6 A_4 - M_2 C_{22} - C_{22}^T M_2^T, \\ \Pi_6 &= \begin{bmatrix} P_1 N_{11} + P_2^T N_{12} & \sqrt{2}(P_1 N_{21} + P_2^T N_{22}) \\ P_3 N_{12} & \sqrt{2} P_3 N_{22} \end{bmatrix} \\ &\quad - \begin{bmatrix} \sqrt{2}(P_1 B_{11} + P_2^T B_{12} + C_1^T D_1)(D_1^T D_1)^{-1} H_1^T \\ -\sqrt{2}(P_3 B_{12} + C_{12}^T D_1)(D_1^T D_1)^{-1} H_1^T \end{bmatrix} \\ \Pi_7 &= \begin{bmatrix} -(P_1 B_{11} + P_2^T N_{12} + C_1^T D_1)(D_1^T D_1)^{-1} H_1^T & P_1 N_{11} + P_5^T N_{12} \\ -(P_3 B_{12} + C_{12}^T D_1)(D_1^T D_1)^{-1} H_1^T & P_3 N_{12} \end{bmatrix} \\ &\quad - \begin{bmatrix} \sqrt{2}(P_1 N_{21} + P_5^T N_{22}) & -\sqrt{2}(P_1 B_{11} + P_2^T B_{12} + C_1^T D_1)(D_1^T D_1)^{-1} H_1^T \\ \sqrt{2} P_3 N_{22} & -\sqrt{2}(P_3 B_{12} + C_{12}^T D_1)(D_1^T D_1)^{-1} H_1^T \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

**증명:** 행렬부등식 (11)은 (16)의 케환이득과 관측이득을 이용하면

$$\begin{bmatrix} A_1 & 0 & P_c^T B_2 \\ * & A_2 & P_o^T B_2 - MD_2 \\ * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (17)$$

을 얻는다. 여기서, 변수들은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} A_1 &= A^T P_c + P_c^T A + C_1^T C_1 - K^T D_1^T D_1 K + P_c^T N_1 N_1^T P_c \\ &\quad + 2P_c^T N_2 N_2^T P_c + 2H_1^T H_1 + 2K^T H_2^T H_2 K + H_3^T H_3 \\ A_2 &= A^T P_o + P_o^T A - MC_2 - C_2^T M_2^T + K^T D_1^T D_1 K \\ &\quad + P_o^T N_1 N_1^T P_o + 2P_o^T N_2 N_2^T P_o + P_o^T L N_3 N_3^T L^T P_o + 2K^T H_2^T H_2 K. \end{aligned}$$

또한, 선형행렬부등식

$$\begin{bmatrix} \Psi_1 & 0 & P_c^T B_2 & \Psi_3 & 0 \\ * & \Psi_2 & P_o^T B_2 - MD_2 & 0 & \Psi_4 \\ * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (18)$$

이 음의 정부호(negative definite) 행렬이면, 행렬부등식 (17)은 음의 정부호 행렬이다. 여기서, 변수는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= A^T P_c + P_c^T A + C_1^T C_1 + 2H_1^T H_1 + H_3^T H_3, \\ \Psi_2 &= A^T P_o + P_o^T A - MC_2 - C_2^T M_2^T, \\ \Psi_3 &= [P_c^T N_1 \quad \sqrt{2} P_c^T N_2 \quad \sqrt{2} K^T H_2^T], \\ \Psi_4 &= [K^T D_1^T P_o^T N_1 \quad \sqrt{2} P_o^T N_2 \quad MN_3 \quad \sqrt{2} K^T H_2^T]. \end{aligned}$$

출력케환 제어기의 존재조건을 단 하나의 선형행렬부등식의 조건으로 표현하고 정리 1의 등호 조건을 없애기 위하여 특이치 분해 방법(singular value decomposition)을 이용한다. 일반성을 상실함 없이, 특이시스템 (1)의 시스템 행렬은

$$\begin{aligned} E &= \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_4 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} B_{11} \\ B_{12} \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} B_{21} \\ B_{22} \end{bmatrix}, \\ C_1 &= [C_{11} \quad C_{12}], C_2 = [C_{21} \quad C_{22}], D_1 = D_1, D_2 = D_2 \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \Delta A(t) &= \begin{bmatrix} N_{11} \\ N_{12} \end{bmatrix} F_1(t) [H_{11} \quad H_{12}], \\ \Delta B_1(t) &= \begin{bmatrix} N_{21} \\ N_{22} \end{bmatrix} F_2(t) H_2, \\ \Delta C_2(t) &= N_3 F_3(t) [H_{31} \quad H_{32}] \end{aligned} \quad (20)$$

의 구조로 분해된다고 가정한다[1,2]. 그리고, 구하려는 해를 식 (9)와 (10)을 만족하기 위하여

$$P_c = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ P_2 & P_3 \end{bmatrix}, P_o = \begin{bmatrix} P_4 & 0 \\ P_5 & P_6 \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

과 같이 두고, (19)~(21)을 (18)에 대입하면 모든 매개변수의

견지에서 선형행렬부등식인 조건 (15)를 얻는다.

**참조 1:**  $E = I$ 인 경우의 일반적인 상태공간 문제는 선형행렬 부등식 (18)로부터 직접 구할 수 있다. 따라서, 제안한 특이시스템의 강인 관측기 기반  $H_\infty$  제어기는 비특이시스템에도 직접 적용할 수 있는 일반적인 알고리즘이다. 대부분의 출력제한 제어가 설계방법의 기존결과에서는 관측기 기반 제어를 설계하기 위해서는 2개 이상의 리카티 방정식을 이용하고 있을 뿐 아니라 제안한 조건이 볼록최적화가 아니므로 최적이지 않다. 하지만, 본 논문에서 제안하는 조건은 모든 매개변수에 대하여 단지 하나의 선형행렬부등식으로 관측기 기반 출력제한 제어를 구할 수 있다는 장점이 있다.

**예제 1:** 제안한 알고리즘의 타당성을 보여주기 위하여 매개변수불확실성을 가지는 특이시스템

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} F_1(t) \{0.1 \ 0.1\} x(t) \\ &+ \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} F_2(t) 0.1 \Big\} + \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.2 \end{bmatrix} w(t) \\ z(t) &= \{0.2 \ 0.1\} x(t) + u(t) \\ y(t) &= \{0.5 \ 0.2\} + F_3(t) \{0.1 \ 0.1\} x(t) + w(t) \end{aligned} \quad (22)$$

을 다룬다. 제안한 정리 2의 알고리즘은 모든 매개변수의 견지에서 최적화 문제이기 때문에 MATLAB LMI 도구상자 (Toolbox)[11]의 최적화 명령어를 이용하면 모든 해가

$$\begin{aligned} P_c &= \begin{bmatrix} 0.2888 & 0 \\ -0.2490 & -0.1605 \end{bmatrix} \\ P_o &= \begin{bmatrix} 0.3058 & 0 \\ -0.2412 & -0.2088 \end{bmatrix} \\ M &= \begin{bmatrix} -0.1010 \\ -0.0209 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (23)$$

와 같이 한번에 구해질 수 있다. 또한, 식 (16)으로부터 추정이득과 제원이득은

$$K = \{0.1286 \ -0.2605\}, \quad L = \begin{bmatrix} -0.2512 \\ 0.1001 \end{bmatrix} \quad (24)$$

으로 구해진다. 따라서, 강인 관측기 기반  $H_\infty$  제어기는

$$\begin{aligned} E \dot{\hat{x}}(t) &= \begin{bmatrix} -2.1316 & 0.5712 \\ -0.1787 & 1.2405 \end{bmatrix} \hat{x}(t) + \{-0.2512 \ 0.1001\} y(t) \\ u(t) &= \{0.1286 \ -0.2605\} \hat{x}(t) \end{aligned} \quad (25)$$

으로 구해진다. 컴퓨터 시뮬레이션을 위하여 몇 가지 변수를

$$\gamma = 1, \quad F_1(t) = F_2(t) = F_3(t) = \sin t \quad (26)$$

와 같이 선정하고 외란을 그림 1과 같이 잡으면, 상태, 오차

상태 및 제어될 출력은 그림 1~2와 같은 궤적을 보인다. 그림 1에서처럼 1초에서 3초까지 10으로 잡고, 모르는 행렬을  $F_i(t) = \sin t$ 로 잡으면, 상태와 오차상태 및 제어될 출력신호가 그림 1~2에서 주어진다. 그림 2의 실험결과에서처럼 시간이 흘러감에 따라 상태와 오차상태가 영으로 수렴하기 때문에 구한 강인 관측기 기반  $H_\infty$  출력제한 제어기는 식 (26)의 매개변수 불확실성을 가지는 특이시스템을 안정화시킨다. 또한, 외란입력  $w(t)$ 와 제어될 출력  $z(t)$ 사이의  $L_2$  유도 노름 (induced norm)[12]의 정의로부터  $H_\infty$  노름 한계인  $\gamma$ 의 값을 계산하면  $\gamma < 1$ 이므로  $H_\infty$  성능지수도 보장한다. 따라서, 구한 제어기는 매개변수 불확실성과 외란입력의 존재에도 불구하고 페루프시스템의 정규성, 임펄스 프리, 점근적 안정성 뿐만 아니라 미리 선정한  $\gamma$  한계를 보장한다.

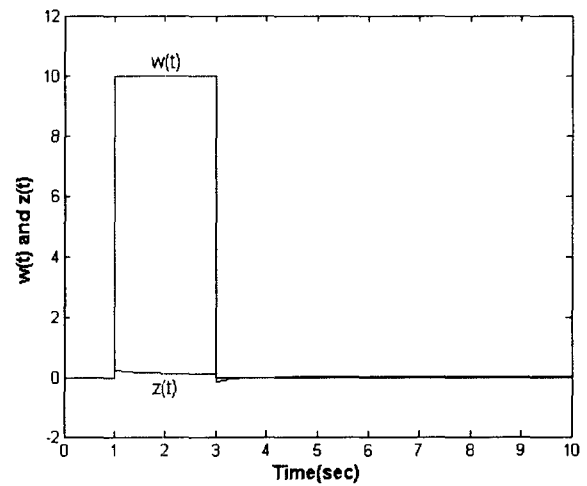


그림 1  $w(t)$ 와  $z(t)$ 의 궤적  
Fig. 1 The trajectories of  $w(t)$  and  $z(t)$

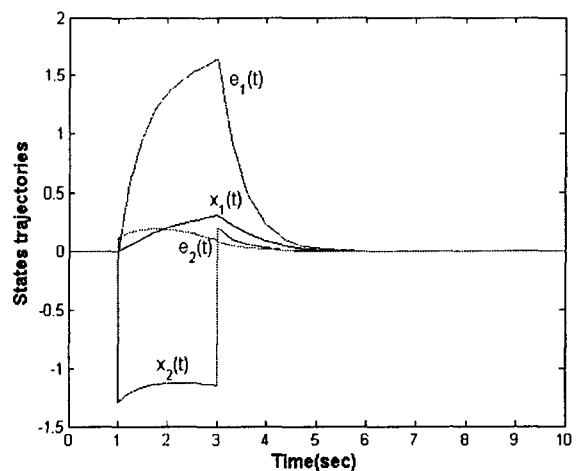


그림 2 상태와 오차 상태의 궤적  
Fig. 2 The trajectories of states and error states

#### 4. 결 론

본 논문에서는 매개변수 불확실성을 가지는 특이시스템의 강인 관측기 기반  $H_\infty$  제어가 존재할 조건과 출력궤환 제어기 설계방법을 제시하였다. 본 논문에서 제안하는 알고리즘은 비특이시스템의 제어기 설계 알고리즘까지도 포함하는 일반적인 제어기 설계방법이다. 뿐만 아니라, 기존의 비특이시스템의 결과가 2개 이상의 조건으로부터 해를 구하는 반면에 본 논문에서는 일반적인 특이시스템의 블록최적화가 가능한 하나의 선형행렬부등식으로부터 직접 강인 관측기 기반  $H_\infty$  제어를 구할 수 있다는 장점이 있다. 마지막으로, 제안한 제어기가 외란과 매개변수 불확실성을 가짐에도 불구하고 점근적 안정성을 포함하는 특이시스템의 성질과  $H_\infty$  성능을 만족함을 예제를 통하여 보였다. 앞으로의 연구과제는 제안한 알고리즘을 실제 특이시스템에 적용하는 응용분야이다.

#### 참 고 문 헌

- [1] I. Masubuchi, Y. Kamitane, A. Ohara and N. Suda, "H $\infty$  control for descriptor systems: A matrix inequalities approach," *Automatica*, vol. 33, pp.669-673, 1997.
- [2] D. J. Bender and A. J. Laub, "The linear-quadratic optimal regulator for descriptor systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 32, pp. 672-688, 1987.
- [3] J. Y. Ishihara and M. H. Terra, "On the Lyapunov theorem for singular systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 47, no. 11, pp. 1926-1930, 2002.
- [4] H. S. Wang, C. F. Yung and F. R. Chang, "Bounded real lemma and H $\infty$  control for descriptor systems," *IEE Proc. Cont. Theory & App.*, vol. 145, pp. 316-322, 1998.
- [5] J. D. Cobb, "Controllability, observability, and duality in singular systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 29, pp. 1076-1082, 1984.
- [6] F. L. Lewis, "Preliminary notes on optimal control for singular systems," *Proc. IEEE CDC*, pp. 262-272, 1985.
- [7] C. L. Lin, "On the stability of uncertain linear descriptor systems," *J. of the Franklin Inst.*, vol. 336, pp 549-564, 1999.
- [8] A. Rhem and F. Allgöwer, "H $\infty$  control of descriptor systems with norm bounded uncertainties in the system matrices," *Proc. ACC*, pp. 3244-3248, 2000.
- [9] J. H. Kim, "Robust H $\infty$  control of uncertain descriptor systems with time-varying delays," *Trans. Contr. Automation and System Eng.*, vol. 4, no. 3, pp. 199-204, 2002.
- [10] R. Yu and D. Wang, "On impulsive modes of linear singular systems subject to decentralized output feedback," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 48, no. 10, pp. 1804-1809, 2003.
- [11] P. Gahinet, A. Nemirovski, A. J. Laub and M. Chilali, *LMI Control Toolbox*, The Math Works Inc., 1995.
- [12] J. C. Doyle, B. A. Francis, and A. R. Tannenbaum, *Feedback Control Theory*, Macmillan Publishing company, a division of Macmillan Inc., 1992.

## 저 자 소 개



### 김 종 해 (金 鍾 海)

1993년 경북대학교 전자공학과 졸업. 1998년 동 대학원 전자공학과 졸업(공학). 1998년~2002년 경북대학교 센서기술연구소 전임연구원. 2000년~2001년 일본 오사카대학 객원연구원. 2002년~현재 신문대학교 전자정보통신공학부 조교수.

Tel : 041-530-2352

E-mail : kjhae@sunmoon.ac.kr



### 오 도 창 (吳 道 昌)

1991년 경북대학교 전자공학과 졸업. 1997년 동 대학원 전자공학과 졸업(공학). 1997년~현재 건양대학교 전자정보공학과 조교수.

Tel : 041-730-5369

E-mail : docoh@kytis.konyang.ac.kr



### 안 성 준 (安 性 俊)

1987년 서울대학교 물리학과 졸업. 1992년 한국과학기술원 물리학과 졸업(이박). 1992년~1995년 삼성전자 반도체연구소 선임연구원. 1995년~1996년 한국과학기술원 자연과학대학 연구원. 1996년~2002년 한전 전력연구원 선임연구원. 2002년~현재 신문대학교 전자정보통신공학부 조교수.

Tel : 041-530-2350

E-mail : sjahn0@sunmoon.ac.kr



### 지 경 구 (池 京 求)

1987년 서울대학교 물리학과 졸업. 1993년 한국과학기술원 물리학과 졸업(이박). 1993년~현재 삼성전자 반도체연구소 수석연구원.

Tel : 031-209-9532

E-mail : kk.chi@samsung.com



### 안 승 준 (安 承 濬)

1985년 경북대학교 물리학과 졸업. 1993년 한국과학기술원 물리학과 졸업(이박). 1993년~1997년 삼성전자 반도체연구소 선임연구원. 1997년~현재 신문대학교 신소재학과 부교수.

Tel : 041-530-2261

E-mail : sjan@sunmoon.ac.kr