

論文

받음각이 있는 타원형 실린더 주위의 비정상 유동해석: 항력 및 양력 고찰

박영빈*, 김문상**, 김학봉**

Unsteady Flow Analysis around an Elliptic Cylinder at Various angles of Attack: Drag and Lift Forces

Young-Bin Park*, Moon-Sang Kim** and Hark-Bong Kim**

ABSTRACT

A parametric study has been accomplished to figure out the effects of the elliptic cylinder thickness, angle of attack, and Reynolds number on the lift and drag forces exerted on the elliptic cylinder. A two-dimensional incompressible Navier-Stokes flow solver is developed using SIMPLER method to analyze the unsteady viscous flow over elliptic cylinder. Thickness-to-chord ratios of 0.2, 0.4, and 0.6 elliptic cylinders are simulated at different Reynolds numbers of 400 and 600, and angles of attack of 10°, 20°, and 30°. Through this study, it is observed that the elliptic cylinder thickness, angle of attack, and Reynolds number affect significantly not only the time-mean values and the amplitudes of the drag and lift forces but also the frequencies of the force oscillations.

초 록

타원형 실린더의 두께와 받음각 및 레이놀즈수가 실린더에 작용하는 항력과 양력에 어떤 영향을 미치는가를 고찰하기 위해서 수치적 연구를 수행하였다. 타원형 실린더 주위를 흐르는 비정상 점성 유동을 해석하기 위하여 SIMPLER 기법을 이용한 2차원 비압축성 Navier-Stokes 유동 해석 프로그램을 개발하였으며, 두께-시위길이 비가 0.2, 0.4, 0.6인 타원형 실린더 형상에 대해서 레이놀즈수가 400, 600인 조건, 그리고 받음각이 10도, 20도, 30도인 조건하에서 유동을 해석하였다. 본 연구를 통해서 실린더 두께 비와 받음각 및 레이놀즈수가 항력과 양력 계수의 시간 평균값 및 진폭의 크기, 그리고 진동 주기에 크게 영향을 미침을 확인할 수 있었다.

Key Words : unsteady flow(비정상 유동), SIMPLER method(SIMPLER 기법), elliptic cylinder(타원형 실린더), drag force(항력), lift force(양력), oscillation(진동)

1. 서 론

† 2005년 8월 10일 접수 ~ 2005년 10월 13일 심사완료

* 한국항공대학교 항공우주공학과 대학원

** 정희원, 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부
연락처, E-mail : mskim@hau.ac.kr
경기도 고양시 덕양구 화전동 200-1

와류 흘림(vortex shedding)에 대한 최초의 기록은 15세기경 Leonardo da Vinci의 스케치로 보고 있다. 20세기에 들어와서 와류 흘림 현상에 대한 연구는 1908년에 H. Benard에 의해 실린더

후류의 주기성이 실험적으로 연구되었고, 1912년에는 Von Kármán에 의해 와류 홀림 현상이 이론적으로 도출되었으며, 이 현상을 폰 카르만의 소용돌이라고 부르게 되었다[1].

일반적으로 유체가 무딘 물체 주위를 흐를 때 물체 후방에서 주기적으로 생성되는 와류는 하류로 떨어져 나가면서 물체에 일정한 크기의 진폭을 가지고 주기적으로 진동하는 항력과 양력을 발생 시키게 된다. 이렇게 발생된 힘은 반복적인 진동으로 물체의 구조적인 문제를 유발시킬 수 있고, 공력 소음 또는 공진 현상 등을 불러일으킴으로서 부정적인 문제를 낳게 된다[2]. 이러한 공학적 문제의 가장 유명한 예로 1940년 미국 워싱턴 주에서 붕괴된 타코마 다리(Tacoma Narrows Bridge)를 들 수 있다. 다리 붕괴의 사고 원인을 분석하기 위해서 참여한 Von Kármán은 다리의 붕괴 원인이 와류의 진동수와 다리의 고유 진동수간에 공진 현상이 발생했기 때문인 것으로 밝혀졌으며, 이후 와류 홀림 현상이 공학적인 측면에서 얼마나 중요한 현상인가를 부각시키게 되었고 이와 관련된 많은 연구가 현재까지도 활발하게 수행되고 있다.

과거의 연구는 주로 원형 실린더 주위의 유동을 대상으로 이루어졌지만, 근래에는 실제의 날개 형상에 가까운 타원형 형상의 실린더에 대한 연구가 활발히 이루어지고 있다. Ota[3]등은 단반경과 장반경 비율이 1:3인 타원형 실린더를 사용하여 레이놀즈수가 85,000에서 312,000인 범위에서 실린더 표면에서의 압력과 후류의 속도를 실험적으로 측정하였으며, Nair[4]등은 레이놀즈수가 10,000일 때 타원형 실린더 주위에서 발생하는 비대칭 유동 형상의 형성과정에 관한 연구를 수치적으로 수행하였다. 한편, 유동에 영향을 줄 수 있는 파라미터들에 대한 연구도 수행되었는데 Kim[5]등은 레이놀즈수가 200, 400, 1,000에서 받음각이 없을 때 두께의 변화에 따른 타원형 실린더 주위의 비정상 유동을 해석하여 항력 및 양력 변화에 대한 연구를 수행하였다. 이외에도 받음각 및 실린더 두께가 변할 때 형성되는 유동에 대한 연구도 수행되었는데, Patel[6]은 낮은 레이놀즈수인 100과 200에서 받음각이 0도, 30도, 45도, 90도일 때 서로 다른 두께를 갖는 두 종류의 실린더 주위의 비압축성 점성 유동을 vorticity-stream function 방정식을 사용하여 해석하였으며, Chou[7]등은 레이놀즈수가 1,000, 3,000, 9,500, 40,000인 큰 레이놀즈수 범위에서 실린더 두께비와 받음각을 변경시켜 가면서 실린더 주위의 비정상 유동을 vorticity-stream function 방정식을 사용하여 진

동하는 항력 및 양력을 계산하였고, Badr[8]은 series truncation method를 사용하여 받음각이 0도, 15도, 30도, 45도, 90도와 두께비가 0.5, 0.6, 레이놀즈수가 900부터 5,000범위에서 비정상 유동을 해석하였다.

본 연구의 목적은 타원형 실린더 주위를 비압축성 점성 유동이 흐를 때 실린더 후방의 위와 아래에서 일정한 주기를 갖고 교대로 발생하는 와류 때문에 형성되는 진동하는 항력과 양력이 실린더 두께와 받음각 및 레이놀즈수에 의해서 시간에 대한 진동하는 힘의 평균값과 진폭, 그리고 진동주기에 어떠한 영향을 받는가를 관찰하는데 있으며, 이를 위해서 실린더 시위길이(chord length)를 단위 길이로 할 때 실린더의 최대 두께가 0.2, 0.4, 0.6이 되는 타원형 실린더 형상에 대해서 레이놀즈수가 400과 600이고, 받음각이 10도, 20도, 30도인 조건을 파라미터로 선정하여 비압축성 이차원 Navier-Stokes 방정식을 SIMPLER 알고리즘을 이용하여 수치적으로 해석하였다.

II. 유동장 해석 프로그램의 개발

2.1 지배 방정식

이차원 비정상 비압축성 Navier-Stokes 방정식을 Fig. 1에서 보여준 것처럼 물체 표면을 따라서 ξ -방향, 물체 표면에 직교하는 쪽을 η -방향으로 정의한 2차원 직교 곡면 좌표계를 사용하여 표현하면 다음과 같다. 이때 β 는 격자점에서의 접선 기울기이며, $R(\xi)$ 는 곡률반경을 의미한다.

연속 방정식

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho v_\xi) + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 \rho v_\eta) = 0$$

이 때 ρ 는 유체의 밀도, t 는 시간, v_ξ 와 v_η 는 각각 ξ 및 η 방향의 속도 성분, h_1 은 축척 비를 나

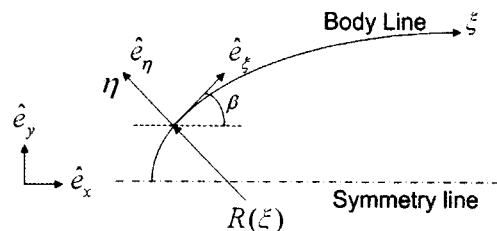


Fig. 1. Two-dimensional body-intrinsic coordinate system

타내며, 위 식의 첫 번째 항은 비압축성인 경우 소거된다.

ξ방향-운동량 방정식

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho v_\xi) + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\rho v_\xi v_\xi - \frac{1}{h_1} \mu \frac{\partial v_\xi}{\partial \xi} \right) \\ & + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(h_1 \rho v_\eta v_\xi - h_1 \mu \frac{\partial v_\xi}{\partial \eta} \right) \\ & = -\frac{1}{h_1} (\rho v_\xi v_\eta) \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{1}{h_1} \frac{\partial p}{\partial \xi} \\ & + \frac{\mu}{h_1} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{v_\eta}{h_1} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right) + \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial v_\eta}{\partial \xi} - \frac{v_\xi}{h_1} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right) \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right] \end{aligned}$$

η방향-운동량 방정식

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho v_\eta) + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\rho v_\xi v_\eta - \frac{1}{h_1} \mu \frac{\partial v_\eta}{\partial \xi} \right) \\ & + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(h_1 \rho v_\eta v_\eta - h_1 \mu \frac{\partial v_\eta}{\partial \eta} \right) \\ & = -\frac{1}{h_1} (\rho v_\xi v_\xi) \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{\partial p}{\partial \eta} \\ & + \frac{\mu}{h_1} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{v_\xi}{h_1} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right) + \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial v_\xi}{\partial \xi} - \frac{v_\eta}{h_1} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right) \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right] \end{aligned}$$

여기서 μ 는 유체의 점성계수, p 는 압력을 나타낸다.

2.2 계산 영역 및 경계 조건

Fig. 2에서 볼 수 있듯이 실린더 중심으로부터 실린더 시위 길이의 30배가 되도록 계산 영역을 설정하였으며, 계산을 위해서 사용된 타원형 실린더 형상은 시위길이를 단위 길이로 고정시킨

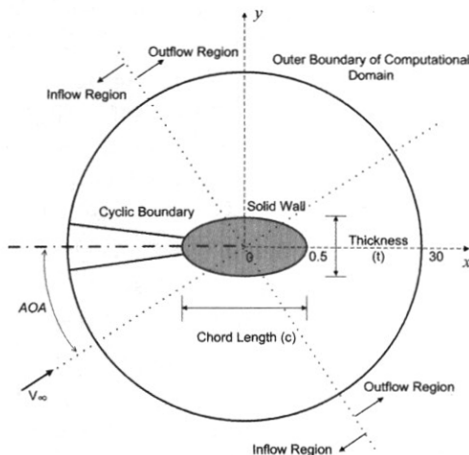


Fig. 2. Computational domain

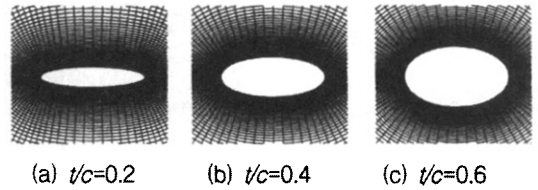


Fig. 3. Grid shape near the wall

후 두께비의 변화를 위해서 최대 두께의 값만 변화시켰다. 실린더 표면에서 사용된 경계조건은 점착 조건이고, 유입 조건은 자유 흐름 조건을, 유출 조건은 외삽법을 각각 사용하였으며, 비정상 유동현상을 관찰하기 위해서, 순환 경계 조건(cyclic boundary condition)을 사용하였다.

계산에 사용된 격자는 148x151크기의 O-mesh 형상으로 대수적인 방법을 사용하여 생성하였다. Fig. 3은 세 종류의 두께에 대한 실린더 표면 근처에서의 격자 형상들을 나타낸 그림들이다.

III. 수치해석 결과

3.1 해석 프로그램의 검증

본 연구에 앞서 선행 연구로서 받음각(AOA)이 0°인 타원형 실린더 주위의 유동에 대한 수치 연구[5]가 수행되었으며, 본 연구에서 사용했던 유동 해석 프로그램에 대한 검증자료가 참고문헌 [5]에 자세하게 언급되어 있다.

3.2 항력계수와 양력계수의 고찰

본 연구의 목적은 레이놀즈수나 받음각의 변화와 같이 유동 조건이 변하거나 타원형 실린더의 두께 변화와 같이 물체의 기하학적 조건이 변할 때 물체에 작용하는 양력과 항력이 어떤 영향을 받게 되는가를 수치적으로 고찰하는데 있다. 따라서 이들 변수들이 변할 때 계산되는 수치해석 결과를 종합, 분석하는데 초점을 두었으며, 유동 현상에 대한 원인 분석이나 현상 규명에 대한 연구는 본 연구 결과에서 제외시키기로 하였다.

Fig. 4는 $Re=600$ 인 경우, 두께비가 $t/c=0.6$, 받음각이 10°인 타원형 실린더 후방에서 형성된 와류가 실린더의 아랫부분과 윗부분에서 교대로 형성되어 하류로 떨어져 흘러 나가는 것을 보여주는 그림이다. 와류가 실린더 후방 아랫부분에서 떨어져 나갈 때(Fig. 5 (a)) 실린더에는 최대 항력계수가 발생하며 양력계수는 최대값에 근접하게 된다. 실제 시간을 자유흐름(V_∞)이 실린더를 통과하는데 걸리는

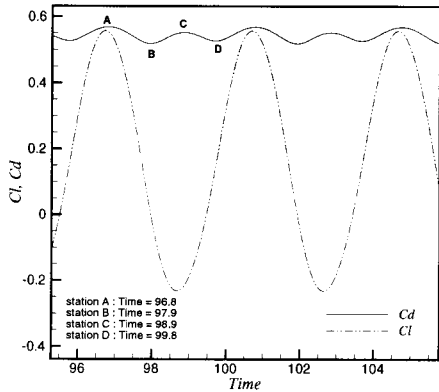


Fig. 4. A close-up look at a bottom shed to top shed cycle ($t/c=0.6$, $Re=600$, $AOA=10deg$)

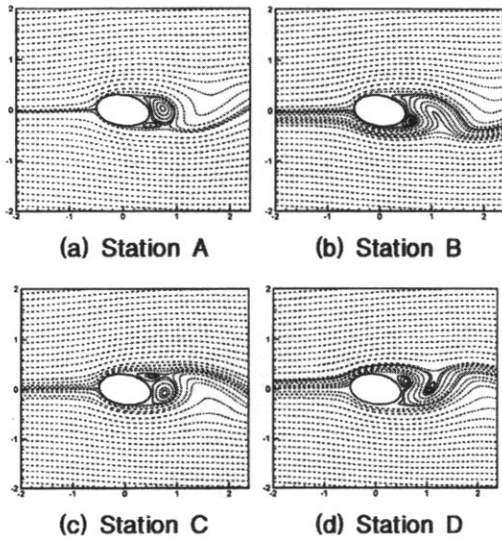


Fig. 5. Streamline patterns from station A to D

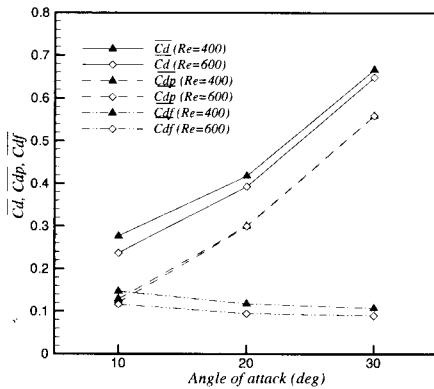


Fig. 6. \overline{Cd} , \overline{Cdp} , and \overline{Cdf} at different angles of attack and Reynolds numbers ($t/c=0.2$)

시간으로 나눈 값을 무차원 시간(T)으로 정의할 때 $\Delta T=1.1$ 의 무차원 시간이 경과하게 되면 실린더에는 최소 항력이 발생하게 되고(Fig. 5 (b)) 다시 $\Delta T=1.0$ 의 무차원 시간이 경과하게 되면, 즉 항력진동 주기로 한 주기가 지나는 시점이 되면 실린더 후방의 윗부분에서 형성된 와류가 하류로 떨어져 나가면서(Fig. 5 (c)) 다시 최대 항력계수가 발생하게 된다. 그러나 이때 양력계수는 Fig. 5 (a)의 경우와는 달리 최소 양력계수(혹은 음의 최대 양력계수)가 발생하게 된다. 이후 $\Delta T=0.9$ 의 무차원 시간이 또 경과하게 되면(Fig. 5 (d)) 실린더에 최소 항력계수가 다시 발생하게 된다. 시간의 경과와 함께 이러한 현상이 계속 주기적으로 발생하면서 Fig. 4와 같이 일정한 주기의 진동 패턴을 갖는 양력과 항력을 유발시키게 된다.

물체 주위를 흐르는 유체로부터 물체가 받게 되는 항력과 양력은 표면 압력에 의한 성분과 마찰력에 의한 성분으로 각각 나누어 생각할 수 있으며, 아래 식에서 첨자 p 와 f 는 각각 표면 압력과 마찰력에 기인한 요소임을 의미한다.

$$C_d = C_{dp} + C_{df}, \quad C_l = C_{lp} + C_{lf}$$

Fig. 6에서 Fig. 9는 서로 다른 레이놀즈수에서 받음각과 실린더의 두께가 변할 때 시간에 대한 항력 계수의 평균값인 \overline{Cd} , \overline{Cdp} , \overline{Cdf} 를 비교한 그림들이다. 전체 항력 계수인 \overline{Cd} 는 받음각이 증가하거나 실린더의 두께가 두꺼워짐에 따라 증가하지만 레이놀즈수가 증가하면 그 값이 감소함을 알 수 있다. \overline{Cdp} 의 경우는 받음각이 증가하거나 실린더의 두께가 두꺼워짐에 따라 증가하지만 레이놀즈수의 변화에 대해서는 값의 변화가 거의 없음을 알 수 있다. \overline{Cdf} 의 경우를 자세히 살펴보기 위해서 Fig. 9에 받음각, 실린더 두께, 레이놀즈수의 변화에 따른 \overline{Cdf} 의 값들을 비교하였다. \overline{Cdf} 는 받음각이 증가하거나 레이놀즈수가 증가할수록 작아지고 실린더 두께가 두꺼워질수록 실린더 표면적의 증가로 값이 증가하였다.

Fig. 10에서 Fig. 12는 받음각, 실린더의 두께, 레이놀즈수의 변화에 따른 시간에 대한 양력 계수의 평균값인 \overline{Cl} , \overline{Clp} , \overline{Clf} 들을 그려놓은 그림들이다. \overline{Cl} 은 받음각이 증가할수록 커지는 반면에 실린더의 두께가 증가할수록 작아짐을 알 수 있다. 그리고 레이놀즈수의 변화에 따른 \overline{Cl} 의 변화는 거의 없는 것으로 나타났다. 한편, \overline{Clf} 는 받음각이나 실린더의 두께, 그리고 레이놀즈수의 변화에 거의 영향을 받지 않고 크기 또한 영에 가까운 값을 보여주고 있으므로 전체적인 양력계

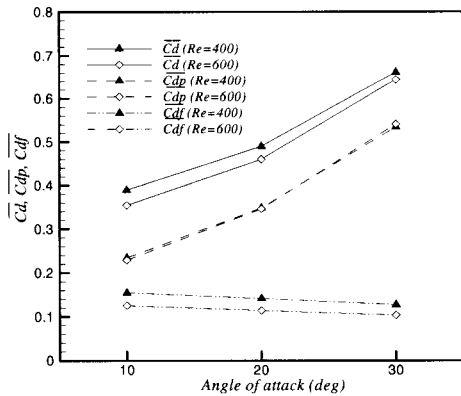


Fig. 7. $\overline{C_d}$, $\overline{C_{dp}}$, and $\overline{C_{df}}$ at different angles of attack and Reynolds numbers ($t/c=0.4$)

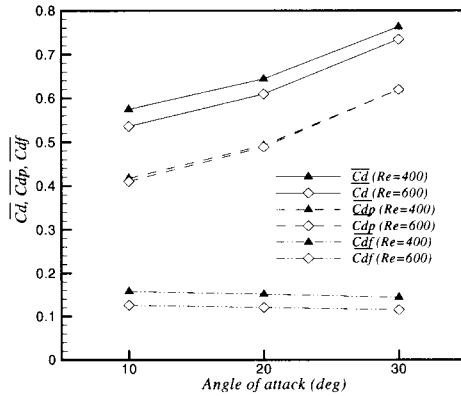


Fig. 8. $\overline{C_d}$, $\overline{C_{dp}}$, and $\overline{C_{df}}$ at different angles of attack and Reynolds numbers ($t/c=0.6$)

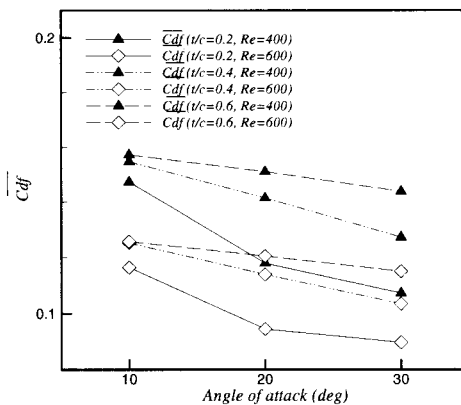


Fig. 9. $\overline{C_{df}}$ at different angles of attack, cylinder thickness, and Reynolds numbers

수 $\overline{C_A}$ 은 압력에 기인된 양력 계수인 $\overline{C_{Ap}}$ 에 전적으로 의존함을 알 수 있다.

Fig. 13에서 Fig. 18은 받음각과 실린더 두께, 레이놀즈수의 변화에 따른 진동하는 항력 계수와 양력 계수의 진폭인 ΔC_d 와 ΔC_l 값의 변화를 나타낸 것이다. 이 때 진폭의 크기는 아래와 같이 각각 정의 되었다.

$$\Delta C_d = \frac{(C_d)_{\max} - (C_d)_{\min}}{2}$$

$$\Delta C_l = \frac{(C_l)_{\max} - (C_l)_{\min}}{2}$$

여기서 max와 min은 한 주기 안에서 항력 또는 양력의 최대 및 최소값을 나타낸다.

Fig. 13과 16에서 ΔC_d 와 ΔC_l 은 모두 받음각이 커질수록 증가함을 알 수 있다. 이때 주목할 점은 Fig. 13에서 보여 주듯이 실린더의 두께가 얇을수록 받음각의 변화에 따른 항력 진폭의 크기가 더 민감하게 변한다는 것이다. 실린더의 두께 변화에 대한 ΔC_d 의 변화는 Fig. 14에서 보여 주듯이 받음각의 크기에 따라서 증가하거나 혹은 감소하는 등 받음각의 크기에 따라서 경향이 달라지지만, ΔC_l 의 경우는 Fig. 17처럼 모든 범위의 받음각에 대해서 받음각이 커지면 증가하는 경향을 보여주고 있다. Fig. 15와 Fig. 18은 레이놀즈수에 따른 항력 및 양력의 진폭 변화를 보여주는데 두 경우 모두 레이놀즈수가 증가함에 따라서 증가함을 알 수 있다.

Fig. 19에서 Fig. 21은 주기적인 와류 발생으로 인해서 진동하는 양력 계수의 진동 정도를 나타내는 Strouhal 수와 실린더의 두께, 레이놀즈수, 받음각과의 관계를 나타낸 것이다. 양력계수의 진동수(f)와 실린더의 시위길이(c), 자유흐름의 속도(V_∞)를 변수로 하는 무차원 수인 Strouhal 수는 다음과 같이 정의된다.

$$St = \frac{f \times c}{V_\infty}$$

Fig. 19에서 볼 수 있듯이 일반적으로 받음각이 커질수록 와류의 발생 주기가 길어져서 Strouhal 수가 작아지고, Fig. 20에서와 같이 실린더 두께가 증가하면 두께 비가 0.4이고 받음각이 30도인 경우를 제외하고는 전반적으로 Strouhal 수가 커짐을 알 수 있다. 끝으로 레이놀즈수에 따른 변화는 레이놀즈수가 커질수록 일반적으로 Strouhal 수가 커짐을 Fig. 21에서 알 수 있다.

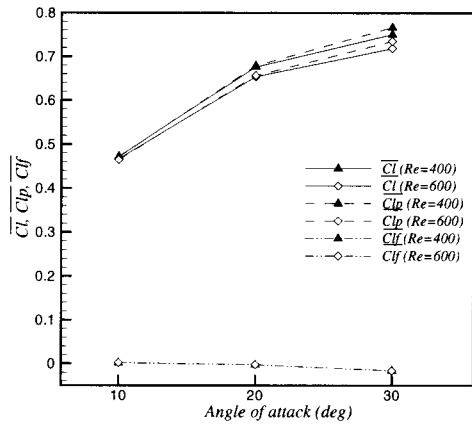


Fig. 10. $\overline{C_l}$, $\overline{C_p}$, and $\overline{C_d}$ at different angles of attack and Reynolds numbers ($t/c=0.2$)

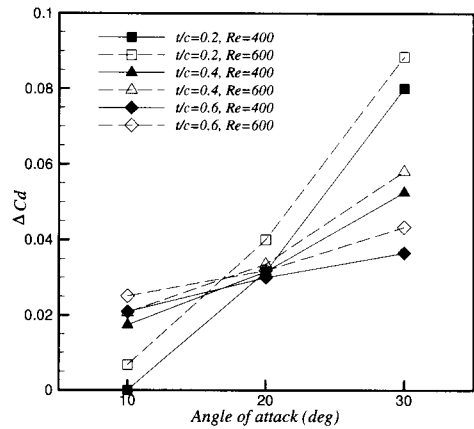


Fig. 13. Amplitude of C_d at different angles of attack

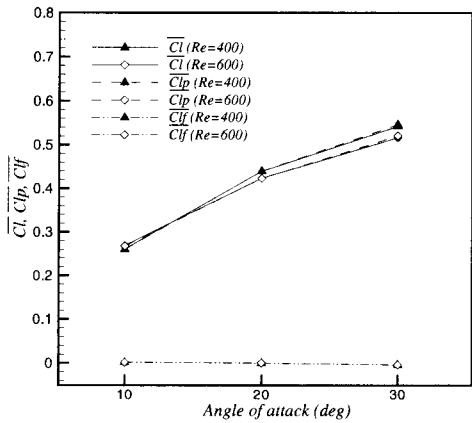


Fig. 11. $\overline{C_l}$, $\overline{C_p}$, and $\overline{C_d}$ at different angles of attack and Reynolds numbers ($t/c=0.4$)

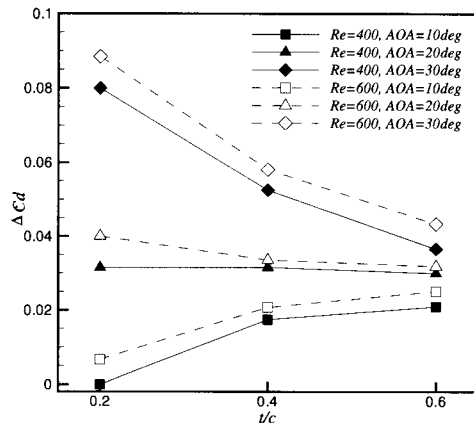


Fig. 14. Amplitude of C_d at different cylinder thickness

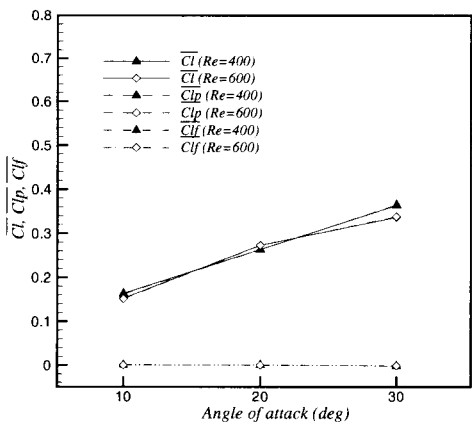


Fig. 12. $\overline{C_l}$, $\overline{C_p}$, and $\overline{C_d}$ at different angles of attack and Reynolds numbers ($t/c=0.6$)

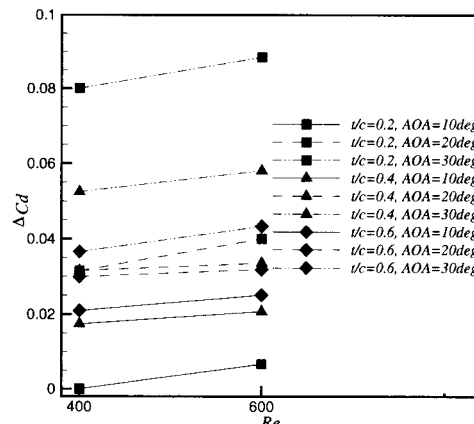


Fig. 15. Amplitude of C_d at different Reynolds numbers

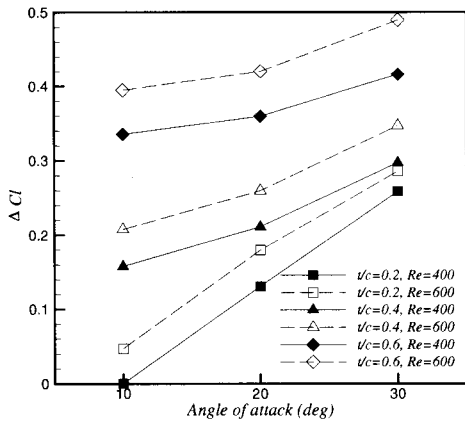


Fig. 16. Amplitude of C_l at different angles of attack

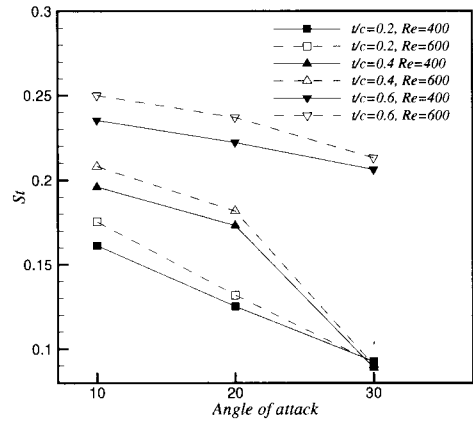


Fig. 19. Strouhal numbers at different angles of attack

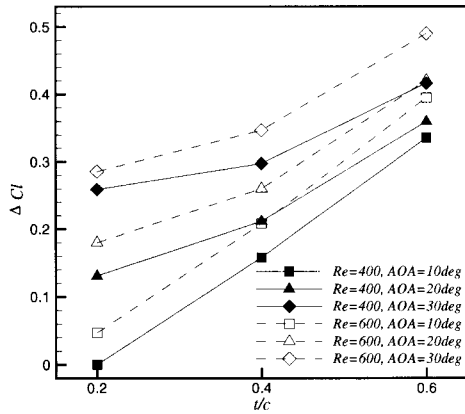


Fig. 17. Amplitude of C_l at different cylinder thickness

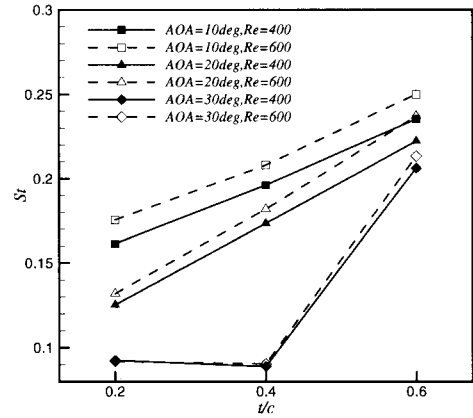


Fig. 20. Strouhal numbers at different cylinder thickness

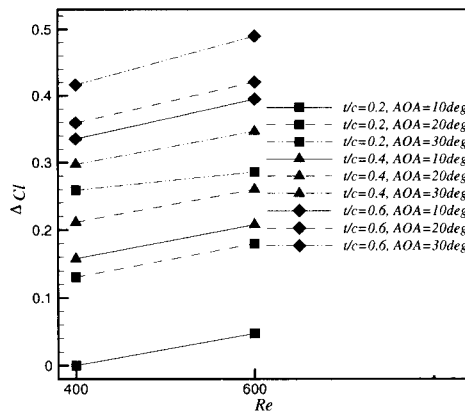


Fig. 18. Amplitude of C_l at different Reynolds numbers

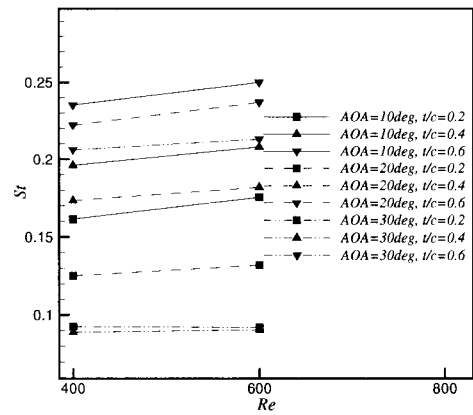


Fig. 21. Strouhal numbers at different Reynolds numbers

IV. 결 론

유동조건과 관계있는 받음각 및 레이놀즈수, 그리고 물체의 기하학적 조건과 관계가 있는 실린더 두께를 변화시켰을 때 이들 변수들이 실린더에 작용하는 항력(C_d) 및 양력(C_l)에 어떤 영향을 주는가를 수치적으로 해석한 결과 아래와 같은 결론을 도출할 수 있었다.

1. 받음각이 증가하면 전체 항력계수($\overline{C_d}$)와 표면 압력에 의한 항력계수($\overline{C_{dp}}$)가 동일한 받음각 증가량에 대해서 증가율이 더 크게 증가하는 반면에, 전체 양력계수($\overline{C_l}$)와 표면 압력에 의한 양력계수($\overline{C_{lp}}$)는 다소 둔화되는 양상으로 증가하였다. 또한 마찰력에 기인한 항력계수($\overline{C_{df}}$)는 감소하는 경향을 보여주었지만 마찰력에 기인한 양력계수($\overline{C_{lf}}$)는 거의 영향을 받지 않았다. 한편, 항력 진폭(ΔC_d)과 양력 진폭(ΔC_l)은 실린더 두께가 얇을수록 큰 증가율을 갖고 증가하였다.
2. 실린더 두께가 얇을수록 항력계수($\overline{C_d}$, $\overline{C_{dp}}$, $\overline{C_{df}}$)가 감소하는 반면에 전체 양력계수($\overline{C_l}$)와 표면 압력에 의한 양력계수($\overline{C_{lp}}$)는 증가하였다. 그러나 마찰력에 의한 양력계수($\overline{C_{lf}}$)는 영향을 받지 않았다. 한편, 항력 진폭(ΔC_d)은 받음각이 상대적으로 작은 경우는 감소하는 반면에 큰 경우는 오히려 증가하는 경향을 보여주었고, 양력 진폭(ΔC_l)은 모든 받음각에 대해서 감소하되 받음각이 작을수록 감소율이 증가하였다.
3. 레이놀즈수의 변화는 다른 파라미터와는 달리 양력계수의 변화에 거의 영향력을 미치지 못했으나 항력계수는 레이놀즈수의 감소와 더불어 증가하였다. 그리고 힘의 진폭에 미치는 영향력은 양력에 더 크게 미치는 것으로 나타났다. 즉, 양력 진폭이 항력 진폭보다 레이놀즈수가 증가할 때 동일한 레이놀즈수 증가량에

대해서 약 10배 이상의 더 큰 증가율로 증가하였다.

4. 힘의 진동수 변화는 실린더 두께 변화에 가장 민감한 반응을 보여 주었으며 레이놀즈수의 변화에는 아주 미미한 변화를 보여주었다.

참고문헌

- 1) Blevins, R. D., "Flow-Induced Vibration", 2nd edition, Malabar, Krieger Publishing, 2001.
- 2) Williamson, C. H. K., "Vortex Dynamics in the Cylinder Wake", Annual Review of Fluid Mechanics, vol. 28, 1996, pp. 477-539.
- 3) Ota, T., Nishiyama, H., and Taoka, Y., "Flow Around an Elliptic Cylinder in the Critical Reynolds Number Regime", Journal of Fluids Engineering, vol. 109, 1987, pp. 149-155.
- 4) Nair, M. T. and Sengupta, T. K., "Onset of Asymmetry: Flow Past Circular and Elliptic Cylinders", International Journal for Numerical Methods in Fluids, vol. 23, 1996, pp. 1327-1345.
- 5) Kim, M.S. and Sengupta, A., "Unsteady Viscous Flow over Elliptic Cylinders at Various Thickness with Different Reynolds Numbers", Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 19, No. 3, 2005, pp. 877-886.
- 6) Patel, V. A., "Flow Around the Impulsively Started Elliptic Cylinder at Various Angles of Attack", Computers and Fluids, vol. 9, No. 4, 1981, pp. 435-462.
- 7) Chou, M. H. and Huang, W., "Numerical Study of High-Reynolds-Number Flow Past a Bluff Object", International Journal for Numerical Methods in Fluids, vol. 23, 1996, pp. 711-732.
- 8) Badr, H. M., Dennis, S. C. R., and Kocabayik, S., "Numerical Simulation of the Unsteady Flow Over an Elliptic Cylinder at Different Orientations", International Journal for Numerical Methods in Fluids, vol. 37, 2001, pp. 905-931.