

지진하중을 받는 전단구조물의 1차 모드참여계수 산정

Estimation of the First Modal Participation Factor of a Shear Building under Earthquake Load

황재승*
Hwang, Jae Seung

김홍진**
Kim, Hong jin

강경수***
Kang, Kyung Soo

국문요약

지진하중을 받는 구조물은 모드참여계수에 의하여 각각의 모드에 지진하중이 분배, 전달된다. 이러한 특성 때문에 모드참여계수는 지진하중을 받는 구조물의 해석에서 매우 중요한 요소이다. 그러나 이상화된 해석 구조물의 모드참여계수는 해석적 모델링이나 시공오차 등에 의하여 실 구조물의 참여계수와 다르기 때문에 실제 거동을 예측, 반영하기에 한계가 있다. 본 연구에서는 시스템 식별기술과 H^∞ 최적 모델 응축법을 활용하여, 구조물의 1차 모드참여계수를 산정하는 기법을 제안한다. 이 기법은 시스템 식별로부터 구현된 상태방정식을 전형의 상태방정식과 비교하는 과정에서 시스템의 가제어, 가관측 행렬의 비에 의하여 결정된다. 본 연구에서 제안한 모드참여계수산정기법은 단자유도, 다자유도 전단구조물에 대한 수치해석을 통하여 검증하였다.

주요어 : 1차 모드참여계수, 시스템 식별기술, H^∞ 최적 모델응축법, 가제어행렬, 가관측행렬

ABSTRACT

Seismic load is distributed to modes of a structure through the modal participation factor(MPF). The modal participation factor is essential to analyze structural response under earthquake load. MPF of a real structure differs from that of analytical mathematical model due to the error induced from analytical assumptions and during the construction. In this study, an identification method is proposed to calculate the 1st MPF of real structure based on H^∞ optimal model reduction. The MPF is obtained from the relationship between observability and controllability matrices realized from system identification and those of a prototype 2-degree state space model. The proposed method is verified through numerical examples.

Key words : the first modal participation factor, system identification, H^∞ optimal model reduction, controllability matrix, observability matrix

1. 서 론

1.1 연구의 배경 및 필요성

모드해석법은 건축, 토목구조물과 같이 저차의 수개 모드가 거동을 지배하는 구조물의 동적해석에 매우 유용한 방법이다. 지진하중을 받는 전단 구조물에서 지반의 가속도와 각층 질량에 의해 생성되는 관성력은 모드참여계수(Modal Participation Factor, 이하 참여계수)에 의하여 각 모드에 배분, 전달된다. 참여계수는 지반가속도가 각 모드에 미치는 영향을 나타내는 계수로써 그 크기에 따라 모드의 거동이 달라진다.

동적해석의 단순화를 위하여 실제구조물을 전단구조물로 모델링한다. 이 과정에서 층당 3개의 자유도를 가지도록 이상화된 전단구조물의 모드벡터는 실구조물의 모드벡터와 차이가 있으며, 이로 인한 모드참여계수의 차이에 의해 구조물의 거동을 다르게 예측할 수 있다. 실구조물을 단순한 해석모델로 치환하는 과정에서 좀더 실구조물의 거동에 가깝도록 모드참여계수를 산정하고 조정함으로써 실구조물과 유사한 거동을 하는 해석모델을 개발하는

데에도 모드참여계수를 사용할 수 있을 것이다. 이와 같이 참여계수는 지진하중을 각 모드에 분배하는 과정에서 구조물의 거동에 영향을 미치는 요소이며, 해석모델과 실구조물과의 차이를 정량적으로 나타내는 인자로서 구조물의 거동 예측 및 해석모델 개발을 위해 모드계수에 대한 명확한 산정이 필요하다.

모드참여계수는 지진하중을 받는 구조물의 운동방정식을 독립된 기저를 가지는 모드공간으로 분해하는 과정에서 정의되는 개념이기 때문에, 해석과정에서 이를 정의하거나 구하는 방법은 이미 구조 동역학을 다루는 많은 문헌에 나타나 있다.⁽¹⁾⁻⁽³⁾

진동실험이나 실측된 시간이력을 이용하여 진동수, 감쇠비, 모드벡터와 같은 구조물의 동적특성을 추정하는 기법이 많이 연구되었다. 최근에는 시스템 식별기술이 고도화 되면서 이를 활용한 연구가 많은 연구자에 의하여 진행되고 있다. 모드특성에 대한 해석 및 실험⁽⁴⁾ 진동수영역, 시간영역에서의 식별이론^{(5),(6)}을 비롯하여, 비선형시스템과 실시간에서의 식별기술^{(7),(8)}이 개발되었으며, 시스템 식별을 쉽게 적용하기 위한 프로그램⁽⁹⁾이 있다. 그러나 이들 연구는 주로 구조물의 진동수, 감쇠비나 모드형상을 산정하는 것으로, 참여계수를 산정하는 것은 아직 이루어지지 않은 상태이다.

본 연구에서는 기존 연구에서 다루지 않은 시스템 식

* 정회원 · 전남대학교 건축학부 교수(대표저자 : jshwang@jnu.ac.kr)

** 보령산업과학연구원 강구조연구소 선임연구원

*** 상회원 · 동명정보대학교 건축대학 건축공학과 교수

본 논문에 대한 토의를 2005년 2월 28일까지 학회로 보내 주시면 그 결과를 게재하겠습니다.
(논문접수일 : 2004. 6. 18 / 심사종료일 : 2004. 12. 8)

별기반 참여계수 산정방법을 제안하고자 한다. 구조물에 작용하는 지진하중과 응답만을 이용하여 참여계수를 예측하는 기법을 이론적으로 정립하고 제안된 기법을 수치시뮬레이션을 통하여 검증한다. 본 연구의 궁극적인 목표는 고차모드참여계수 산정과 참여계수를 이용하여 지진하중을 받는 구조물의 개량된 해석모델을 개발하는 것이지만, 본 연구에서는 최종적인 목표를 달성하기 위한 기초적인 연구로써 1차 모드 참여계수 산정 이론식을 전개하고 이를 검증하는 것에 국한하였다. 본 연구에서 제안된 1차 모드참여계수 산정방법을 고차모드참여계수 산정 이론식으로 확대하고 해석모델을 개발하는 것은 추후연구과제에서 다루기로 한다.

1.2 연구의 내용 및 범위

본 연구에서는 지진하중을 받는 구조물의 모드참여계수를 산정하는 방법에 대해서 다룬다. 이를 위하여 고유치해석 과정에서 정규화 방법에 따라 달라지는 기존 참여계수 산정방법을 간략히 고찰하고, 전단 구조물의 1차 모드 참여계수를 진동실험과 시스템 식별을 통하여 산정하는 방법을 제안한다.

본 연구에서 사용된 시스템 식별기법은 상태공간에서의 연속시간영역기법이다. 이 기법은 지반의 가속도(입력, input), 구조물의 응답(출력, output) 및 시스템의 차수가 주어지면 곧바로 구조물의 상태방정식을 연속시간영역에서 구현하는 방법으로 MATLAB과 같은 응용프로그램에서 많이 사용되는 기법이다.

본 연구에서 제안하는 1차 모드참여계수 산정방법은 단 자유도계 시스템의 상태방정식을 전형의 상태방정식으로 모형화한 후, 시스템 식별에 의해 최소화된 고차의 상태방정식을 H ∞ 최적모델 응축법(H ∞ Optimal Model Reduction)⁽¹¹⁾에 의해 응축된 상태방정식과 비교하여 참여계수를 구하는 방법이다. 시스템 식별에 의해 구현된 상태방정식은 차수가 높기 때문에 이를 다시 H ∞ 응축법을 이용하여 단자유도시스템의 상태방정식으로 응축하는 것이다. 1차 모드의 참여계수를 미지수로 가지고 있는 전형의 상태방정식에 비하여, 시스템 식별과 H ∞ 응축법에 의해 구현된 상태방정식은 모든 구조물의 동특성을 가지고 있기 때문에 이 두 상태방정식을 비교하여 1차 모드 참여계수를 추출하는 것이다. 두 상태방정식을 비교하는 과정에서, 각 상태방정식이 가지는 가제어 행렬(controllability matrix)과 가관측 행렬(observability matrix)⁽¹⁰⁾의 상관관계로부터 참여계수를 산정하게 된다.

시스템 식별에 사용된 입력과 출력을 모두 안다고 가정하였으며, 입력은 조화하중 및 지진하중의 시간이력, 출력으로 사용된 값은 최상층의 지반에 대한 상대변위와 절대가속도로 국한하였다. 출력의 특성에 따른 참여계수의 영향을 고찰하기 위하여, 출력으로 각각 지반에 대한 상대변위와 절대가속도를 사용하는 경우 참여계수 산정방

법을 제시하였으며, 출력에 계측과정에서 첨가되는 노이즈의 영향을 고찰하기 위하여 노이즈의 크기에 따른 참여계수 예측 방법을 제시하였다.

본 연구의 참여계수 산정방법을 검증하기 위하여 수치해석을 수행하였다. 수치해석에 사용된 첫 번째 예제 구조물은 단자유도 시스템으로, 본 연구에서 제안한 모드참여계수 산정방법의 검증을 위해서 사용되었으며, 지반하중 및 출력의 종류, 노이즈의 영향을 평가하였다. 두 번째 예제 구조물은 5층의 전단구조물로 H ∞ 최적모델 응축법에 의하여 1차 모드의 참여계수를 산정하는 방법을 검증하는데 사용되었다.

2. 모드참여계수 산정방법

2.1. 모드참여계수의 정의

그림 1과 같이 지반가속도를 받는 n층 전단구조물의 운동방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = -M\{1\}\ddot{x}_g \quad (1)$$

여기서, M, C, K 는 각각 구조물의 질량, 감쇠 강성행렬이며, {1}는 모든 원소가 1인 n차의 열벡터, x는 구조물과 지반의 상대변위, \ddot{x}_g 는 지반가속도이다. 식 (1)을 식 (2)와 같은 변환에 의해 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$x = \Phi \eta \quad (2)$$

$$\Phi^T M \Phi \ddot{\eta} + \Phi^T C \Phi \dot{\eta} + \Phi^T K \Phi \eta = -\Phi^T M \{1\} \ddot{x}_g \quad (3)$$

여기서, η_n 는 모드일반화좌표, Φ 는 모드행렬이다. 모드분리에 의하여 각각의 모드는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\ddot{\eta}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{\eta}_i + \omega_i^2 \eta_i = -\frac{\Phi_i^T M \{1\}}{\Phi_i^T M \Phi_i} \ddot{x}_g \quad (4)$$

여기서, $\Phi_i, n_i, \xi_i, \omega_i$ 는 각각 i 번째 모드벡터와 모드변위, 감쇠비와 각속도이다. 각 모드에 해당하는 모드참여계수는 식(4)로부터 다음과 같이 정의된다.

$$\Gamma_i = \frac{\Phi_i^T M \{1\}}{\Phi_i^T M \Phi_i} \quad (5)$$

식 (5)와 같이 참여계수는 각층의 질량뿐만 아니라 고유벡터에도 영향을 받기 때문에 고유벡터를 정규화하는 방법에 따라 달라지는 것을 알 수 있다. 이를 고찰하기 위하여, 1차 모드만을 고려하고 최상층을 '1'로 정규화 했을 때의 모드질량과 모드참여계수(Γ_H)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Gamma_H = \frac{\Phi_H^T M \{1\}}{\Phi_H^T M \Phi_H} \quad (6)$$

여기서, Φ_H 는 구조물의 최상층 높이 H에서 1차모드의 값을 '1'로 정규화했을 때의 고유벡터이다. 만약 최상층이 아닌 중간층(j층)의 1차 모드값을 '1'로 정규화한 1차 모드벡터를 Φ_h 라고 정의하면, 이때의 모드질량은 최상층을 '1'로 정규화했을 때의 모드질량과 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\Phi_h^T M \Phi_h = \frac{\Phi_H^T M \Phi_H}{\phi_{j1}^2} \quad (7a)$$

$$\Phi_h = \frac{\Phi_H}{\phi_{j1}} \quad (7b)$$

여기서 ϕ_{j1} 는 최상층을 '1'로 정규화한 1차 모드벡터의 j 번째 층의 모드형상 값이다. 식(7 a,b)를 정리하여 식(6)에 대입하고 정리하면 다음과 같다.

$$\Gamma_H = \frac{\Phi_H^T M \{1\}}{\Phi_H^T M \Phi_H} = \frac{\Phi_h^T M \{1\}}{\phi_{j1} \Phi_h^T M \Phi_h} = \frac{1}{\phi_{j1}} \Gamma_h \quad (8)$$

여기서, Γ_h 는 1차 모드의 중간층(임의의 j층) 모드 값을 '1'로 정규화 했을 때의 모드참여계수로, 최상층을 정규화한 것보다 더 작은 값을 가지는 것을 알 수 있다. 식(8)을 통하여 모드벡터의 정규화방법에 따라 모드참여계수가 달라지는 것을 알 수 있다.

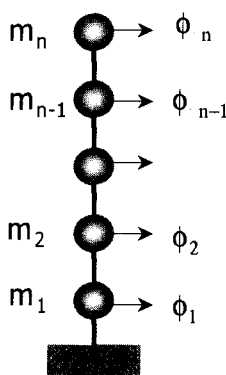


그림 1 전단 구조물 모형

2.2 시스템 식별에 의한 모드참여계수산정

구조해석에 의하여 예측된 구조물의 진동수, 감쇠비, 고유벡터와 같은 동적특성은 실제 구조물이 완성된 후의 동적특성과 다를 가능성이 크다. 유한요소모델과 같은 해석상의 가정에 의한 오차, 재료의 강도 및 시공상의 오차 등이 반영된 결과로, 시공완료 후 진동실험을 통하여 명확한 구조물의 동적특성을 파악하게 된다. 구조물의 질량

은 사용재료의 질량을 총합함으로써 충분한 신뢰성을 가지고 예측될 수 있지만, 참여계수는 질량의 분포뿐만 아니라, 모드 벡터와 연관된 동적변수이므로 이에 대한 명확한 예측이 필요하다.

본 연구에서는 진동실험을 통한 시스템 식별기술을 이용하여 구조물의 1차 모드참여계수를 구하는 방법을 제시한다. 시스템 식별로 구현된 상태방정식은 지정한 차수에 따라 고차모드를 포함한 전달함수를 제공한다. 그러므로 1차 모드 참여계수를 구하기 위해서는 식별된 상태방정식을 적절한 응축방법을 사용하여 단 자유도계시스템으로 응축하여 사용한다. 본 연구에서는 식별된 상태방정식을 H_∞ 최적모델 응축법을 사용하여 주된 관심대상이 되는 1차 모드만을 구현하도록 하였다. H_∞ 응축법은 고차의 실구조물과 해석모델의 차이를 H_∞ Norm으로 나타내고 이를 최소화함으로써 해석모델을 산정하는 것으로 단순히 고차모드를 없애는 모달응축법에 비하여 정확도가 높아 많이 사용되는 응축기법이다. 본 연구에서는 MATLAB을 이용하여 고차의 상태방정식을 2차의 상태방정식으로 구현하였다. 다음 그림 2는 본 연구에서 제안한 1차모드 참여계수 산정 과정을 나타내는 것이다. 구조물에 작용하는 지반가속도(입력)와 구조물응답(출력)을 선택한 후(a), 시스템 식별을 통하여 적절한 차수를 가지는 상태방정식으로 구현한다(b). 구현된 상태방정식은 차수가 높기 때문에 H_∞ 응축법을 이용하여 차수 2인 상태방정식을 만든다(c). H_∞ 응축법으로 응축된 상태방정식을 전형의 상태방정식(d)과 비교하여(e) 1차 모드참여계수를 산정한다(f).

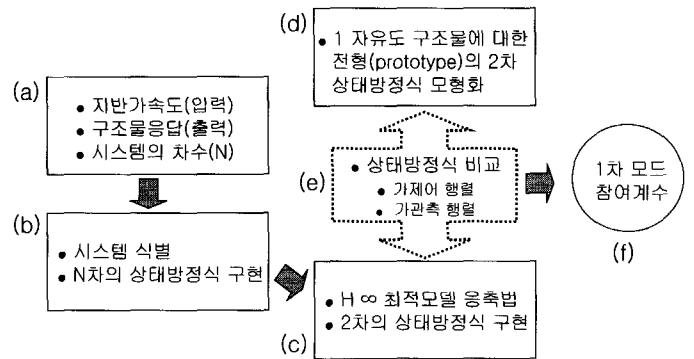


그림 2 1차 모드참여계수 산정과정

이러한 1차 모드 참여계수 산정 과정은 이후의 이론 전개과정을 통하여 값을 구할 수 있다. 시스템 식별로 구현된 구조물의 상태방정식을 H_∞ 최적모델 응축법을 이용하여 단자유도시스템이 구현된 상태방정식은 식 (9)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{z} = \bar{A} z + \bar{B} u \quad (9a)$$

$$y = \bar{C} z + \bar{D} u \quad (9b)$$

여기서, \bar{z} 는 2x1 벡터로 시스템의 상태변수이며, u, y

는 각각 구조물에 작용하는 단일 입력과 출력을 나타낸다. \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} , \bar{D} 는 시스템 식별로부터 구현된 시스템 행렬을 나타내며, 행렬의 차수는 각각 2×2 , 2×1 , 1×2 , 1×1 이다. 식 (9)과 같이 구현된 상태방정식은 입력 u 와 출력 y 만의 관계만을 만족시키는 임의의 방정식이 가능하므로 이를 구성하는 시스템 행렬 또한 무수히 많은 값을 가진다. 그러므로 상태변수 \bar{z} 는 특별한 물리적 의미를 가지지 않으며, 입력과 출력의 전달함수를 구성하는 매개체 역할을 한다. 그러나 상태변수가 물리적 의미를 가지는 상태방정식이 존재하며 그러한 상태방정식은 단자유도 시스템을 상태방정식으로 변환하는 과정에서 얻을 수 있다. 식 (4)와 같이 모드공간으로 치환된 1차 모드의 운동방정식을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\ddot{\eta}_1 + 2\xi_1 \omega_1 \dot{\eta}_1 + \omega_1^2 \eta_1 = -F_1 \ddot{x}_g \quad (10)$$

여기서, η_1, ξ_1, ω_1 는 각각 1차모드의 변위, 감쇠비, 각속도이다. 식 (10)를 상태방정식으로 치환하여 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{z} &= Az + Bu \\ y &= Cz + Du \end{aligned} \quad (11 \text{ a,b})$$

여기서, $z = (\eta_1, \dot{\eta}_1)^T$ 이며 u, y 는 각각 입력과 출력이며, 시스템 행렬 A, B 는 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_1^2 & -2\xi_1 \omega_1 \end{bmatrix} \quad (12a)$$

$$B = - \begin{bmatrix} 0 & F_1 \end{bmatrix} \quad (12b)$$

행렬 C, D 는 계측된 응답의 종류에 따라 달라지는데, 출력이 상태변위인 경우의 행렬 C, D 는 다음과 같다.

$$C = [1 \ 0], D = 0 \quad (13)$$

계측응답이 지반에 대한 상대 가속도인 경우는 식 (14a), 절대가속도의 경우는 식 (14b)와 같이 행렬 C, D 로 나타낼 수 있다.

$$C = [-\omega_1^2 - 2\xi_1 \omega_1] \quad D = [-F_1] \quad (14a)$$

$$C = [-\omega_1^2 - 2\xi_1 \omega_1] \quad D = [1 - F_1] \quad (14b)$$

식 (11)은 상태변수가 구조물의 변위와 속도를 나타내는 물리적인 의미를 가진다. 또한 식 (12)의 상태방정식을 구성하는 시스템 행렬 A, B, C, D 는 구조물의 질량, 감쇠, 강성으로 표현되는 전형적인 행렬로 표현할 수 있다. 그러므로 시스템 식별로부터 구한 상태방정식을 물리

적 의미를 가지며 전형적인 시스템 행렬을 가지는 식(12)와 같은 상태방정식으로 변환하게 되면, 그로부터, 구조물의 참여계수를 구할 수 있다.

구조물의 응답이 가속도인 경우는 식 (14)과 같이 행렬 D 가 참여계수로 표현되어 곧바로 구할 수 있다. 또한, 식 (9)의 상태방정식에서 행렬 \bar{D} 는 변환행렬의 영향을 받지 않기 때문에 식 (14)의 행렬 D 와 동일하다. 그러므로 구조물의 응답이 가속도인 경우에는 시스템 식별결과로 얻은 상태방정식의 행렬 \bar{D} 로부터 구조물의 질량을 구할 수 있다. 하지만, 시스템 식별과정에서 행렬 \bar{D} 는 많은 오차가 발생하므로, 실제 구조물의 질량을 제공하지 못하고 있다. 이러한 단점 때문에, 행렬 \bar{D} 에 의하지 않고, 또 구조물의 응답이 가속도가 아닌 경우에도 구조물의 질량을 구하기 위해서는 더 일반적인 방법이 필요하다.

이를 위하여, 시스템 식별로 구한 상태방정식을 변환행렬 T 를 이용하여 식 (11)과 같은 전형의 상태방정식 형태로 변환하여, 구조물의 모드참여계수를 구하는 방법을 고려할 수 있다. 식 (9)의 상태변수 \bar{z} 는 변환행렬 T 에 의하여 식 (11)의 상태변수 z 로 변환된다고 가정하면, 다음과 같은 변환관계를 이용하여 나타낼 수 있다.

$$z = T \bar{z} \quad (15)$$

식 (15)를 식(11)에 대입하면, 변환된 상태방정식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\bar{z}} &= T^{-1}AT\bar{z} + T^{-1}Bu \\ y &= CT\bar{z} + Du \end{aligned} \quad (16 \text{ a,b})$$

식 (16)은 변환행렬 T 에 의해 변환된 것으로 식 (9)과 같다고 가정하면, 시스템 행렬 $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \bar{D}$ 는 다음과 같이 변환행렬 T 와 전형의 상태방정식을 구성하는 시스템 행렬 A, B, C, D 로 나타낼 수 있다.

$$\bar{A} = T^{-1}AT, \bar{B} = T^{-1}B, \bar{C} = CT, \bar{D} = D \quad (17)$$

식 (17)는 변환행렬 T 에 의하여 임의의 형태로 식별된 시스템은 전형의 상태방정식으로 변환이 항상 가능하다는 것을 의미한다. 식 (17)을 정리하면 다음과 같은 가제어 행렬(controllability matrix)과 가관측행렬(observability matrix)사이의 관계식을 얻을 수 있다.

$$[B, AB] = T [\bar{B}, \bar{A}\bar{B}] \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix}_T = \begin{bmatrix} \bar{C} \\ \bar{C}\bar{A} \end{bmatrix} \quad (19)$$

여기서, $[B, AB], [\bar{B}, \bar{A}\bar{B}]$ 는 각각 전형의 상태방정

식, 시스템 식별과 H_∞ 응축으로부터 구한 상대방정식의 가제어행렬이며, $\begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} \bar{C} \\ \bar{C}A \end{bmatrix}$ 는 각각 가관측행렬을 나타낸다.

식 (18)와 (19)에서 변환행렬 T를 구하고 등치한 후 정리하면 다음과 같다.

$$[B, AB] = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{C} \\ \bar{C}A \end{bmatrix} [\bar{B}, \bar{A}\bar{B}] \quad (20)$$

식 (20)의 우변에 있는 값은 식(13), (14)과 시스템 식별로부터 구한 시스템 행렬을 이용하여 구할 수 있는 값이다. 식 (20)의 좌변의 값은 식 (12)와 같이 미지의 참여계수에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[B, AB] = [B_o, AB_o] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Gamma_1 \quad (21)$$

여기서, $B_o = -[0 \ 1]^T$ 이다. 식(21)을 식(20)에 대입하고 정리하면 참여계수는 다음과 같다

$$\Gamma_1 I = [B_o, AB_o] \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{C} \\ \bar{C}A \end{bmatrix} [\bar{B}, \bar{A}\bar{B}] \quad (22)$$

여기서 I는 2x2의 단위행렬이다. 식 (22)에서 \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} 는 시스템 식별과 H_∞ 응축으로부터 구할 수 있으며, A , B_o , C 식 (12), (13), (14)에 식별로부터 구한 구조물의 1차모드 진동수와 감쇠비(ω_1 , ξ_1)를 대입하여 구할 수 있으므로 참여계수를 구할 수 있다.

3. 모드참여계수 산정 예제

본 장에서는 2장에서 기술한 참여계수 산정방법을 예제구조물에 적용하여 제안된 참여계수 산정방법을 검증하였다.

3.1 예제 1 : 단자유도시스템의 모드참여계수 산정

그림 3와 같은 1자유도계 시스템에 지진하중 $F(t)$ (입력 u)이 작용한다고 가정한다. 수치해석에 사용된 외란의 특성 및 시스템의 질량, 진동수 및 감쇠비가 표 1에 나타나 있다. 외란은 1차 모드진동수와 동조된 조화하중과 El Centro 지진 시간이력을 사용하였다. 조화하중이 작용한 경우 조화하중과 상대변위 절대가속도가 그림 4에 나타나 있으며 El Centro 지진에 대한 하중 및 상대변위 및 절대가속도가 그림 5에 나타나 있다. 시스템의 응답 (출력 y)은 지반에 대한 상대 변위와 절대가속도를 사용하였으며, 각각의 출력 종류에 따라 구현된 시스템 행렬 (\bar{A} , \bar{B} , \bar{C} , \bar{D})이 표 2, 3에 나타나 있다. 시스템 행렬 \bar{A}

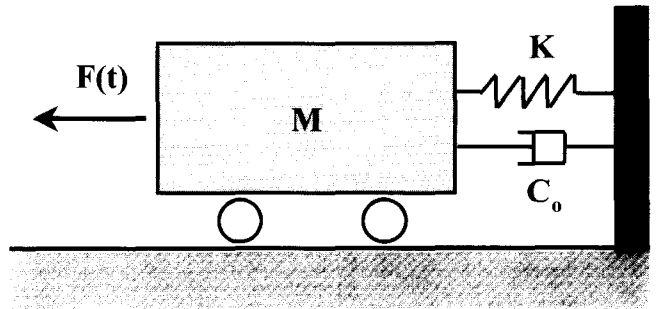


그림 3 1자유도계 시스템 모델

로부터 구한 진동수, 감쇠비는 거의 정확하게 일치하고 있으며, 식(22)를 이용하여 참여계수를 구한 결과 조화하중을 적용한 경우 실제 모드참여계수(단자유도 시스템의 경우 = 1.00)와 0.2%내의 거의 같은 값을 가지며, 지진하중을 적용한 경우 출력으로 상대변위를 사용시 2.26%, 절대가속도 사용시 2.96%로 나타났다. 이러한 오차의 발생원인은 시스템 식별과정에서 발생하는 오차로 볼 수 있다. 조화하중의 경우 지진하중에 비하여 시스템 식별률이 상대적으로 높으며, 그 원인은 식별 과정에서 사용된 입력과 출력이 지진하중에 비하여 상대적으로 안정적인 것으로 판단된다.

표 1 1자유도 시스템과 외란의 특성

구분	항목	사 양
구조물	제 계수	질량 : 1170 ton, 진동수 : 0.7 Hz, 감쇠비 : 0.5%
	전형의 (prototype) 시스템 행렬	$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -19.3444 & -0.0440 \end{bmatrix}$ $B = - \begin{bmatrix} 0 \\ \Gamma \end{bmatrix}$ 상대 변위인 경우 : $C = [1 \ 0]$ 절대 가속도인 경우 : $C = [-19.3444 \ -0.0440]$
외란	조화하중	1차모드 진동수와 동조된 사인파
	지진하중	El Centro 1940 NS
해석 조건	시간간격	0.02 sec
	해석시간	60 sec

표 2 조화하중을 받은 구조물의 출력 종류에 따른 참여계수산정 결과

출력	시스템식별로 구현된 시스템 행렬	동적 특성		
		참여계수 (오차)	진동수 (Hz)	감쇠비 (%)
상대 변위	$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0.0159 & 4.6835 \\ -4.1305 & -0.0599 \end{bmatrix}$	0.9987 (-0.13%)	0.7000	0.50
	$\bar{B} = \begin{bmatrix} -0.0252 \\ -0.0299 \end{bmatrix}$			
	$\bar{C} = [4.5005 \ -3.4654]$			
절대 가속도	$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0.0026 & 5.7021 \\ -3.3925 & -0.0466 \end{bmatrix}$	0.9983 (-0.17%)	0.7000	0.50
	$\bar{B} = \begin{bmatrix} 0.0143 \\ 0.0364 \end{bmatrix}$			
	$\bar{C} = [86.3083 \ -27.3370]$			

표 3 지진하중을 받은 구조물의 출력의 종류에 따른 참여계수산정 결과

출력	시스템 식별로 구현된 시스템 행렬	동적 특성		
		참여계수 (오차)	진동수 (Hz)	감쇠비 (%)
상대 변위	$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0.0049 & -6.3455 \\ 3.0485 & -0.0489 \end{bmatrix}$ $\bar{B} = \begin{bmatrix} -0.0079 \\ 0.0606 \end{bmatrix}$ $\bar{C} = [2.5271 \ 0.1833]$	0.9774 (-2.26%)	0.7003	0.50
		0.9704 (-2.96%)	0.7000	0.50
절대 가속도	$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0.0074 & -6.3495 \\ 3.0467 & -0.0514 \end{bmatrix}$ $\bar{B} = \begin{bmatrix} 0.0108 \\ -0.0600 \end{bmatrix}$ $\bar{C} = [48.7579 \ 5.3004]$	0.9704 (-2.96%)	0.7000	0.50

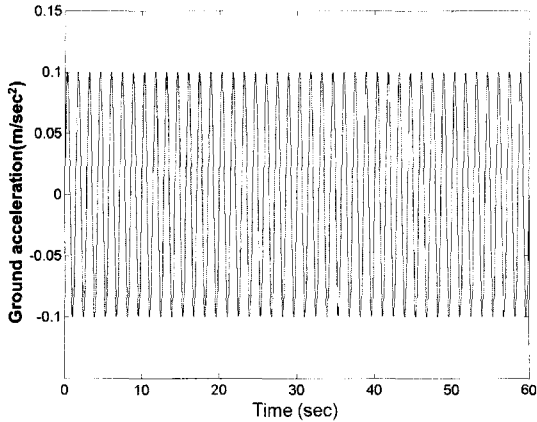


그림 4(a) 구조물 고유 진동수와 동조된 지반작용 조화하중

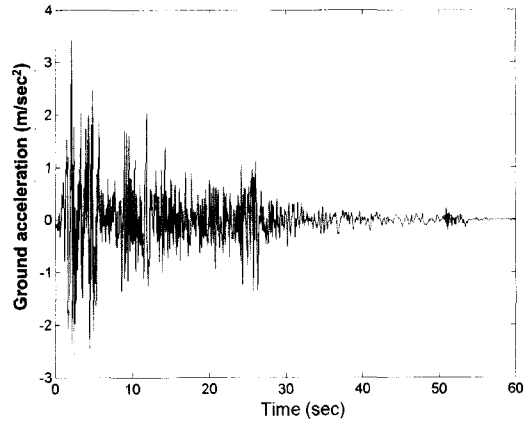


그림 5(a) 지진 하중 (El Centro 1940 NS)

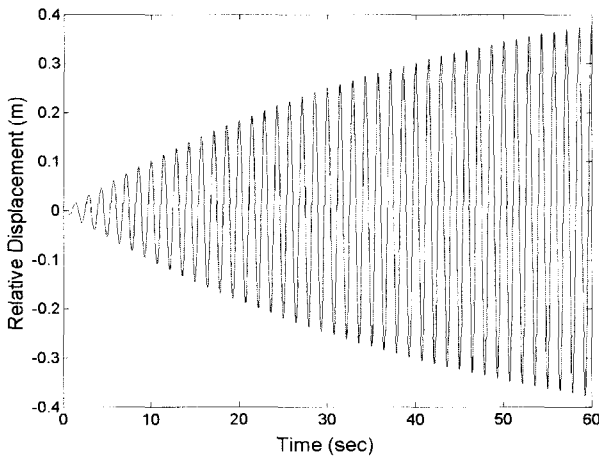


그림 4(b) 조화하중을 받는 단자유도 구조물의 지반에 대한 상대 변위

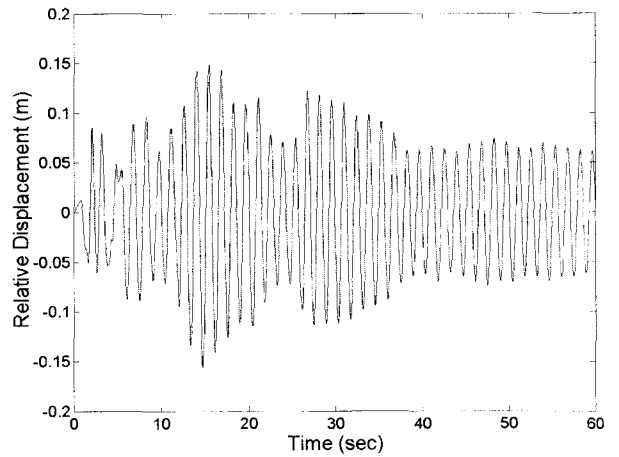


그림 5(b) 단자유도 구조물의 상대변위 시간이력

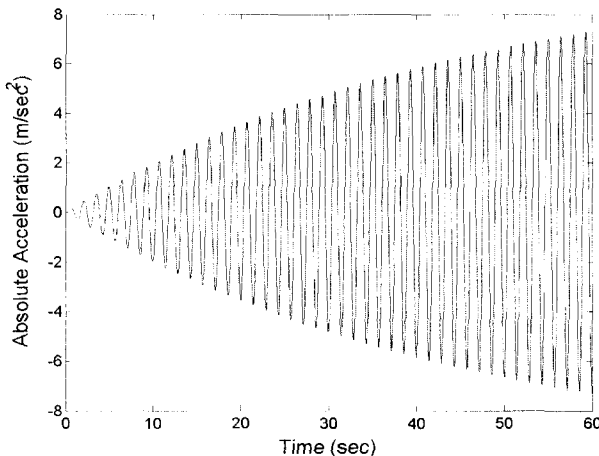


그림 4(c) 조화하중을 받는 단자유도 구조물의 절대가속도

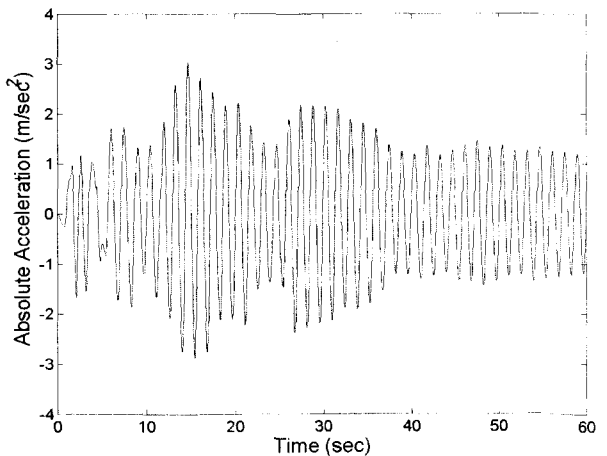


그림 5(c) 단자유도 구조물의 절대가속도 시간이력

표 4 노이즈의 크기에 따른 참여계수산정결과

절대가속도에 대한 노이즈의 크기 비율	참여계수	오차(%)
0%	0.9704	-2.96
5%	0.9468	-5.32
10%	0.9826	-1.74
15%	0.9608	-3.92
20%	1.0228	+2.28
25%	1.1044	+10.44
30%	0.8756	-12.44

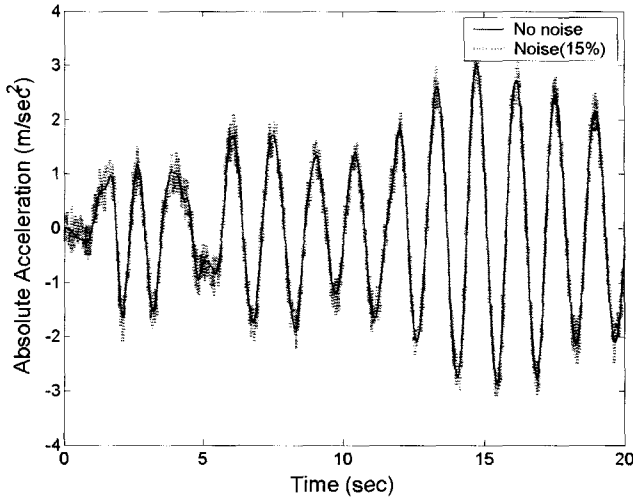


그림 6 노이즈가 첨가된 단자유도 구조물의 절대가속도 시간이력

구조물의 출력(변위, 가속도)에 노이즈가 첨가되는 경우, 노이즈의 크기가 구조물의 참여계수 산정에 미치는 영향을 고찰하기 위하여 수치해석을 수행하였다. 구조물의 출력은 지진하중을 받을 때의 절대 가속도를 사용하였으며, 노이즈 최대값은 절대가속도 최대값의 30%까지의 백색잡음으로 가정하였다. 표 4는 가속도에 첨가되는 노이즈의 크기에 따른 참여계수의 크기를 나타낸다. 수치해석결과를 보면, 노이즈의 크기가 20%내에서는 오차가 큰 차이 없이 변동하다가 그 보다 큰 노이즈의 크기에서는 참여계수를 예측하는데 신뢰성이 다소 떨어지고 있는 것을 알 수 있다. 노이즈가 첨가된 절대가속도 시간이력이

표 6 지진하중 작용시 응축모델 및 모드참여계수 산정결과

출력의 종류	전형의 시스템행렬	변환행렬 T	시스템 식별로 구현된 시스템행렬	1차 모드 참여계수
최상층 상대변위	$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -19.3444 & -0.0440 \end{bmatrix}$ $B = - \begin{bmatrix} 0 \\ \Gamma \end{bmatrix}$ $C = [1 \ 0]$	$T = \begin{bmatrix} -0.3742 & -0.3674 \\ -1.6113 & 1.6577 \end{bmatrix}$	$\bar{A} = \begin{bmatrix} -0.0224 & -4.4085 \\ 4.4085 & -0.0218 \end{bmatrix}$ $\bar{B} = \begin{bmatrix} 0.3742 \\ -0.3674 \end{bmatrix}$ $\bar{C} = [-0.3742 \ -0.3674]$	1.2123 (-3.016%)
최상층 절대 가속도	$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -19.3444 & -0.0440 \end{bmatrix}$ $B = - \begin{bmatrix} 0 \\ \Gamma \end{bmatrix}$ $C = [-19.3444 \ -0.0440]$	$T = \begin{bmatrix} 1.7039 & 1.6171 \\ 7.0896 & -7.5467 \end{bmatrix}$	$\bar{A} = \begin{bmatrix} -0.0231 & -4.4085 \\ 4.4085 & -0.0210 \end{bmatrix}$ $\bar{B} = \begin{bmatrix} 1.7039 \\ -1.6171 \end{bmatrix}$ $\bar{C} = [1.7039 \ 1.6171]$	1.2506 (+0.053%)

표 5 다자유도(5층) 전단구조물의 동적특성

구조물특성		사양				
각층 질량		416.84 ton				
각층 감쇠		227,270 N sec/m				
각층 강성		1.0 E8 N/m				
모드 특성	모드	1차	2차	3차	4차	5차
	질량	1,170ton	1,385ton	2,007ton	3,922ton	14,442ton
	모드참여 계수	1.2517	-0.3621	0.1586	-0.0632	0.0150
	감쇠비	0.5 %	1.46%	2.31 %	2.96 %	3.38 %
진동수		0.701Hz	2.048 Hz	3.228 Hz	4.147 Hz	4.731 Hz
출력		지반에 대한 최상층 상대 변위, 절대 가속도				
외관		지진하중, 표 1과 동일				

그림 6에 나타나 있다. 노이즈의 크기가 절대가속도 크기의 15%인 경우로서, 초기 20초 사이를 확대하여 나타낸 경우이다. 이와 같이 노이즈가 어느 정도 첨가되어도 모드참여계수가 예측되고 있음을 알 수 있다.

3.2 예제 2 : 다자유도 전단구조물의 1차 모드참여계수 산정

본 예제에서 사용되는 다자유도는 그림 1과 같은 형태를 가지는 5층의 전단 건물로 가정하였다. 모드의 질량 및 참여계수는 최상층의 모드 벡터를 '1'로 정규화한 값으로 구하였으며, 그 외 구조물과 하층의 동적특성이 표 5에 나타나 있다. 이때 1차 모드의 상태방정식을 구성하는 시스템 행렬은 표 1과 같다고 가정한다.

5층 전단건물 전체를 모델링하여 수치해석을 수행한 후, 최상층의 지반에 대한 변위, 절대 가속도를 구하였다. 입력으로 사용된 가진 하중은 지진하중이며 출력은 수치해석으로 구한 상대변위와 절대가속도를 사용하였다. (그림 7(a,b) 참조) 시스템 식별에 사용된 모델은 상태방정식 모델이며, 차수는 10이다. 식별된 결과는 이산시간 영역이므로 이를 연속시간영역으로 변경하고, 구조물의 거동을 지배하는 1차 모드만을 고려하기 위하여 H ∞ 최적 모델 응축법을 이용하여, 차수 2인 상태방정식 모델로 구현하였다. 출력의 종류에 따른 응축모델과 모드참여계수가 표 6에 나타나 있다. 출력의 종류와 관계없이 작은 오

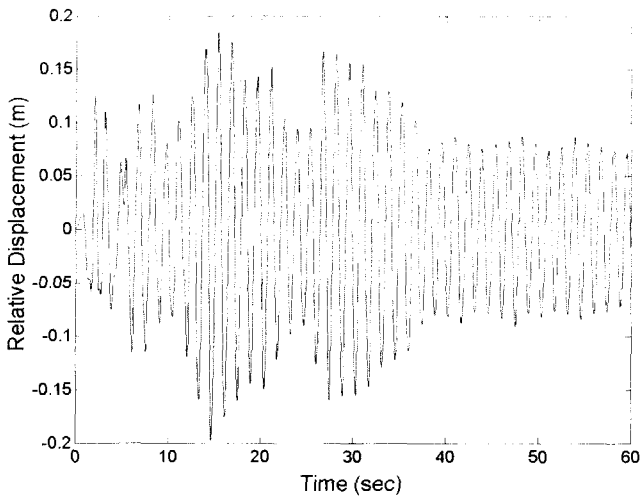


그림 7(a) 5층 전단구조물의 최상층의 지반에 대한 상대변위

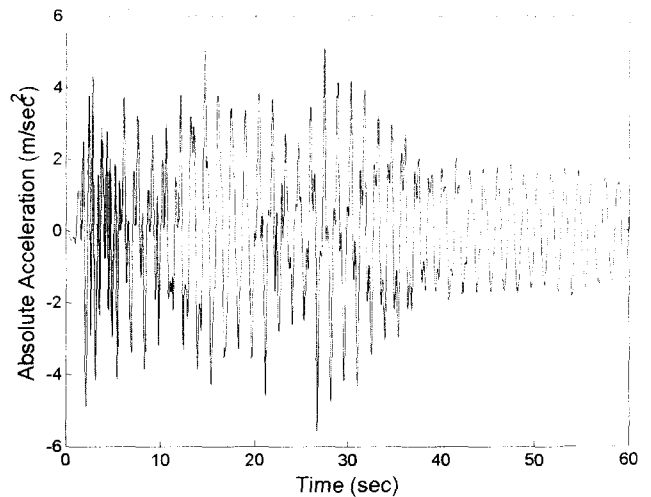


그림 7(b) 5층 전단구조물의 최상층의 절대가속도

차범위 내에서 참여계수를 예측하고 있음을 알 수 있다. 그러나 고차모드에서의 참여계수산정은 이론적, 수치적으로 더 많은 연구가 필요할 것으로 사료된다.

4. 결 론

본 논문에서는 시스템식별을 통해 구조물의 모드참여계수를 산정하는 방법을 제안하였다. 제안된 모드참여계수 산정방법은 시스템 식별기법을 통하여 구현된 고차의 상태방정식을 H_{∞} 최적응축기법을 이용하여 구조물의 응답에 가장 큰 영향을 미치는 단 자유도계 상태방정식으로 축소모형화 한 후, 정형화된 상태방정식과 응축된 상태방정식 사이의 가제어 행렬과 가관측 행렬의 변환관계를 이용하여 산정하는 방법이다.

본 연구에서 제안된 모드참여계수 산정방법의 검증을 위하여 단 자유도계 시스템과 다자유도계 전단구조물에 대한 수치해석을 수행하였다. 수치해석결과 출력을 상대변위와 절대변위를 사용하는 경우 각각에 대하여 큰 차이 없이 참여계수를 예측하는 것으로 나타났으며, 시스템 출력에 첨가되는 노이즈가 참여계수에 미치는 영향을 평가한 결과 노이즈의 크기는 참여계수에 큰 영향을 미치지 않는 것으로 나타났다.

그러나 추후, 고층건물에 지진이 작용하는 경우 고차모드의 영향을 고찰하기 위한 참여계수 산정에 대한 연구는 더 이루어져야 할 것으로 사료된다.

감사의 글

이 연구는 “건설교통부가 출연하고 한국건설교통기술평가원에서 위탁시행 한 2003년도 건설핵심기술연구개발

사업(03산학연C103A1040001-03A0204-00110)에 의한 것임”을 밝히며, 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. Roy R. Craig, Jr. *Structural Dynamics*, John Wiley & Sons, Inc. Publishers, 1981.
2. Ray W. Clough and Joseph Penzien, *Dynamics of Structure*, McGraw-Hill, 1975.
3. Mario Paz and William Leigh, *Structural Dynamics : Theory and Computation., 5th Edition*, Kluwer Academic Publishers, 2004.
4. D.J. Ewins, *Modal Testing : Theory and Practice.*, Bruel & Kjar Korea Ltd, 1986.
5. Jer-Nan Juang, *Applied System Identification*, Prentice Hall PTR, Englewood Cliffs, 1994.
6. Lennart Ljung, *System Identification : Theory for the User*, Prentice Hall, Inc, 1987.
7. Julius S. Bendat, *Nonlinear System analysis and Identification from Random Data*, John Wiley & Sons, 1990.
8. Karl J. Astrom and Bjorn Wittenmark, *Adaptive Control. 2nd Edition.*, Addison Welsley, 1995.
9. Lennart Ljung, *System Identification Toolbox for Use with MATLAB*. The Math Works, 2001.
10. Chi-Tsong Chen, *Linear System Theory and Design.*, Holt-Saunders International Editions, 1984.
11. Michael Green and David J.N. Limebeer, *Linear Robust Control*, Prentice Hall, 1995.