

반복 선형행렬부등식을 이용한 저차원 H_∞ 제어기 설계Design of a Low-Order H_∞ Controller Using an Iterative LMI Method

김석주*, 김춘경, 김국현, 문영현

(Seog-Joo Kim, Chun-Kyung Kim, Kook-Hun Kim, and Young-Hyun Moon)

Abstract : This paper deals with the design of a low-order H_∞ controller by using an iterative linear matrix inequality (LMI) method. The low-order H_∞ controller is represented in terms of LMIs with a rank condition. To solve the non-convex rank-constrained LMI problem, the recently developed penalty function method is applied. With an increasing sequence of the penalty parameter, the solution of the penalized optimization problem moves towards the feasible region of the original non-convex problem. Numerical experiments showed the effectiveness of the proposed algorithm.

Keywords : H_∞ control, linear matrix inequality (LMI), rank condition, low-order control

I. 서론

저차원 제어기 설계는 비볼록(non-convex) NP-Hard 문제로 많은 연구가 계속되고 있는 분야이다. 잘 알려진 바와 같이 이 문제는 선형행렬부등식(Linear Matrix Inequality: LMI)을 이용하여 표현하면 양선형행렬부등식(Bilinear Matrix Inequality: BMI)이나 또는 계수조건(rank condition)이 있는 LMI 문제로 표현된다.

계수조건이 있는 비볼록 LMI 또는 BMI 문제를 푸는 방법으로 Goh 등[1]은 한정과 분기(branch-and-bound)에 의해 전역적으로 해를 탐색하는 방법을 제안하였다. 전역적 방법은 시간이 많이 걸리기 때문에 여러 가지 지역적 방법이 제안되었고, 대표적인 것이 좌표강하법(coordinate decent method)과 선형화법(linearization method)이다. 좌표강하법은 비선형 계수조건으로 결합되어 있는 LMI 변수중 한쪽 변수를 고정하고 나머지 한쪽을 구하는 과정을 교대로 반복하는 방법이다[2-5].

Ghaoui 등[6]은 선형화에 기초한 지역적 방법인 CCL(Cone Complementarity Linearization) 법을 제안하였고 CCL 법은 기존의 지역적 방법 중 수치적인 계산 성능이 가장 좋은 것으로 평가되었다[7]. 또한 최근에 Fazel 등[8]은 로그-행렬식을 이용하여 계수조건을 가지는 일반적인 행렬의 LMI 문제에 관하여 연구하였다.

CCL 법은 우수한 계산 특성을 가지고 있지만 해의 근처에서 지그재그(zigzag) 현상이 나타나면서 해를 찾는데 실패하는 경우가 있을 수 있다[9]. 또한 H_∞ 최적화와 같은 문제의 경우에는 시간이 많이 걸리는 이분법(bisection method)을 사용해야 하는 단점도 있다. 이러한 단점을 보완하기 위해서 Apkarian 등[9,10]은 AL(Augmented Lagrangian) 또는 PAL(Partially Augmented Lagrangian) 법을 제안하였다. 이

방법은 수렴성이 뛰어나지만 목적함수의 구배(gradient)함수와 Hessian을 구해야 하기 때문에 쉽게 구현할 수 없는 단점이 있다.

최근 계수조건이 있는 선형행렬부등식을 풀기 위한 방법으로 페널티 함수법이 개발되어 전력계통의 안정화장치 설계에 적용되었다[11]. 이 방법은 최적화 문제에 직접 적용이 가능한 알고리즘으로 본 논문에서는 이 방법을 일반적인 저차원 H_∞ 설계 문제에 적용하고 선행연구 결과와 비교하고자 한다.

본 논문에서 사용하는 주요 표기법은 다음과 같다. I_n 은 $n \times n$ 단위행렬을 나타내고 A^T 는 행렬 A 의 전치행렬을 나타내며 $\text{tr}(A)$ 와 $\text{rank}(A)$ 는 각각 행렬 A 의 대각합(trace)과 계수(rank)를 나타낸다. $A > 0$ (또는 $A \geq 0$)은 행렬 A 가 대칭이고 양한정(positive definite)(또는 양반한정: positive semidefinite)이라는 것을 표시한다. A^\perp 는 A 의 직교 여행렬(orthogonal complement matrix)로 $A^\perp A = 0$, $A \cdot A^{\perp T} > 0$ 이다.

II. 저차원 H_∞ 제어기 설계

저차원 제어기는 시스템첨가(augmentation) 기법[6,12]에 의해 정적출력 제어기로 표현될 수 있다. 이를 위해 먼저 다음과 같은 상태방정식으로 표시되는 일반화된 플랜트에 대해서 생각해 보자.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1 w + B_2 u \\ z &= C_1 x + D_{11} w + D_{12} u \\ y &= C_2 x + D_{21} w \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $x \in \mathbb{R}^n$, $w \in \mathbb{R}^{n_w}$, $u \in \mathbb{R}^{n_u}$, $z \in \mathbb{R}^{n_z}$, $y \in \mathbb{R}^{n_y}$ 는 각각 시스템의 상태, 외부입력, 제어입력, 제어하고자 하는 제어변수 및 측정 벡터이고 행렬 A , B_1 , B_2 , C_1 , C_2 , D_{11} , D_{12} , D_{21} 은 주어지는 데이터 행렬이다. 이때 다음과 같이 n_c 차 H_∞ 제어기를 구하는 문제를 고려하자.

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수: 2004. 12. 17., 채택확정: 2005. 1. 24.

김석주, 김춘경: 한국전기연구원 계측제어그룹

(sjkim@keri.re.kr/ckkim@keri.re.kr)

김국현: 원전계측제어개발사업단(kimkook@keri.re.kr)

문영현: 연세대학교 전기전자공학부(moon@yonsei.ac.kr)

$$\begin{aligned} \dot{x}_c &= A_c x_c + B_c y \\ u &= C_c x_c + D_c y \end{aligned} \tag{2}$$

여기서 H_∞ 제어문제는 제어법칙 (2)로 (1)의 페루프 시스템을 안정화시키면서 H_∞ 놈 $\|T_{21}\|_\infty$ 를 최소화시키는 제어기 행렬 K

$$K = \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ C_c & D_c \end{bmatrix} \tag{3}$$

를 구하는 문제가 된다. 여기서 페루프 시스템을

$$\begin{aligned} \dot{x}_{cl} &= A_{cl} x_{cl} + B_{cl} w \\ z &= C_{cl} x_{cl} + D_{cl} w \end{aligned} \tag{4}$$

로 놓으면 페루프 시스템 행렬은

$$\begin{bmatrix} A_{cl} & B_{cl} \\ C_{cl} & D_{cl} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 & B_1 \\ 0 & 0 & 0 \\ C_1 & 0 & D_{11} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & B_2 \\ I & 0 \\ 0 & D_{12} \end{bmatrix} K \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ C_2 & 0 & D_{21} \end{bmatrix} \tag{5}$$

와 같이 쓸 수 있다. 따라서 시스템 (5)는 다음과 같은 시스템 행렬을 가지는

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{B}_1 = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \tilde{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 & B_2 \\ I & 0 \end{bmatrix} \\ \tilde{C}_1 &= \begin{bmatrix} C_1 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{D}_{11} = D_{11}, \tilde{D}_{12} = \begin{bmatrix} 0 & D_{12} \end{bmatrix}, \\ \tilde{C}_2 &= \begin{bmatrix} 0 & I \\ C_2 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{D}_{21} = \begin{bmatrix} 0 \\ D_{21} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{6}$$

플랜트를 정적출력 이득 K 로 제어한다고 할 때의 페루프 시스템임을 알 수 있다.

잘 알려진 바와 같이 (6)과 같은 시스템 행렬을 가지는 시스템의 H_∞ 놈 $\|T_{21}\|_\infty$ 를 최소화하는 정적출력 제어기를 설계하는 문제는 다음과 같은 LMI를 만족하는 양한정 행렬 P, Q 와 양의 실수 γ 를 구하는 문제로 표현된다[12].

$$\begin{aligned} \min_{P, Q} \quad & \gamma \quad \text{subject to} \\ \begin{bmatrix} \tilde{C}_2^T & P\tilde{A} + \tilde{A}^T P & P\tilde{B}_1 & \tilde{C}_1^T & \tilde{C}_2^T & \gamma I \\ \tilde{D}_{21}^T & \tilde{B}_1^T P & -\gamma I & \tilde{D}_{11}^T & \tilde{D}_{21}^T & 0 \\ 0 & \tilde{C}_1 & \tilde{D}_{11} & -\gamma I & 0 & 0 \end{bmatrix} & < 0 \\ \begin{bmatrix} \tilde{B}_2^T & \tilde{A}Q + Q\tilde{A}^T & Q\tilde{C}_1^T & \tilde{B}_1 & \tilde{B}_2 & \gamma I \\ \tilde{D}_{12} & \tilde{C}_1 Q & -\gamma I & \tilde{D}_{11} & \tilde{D}_{12} & 0 \\ 0 & \tilde{B}_1^T & \tilde{D}_{11}^T & -\gamma I & 0 & 0 \end{bmatrix} & < 0 \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} P & I \\ I & Q \end{bmatrix} & \geq 0 \\ \text{rank} \begin{bmatrix} P & I \\ I & Q \end{bmatrix} & = n + n_c \end{aligned} \tag{8}$$

LMI (7)과 계수조건 (8)을 만족하는 P, Q 가 얻어지면 제어이득 K 는 수치적인 방법이나 해석적인 방법으로 쉽게 구할 수 있다.

여기서 마지막 (8)의 비선형 대수 방정식이 이 문제를 비볼록으로 만드는 계수조건이며 본 논문에서는 이와 같은 형태의 선형행렬부등식 문제를 풀기 위해서 페널티 함수법을 적용한다.

III. 페널티 함수를 이용한 비볼록 LMI 문제의 해법

여기서는 이해를 돕기 위해서 페널티 함수법을 개념적으로 서술하고자 하며 자세한 사항은 문헌 [11]을 참조하기 바란다.

먼저 계수 조건이 있는 일반적인 LMI 최적화 문제는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ \text{subject to} \quad & X(x) \geq 0, L(x) > 0 \\ & \text{rank}(X(x)) \leq r \end{aligned} \tag{9}$$

여기서 x 는 구하고자 하는 변수(decision vector)이고 $X(x), L(x)$ 는 x 에 관한 아핀(affine) 함수이다. 또한 r 은 X 의 전계수(full rank)보다 작다고 가정한다.

페널티 함수법은 $n \times n$ 양반한정 행렬의 $n - r$ 개의 고유치의 합을 페널티 함수로 정의하여 페널티 함수가 영이 되면 그 행렬의 계수는 r 이하가 된다는 것이 핵심이다. 이것은 다음의 보조정리로 알 수 있다.

보조정리 1[13] : 어떤 행렬 $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $X \geq 0$ 에 대해서 다음은 등가이다.

- (i) X 의 계수는 $\text{rank}(X) \leq r$ 이다.
- (ii) 다음을 만족하는 행렬 $V \in \mathbb{R}^{n \times (n-r)}$, $V^T V = I_{n-r}$ 가 존재한다.

$$\text{tr}(V^T X V) = 0 \tag{10}$$

이제 문제 (9)에서 페널티 함수를 고려한 목적함수를 다음과 같이 정의한다.

$$\varphi(x; \rho, \mu, V) = \rho c^T x + \text{tr}(X) + \mu p(x; V) \tag{11}$$

여기서 μ 는 페널티 변수이고 페널티 함수 $p(x; V)$ 는

$$p(x; V) = \text{tr}(V^T X V) \tag{12}$$

이며 ρ 는 최적화를 위한 하중값이다. 또한 $\text{tr}(X)$ 는 다른 고유치에 대한 상대적인 하중을 주기 위해서 추가되었다. 만약 X 의 고유치가 $\lambda_1 \leq \dots \leq \lambda_n$ 이라고 하면 (11)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\varphi(x; \rho, \mu, V) = \rho c^T x + \sum_{i=1}^r \lambda_i + \mu \sum_{i=1}^{n-r} \lambda_i \tag{13}$$

목적함수 (11)의 의미는 (13)으로 보면 분명해진다. 즉, X 의 작은 순서로 $(n - r)$ 개의 고유치를 최소화시키는 함수를 페널티 함수로 선택한 것이다.

(11)에서 페널티 변수를 변화시키면서 $p(x; V) = 0$ 이 되는 x 를 구하면 주어진 계수조건을 만족하는 해가 얻어지고 계속해서 하중값 ρ 를 변화시키면 지역적으로 최적인 해를 얻을 수 있다. 따라서 계수조건이 있는 문제 (9)는 다음과 같이 계수조건이 없고 페널티 함수가 포함된 목적함수의 최적화 문제로 바뀌게 된다.

$$\begin{aligned} \min \quad & \varphi(x; \rho, \mu, V) \\ \text{subject to} \quad & x \in \Omega \end{aligned} \tag{14}$$

여기서 $\Omega = \{x : X(x) \geq 0, L(x) > 0\}$ 이다.

이제 최적화 문제 (14)를 다음과 같이 순차적으로 풀면 원하는 해를 얻게 된다.

$$x_k = \arg \min \{\varphi(x; \rho_{k-1}, \mu_{k-1}, V_{k-1}) : x \in \Omega\} \quad (15)$$

여기서 V_k 는 x_k 로부터 고유치 분해를 이용하면 계산할 수 있다. 이때 최적화 문제의 수렴 특성은 문헌 [11]을 참조하기 바람직하며 주요한 특징은 다음과 같다.

- 고정된 ρ 와 μ 에 대해서 (15)의 목적함수 $\varphi(x_k; \rho, \mu, V_{k-1})$ 는 반드시 수렴하며 따라서 $\{x_k\}$ 도 수렴하게 된다.

- (15)에서 μ 를 증가시키면 X 의 $(n-r)$ 개의 고유치 합은 작아지고 r 개의 고유치 합과 $\rho c^T x$ 은 커지게 된다. 이는 (13)에서 쉽게 확인된다.

이제 페널티 함수를 이용하여 비볼록 LMI 최적화 문제의 해를 구하는 알고리즘을 서술하면 다음과 같다.

알고리즘 1 : 페널티 함수를 이용한 비볼록 LMI 문제의 해법 (Penalty Function Method : PFM)

[단계 1] 초기화. 페널티 변수 $\mu = 0, \rho_0 \gg 1$ 으로 놓고 다음의 LMI 최적화 문제의 해를 구한 후

$$x_0 = \arg \min \{\rho_0 c^T x + \text{tr}(X) : x \in \Omega\}$$

$$x_k \leftarrow x_0, \mu_k \leftarrow \mu_0, \rho_k \leftarrow \rho_0, \alpha \in (0, 1), \tau > 1, \xi > 1,$$

$$\epsilon_1 \ll 1, \epsilon_2 \ll 1, \beta \ll 1$$

로 놓는다.

[단계 2] 행렬 V 계산. $X(x_k)$ 로부터 고유치 분해를 이용하여 V_k 행렬을 구한다.

[단계 3] 볼록 최적화 수행. 다음 LMI 최적화 문제를 풀어 x_{k+1} 을 구한다.

$$x_{k+1} = \arg \min \{\rho_k c^T x + \text{tr}(X) + \mu_k p(x; V_k) : x \in \Omega\}$$

[단계 4] 가능해 여부 시험 (feasibility test). 만약 $p(x_{k+1}; V_k) < \epsilon$ 이면 주어진 계수조건을 만족하는 가능해를 얻은 것으로 한다. 그렇지 않으면 단계 6으로 간다.

[단계 5] 최적해 여부 시험(optimality test). 만약 x_{k+1} 이 가능해이고 $|c^T x_{k+1} - c^T x_k| < \epsilon_2$ 이면 지역적인 최적해를 얻은 것으로 보고 프로그램을 종료한다. 그렇지 않으면 단계 7로 간다.

[단계 6] 페널티 변수 갱신. 만약 x_{k+1} 이 가능해가 아니고 $p(x_{k+1}; V_k) > \alpha p(x_k; V_{k-1})$ 이면 페널티 변수를 $\mu_{k+1} = \tau \mu_k$ 로 증가시킨다. 단계 8로 간다.

[단계 7] 최적화 하중변수 갱신. 만약 x_{k+1} 이 가능해이고 $|c^T x_{k+1} - c^T x_k| < \beta$ 이면 최적화 하중변수 ρ 를 $\rho_{k+1} = \xi \rho_k$ 로 증가시킨다.

[단계 8] 다음 스텝 수행. $k = k + 1$ 로 놓고 단계 2로 간다.

PFM 알고리즘은 고유치 분해 부분을 제외하면 CCL 법과 거의 비슷하다. 하지만 조정 변수인 페널티 변수에 의해서 CCL 법보다 좋은 성능을 가지게 된다.

IV. 시뮬레이션

본 논문에서 제안하고 있는 알고리즘을 시험하기 위해서 MATLAB LMI Toolbox를 이용하여 시뮬레이션을 수행하였다.

예제 1 : 다음은 VTOL 헬기의 종운동(longitudinal motion) 모델이고 이 모델에서 정적출력 H_∞ 제어를 설계하였다.

$$A = \begin{bmatrix} -0.0366 & 0.0271 & 0.0188 & -0.4555 \\ 0.0482 & -1.0100 & 0.0024 & -4.0208 \\ 0.1002 & 0.3681 & -0.7070 & 1.4200 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0.0468 & 0 & 0.4422 & 0.1761 \\ 0.0457 & 0.0099 & 3.5446 & -7.5922 \\ 0.0437 & 0.0011 & -5.4200 & 4.4900 \\ -0.0218 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1.4142 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.7071 & 0 & 0 \end{bmatrix}, D_{12} = \begin{bmatrix} 0.7071 & 0 \\ 0 & 0.7071 \end{bmatrix}$$

$$C_2 = 0 \ 1 \ 0 \ 0, D_{11} = D_{21} = 0$$

페널티 함수법을 위한 계산변수는 다음과 같이 선정하였다.

$$\mu_0 = 10^4, \alpha = 0.98, \tau = 1.5, \rho = 10^5, \xi = 1.01$$

다른 많은 계산변수에 대해서도 시험했지만 수렴속도만 차이가 있었고 대부분 비슷한 결과를 얻었다. 하지만 계산변수와 수렴시간의 관계는 좀 더 연구가 필요할 것으로 생각된다. 이때 반복횟수 50번에 $\|T_{\infty}\|_2 = 0.1543$ 을 얻었으며 계산된 제어기는 다음과 같다.

$$K_{\infty} = \begin{bmatrix} 10.8380 & & & \\ & 182.4097 & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix}$$

그림 1은 예제 1 시스템에 대한 PFM의 계산 특성을 나타내고 있다. 반복횟수 10번 근처에서 가능해를 찾았으며 그때부터 최적 하중을 조정하여 지역적으로 최적인 H_∞ 값을 얻을 수 있었다. 또한 그림 1에서 페널티 함수 그래프를 보면 $PQ = I$ 인 해를 찾을 때까지 페널티 함수값은 항상 감소하는 것을 알 수 있다.

예제 2 : 이번 예는 [14]에서 사용한 예로 시스템 행렬은 [14]를 참조하기 바란다. [14]에서 얻은 H_∞ 값은 1.183 이었으며 PFM으로는 이 보다 작은 1.143의 H_∞ 값을 얻을 수 있었다. 계산된 제어기는 다음과 같으며

$$K_{\infty} = \begin{bmatrix} 0.0965 & -3.7340 \\ -0.4641 & 5.5365 \end{bmatrix}$$

PFM의 계산특성은 그림 2에 나타났다. 또한 계산에 사용된 변수는 다음과 같았다.

$$\mu_0 = 400, \alpha = 0.98, \tau = 1.5, \rho = 1500, \xi = 1.03$$

예제 3 : 이번 예는 [9,15]에서 사용한 예이다. 시스템 행렬은 지면관계상 생략한다. 이 경우 1차 H_∞ 제어를 설계하였으며 참고문헌의 설계 결과와 비교하여 표 1에 나타났다. 표에서 알 수 있는 바와 같이 PFM으로 가장 좋은 결과를 얻었으며 계산에 사용된 변수는 다음과 같았다.

$$\mu_0 = 1200, \alpha = 0.98, \tau = 1.2, \rho = 10^5, \xi = 1.01$$

최종적으로 계산된 제어기는 다음과 같으며 그림 3 은 이때 PFM의 계산 특성을 나타내고 있다.

$$A_c = -0.8462, B_c = -0.0262 - 0.5451$$

$$C_c = \begin{matrix} 3.5013 & 0.7336 & 0.0874 \\ 19.8012 & 0.1874 & -1.1911 \end{matrix}$$

그림 3에서 맨 위의 페널티 함수 대신 Frobenius 놈 $\|PQ-I\|_F$ 를 표시하고 있다.

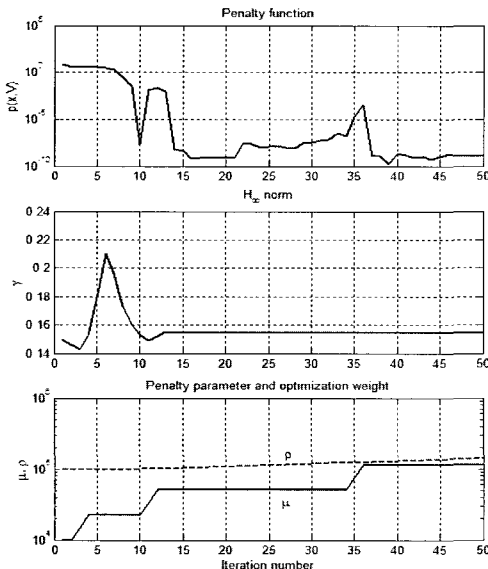


그림 2. 예제 1 시스템에 대한 PFM의 계산 특성.
Fig. 2. Computational behavior of the PFM for example 1.

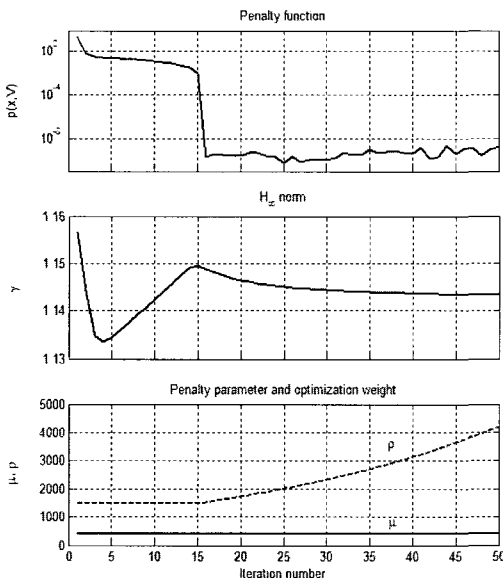


그림 3. 예제 2 시스템에 대한 PFM의 계산 특성.
Fig. 3. Computational behavior of the PFM for example 2.

표 1. 예제 3 시스템에 대한 계산 결과 비교.
Table 1. Comparison of the computation results for example 3.

	PFM	Apkarian[13]	Calafiore[14]
γ	1.723	1.821	4.8937

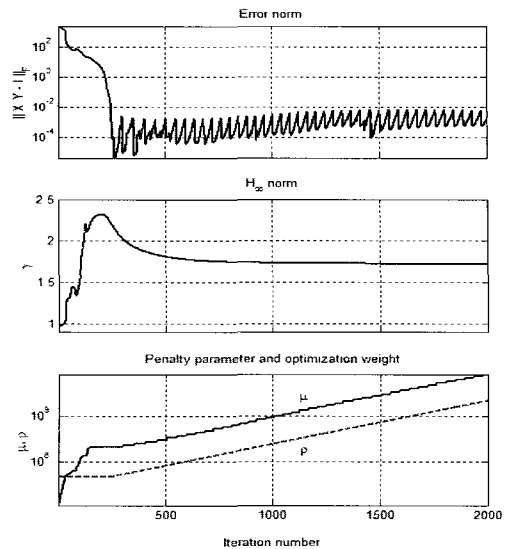


그림 4. 예제 3 시스템에 대한 PFM의 계산 특성.
Fig. 4. Computational behavior of the PFM for example 3.

이상의 결과에서 볼 때 본 논문에서 제안하고 있는 페널티 함수법이 구현이 쉬우면서도 우수한 계산 성능을 가지고 있다는 사실을 확인할 수 있었다.

V. 결론

본 논문에서는 저차원 H_∞ 제어를 설계하는 방법에 대해서 연구하였다. 이를 위해 저차원 H_∞ 제어를 계수조건이 있는 LMI 최적화 문제로 변환하고 변환된 비블록 LMI 최적화 문제를 페널티 함수를 이용하여 반복적으로 푸는 알고리즘을 제안하였다. 페널티 변수를 증가시키면서 순차적인 LMI 문제의 해를 구하면 그 해는 항상 계수조건을 만족시키려는 방향으로 구해진다는 것을 알 수 있었다. 제시된 방법으로 시뮬레이션을 수행할 결과 충분히 효율성이 입증되었으며 계수조건이 있는 LMI 문제로 표현되는 강인제어 및 다목적 제어 등에도 활용될 수 있는 가능성을 보였다.

참고문헌

- [1] K. C. Goh, M. G. Safonov and G. P. Papavassilopoulos, "A global optimization approach for the BMI problem", *In Proc. IEEE Conf. on Decision and Control*, pp. 2009-2114, 1994.
- [2] J. C. Geromel, C. C. de Souza and R. E. Skelton, "LMI numerical solution for output feedback stabilization", *In Proc. of the American Control Conference*, pp. 40-44, 1994.
- [3] T. Iwasaki and R. E. Skelton, "The XY-centering algorithm for the dual LMI problem : a new approach to fixed order control design", *International Journal of Control*, vol. 62, no. 6, pp. 1257-1272, 1995.
- [4] K. M. Grigoriadis and R. E. Skelton, "Low order control design for LMI problems using alternating projection

methods", *Automatica*, vol. 32, no. 8, pp. 1117-1125, 1996.

[5] T. Iwasaki, "The dual iteration for fixed order control", *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 44, no. 4, pp. 783-788, 1999.

[6] L. El Ghaoui, F. Oustry and M. Rami, "A cone complementarity linearization algorithm for static output feedback and related problems", *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 42, no. 8, 1171-1176, 1997.

[7] M. C. de Oliveira and J. C. Geromel, "Numerical comparison of output feedback design methods", *In Proc. of the American Control Conference*, pp. 72-76, 1997.

[8] M. Fazel H. Hindi and S. Boyd, "Log-det heuristic for matrix rank minimization with application to hankel and Euclidean distance matrices", *In Proc. of the American Control Conference*, pp. 2156-2162, 2003.

[9] P. Apkarian, D. Noll and H. D. Tuan, "Fixed-order H_{∞} control design via a partially augmented lagrangian method", *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 13, pp. 1137-1148, 2003.

[10] D. Noll, M. Torki and P. Apkarian, "Partially augmented lagrangian method for matrix inequalities constraints", Preprint, Available from <http://www-ext.cert.fr/dcsd/cdin/apkarian>.

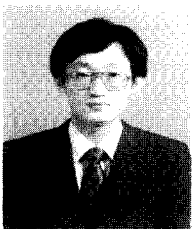
[11] 김석주, 이종무, 권순만, 문영현, "고정 구조를 가지는 H_{∞} 전력계통 안정화 장치 설계", *전기학회논문지*, 53 권 12호, pp. 655-660, 2004.

[12] P. Gahinet and P. Apkarian, "A linear matrix inequality approach to H_{∞} control", *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 4, pp. 421-448, 1994.

[13] R. A. Horn and C. R. Johnson, "Matrix analysis", Cambridge University Press, 1986.

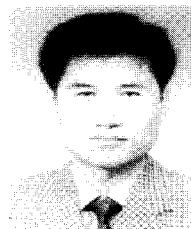
[14] A. Fujimori, "Optimization of static output feedback using substitutive LMI formulation", *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol 49, no. 6, pp. 995-999, 2004.

[15] G. Calafiore, F. Dabbene and R. Tempo, "Randomized algorithms for reduced order H_{∞} controller design", *In Proc. of the American Control Conference*, pp. 3837-3839, 2000.



김 석 주

1984년 연세대학교 전기공학과 졸업(학사). 1986년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1987년~현재 한국전기연구원 계측제어그룹. 관심분야는 강인제어, 실시간 제어.



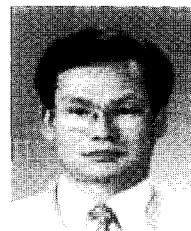
김 춘 경

1985년 연세대학교 전기공학과 졸업(학사). 1987년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1989년~현재 한국전기연구원 계측제어그룹. 관심분야는 강인제어, 실시간 제어기 구현.



김 국 현

1979년 서울대학교 전기공학과 졸업(학사). 1983년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1987년 동 대학원 전기공학과 졸업(박사). 1989년~현재 한국전기연구원(그룹장). 2001년 4월~현재 원전계측제어시스템개발사업단(단장). 관심분야는 적응제어 및 강인제어.



문 영 현

1975년 서울대학교 전기공학과 졸업(학사). 1978년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1983년 오레곤 주립대 대학원 졸업(공학박). 현재 연세대학교 전기전자공학부 교수. 관심분야는 전력계통해석 및 제어.

심분야는 적응제어 및 강인제어.