한국학교수학회논문집 제 8 권, 제 1 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 8, Number 1, 35-53, March 2005

교사 중심의 수학적 사고과정을 강조한 수업 효과 분석[1)]

김진호[2)] · 이남숙[3)]

본 연구는 교사중심의 수업틀을 유지하면서 학습자의 사고활동을 강조한 대안적인 교수 활동의 효과를 검증하는데 있다. 이 수업으로 수업을 받은 학생들은 학업성취도면에서 전통적인 교사중심의 수업을 받은 학생들 보다 우수하였다. 따라서, 대안적인 교수법은 학교 현장에 학생들의 이해를 촉진할 수 있는 교수법이며, 또한 교사중심의 틀을 유지하고 있기 때문에 학교현장에 적용가능한 교수법이다.

주요용어 : 교사중심 교수법, 학생중심 교수법, 수학적 사고과정

Ⅰ. 문제의 인식 및 연구의 목적

최근 들어서 수학교육계에서 일고 있는 개혁운동의 몇 가지 중심 화두가 있다. 그 중 하나는 교육과정 즉, 가르치고 배울 내용에 초점을 두고 있고(예를 들어, Loveless, 2001), 다른 하나는 수학 교과의 교수법에 초점을 두고 있고(김수환, 박영희, 이경화, 한대희, 2004), 다른 하나는 학생들의 이해도에 초점을 두고 있는 것으로(Kilpatrick, Swaffod, & Findell, 2001) 축약하여 볼 수 있다. 이 세 가지 변화의 중심축은 두 번째 교수법이라고 본다. 그 이유는 교수법을 통해서 교과 내용의 교수·학습이 발생하고, 그 결과로 학생의 이해에 대한 성패를 논할 수 있기 때문이다. 효과적인 교수법을 제안하기 위하여 교육실천가들(practitioners)은 자신들이 제안한 교수법을 학교현장에서 검증받는 작업을 하고 있다(Carpenter, Fennema, Franke, Levi, Empson, 1999; Kamii, 1985, 1989, 1994, 2001, 2003). 이들의 주된 흐름은 교실에서 주도적인 역할을 해야 하는 주체는 교사가 아니라 학생이 되어야 한다는 견해로 그 패러다임이 교사 중심 수업에서 학생 중심 수업으로 이동하고 있다. 또한, 이들 교육실천가들의 연구 성과물은 대부분은 긍정적인 교육 효과를 산출하고 있다. 예를 들어, Kamii는 전통적인 수업을 받은 학생들 보다 발생론적 인식론을 적용한 수업을 받은 학생들이 수학적 지식이 갖고 있는 개념적 속성 및 절차적 속성을 유의한 차이가 있게 구성했을 뿐만 아니라 수학에 대한 긍정적 태도도 형성하게 되었다고 진술하고 있다.

이런 연구 성과물을 교육을 실제적으로 담당하고 있는 교사들에게 전파하기 위해서, 각종의 교사연수 및 교원자격 연수 등 다양한 경로를 통하여 현직 교사들에게 전달하고 있으

1) 본 연구는 2004년도 한국학술진흥재단의 연구비(KRF2003-005-B00028)에 의해 지원되었음.
2) 서울교육대학교 강사 (jk478kim@yahoo.co.kr)
3) 이화여자대학교 대학원 (ismsns@hanmail.net)

며, 최근 들어서 예비교사들을 양성하는 각급 교사양성기관에서도 이런 패러다임의 이동에 대한 강조를 하고 있다. 예비교사들을 대상으로 한 교수법 강의에서 이런 패러다임의 이동에 대한 예비교사들의 반응은 긍정적이었으며, 후에 교사가 되면, 학생 중심의 수업을 하려고 노력하겠다는 의지 표명을 한다. 이런 개혁의 흐름에 대해서 대부분의 현장 교사들은 자신들은 이런 변화를 능동적으로 수용하고 그 기본 아이디어를 자신의 교실 수업에 구현하고 있다고 믿고 있다(National Center for Education Statistics, 1996; Stigler & Hiebert, 1998).

하지만, 학생 주도의 수업을 하는 것이 이상적이겠다고 이성적으로 이해하는 것하고, 실제로 이런 의도로 수업을 진행하는 것하고는 별개의 문제인 듯 싶다. 여전히, 대부분의 경우 보편적으로 행해지고 있는 수업은 교사 중심의 수업이며(강민정, 2001; 신민아, 2002). 더 나아가 교사가 학습자 중심이라고 믿고 실행한 수업조차 교사 중심의 수업이 대부분이다(최창우 & 권기자, 2000; Burrill, 1997; Research Advisory Committee, 1997). 공교육이 실시된 이후로 교사중심의 교수법이라고 여겨지고 있는 설명식 교수법은 그간 논의된 다양한 개혁적인 교수법에도 불구하고 사라지지 않고 있다. 일반적으로, 연구자들이 수업개선을 위하여 개발·검증된 다양한 교수방법들은 현장교사들에게 잘 침투가 되지 않는 것이 일반적이다(Bruer, 1993). 사실상 연구자들은 현직교사들의 수업을 관찰한 경험이 없는 사람들로, 각 개별 교사들의 구체적인 장점과 약점을 고려하지 않은 아주 일반적인 조언만을 제공하기 마련이다(Eisner, 1998). 아마도 이것이 그렇게 많은 교육개혁 운동이 있었음에도 불구하고, 교사중심의 교수법이 오늘날까지도 유지되고 있는 원인이 아닐까 한다. 현장교사들은 학생 중심 교수법과 교사중심 교수법 사이에서 방황하고 있는지도 모른다. 그렇다면, 이들을 심리적 공황으로부터 벗어날 수 있도록 교사중심의 수업을 하면서도 학습자 중심의 수업 효과를 볼 수 있는 대안적인 교수법을 필요로 한다고 볼 수 있다.

본 연구에서는 이런 상황에서 한 가지 대안적인 교수법을 제안하고자 한다. 대안적인 교수법은 교사중심의 교수법에서 교사의 역할을 전환하는 것이다. 일반적으로, 교사중심의 교수법에서의 교사의 역할을 축약적으로 표현하자면, 아주 잘 훈련된 문제풀이자라고 해도 그리 틀린 말은 아닐 것이다. 수학적 개념이나 정의를 지도해야 하는 시점에서 교사중심의 교수법을 애용하는 교사들이 주로 사용하는 교수법은 교과서에 진술된 내용만을 '풀이'해 주려 한다. 바로 이점이 교사중심 교수법의 맹점으로 지목되는 부분들 중에서도 가장 큰 약점이라고 할 수 있다. 교사중심 교수법으로 지도 받은 학생들은 내용에 대한 이해 없이 문제 푸는 기계로 전락하고 마는 것이다. 즉, 당면한 수학 문제를 해결할 때 수업 시간에 학습한 지식 그대로만 사용하려 들고 사고를 하지 않으며(강완, 김진호, 김연, 2004), 수업 시간에 경험한 것과 유사한 유형의 문제가 제시되었다고 하더라도, 이 문제를 자신의 사고로 이해한 것이 아니기 때문에 별 진전을 보이지 못하는 경우도 있다(김진호, 조주연, 2004). 수학교과에서 취급하고 있는 지식은 아이디어 중심의 지식이다. 따라서, 전통적인 수업에서 실시되고 있는 문제해결자로서의 교사의 역할로는 학습자가 수학적 지식이 담고 있는 아이디어를 이해할 수 있도록 도와주는 촉매로 작용한다고 보기 어렵다.

본 연구에서 시도하고자하는 수업은 교사중심으로 교사가 설명을 해 가면서 수업을 진행하되 문제해결 중심으로 진행하는 것이 아니라 귀납적 설명, 반례를 든 설명, 유추적 설명, 예시적 설명 등 수학적 사고를 강조한 설명을 하는 것이다. 이런 방식으로 학교수학을 설명하는 것은 학습자에게 간접적으로 수학자들이 수학을 탐구할 때 경험하는 사고과정을 경험시키고자 하는 의도를 반영하려는 시도이다(김진호, 2005a). 대조적으로, 학생 중심의 수업활동에서는 학생이 주도적으로 사고 경험을 하고 교사는 수학적 아이디어의 중간 매개체로

서 역할을 한다. 그런데, 현실적으로, 특히, 학생들이 수동적인 교실 문화를 형성하고 있는 우리나라와 같은 수학교실문화에서(강민정, 2001; 신민아, 2002), 학생주도적인 수업을 이끄는 것은 실현가능성이 매우 낮다고 본다.

따라서, 본 연구의 목적은 교사중심으로 수업을 운영하면서 문제해결자로서의 역할보다는 수학적 지식의 교수·학습 과정에서 다양한 수학적 사고 활동을 설명하는 것으로 역할을 변화해서, 즉, 수학을 탐구하는 탐구자로 교수활동을 전개해 갈 때 발생하는 교육적인 문제들을 살펴보는데 있다. 이런 수업 방법이 학업성취도면에서 효과가 있다면, 이 교수법은 교사중심의 설명식 교수법이란 점 때문에 여러 연구자들이 제시해 보았던 효과적인 교수법들 보다 더 학교현장 교사들에게 전파될 수 있는 교수법이라고 여겨진다. 이와 같은 연구 목적을 달성하기 위해서 다음과 같은 연구를 설정하였다.

교사중심 수업의 틀을 유지하면서 학생이 수학적 사고활동의 주체가 되도록 하는 대안적인 교수법이 학생들의 학업성취도향상에 효과가 있는가?

Ⅱ. 교사중심의 교수법과 학생중심의 교수법

수학이란 학문은 수학적 아이디어 중심으로 구성되어 있기 때문에, 수학의 학습은 이해를 동반한 학습이어야 하며, 극단적으로 말해서, 이해를 동반하지 않은 학습은 학습이 일어난 것이 아니라고까지 말할 수 있을 것이다. 즉, 수학적 아이디어의 이해가 수학의 교수・학습 목적에 중요한 핵심이라고 할 수 있다. 그런 의미에서 보면, Piaget가 말한 "이해한다는 것은 *새로운 것을*(이태릭 부분은 연구자가 첨가함) 창안하는 것"이란 구절은 인용할 만하다 (Piaget, 1973). 이해한다는 것은 새로운 수학적 지식이 담고 있는 의미를 학습자가 알게 되었다는 것을 의미한다. 이 학습자의 앎을 촉진시키기 위해서 교사는 노력한다. 수학교실에서 교사가 하는 모든 행위는 바로 이 학습자의 앎과 관련되어 있다. '어린이들이 수학적 지식이 담고 있는 의미・아이디어의 이해를 촉진시키는 것이 교수이다.'라고 말하는 것은 어떤 의미에서는 항진명제라고 할 수 있다. 학생들이 이해 할 수 있도록 수업을 구성하려면, 어떤 형태의 교수법을 취하더라도 고려해야 하는 것은 과제의 특성, 교사의 역할, 수업의 사회문화, 수학적 도구의 활용, 접근 가능성이다(김수환 등, 2004). 하지만, 이 모든 요인은 교사가 수업을 운영하는 방식과 관련지어 생각하지 않을 수 없다. 교사가 수업을 운영하는 방식에 따라서 같은 요인으로 구성된 수업체계라 하더라도 그 수업효과는 달라질 수 있기 때문이다. 수업방식을 분류하는 것은 분류기준에 따라 다양할 수 있지만, 일반적으로 교사중심의 교수법과 학습자 중심의 교수법으로 나눈다. 이 두 교수법에 대한 특징을 살펴보고, 각 교수법이 학생들의 이해를 촉진시키는지에 대한 연구결과들을 논의하고자 한다.

1-1. 교사 중심 교수법

교사양성기관에서 예비교사들에게 지도하는 교수법과 상관없이 예비교사들은 현직교사가 되었을 때 이들은 자신들이 초・중・고등교육을 받으면서 받은 교수법대로 학생들을 다시 지도한다(Frank, 1990, p. 12). 그렇다면, 과거에 어떤 교수법을 이용해서 학생들에게 수학을 교수하였는지 알아볼 필요가 있다. 미국의 수학교실에서 사용되는 교수법을 분석하기 위해

서 실시된 연구들(Cuban, 1984; Mewborn, 2001; Sirotnik, 1983; Romberg & Carpenter, 1986; Gregg, 1995)은 수업장면을 다음과 같이 기술하고 있다.

> 전체 학급을 대상으로 한 일제식 강의, 예시하고 설명하는 식의 교수법이 주를 이루고 있다. 소집단 활동은 찾아 보기 어려운 수업 형태이고, 학생들은 소극적으로 수업에 참여한다. 교사의 발문은 "예" 또는 "아니오"의 반응을 요구하는 질문이고, 학생들이 하는 작업은 교사의 지시에 따라서 좌석에 앉아서 하는 것이고, 지나치다 싶을 정도로 기계적 학습, 절차(procedures)와 사실들(facts)이 강조되고 있다. 교사와 학생의 대화는 교사의 일방향 의사소통이 지배하고 있다.

이런 수업장면은 누구나 쉽게 연상이 되는 장면이다. 이는 미국의 문제만이 아니다. TIMSS에 참가한 대부분의 나라들에서 실시되고 있는 수업을 분석한 결과들을 보면 이와 유사한 형태로 수업을 진행하고 있으며, 이는 호주(Lokan, Ford, & Greenwood, 1997, p. 231)와 우리나라(강민정, 2001; 신민경, 2002)에서 실시되고 있는 대부분의 수업도 예외가 아니다. 이런 수업의 형태는 1920년대 이전부터 대중 교육이 이루어지던 시기부터 있어왔다(David & Hersh, 1981). 결과적으로, 이런 수업형태로 수업을 받은 학생들은 학교입학 전에는 수학을 개념적으로 접근하다가 학교에 입학해서 수학을 학습하면서 개념과 정의인 것으로 그리고 학년이 올라감에 따라서 수학은 기억해야 할 규칙과 정의들로 구성되어 있다는 신념을 형성한다고 Underhill(1988)은 보고하고 있다. 결과적으로 학교를 떠나면서 사람들이 갖는 수학에 대한 신념은 통합이나 관계적 학습이 아니라 맹목적 기억과 알고리듬으로 수학을 인식하게 된다(Confrey, 1983). Harfield(1992)는 7-12학년의 학생들로부터 수학은 공식과 알고리듬을 기억하는 것이고, 수학은 배우기는 어렵지만 삶에서 없어서는 안 될 것이며, 수학을 배우는 방법은 지루하다는 신념을 설문을 통해서 알아 낼 수 있었다.

한편, 교사양성기관에서 탐구학습, 학습자 중심, 발견학습 등과 같은 교사중심의 교수법이 아닌 다른 새로운 교수법으로 수업을 운영하는 것이 효과적이라는 논거에 대한 교육 및 연수를 받은 예비교사들이 현직교사가 되면 교사중심의 수업을 진행하는 이유는 무엇인가? 교사 중심의 교수법이 존속하는 것은 여러 가지 이유가 있겠으나, Cooney(1985)와 Perry 외(1999)의 연구에서는 평가와 교육과정 재구성에 대한 부담이라는 두 가지 원인을 밝히고 있다. Cooney(1985)는 수학 수업을 문제해결 방식으로 운영하려는 신임교사들을 연구하였다. 이 연구에서 문제해결력을 향상시킬 수 있는 수업을 하려는 교사와 내용 중심의 수업을 원하는 학생들 사이에서 마찰이 빚어졌으며, 이런 마찰로 인하여 수학시간 운영에 문제들을 야기시키게 되었다. 학생들이 내용중심의 수업을 원하는 것은 평가가 내용중심으로 이루어져 있기 때문이다. 평가가 문제해결 중심으로 개념 중심으로 바뀌어야 할 것이다. 또한, Perry 등은 (1999) 개혁적인 교수법을 적용하려해도 실라버스에서 벗어나서 독단적으로 교육과정을 재구성해야 하는 어려움을 호소하고 있음을 기술하고 있다. 교육과정의 재구성은 필연적으로 교재(교과서 및 이에 부속된 다양한 자료들)의 재구성을 요구한다. 이는 교사 개인에게는 부담이지 않을 수 없다. 위의 두 예는 현직교사들이 개혁적인 교수법을 운영하고자 하더라도 현실적으로 부딪히는 어려움을 웅변적으로 보여주고 있다고 할 수 있다.

1-2. 교사 중심의 수업의 효과

그렇다면, 교사중심의 교수법을 활용한 교수 · 학습이 일어난 사회 · 문화적 공간에 있던

학생들은 수학을 어느 정도 이해했겠는가? 이 질문에 대한 답은 반듯이 긍정적인 것 만도 반듯이 부정적인 것 만도 아니라고 본다. 긍정적인 측면을 보자면, 충분한 근거자료는 부족해 확언할 수는 없지만, 이 교수법으로 수학을 학습한 학습자가 수학자가 되고 과학자가 되고 수학을 필요로 하는 분야에서 종사하는 사람들을 양성해 내었다. 그리고 그들의 노력에 의해 우리의 문명은 분야에 따라서 점차적으로 또는 급진적으로 발전을 거듭해 온 것을 부정할 수 없다. 그런데, 이런 성공은 어두운 그림자도 갖고 있다. 현대 산업 국가 체계에서는 국가 경쟁력의 강화를 위해서 소수의 엘리트가 필요하였고 대부분의 대중들은 자신에 맞는 정도의 수학적 지식을 필요로 하였지만, 정보화 사회로 되면서 모든 사회구성원이 고급의 지식을 필요로 하며 또한 지식의 생성자로서의 역할이 필요하게 되었다. 이런 점에서 분명 교사중심의 교수법은 그 효용성에서 도전을 받고 있다. 교사들이 수학적 지식을 학생들에게 전수하려는 노력한 것은 인정되어야 마땅하지만, 그 교수법의 결과로 많은 학습자들이 수학을 이해하지 못하고 학교를 떠나는 것도 사실이다.

한편, NAEP 및 TIMSS의 자료를 분석한 결과를 보면, 학생들은 단순 기능 문제에 대한 성공률은 높은 반면에 문제해결 또는 수학적 지식에 대한 개념이나 아이디어를 묻는 문제들에 대한 성공률은 낮은 것으로 나타나고 있다. 최근 들어서는 이런 단순 기능문제에 대한 성공률이 놓은 것에도 회의적인 시각으로 보는 견해가 있다. 예를 들어, 기능문제에 대하여 정답을 구한 어린이들에게 그 기능문제를 해결하기 위해서 자신이 사용한 과정 및 기능에 내재되어 있는 개념을 질문하면 대답을 못하는 경우가 흔하기 때문이다(강완, 김진호, 김연, 2004). 이와 같은 견해는 기능을 기능적 요소만으로 구성되어 있다기 보다는 기능에 내재되어 있는 즉, 개념과 결합되어 있다고 보는 견해에 따른다(Kim, 2002: Ma, 1999).

또 다른 측면에서, 교사중심 교수법은 학생들에게 수학을 발명(발견)하는 학습능력을 길러주고 있는가 하는 점을 고려해 보아야 한다. 수학교육의 궁극적인 목표는 학교수학에 포함된 지식을 학생들에게 전수(이해)시키는데 있는 것이 아니라, 궁극적으로는 학교육의 범위를 벗어나 사회인이 되어서 접하게 될 학교에서는 접하지 않았던 상황을 맞게 되는데, 이 상황에 자신이 학습한 수학을 전이할 수 있어야 하거나 이 상황을 해결 할 수 있는 새로운 수학적 지식을 생성할 수 있어야 한다. 많은 연구자들(김진호, 1995; 강완, 김진호, 김연, 2004; Carpenter, Moser, & Romberg, 1982, Ginsburg, 1989)은 학생들은 자신의 기존 지식을 이용해서 새로운 지식을 생성해 낼 수 있고, 또한 새로운 상황을 해결하는데 필요한 새로운 절차들을 생성해 낼 수 있음을 보고하고 있다. 그런데 전통적인 수학수업을 받으면서 학생들이 자신들이 학습한 지식의 전이력은 빈약해 지고(박성선, 1998), 또한 학교에서 학습한 문제해결 전략으로 해결할 수 있는 문제를 잘 해결하지 못하는 것으로 보고되고 있다(김진호, 조주연, 2004).

요약해서, 교사중심의 교수법을 활용한 수업은 일부 학업능력이 뛰어난 학생들에게는 효과가 있음을 인정해야 한다. 또한, 이 교수법을 활용하게 되면, 교사에게 수업에 들어가기 전까지의 수업준비에 대한 부담으로부터 벗어날 수 있게 해 준다. 하지만, 대부분의 학생들은 수학을 이해하지 못하고 수학 교실을 떠나며, 교사 자신도 수업을 마치고 학생들이 자신이 수업 시간에 다룬 지식들을 이해했을까 하는 진한 아쉬움을 갖게 된다.

1-3. 그럼에도 불구하고 교사중심 교수법이 유행하는 이유는

유사 이래로 어느 교과를 막론하고 학교 현장에서 행해지고 있는 전형적인 교수법을 특징지어 규정하라고 하면, 강의식, 설명식, 문제풀이식, 해설식의 교수자 중심의 교수법이라고

해도 과언이 아닐 것이다. 이는 수학교과도 예외가 아니다. 이런 전통은 아주 강해서 현재도 이런 전통은 이어지고 있다(Gregg, 1995). 예를 들어, 초·중·고등학교 수학교사들에게 설문한 결과에 따르면 수학 시간에 가장 많이 사용하는 교수법으로 교사중심의 교수법이라고 답변한다. 그렇다면 연구에 의해서 검증된 효과적인 다양한 교수법(예를 들어, Carpenter 등의 인지적으로 안내된 수업(1999); 발생론적 인식론을 수학교과에 적용한 Kamii의 수업(강완, 김진호, 김연, 2004); 수학교과에 탐구학습을 적용하려는 시도를 한 Baroody(1998) 등)이 있음에도 불구하고, 교사들이 전통적인 교사중심의 교수법을 선호하는 이유는 무엇인가?

이에 대하여 다음과 같은 몇 가지 이유를 생각해 볼 수 있다. 한 가지는 수학이란 학문은 매우 연역적인 학문이면서 추상적 아이디어로 구성되어 있어서, 학습자들이 혼자 힘으로 수학적 지식의 의미를 터득할 수 없다고 보는 관점이다. 이 관점에 따르면, 학습자는 매우 수동적인 존재이며, 학습의 대상이 되는 지식은 교사로부터 학생으로 전수되어야 할 대상이다. 학습 대상이 되는 지식이 있으면, 이 학습 대상을 학습할 준비가 되어 있어야 학습의 효과가 있다고 보는 견해인데, 학습자가 학습의 준비가 부족하기 때문에 교사가 지식을 전수해야 한다고 보는 것이다. 또한 수학이란 학문은 매우 추상적인 정신활동의 결과인데 어린이들이 수학적 지식이 담고 있는 추상적인 정신활동을 하기에 충분하리 만큼 정신적으로 지적으로 성숙한 존재가 아니라고 보는 것이다. 그래서, 이 관점에 따르면, 교사의 직접적인 교수는 필연적인 것이다.

다른 이유는 "교사들은 자신들이 지도 받은 방식대로 지도한다."와 같은 금언에서 찾아 볼 수 있다. 대부분의 교사들이 경험한 수업 방식은 교사 중심의 교수법이고 따라서 자신들도 교사 중심의 교수법을 암묵적으로 선호하게 된다. 또한, 교사양성기관에서 예비교사들은 다양한 교수법을 학습하지만, 이 학습은 교재를 통한 강의 중심으로 학습하게 된다. 다양한 형태의 교수법을 마치 강의 중심의 교수법인양 획일적인 형태의 교수자 중심의 교수법을 통해서 학습하게 된다. 결과적으로, 교사양성기관에서 행해지는 교수형태들이 예비교사들이 현직교사가 되었을 때 교사 중심의 교수법을 고수할 수 밖에 없도록 조장하고 있다고 해도 무방할 듯하다. 이와 관련하여, 교수자 중심의 강의에서는 이론적 접근이 주로 이루어지고 이론과 교수·학습의 관행과는 접목을 시키지 않는다. 예를 들어, Piaget의 구성주의 이론을 강의하면서 반성적 추상화에 대한 의미는 강의를 통해서 논의되지만, 학교수학 내용의 교수·학습 상황에서 학생들의 반성적 추상화를 촉진시키기 위한 교사의 역할, 교실 운용, 교사의 발문, 반성적 추상화에 의해서 지식이 추상화되는 과정 등에 대한 실질적인 논의는 부족하다고 아니할 수 없다. 다시 말해서, 현재의 교사양성교육이 예비교사들이 충분히 다양한 교수법을 실제 적용할 수 있을 만큼 충분한 실용적 지식을 학습시키기에는 부족하다.

2. 학습자 중심의 수학수업

Piaget가 교육에 기여한 점 중의 하나는 어린이들의 사고 양식은 성인의 사고 양식과는 다르다는 사실을 임상적으로 입증해 준데 있다. 어린이들은 성인과는 다른 논리를 가지고 그리고 자기 나름대로 창안해 낸 지식을 가지고 새로운 지식을 학습한다. 이때 중요한 역할을 하는 것이 학습자의 기존 지식이기 때문에, 학습자 중심의 (수학) 학습에서는 학습자에게 제시된 과제[4]에 대한 학습자의 반응으로부터 학습의 출발점을 삼는다. 이는 교사중심의 교

4) 이때, 학습자에게 제시되는 과제 및 교육 환경은 학습자의 잠정적 기저지식을 바탕으로 구성된다. 기저지식은 학습자 내부에 존재하는 것이며 학습자 개별적으로 다 다르다고 보아야 하기 때문에,

수법을 활용하는 수업에서 교재에 순서적으로 나열되어 있는 것 중의 한 내용을 단위 학습의 출발점으로 삼는 것과는 사뭇 다른 것이다. 학습자의 반응으로부터 출발점을 삼는다는 말은 현실적으로 일대일의 개별화 수업을 할 수 없는 다인수 학습을 운용해야 하는 공교육의 현실에서는 전체 수업 중에 개별화 수업을 운영해야 한다.

학습자 중심의 수업에서 관심을 갖는 부분은 학생이 낮은 수준의 지식으로부터 고급 수준의 지식으로 전이를 돕는데 있다(Piaget, 1970, 2001). 그런데 이 낮은 수준으로부터 고급 수준의 지식의 전이는 제삼자의 풀이식 설명의 경청이나, 모방에 의해서 일어 날 수 있는 것이 아니라 반성적 추상화에 의해 일어난다. 반성적 추상화는 일련의 행위로부터 발생하는 것으로 학습자의 행위 즉 활동을 강조한다(Piaget, 1970, 2001).

학습자 중심의 수학 수업은 구성주의 이론에 영향을 받은 것으로 보아야 하는데, 구성주의 이론은 구성주의 이론가들만큼 다른 구성주의 이론이 있다. 구성주의를 표방한 수업이라고 할지라도 그 이론적 배경에 따라서 수업의 형태가 달리 나타난다. 교사의 역할을 최대한 간소화 하려는 발생론적 인식론을 적용한 수업과 인지적으로 안내된 수업(Cognitively Guided Instruction)을 중심으로 학습자 중심의 수업을 논의한다.

2-1. 발생론적 인식론을 적용한 수학 수업

Piaget의 사상은 1970년을 기점으로 둘로 나누어진다. 1970년 이전에는 주로 발달단계에 관심을 가졌다면, 이후에는 발생론적 인식론에 관심을 갖게 된다. 발생론적 인식론이란 인식론에서 다루는 지식의 문제를 다루고 있지만, 인식론에서는 지식을 정적인 것으로 보지만, 발생론적 인식론에서는 지식을 변화하는 과정으로 본다. 오늘 객관적·절대적 지식이 내일 부정되고 새로운 지식이 객관적·절대적 지식이 된다. 따라서 발생론적 인식론에서는 객관적·절대적 지식이란 존재하지 않는다고 본다. 따라서, 새로운 지식의 생성은 심리적 과정이 매우 중요하게 작용한다.

이런 발생론적 인식론을 수학 교수·학습에 적용한 연구자가 Kamii이다. Kamii는 이론적 배경을 후원하면서, 한 초등학교 교사가 초등학교 1학년 학생들을 대상으로 학생 중심의 수학 수업을 운용하도록 격려하였다. 물론 이 교사는 전통적인 교사 중심의 수업에 익숙해 있었고, 자신에게서 수업을 받은 학생들은 수학적 개념을 잘 형성하고 있다고 자부하고 있었다. 하지만, 본 연구에 들어가기 전에 이 교사가 충분히 학습자들이 개념적 이해를 하였다고 했을 때, Kamii가 학생들의 개념적 지식을 조사한 결과에 이 교사는 당혹해 하지 않을 수 없었다. 담당 교사는 자신있게 어려운 계산문제를 어린이들에게 제공하였고 어린이들은 옳은 답을 구했다. 하지만, 문제는 어린이들에게 계산과정을 설명해 보라고 하거나 각 자리 값의 의미를 질문하였을 때 발생하였다. 예를 들어, 15+5의 답인 21에 대하여 '2'의 의미를 묻는 질문에 많은 어린이들이 낱개 2로 생각하고 있었을 뿐만 아니라 자신의 계산과정이 왜 작용하는지를 설명하지 못하였다. 반면에 발생론적 인식론의 입장에서 수업을 진행한 학급의 어린이들은 이 두 가지 측면에서 잘 수행하였다.

학습자가 구성하고 있는 바로 그것과 일치(match)시킬 수 있는 학습자의 기저지식을 가정하기는 어렵다. 연구자들이 취하는 두 가지 방식이 있는데, 한 가지는 Steff가 주장하는 잠재구성영역(zone of potential construction)을 설정(von Glasersfeld, 1995)하는 것이고, 다른 한 가지는 어린이들이 수학적 지식을 이해해 가는 과정을 연구한 결과들로부터 얻어진 연구 증거들을 어린이들의 기저지식으로 가정(2-2절 참고)하는 것이다.

Piaget가 교육에 기여한 또 다른 점은 교육의 목적을 학습자의 자율성의 증대에 두었다는 점이다(Kamii, 1994, 2001; Piaget, 1973). Piaget가 의미하는 자율성이란 진위를 판단하는 능력, 선악을 판단하는 능력, 미추를 판단하는 능력이다. 진위 판단에 있어서 모든 참고 가능한 것을 참고해야 하고, 결과적으로 보다 합리적인 판단에 대하여 복종 할 줄 아는 능력을 의미한다. 자율성의 증대야 말로 구성주의 또는 발생론적 인식론의 교육에의 적용에서 중요한 위치를 점하고 있다. 인간은 타율적인 면과 자율적인 면 모두를 잠재하고 있지만, 교육에 의해서 이 두 성향 중 어느 한 성향이 부각될 수 있기 때문이다. 교사중심의 수업에서는 인간의 타율성이 증대될 뿐이다.

2-2 인지적으로 안내된 수업(Cognitively Guided Instruction)

인지적으로 안내된 수업(이하 안내된 수업)은 어린이들의 사고 및 기저지식을 연구한 결과 밝혀진 연구결과를 수학 수업에 활용하고 그 효과를 알아보려는 목적으로, Fennema, Carpenter, Peterson, Franke 등에 의해서 시도되어 오고 있다. 처음에 교사의 교수에 미치는 영향에 관심이 있었지만, 지금은 학생들이 수학을 학습하는데 있어서의 향상에 대하여도 관심을 두고 있다(Foster, 2000). 안내된 수업에서는 수업 담당 교사와 어린이들이 수학을 생각하는 방법이란 측면에서 수학에 대한 지식을 공유한다. 안내된 수업을 하는 교사들은 이들에게 전통적인 교사 중심의 수학교실에서 기본적으로 발견될 수 있는 수업자료들을 제공받지 않는다. 그 대신에, 안내된 수업을 받는 어린이들은 대부분의 시간을 문제를 해결하는데 보낸다. 이들이 해결하는 문제는 교사가 어린이들에게 읽어 준 책으로부터, 수학 수업이 아닌 다른 교과중의 한 단원으로부터, 또는 어린이들의 삶 등으로부터 나온다. 다양한 종류의 자료를 사용할 수 있지만, 전통적인 교사 중심의 교실에서는 사용할 자료를 교사가 정하거나 교재에서 정해주는데 반해서, 안내된 수업에서는 사용할 자료를 사용하는 방법 및 때를 어린이들이 정한다. 교사는 문제해결 방법을 제시하지 않는 대신에, 어린이들은 각자 자신들이 할 수 있는 방법으로 문제를 해결하고, 때때로 여러 가지 방법으로 해결하며, 문제를 해결한 방법을 동료와 교사에게 설명한다. 교사와 학생들은 경청하고 자신들이 문제해결자가 설명하는 것을 이해할 수 있을 때까지 질문한다. 그러고 나서, 전체 과정을 반복한다. 각 어린이들이 발표하는 문제해결 과정으로부터 얻어지는 정보를 활용해서, 교사는 각 어린이가 알고 있는 것을 이해하고 각 어린이가 학습할 수 있도록 도와주기 위해서 수업을 구조화하는 방법을 결정한다(Fennema, Carpenter, & Lamon, 1992). 안내된 수업에서는 각 어린이의 사고가 중요하며, 동시에 존중된다. 어린이들은 문제풀기를 기꺼이 하며, 어린이들은 자기 자신의 사고가 문제를 해결하는데 결정적인 역할을 한다고 인식한다. 교사들은 어린이들이 문제해결의 책임이 있음을 인식할 수 있도록 격려한다.

Fennema가 한 유치원 교실을 방문하였을 때, 그녀는 자신의 눈앞에 벌어지는 교수의 질에 놀라지 않을 수 없었다고 술회하고 있다(Foster, 2000). 실제로 유치원 교실에서 "선생님은 공책의 한 면에 스티커 3개를 붙였어요. 오늘은 3면만 스티커를 붙였어요. 모두 몇 장의 스티커를 붙였나요?"와 같은 기초 곱셈 개념을 동반한 수학 활동을 하고 있었다. 아마도 수학교재를 가지고 수업을 운영하는 전통적인 교사 중심의 유치원 교실에서는 기대할 수 없는 내용이며, 또한 이 내용을 다루는 방식 또한 이질적이다. Fennema(Foster, 2000)는 어린이들은 성인이 생각할 수 없는 방법으로 수학을 하는 것을 학습한다는 점임을 환기시키고 있다. 안내된 수업을 받은 어린이들은 교사의 도움 없이도 스스로 덧셈의 규칙들을 알아 낼 뿐만 아니라 이들은 덧셈·곱셈의 알고리듬까지도 알아낸다(김진호, 2005b).

요약해서, 학생중심의 수업을 받은 학생들은 수학적 지식을 창안해 낼 수 있다는 신념을 확인시켜 주고 있다. 또한, 이런 증거는 단기연구에 의해서 얻어진 결과가 아니라 장기연구 결과에 의해서 얻어진 결과라는 점에서 중요하다. 장기연구를 하게 되는 계기는 어린이들이 수학을 이해나는 과정이나 풀이과정 등을 이해하기 위한 노력으로 임상면담(Ginsburg, 1989, 1997)과 같은 질적연구 방법을 사용하여 왔지만, 이 또한 어떤 면에서는 실험연구와 마찬가지로 현실적인 상황에서 얻어진 자료가 아니라는 한계를 지니고 있다. 즉, 이런 연구는 실제 수학 수업에서 나타나는 이해과정을 추적하기 위한 노력의 일환이라고 볼 수 있다.(박만구, 1999) 학생중심의 수학수업을 받은 학생들은 수학적 지식을 전통적인 수업을 받은 학생들 보다 잘 이해하고 있으며(강완, 김진호, 김연, 2004), 수업을 받는 동안 수학을 탐구할 수 있는 기회를 갖으며(Carpenter, 등, 1999), 결과적으로 수학에 대한 부정적 이미지를 비교적 적게 갖는다. 왜 이런 학생 중심의 수학수업이 일선현장에서는 잘 이루어지지 않는 것일까? 다음 절에서 이 문제에 대해서 논의한다.

2-3. 그럼에도 불구하고 현실적으로 학생 중심의 교수법이 일반화된 못하는 것인가?

첫 번째, 교사가 학생 중심의 수업을 운용하려면, 교사는 학생의 기저지식에 대하여 풍부한 지식이 있어야 한다. Piaget 이후로 학습자가 지식을 구성해 가는 방식에 대한 이해를 활성화시키기 위한 노력들이 있었음에도 불구하고, 사실 아직까지는 수업에 활용할 수 있을 정도로 확고하게 알려진 것이 일부 초등 수학 내용을 제외하고는 없다시피 하다고 보아야 옳을 것이다. Kamii의 경우 문제가 되는 것은 3년간 수학수업을 하면서 오로지 연산과 관련된 부분만을 다루었다는데 있다. 연산부분에서 얻은 결과들은 분명히 수학교육적으로 시사하는 바가 크지만, 수학은 연산만으로 구성된 학문이 아니다. 초등수학은 다양한 영역의 지식으로 구성되어 있다. Kamii가 연산영역만을 수업의 대상으로 삼은 것은 다른 영역에 대한 어린이들의 (비형식적) 수학과 사고과정에 대한 연구결과가 수업에 직접적으로 응용하기 까지는 미흡하기 때문일 것으로 본다. Mack(1998)은 분수영역에서의 연산으로 그 범위를 확장해 가고 있지만, 대수 영역이 아닌 다른 영역에서의 어린이들의 수학적 사고과정에 대한 연구도 활발히 진행되어야 할 것으로 본다.

두 번째, 교사가 학생 중심의 수업을 운영하려면, 개별화 수업을 진행해야 한다. 개별화 수업을 진행해야 하는 이유는 학생 개개인은 수업 준비도 면에서 저마다 다른 준비 상태에 있고 이 상태로부터 좀 더 고급 상태의 지식의 전이를 촉발시키는 것이 교육의 목적이기 때문이다(Piaget, 1970). 위의 두 예에 있는 학급들은 다인수 학습이지만, 학생들의 기저지식에 대한 개인차를 고려하면서 학습 진도를 조절하고 있다. 학습 진도를 획일적으로 유지하는 것이 아니라 각 학생의 수준에 따라서 조절해야 한다.

세 번째, 학생중심의 소집단 탐구학습을 지향해야 한다. 학생중심의 소집단 탐구학습은 행동주의자들이 언급하는 소집단 탐구학습과는 다르다. "협력학습"을 주장하는 Slavin(1990)은 '학생들은 학습배치 시험에 따라 개별화된 일련번호를 부여받고 자신의 성적에 따라 진행한다. ...... 통과를 한 최종 시험의 수, 완벽한 과제물에 대한 과외 점수, 그리고 완성된 숙제 등에 기초해서 기준 점수를 초과한 집단들에게 표창을 하거나 집단상을 준다(p. 5). 이와 대조적으로 학생중심의 소집단 탐구학습을 지향하는 수업에서는 어린이들이 자신들이 다루고 있는 지식이 담고 있는 의미를 토론하고, 토론 중에서 나오는 여러 가지 의견 중에서 좀 더 합리적인 의견에 복종할 수 있으며, 이런 복종으로 인하여 자신의 인지구조를 유의미적으로 재구성할 수 있도록 학생을 도와주는 것이 교사의 역할이다. 어린이들이 소집단별로 적절한

수학적 활동에 참여하고 있다고 해서, 그들이 "구성을 위한 맹렬한 활동"을 하고 그리고 인지구조의 변화를 일으킬 것이라고 가정할 수 없다는 것을 항상 염두에 둘 필요가 있다 (Davis, Maher, & Noddings, 1990)

Ⅲ. 연구 방법 및 분석 방법

1. 연구 대상

본 연구에 참가한 학생들은 서울 소재 모 사립 중학교 2개 학급에 속한 학생들이다. 이 중학교의 학업성취도는 서울지역에서 평균에 속한다. 학교에서 자체적으로 실시한 중간고사 수학 시험에서 12학급 중 9등을 한 학급을 실험학급으로 삼았다. 따라서 실험전의 학급의 학업성취도는 낮은 편이라고 보는 것이 합리적이다. 한편, 비교학급은 중간고사 수학 시험에서 8등을 하였다. 따라서 비교학급의 학업성취도가 실험학급의 학업성취도 보다 상대적으로 우수한 학급이다. 이는 실험에 들어가기 전에 이미 이 두 집단은 학업성취도면에 있어서 통계적으로 유의미한 차이가 있는 이질집단임을 의미한다.

2. 연구설계

중학생들을 대상으로 설문 조사를 한 결과에 따르면(교육과학연구소, 2000), 중학교 학생들이 가장 학습하기 어려워하는 단원이 함수와 관련된 단원이었으며, 학생들이 어려워하는 이유는 함수 단원에서 다루어지고 있는 수학적 내용들은 개념적 속성과 관련되어 있기 때문인 것으로 추정된다. 본 연구는 대안적인 교수법이 학생들이 수학적 지식을 이해하는데 도움이 되는가 하는 측면을 검증하는데 있기 때문에, 이 주제는 본 연구에 적절한 것으로 판단되어 일차함수를 내용으로 선정하게 되었다.

일차함수 단원의 지도 전에 학습한 내용인 부등식은 중간고사 이후에 비교학급과 실험학급에서 전통적인 교사중심의 교수법을 활용한 교수·학습 활동을 통하여 교사와 학생들은 학습하였다. 다음 학습 단원인 일차함수 단원부터 두 학급에서 실시된 교수·학습을 달리 하여 13차시 수업을 실시하였다. 비교학급에서는 지도한 교사는 교육경력 2년차인 신임교사로 주로 교과서에 의존해서 지도하는 경향이 있으며, 문제풀이 위주로 수업을 진행하였다.

반면에, 실험학급을 지도한 교사(제2저자)는 교육경력 10년의 중견교사로 대학원을 다니며 최근의 수학교육이론에 대한 안목이 있으며 이를 수업에 활용하려고 노력하는 교사이다. 제1저자는 실험학급에 있는 학생들을 대상으로 대안적인 교사중심의 교수·학습 활동을 통하여 일차함수 단원을 교수·학습 활동을 할 것을 실험학급 교사에게 요청하였다. 즉, 실험학급에서는 교사가 설명하는 과정에서 다양한 수학적 사고들을 동원하였다. 학생들이 사고에 의한 답을 하건 안하건 상관없이, 학생들이 답을 하기 위해서는 사고를 해야만 하는 질문들을 가급적 자주 던졌다. 또한, 이 새로운 교수법은 실험학급의 교사에게 익숙하지 않은 교수법이기 때문에, 제1저자는 제2저자가 수업을 진행하는 것을 관찰하고 수업이 끝난 후, 수업에서 교사가 전통적인 교사중심의 수업으로 진행하는 점들이 발견되면 지적해 주는 것과 동시에 대안적인 교수법으로 합당한 교수·학습으로 있음직한 활동을 제안해 두었다. 수학적 사고를 동원한 설명을 할 수 있는 상황에서 그렇게 하지 않은 내용이 있으면, 그 내용에 대한 새로운 대안적인 교수법에서 접근 가능한 방법을 안내해 주었다. 앞서 밝혔듯이 제1저자와 제2

저자의 이런 상호 보완하는 활동은 사후에 일어난 것이다. 이는 사전에 이런 상호 보완 활동을 구체적으로 하지 않은 것은, 대안적인 교수법에 대안 안내만으로 교사 스스로 수학적 사고 활동이 충만한 수업을 이끌 수 있을 것으로 기대하였기 때문이다. 그렇게 할 수 있어야지 이 새로운 대안적인 교수법이 실제로 전파 가능한 것이라고 기대하기 때문이다.

3. 검사지 문항 구성 및 채점기준

학생들의 학업성취도를 측정하기 위한 검사지는 실험학교에서 실시한 기말고사 수학 시험지를 검사지로 하였다. 이 검사지의 구성은 실험학교에 근무하는 8단계를 담당한 2 선생님이 공동으로 작성하였다. 이 검사지에는 부등식과 일차함수 단원에 대한 문항이 각각 상대적으로 8문항 12문항씩 있다.

4. 연구 방법

학생들의 문제해결력을 측정하기 위해서, 본 연구의 실험 수업 후 실시한 기말고사 수학 성적으로 두 학습의 수학성취도를 비교분석하였다. 학급별, 학습내용별(부등식, 일차함수) 차이가 있는지를 조사하였는데, 학급과 학습 내용 영역을 모수요인, 기말고사 수학 학업성취도를 종속변수로 하여 이원 분산분석(Two-way ANOVA)을 하였다.

Ⅳ. 연구 결과

1. 전체 학생

전체학생들을 대상으로 한 이원 분산분석 결과표가 <표 1>에 있다.

<표 1> 학급과 수학학습 내용 영역에 따른 학업성취도의 이원 분산분석표

종속변수:성적

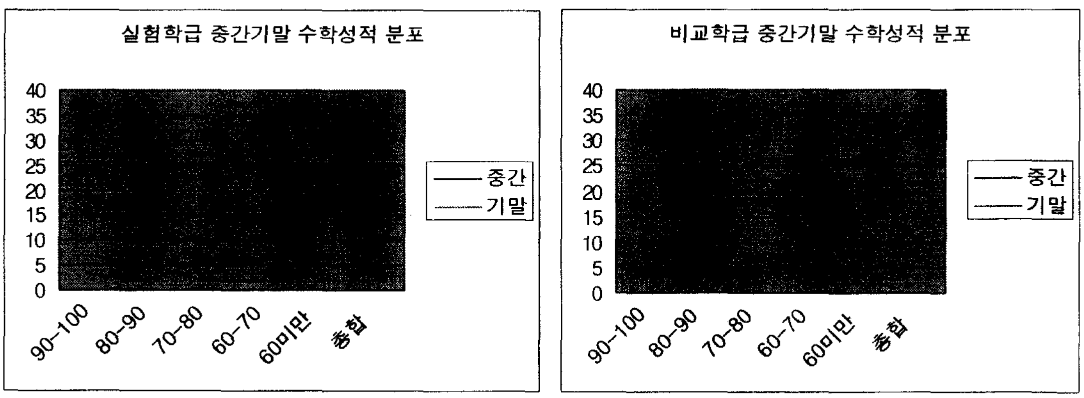
소스	제III유형 제곱합	자유도	평균제곱	F	유의확률
수정 모형	52.343	3	17.448	.028	.994
절편	365315.361	1	365315.361	581.618	.000
학급	.523	1	.523	.001	.977
학습내용	7.071	1	7.071	.011	.916
학급 * 내용	45.733	1	45.733	.073	.788
오차	85421.812	136	628.102		
합계	451062.973	140			
수정 합계	85474.154	139			

a R 제곱 = .001 (수정된 R 제곱 = -.021) $F_{1,\ 136,.05}$ = .254

<표 1>로부터, 학급과 학습 내용영역의 상호작용 분석결과는 학급에 따라 보다 잘하는 수학 내용영역이 있다고 볼 수 없음을 알 수 있다. 다시 말해서 비교학급이 부등식을 일차함수보다 잘한다거나 실험학급이 함수를 부등식보다 더 잘한다고 볼 수 없다. 부등식 단원과 함수 단원의 성취도를 비교 분석한 결과는 이들 단원의 성취도가 서로 유의미한 차이가 없음을 나타낸다. 따라서 학생들이 부등식 단원에서 일차함수 단원에서보다 높은 점수를 받기는 하였으나, 부등식을 일차함수 보다 잘 한다고 판정할 수는 없다. 학급별 평균의 비교분석한 결과는 비교학급과 실험학급의 학급 평균성적이 유의미한 차이가 있다고 판정할 수 없음을 보여준다. 즉 비교학급이 실험학급 보다 수학 성취도가 특별히 우수하다고 할 수 없다.

이상의 이원 분산분석의 결과를 종합해 보면, 두 학급의 수학 성취도는 유의미한 차이가 없으며, 두 학급의 수학 성취도에 있어서 학습 내용영역 즉 학습하는 단원의 내용에 따른 영향은 없는 것으로 볼 수 있으며, 두 단원의 성취도 간에 유의미한 차이 또한 없는 것으로 볼 수 있다. 이러한 분석 결과는 수학적 사고를 강조한 설명을 강조한 개념적 접근 방식의 수업이, 학생들의 문제 해결력 향상에 유의미한 효과가 있을 것으로 기대할 수 없음을 시사한다고 볼 수 있다. 이는 개념적 이해가 학습효과를 증진시킨다는 기존의 주장들과 모순되는 결과이다. 따라서 이 결과의 원인을 파악하기 위해 두 학급의 학생들의 성취도 수준 분포를 살펴보았다.

<표 2> 두 학급의 중간 기말 수학 성취도 분포표



두 학급의 학생들의 성취도 수준 분포를 살펴보기 위해 성취도에 따라 학생들의 수준을 범주화하였다. 문제의 난이도에 따라 차이는 있겠지만, 문제해결력에 있어서 난이도에 크게 영향을 받지 않을 것으로 예상되는 90점 이상의 학생들을 상(上), 60점 이하의 학생들을 하(下)로 범주화 하였다. 이 범주화의 측면에서 볼 때, 위의 표에 나타난 바와 같이 두 학급 모두 수학 성취도가 하 범주에 속하는 학생들의 비율이 거의 과반수에 이를 정도로 많다. 교수방법의 변화가 전체적인 성취도 평균에 유의미한 변화를 가져오지 못한 것이 하 범주에 속하는 학생들의 비율이 너무 많기 때문이 아닐까 하는 의문을 갖고, 이를 확인하기 위해 이 수준의 학생들을 제외한 학생들의 성취도 변화를 비교분석하였다.

2. 상 · 중 수준의 학생

하 범주에 속하는 학생들을 제외한 학생들의 성취도에 대한 비교분석 역시 기말고사 수학 성적으로 분석하였다. 전체 학생의 성취도 분석과 마찬가지로 학급, 학습 내용영역 -부등식, 함수- 에 따라 차이가 있는지 조사하였다. 학급과 학습 내용영역을 모수요인, 기말고사 수학 성적을 종속변수로 하여 이원 분산분석(Two-way ANOVA)을 하였다. <표 3>은 상·중 수준의 학생을 대상으로 한 이원 분산분석 결과표이다.

이 표로부터, 학급별로 보다 잘하는 수학 내용영역은 없었다. 즉 어떤 학급이 어떤 수학 내용 영역을 다른 영역보다 특별히 더 잘한다고 볼 수 없다. 학급별 평균의 비교분석 결과, 비교학급과 실험학급의 학급성적이 유의미한 차이가 있었다. 따라서 비교학급이 실험학급보다 수학 성취도가 우수한 것으로 볼 수 있다. 즉, 이 말은 학급별로 특별히 잘하는 수학 내용영역이 있는 것으로 볼 수는 없지만, 부등식 단원과 함수 단원의 성적은 서로 유의미한 차이가 있음을 나타낸다. 따라서 비교학급의 학생들이 부등식 단원에서 함수 단원에서보다 높은 점수를 받은 것으로 볼 수 있다.

<표 3> 상·중 학생을 대상으로 한 학급과 수학학습 내용 영역에 따른 학업성취도의 분산분석표

종속변수 : 기말고사 수학성적

소스	제 III 유형 제곱합	자유도	평균제곱	F	유의확률
학급	236.6242	1	236.6242	.64	.000
학습내용	1667.5936	1	1667.5936	4.51	.000
학급*내용	38.2166	1	38.2166	.103	.512
오차	2441.7005	66	2441.7005		
합계	26344.1349	69			
수정합계	1293.310	68			

$F_{1,\ 66,.05} = .252$

이상의 이원 분산분석의 결과를 종합해 보면, 비교집단이 실험집단보다 학급 평균이 우수한 것은 부등식의 단원의 점수에서 차이가 있는 것으로, 일차함수 단원에서는 두 학급의 학습 성취도가 유의미한 차이가 없는 것으로 생각할 수 있다. 전반적인 수학 학업성취도가 낮은 실험집단 학생들이 일차함수 단원에 있어서는 비교집단 학생들과 유의미한 학업성취도 차이가 없다는 것은 상대적으로 일차함수 단원의 학업성취도가 높음을 의미하는 것으로 볼 수 있다. 이는 수학적 사고를 강조한 설명을 강조한 개념적 접근 방식의 수업이 상·중 수준의 학생들의 문제 해결력 향상에 효과가 있음을 시사한다.

3. 문제해결력 분석 결과

전체 학생들의 성취도를 분석한 결과, 두 학급의 수학 성취도, 학습 내용영역 즉 학습하는 단원의 내용이 수학 성취도에 미치는 영향, 두 단원의 성취도 간에 유의미한 차이가 없는 것으로 볼 수 있다. 이는 수학적 사고를 강조한 설명을 강조한 개념적 접근 방식의 수업이, 학생들의 문제 해결력 향상에 유의미한 효과가 있을 것으로 기대할 수 없음을 시사한다.

선행 연구들에서 밝혀진 개념적 이해의 학습 효과에 모순되는 분석 결과의 원인을 파악하기 위해, 학생들의 성취도를 상·중·하로 범주화하였다. 하 범주에 속하는 학생들을 제외한 학생들의 성취도를 분석한 결과는 수학적 사고를 강조한 설명을 강조한 개념적 접근 방식의 수업이 상·중 수준의 학생들의 문제 해결력 향상에 효과가 있음을 시사한다.

이상의 분석 결과는, 수학적 사고를 강조한 접근 방식이 하수준의 학생들에게는 효과적인 지도방식이 아닐 수도 있음을 시사한다. 이러한 현상은 생물학에서의 '최소율의 법칙'5)을 학업성취도에 적용시켜 설명해 볼 수 있다. 학교수학에서 목표로 하는 수리능력은 수학적으로 생각하여 창의적으로 문제를 해결하는 능력으로, 본 연구에서 학생들의 문제해결력을 측정하기 위한 평가 역시 수리능력 평가에 근거를 두고 있다. 기초적인 수리능력은 수학적 개념· 원리· 법칙에 대한 이해력, 수학적 표현 해석력, 계산능력, 추론능력을 말한다. 하 수준의 학생들의 문제해결력이 상·중 수준의 학생들보다 떨어지는 원인이 기초적인 수리능력의 여러 요인이 전반적으로 부족한데서 기인할 수도 있지만, 이 중 어느 한 요소의 부족으로 인해 문제해결에 이르지 못하는 경우가 더 많은 것으로 생각된다. 한 가지 양분의 부족이 식물의 생장에 영향을 미치듯이, 기초적인 수리능력의 여러 요인 중 한 가지 요소 즉 계산 능력 혹은 추론 능력 등이 부족하면 수학적 개념을 이해했어도 문제 해결에 완전하게 도달할 수 없다. 하 수준의 학생들은 수학적 개념을 강조한 지도를 통해 수학적 개념·원리·법칙에 대한 이해력이 향상되었어도 계산능력이나 추론 능력 등 다른 요인의 부족으로 인해 문제해결에 도달하지 못했을 것으로 생각된다. 이는 우리 몸의 기능이 전체적으로 저하되어 사망에 이르는 것이 아니라, 어느 한 기관의 손상이 사망의 원인이 되는 것과 마찬가지이다.

이러한 문제점은 수준별 수업에서 지향하는 수학 교수-학습 과정의 차별적 접근 중 '내적 차별화'를 통해서 해결할 수 있다. 이에 대해서는 보다 심도 있는 연구가 필요하다. 본 연구의 주요 초점은 수학적 사고를 강조한 개념적 접근 방식이 학생들의 개념적 사고변화에 어떤 영향을 미치는가에 있으므로 본고의 논의를 벗어남으로 한인기(2000)를 참고하기 바란다.

V. 연구의 결과 및 시사점

본 연구의 목적은 교사중심의 수업을 하면서도 학습자 중심의 수업 효과를 얻을 수 있는 대안적인 수학 수업 교수법을 현장에 적용하고 그 효과를 검증하는데 있다. 연구자들이 시도한 대안적인 교수법은 전통적인 교사중심 교수법의 긍정적인 측면을 유지하면서 학생이 수학적 사고활동의 주체가 되도록 하는 것이다. 이 대안적인 교수법의 기본 아이디어는 수업 활동시 교사의 위상의 변화와 학생 중심 수업의 외형적 틀에 대한 관점의 변화이다. 교사는 문제해결자의 위치에서 설명하던 것에서 벗어나 학생이 수학이 발생한 경로를 따라 수학적 사고 활동을 전개해 가도록 안내하는 설명을 한다. 학생은 교사의 설명을 따라가면서 스스로 사고활동의 주체가 되는 자율성을 경험한다. 이 수업의 외형은 교사설명 중심이지만, 학생이 수학적 사고활동의 주체가 되어 수업에서 목표로 하는 개념적 이해에 도달한다는 측면에서 학생중심 수업이다.

---

5) 19세기 독일 화학자 폰 리비히가 발견한 것으로, 양동이의 한 귀퉁이가 낮으면 물을 그 이상 담을 수 없듯이, 식물의 생장은 갖가지 양분이 아무리 충분해도 가장 부족한 한 가지에 의해 결정된다는 이론.

두 학급 학생들을 대상으로 전통적인 교사 중심 교수법과 대안적인 교수법으로 일차함수 단원을 지도한 후, 학업성취도에 미치는 영향을 살펴보았다. 두 학습의 학업성취도는 대안적인 교수법이 수학적 능력이 하 수준인 학생들에게는 유의미한 변화를 가져오지 못함을 통계적으로 보여주었다. 이는 생물학에서의 '최소율의 법칙'에 비추어 해석해 볼 수 있다. 하 수준의 학생들이 대안적인 교수법을 통하여 개념에 대한 이해를 했더라도 다른 수학적 능력의 결핍으로 인해 학업성취도에 있어 주시할만한 향상을 가져오지 못한 것으로 해석해 볼 수 있다.

본 연구에서 시도한 대안적인 교수법은 수학적 능력이 중 이상인 학생들의 학업성취도 향상에는 유의미한 영향을 가져왔다. 이 연구 결과는 교사중심의 수학적 사고과정을 강조한 대안적인 교수법이 학습효과면에서도 바람직한 교수법이 될 수 있음을 시사한다. 또한 기존의 교사중심의 교수법의 개혁에 따른 부담을 줄여 현장에서의 실천가능성이 높은 교수법이라는 측면에서 주시 할 만 한다.

참고문헌

강민정. (2001). 우리나라 수학 교수법 분석 및 독일, 일본, 미국과의 비교 연구: TIMSS 비디오 연구의 방법을 적용하여. 한국교원대학교 석사학위논문.

강완, 김진호, 김연 (2004). Piaget의 발생론적 인식론을 적용한 수학수업-3학년. 서울: 경문사.

교육과학연구소 (2000). 창조적 지식기반 사회를 위한 학교 교육과정 모형 개발. 이화여자대학교 교육과학연구소.

김수환, 박영희, 이경화, 한 대희. (2004). 어떻게 이해하지? 서울: 경문사.

김진호 (1995). 국민학교 2학년 학생의 곱셈구구에 대한 지식 생성 수준 분석. 한국교원대학교 석사학위논문.

김진호 (2005a). 수학자가 수학을 탐구하듯이 학습자도 수학을 탐구할 수 있는 방안 모색. 수학교육, 44 (1), 87-101.

김진호 (2005b). 발생론적 인식론을 적용한 수학 수업- 두 자리 수의 곱셈을 중심으로. 수학교육논문집 시리즈 E, 19 (1), 1-14.

김진호, 조주연 (2004). 초등학생의 문제해결 전략 분석. 수학교육학논총, 25집, 359-372.

박만구 (1999). 구성주의자의 실험 교수. 학교수학, 1 (2), 513-528.

박성선. (1998). 수학학습에서의 상황인지론 적용과 전이에 대한 연구. 한국교원대학교 박사학위논문.

신민아. (2002). TIMSS 비디오 연구의 방법을 적용한 수학과 수업분석. 이화여자대학교 석사학위논문.

최창우, 권기자 (2000). 구성주의적 관점에서 관찰한 초등수학의 교수·학습에 관한 연구. 초등수학교육, 4 (2), 139-150.

한인기 (2000). 수학 교수-학습에서 인지 활동의 활성화. *Math Festival*, 2, 690-713.

Baroody, A. (1998). *Fostering children's mathematical power: An investigative approach to K-8 mathematics instruction.* Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.

Bruer, J. T. (1994). *Schools for thought: A science of learning in the classroom.* Cambridge, Mass: MIT Press.

Burrill, G. (1997). The NCTM Standards: Eight years later. *School Science and Mathematics*, 97 (6), 335-339.

Carpenter, T. P. Moser, J. M., & Romberg, T. A. (Eds.) (1982). *Addition and subtraction: a cognitive perspective.* Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.

Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L., & Empson, S. B. (1999). *Children's mathematics: Cognitively guided instruction.* Portsmouth, NH: Heinemann.

Confrey, J. (1983). Young women, constructivism, and the learning of mathematics. In J. C. Bergerron & N. Herscovics (Eds.), *Proceedings of the fifth annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol.2 (pp. 232-238). Montreal: University of Montreal.

Cooney, T. J. (1985). A beginning teachers; view of problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education, 16* (5), 324-336.

Cuban, L. (1984). *Constancy and change in American classrooms, 1890-1980.* New York: Longman.

David, P. J. & Hersh, R. (1981). *The mathematical experience.* Boston: Houghton Mifflin Company.

Davis, R. B. Maher, C. A., & Noddings, N. (1990). *Constructivist views on the teaching and learning of mathematics.* Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.

Eisner, E. W. (1998). *The enlightened eye: Qualitative inquiry and the enhancement of educational practice.* Prentice Hall, Inc.

Fennema, E., Carpenter, T. P., & Lamon, S. (1992). *Integrating research on teaching and learning mathematics.* New York: SUNY Press.

Foster, S. E. (2000). CGI form the beginning: An interview with professor Elizabeth Fennema. *Cognitively Guided Instruction & Systemic Reform*, 5 (2), 4, 6-7.

Frank, M. L. (1990). What myths about mathematics are held and conveyed by teachers? *Arithmetic Teacher, 37* (5), 10-12.

Ginsburg, H. P. (1989). *Children's arithmetic: How they learn it and how you teach it.* Austin, Tex: PRO-ED.

Ginsburg, H. P. (1997). *Entering the child's mind: The clinical interview in psychological research and practice.* New York: Cambridge University Press.

Gregg, J. (1995). The tensions and contradictions of the school mathematics tradition. *Journal for Research in Mathematics Education, 26* (5), 442-466.

Harfield, M. (1992). The effect of problem-solving software on students' belief about mathematics: A qualitative study. *Computers in the Schools*, 84 (4), 21-37.

Kamii, C. (1985). *Young children reinvent arithmetic.* New York: Teachers College Press.

Kamii, C. (1989). *Young children reinvent arithmetic, 2nd grade.* New York: Teachers College Press.

Kamii, C. (1994). *Young children continue to reinvent arithmetic: 3rd grade.* New York:

Teachers College Press.

Kamii, C. (1994). *Young children continue to reinvent arithmetic: 3rd grade.* New York: Teachers College Press.

Kamii, C. (2001). *Young children reinvent arithmetic* (2nd ed.). New York: Teachers College Press.

Kamii, C. (2003). *Young children reinvent arithmetic, 2nd grade* (2nd ed.). New York: Teachers College Press.

Kilpatrick, J., Swaffod, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics.* Washington, D.C.: National Academic Press.

Kim, J. (2002). *Development of instructional units connecting informal and formal mathematical knowledge of equivalency and addition.* Unpublished dissertation at Columbia University.

Lokan, J., Ford, P., & Greenwood, L. (1997). *Maths & science on the line: Australian middle primary students' performance in the Third International Mathematics and Science Study.* Melbourne: ACER.

Loveless, T. (2001). *The great curriculum debate: How should we teach reading and math?* Washington, D.C.: Brookings Institution Press.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States.* Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.

Mack, N. (1998). Building a foundation for understanding the multiplication of fractions. *Teaching Children Mathematics*, 5 (1), 34-38.

Mewborn, D. S. (2001). The role of mathematics content knowledge in the preparation of elementary teachers in the United States. *Journal of Mathematical Teacher Development, 3,* 28-36.

National Center for Education Statistics (1996). *Pursuing excellence: A study of U. S. eight-grade mathematics and science teaching, learning, curriculum, and achievement in international context.* Washington, DC: US Government Printing Office.

Perry, B., Howard, P., & Conroy, J. (1999). Head mathematics teachers' beliefs about the learning and teaching of mathematics. *Journal of Mathematics Education Research, 11*, 39-57.

Piaget, J. (1970). *Genetic epistemology.* New York: Columbia University Press.

Piaget, J. (1973). *To understand is to invent.* New York: Grossman Publishers.

Piaget, J. (2001). Studies in reflecting abstraction. Philadelphia, PA: Psychology Press.

Research Advisory Committee (1997). Clarifying the contributions of research with NCTM. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28 (4), 396-397.

Romberg, T. A., & Carpenter, T. P. (1986). Research in teaching and learning mathematics: Two disciplines of scientific inquiry. In M. C. Wittrock (Ed.), *The handbook of reserch on teachching* (3rd ed., pp. 850-873). New York: Macmillan.

Sirotnik, K. A. (1983). What you use is what you get-Consistency, persistency, and mediocrity in classrooms. *Harvard Educational Review, 53,* 16-31.

Slavin, R. E. (1990). *Cooperative learning: Theory, research, and practice.* Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Stigler, J., & Hiebert, J. (1998). The TIMSS videotape study. *American Federation of Teachers*, 7, 43-45.

Underhill, R. (1988). Focus on research into practice in diagnostic and prescriptive mathematics: Mathematics learners' belief-A review. *Focus on Learning Problems in Mathematics* 10 (1), 55-69.

von Glasersfeld, E. (1995). Radical constructivism: A way of knowing and learning. London: The Falmer Press.

Analysis of Effectiveness of Teacher-Centered Instruction Stressed on Mathematical Thinking Processes

Kim, Jinho,[6] · Lee, Namsook[7]

Abstract

The purpose of this study is to analyze and confirm the effectiveness of two teacher-centered instruction methods in the context of linear functions: one with emphasis on mathematical thinking processes as an alternative to the more traditional method without such emphasis. The level of achievement of students under the teacher-centered instruction with explicit emphasis on mathematical thinking processes is consistently higher than that of students receiving the more traditional teacher-centered instruction. The alternative instruction method in the current study is expected to encourage and prompt students to better grasp and understand mathematical concepts, principles, as well as problem solving strategies. In contrast to other alternatives, the method offers the advantage of being readily incorporated into the actual teaching practices in the classroom, as the traditional frame of teacher-centered pedagogy familiar to teachers remains in tact.

Key Words : ICT, Teacher-Centered Instruction, Student-Centered Instruction, Mathematical Thinking Processes.

6) Part Time Instructor at Seoul National University of Edcuation (jk478kim@yahoo.co.kr)
7) Graduate student at Ewha Womens University (ismsns@hanmail.net)