한국학교수학회논문집 제 8 권, 제 1 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 8, Number 1, 19-33, March 2005

그래핑계산기를 활용한 탐구 학습 상황 분석: '수학적 의사소통/시각화'의 관점에서

강윤수[1)]

이 연구는 수학적 재능이 있다고 판단되는 네 명의 중학교 3학년 학생들을 대상으로 그래핑계산기를 활용한 탐구학습을 진행하고, 그 과정에서 수집된 질적자료를 '수학적 의사소통/시각화'의 측면에서 분석하여 다음 사항들을 발견하였다. 첫째, 그래핑계산기는 탐구학습 과정에서 학생들끼리 또는 학생과 교사 사이의 수학적 의사소통을 증진시킨다. 둘째, 그래핑계산기는 탐구학습 과정에서 개방적인 분위기를 유도한다. 셋째, 그래핑계산기는 '시각적 상'에 관련된 새로운 학습 환경을 제공함으로써, 학생들이 더 고차적인 수학적 관계를 탐구할 수 있는 기회를 제공한다.

주요용어: 그래핑계산기, 탐구학습 상황 분석, 수학적 의사소통, 수학적 시각화

Ⅰ. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

수학교육에서 테크놀로지를 활용하는 것이 바람직하다고 평가되는 분야를 단정적으로 결정하는 것은 비합리적이다. 왜냐하면, 수학적 개념이 갖는 특성, 테크놀로지를 활용하는 방식, 수업을 계획한 교사의 신념과 교수-학습 과정에서 그의 역할, 계산기[2)]의 역할과 관련된 학생들의 인식 등, 교수-학습 결과에 영향을 미치는 변수가 너무 많기 때문이다. 이런 이유로 수학교육에서 계산기 등과 같은 테크놀로지를 활용하는 것이 바람직한가에 관한 일반적인 논의는 합리적인 결론에 도달하기 어렵다.

그래서 수학교실에서의 테크놀로지 활용에 관한 연구는 테크놀로지의 특정한 기능이나 그것이 활용된 구체적인 상황을 근거로 하는 것이 보통이다. Donley & George(1993), Dunham(1991), Dunham & Osborne(1991), Goldenberg(1987), Williams(1993) 등은 측정이나 척도에 관련된 학습에서 계산기로 인해 생길 수 있는 잠재적 위험성을 지적하였다. 또, Demana & Waits(1988), Hector(1992), Tuska(1993) 등은 계산기가 출력한 그래프의 점근선

---

1) 순천대학교 수학교육과 (yskang@sunchon.ac.kr)
2) 이하의 내용에서 등장할 '계산기'라는 용어는 일반적인 연산 기능, 인수분해 등을 수행하는 대수적 기능, 미·적분이 가능한 해석적 기능, 그래핑 기능 등을 갖춘 교육용 그래핑계산기를 의미한다. 특히, 이 연구에서는 이러한 그래핑계산기 중에서도 TI-92라는 제품이 활용될 것이다.

등과 관련하여 학생들이 오개념을 가질 수 있다고 주장하였고, Dick(1992), Dion(1990), Williams(1993) 등은 그래프에서 불연속성을 관찰하는 과정에서 느끼는 학생들의 어려움을 지적하였다.

이와 반대로, Dunham & Dick(1994)은 중등학교에서의 계산기 활용과 관련된 연구 결과들을 요약하여 보고하면서, 계산기가 다음과 같은 긍정적 효과를 갖는다고 주장하였다.

> 그래핑계산기를 활용해서 수학을 배운 학생들은 방정식과 그래프를 연결시키는 것을 더 잘 하고, 그래프로부터 더 많은 정보를 식별하고, 그래프에 대한 대수식을 결정하는데 더 숙달되고, 함수의 그래프적, 수치적, 대수적 표현의 연결성에서 더 낫다.

그러면서, 그들은 결론에서 '그래핑계산기는 수학과 교수-학습 과정, 특히 함수와 그래프에 관련된 영역에서 극적인 효과를 줄 수 있는 잠재성을 가지고 있다'고 주장하였다.

이러한 일련의 연구 결과들은 수학교실에서의 계산기 활용에 대한 이분법적 평가가 지양되어야 하고 이와 관련된 연구가 더욱 더 구체적으로, 더 다양한 관점에서 진행될 필요가 있음을 말해 준다.

더욱이 TI-92 계산기 등과 같은 테크놀로지는 이미 완성된 형태로 수업에 도입된 과거의 교구들과는 달리 활용과정에서의 변수들에 따라 그 결과가 크게 달라질 수 있다. 특히, 계산기의 조작과정을 적절히 통제하거나 산출된 결과를 수학적으로 해석해서 학습목표에 부합되도록 피드백하는 과정에서의 의사소통은 테크놀로지 활용과 관련된 중요한 분석 요소가 된다.

한편, TI-92 계산기가 갖는 제 기능들 중에서도 그래핑 기능은 가장 유용하면서도 핵심적인 기능이다. 따라서, 수학 교수-학습 과정에서 이러한 기능들이 어떻게 활용될 수 있으며, 그 결과를 어떻게 해석할 것인가에 관한 연구가 꾸준히 진행될 필요가 있다.

이러한 관점을 바탕으로 본 연구에서는, 수학적 재능이 있다고 판단되는 중학생들을 대상으로 TI-92 계산기를 활용한 탐구학습을 진행하고 그 과정에서 수집된 자료를 '수학적 의사소통'과 '수학적 시각화'의 측면에서 분석해 보고자 한다.

2. 연구문제

본 연구의 목적을 달성하기 위해 다음과 같은 연구문제를 설정한다.

첫째, TI-92계산기는 탐구학습 과정에서 어떠한 형태의 수학적 의사소통을 촉진하는가?

둘째, TI-92계산기를 활용한 수학적 시각화는 어떤 형태의 탐구학습 환경을 제공하는가?

3. 연구의 제한점과 한계

첫째, 본 연구는 수학적 재능이 비교적 뛰어난 학생들을 대상으로 하고 있기 때문에 그 결과가 일반화되지 않을 수 있다.

둘째, 본 연구에서 활용될 학습주제와 워크시트는 소집단 탐구학습용으로 개발될 것이기 때문에 다른 형태의 교수-학습 결과와 일치하지 않을 수 있다.

Ⅱ. 연구방법 및 자료수집

1. 연구방법

본 연구는 특정한 그래핑계산기를 활용한 탐구학습 과정을 '수학적 의사소통', '수학적 시각화'측면에서 분석하는데 그 목적이 있으므로, 소수의 학생들을 연구참여자로 선정하여 그들에게 자기주도적 학습이 가능하도록 고안된 워크시트를 투입하여 탐구학습을 유도하고 그 결과로 수집된 자료를 분석하는 질적연구의 한 형태인 사례연구 방법을 활용할 것이다.

2. 연구참여자 선정

본 연구를 위해 모두 네 명의 중학교 3학년 학생들이 연구참여자로 선정되었다. 이들은 K시 영재교실 학생들로 수학을 포함한 과학 영역에서 상위 5% 이내에 드는 학생들을 대상으로 치러진 선발고사를 거친 학생들이므로 수학이나 과학 분야에 상당한 재능을 갖고 있다고 볼 수 있다. 연구참여자들을 선정한 후에는 그들의 수학에 대한 관심과 계산기에 대한 흥미도 등을 알아보기 위해 기초적인 면담이 실시되었다. 그 결과 네 명의 학생들 모두 수학 과목에 많은 관심을 갖고 있었으며 다른 교과에 비해 수학 과목의 성취도가 높은 것으로 나타났다. 더구나 이들은 교내·외 수학경시대회 입상 경력을 갖고 있어 수학적 재능이 보통의 학생들보다 상당히 높은 것으로 평가되었다. 또한 그들의 부모들은 대개 40대로 그들의 학습 환경에 관심이 많은 것으로 조사되어 가정에서도 좋은 학습 환경을 갖고 있음을 알 수 있었다.

한편, 연구과정에서 수집된 자료를 공개하거나 연구결과를 발표하는 것에 대해 대상 학생들과 부모들의 의사를 확인하기 위해 그들에게 연구결과의 활용 방안과 자료의 공개로 인해 생길 수 있는 가능성에 대해 설명하고 그들에게 참여여부를 물었다. 그 결과, 학생들과 부모들 모두 이에 동의하였다. 이하의 내용에서 네 명의 연구참여자들은 각각 춘희, 하성, 추민, 동석 등과 같은 가명을 사용하기로 한다.

3. 워크시트 작성

본 연구에서는 자기주도적 탐구학습이 가능한 학습 주제를 선정하기 위하여 다음과 같은 선정기준을 마련하였다.

첫째, 계산기를 사용하지 않을 때는 많은 시간이 소요되거나 도전하기 힘든 주제.

둘째, 계산기의 기능을 활용하여 다양한 해결 경로를 찾을 수 있는 주제.

셋째, 귀납적 탐구를 통해 학습자 스스로 일반화가 가능한 주제.

이러한 기준에 의해 '고차 방정식의 근에 대한 탐구'[3]와 'n제곱근들의 집합에 관한 탐구'[4]라는 주제를 선정하고 각 주제에 대해 자기주도적 학습이 가능한 워크시트를 작성하였다.

---

3) 3차 이상의 방정식을 세우고 인수분해와 그래프를 통해 근을 판별하게 한 후, 일반적인 n차 방정식의 근의 판정(실근의 개수, 허근의 개수, 판정 근거)에 대해 서술하게 함.

4) $U_n=\{z \mid z^n=1\}$이라고 할 때, U_1, U_2, U_3, ... 등을 구해서 그 원소들을 좌표평면에 표시하게 한 후에 U_n의 원소들이 갖는 규칙성을 기하학적으로 설명하게 하고, U_n이 곱셈연산에 대해 교환, 결합법칙이 성립함을 조사하게 함으로써 그것이 '군'구조를 갖는지를 살펴보게 함.

4. 자료 수집 방법

이 연구에서는 연구참여자들과의 면담과정이나 워크시트 수행 과정을 기록하기 위하여 녹화, 녹음 등의 방법이 활용되며, 연구참여자들의 학습 성향, 태도, 가정환경 등을 알아보기 위해 면담기법이나 설문지법이 활용된다. 이러한 방법을 활용하여 얻어진 녹화, 녹음자료는 모두 전사되어 이 연구의 분석과정에 활용된다.

III. 연구결과 분석

본 연구에서는 수학적 재능이 있다고 판단되는 학생들을 대상으로 TI-92계산기를 활용한 학습자주도형 탐구학습을 실시하고 그 과정에서 나타나는 '수학적 의사소통'의 양상과 그래핑계산기에 의해 구현된 '수학적 시각화'가 학생들의 학습과정에 어떠한 영향을 미치는지를 살펴보고자 했으므로, 교육과정 상 대상 학생들의 수준을 넘는 탐구형문제가 제시되었다. 또한, 워크시트를 투입한 학습과정에서도 연구자의 도움을 최소화함으로써 학생 개개인이 나름대로의 방법들을 시도해 볼 수 있는 학습자 주도형 학습을 유도하였다.

이 과정에서 얻어진 오디오자료는 비디오자료와 연계해서 모두 전사되어 녹취록으로 작성되었으며, 녹취록은 '수학적 의사소통'과 '수학적 시각화'라는 두 주제로 범주화되어 본 연구의 연구문제와 연계되어 분석되었다. 다음은 두 주제의 관점에서 연구결과를 분석한 내용이다.

1. 수학적 의사소통

NCTM(1989)은 '수학적 의사소통'을 다음과 같이 설명하고 있다.

- 수학적 아이디어를 말하고, 쓰고, 설명하고, 시각적으로 표현할 수 있다.
- 글이나 말 또는 시각적으로 표현된 수학적 아이디어를 이해하고 해석할 수 있다.
- 수학적 어휘와 기호 체계, 구조를 사용하여 아이디어를 표현하고 관계를 기술하며 상황을 모델링할 수 있다.

또한, 소그룹은 학생들이 질문하고, 아이디어를 논의하고, 다른 사람의 아이디어를 경청하는 것을 배우고, 건설적인 비판을 하고, 그들이 발견한 것을 요약해서 정리하는 공개토론의 장을 제공한다고 했다. 실제로, 아래의 장면들에서 확인할 수 있는 바와 같이 계산기를 활용한 소규모 그룹 학습 과정에서 학생들은 다양한 문제해결 방식을 창안하였으며 이 과정에서 그들은 상대방의 아이디어를 배우고, 더 나은 해결 방안을 제시하거나, 서로에게 도움을 구하는 등 매우 활발한 의사소통이 이뤄짐을 확인하였다.

하지만 학생들끼리의 의사소통과 학생들과 교사 사이의 의사소통은 달성하려고 하는 목적에 약간의 차이가 있었다. 그래서 여기서는 '학생들끼리의 의사소통'과 '학생들과 교사 사이의 의사소통'을 구분하여 이와 관련된 자료를 분석하기로 한다.

1) 학생들끼리의 의사소통

학생들은 대개 계산기를 조작하는 과정에서의 의문점을 해소하거나 문제해결 과정에서 자신들의 해결방법을 동료들의 경우와 비교하기 위해 활발하게 의사소통을 하였다. 계산기의 조작에 관해서는 이미 TI-92계산기와 관련이 있는 수학교육 관련 소프트웨어(Cabri 등)를

다뤄 본 경험이 있는 하성이가 가장 잘하는 편이어서 다른 학생들이 궁금해 하는 것을 해결해 주곤 하였다.

춘희 : 저장된 것을 지우려면 어쩌죠?
교사 : Var-Link로 가서 점검해 보자. 지우려면 무슨 키를 사용해야 될까?
동석 : Manage, F1에서 지우면 됩니다. 잘 안되네.
하성 : z로 하면 잘 안되고 x로 하면 되요. 그러니까 동석아! x로 해봐.
동석 : 아! 그렇게 하는구나!

John Dewey(1996)는 사람들이 '사회'에서 살아가는 것은 그들이 무엇인가를 '공동'으로 가지고 있기 때문이며, '의사소통'은 그 공동의 것을 가지게 되는 과정을 나타낸다고 하면서 '이것이야말로 사람들로 하여금 유사한 정서적, 지적 성향을 가지게 해주며 기대와 요구조건에 대하여 유사한 방식으로 반응할 수 있도록 해 준다'라고 부연하였다. 이러한 Dewey의 입장에서 비추어 보면, 위의 장면에서 학생들은 주어진 학습과제의 해결이라는 공동의 목적과 계산기라는 공동의 환경을 갖춘 것이다. 더욱이 계산기는 조작자의 명령을 수행할 뿐만 아니라 잘못된 명령에 대한 피드백을 즉각적으로 제공해 주기 때문에 쌍방향 의사소통을 가능하게 한다. 따라서 학습자들은 한편으로는 계산기와 의사소통하고 또 한편으로는 교사나 동료들과 의사소통을 하면서 공동의 목적을 달성해 간다. 이 과정에서 계산기는 조작자의 다양한 요구에 대해 그 결과를 독립적으로 보여주는 것과 동시에 동일한 명령에 대한 일치된 결과를 출력하는 입체적 환경을 제공하고 있다.

다음 장면들은 학생들끼리 궁금한 내용을 서로에게 직접 물어보는 경우로 공동의 목적을 추구하고 더 나은 해결방법을 모색하기 위한 의사소통이 활발함을 보여주는 사례이다.

동석 : (하성이의 계산기를 보며) cZeros를 써야 되나?
하성 : 이것을 쓰면 빨리 나오지! ($=0$)을 쓸 필요가 없잖아!
동석 : 역시 너는 똑똑해!
....
동석 : (하성이를 보며) 어떻게 그렇게 했냐?
하성 : Style 기능을 이용하면 돼.
동석 : 역시 너는 그런 것을 잘하더라.

Artzt와 Newman(1997)은 그룹 내에서 학생들은 상호간의 아이디어를 비판적으로 바라볼 필요가 있으며 이 과정에서 나타나는 의견 불일치와 이를 편안하게 받아들이려는 학생들의 노력이 그들 스스로의 이해와 그룹 내의 의견일치를 추구하는데 중요한 요소가 된다고 주장하였다. 위의 장면은 궁금한 내용을 스스로 동료학생에게 묻고 도움을 준 학생의 능력을 인정해주는 대화내용으로 학생들의 개방적인 마음자세를 확인할 수 있는 장면이다.

다음 장면은 수학적 개념에 대한 기존의 지식이 계산기가 출력한 결과로 인해 인지적 갈등을 야기할 때, 동료학생이 이를 해결해 준 경우로 계산기를 활용함으로써 기존의 지식을 더 확고히 해 가는 과정을 보여주는 장면이다.

동석 : n차방정식의 경우 근은 n개 이하가 아니냐?

춘희 : 중근도 따로 생각해야지.
동석 : 아!… 맞다!!
....
하성 : (동석이에게) 너, 변의 길이가 허수가 나오냐?
동석 : 어떻게 변의 길이가 허수가 나오냐?
하성 : (동석이에게) 다시 봐봐. 그러니까 이상해.(자신의 계산기를 보여준다.)
동석 : i를 빼고 해야지!

이처럼 학생들은 문제해결 과정에서 궁금한 내용이 있으면 언제나 동료들에게 도움을 요청하였다. 이 과정에서 그들은 서로에게 도움이 되는 것을 즐거워했으며 동료들에게 도움을 요청하는 것에 대해서도 주저하거나 부끄러워하지 않았다. 이것은 그들이 계산기를 조작하는 능력은 지필환경에서 수학 문제를 해결해 가는 과정과는 다르다고 평가하고 있음을 보여주는 것이다.

2) 교사와 학생들 사이의 의사소통

Ollerton과 Watson(2001)은 수학교실에서 교사의 역할과 관련된 구체적인 질문들을 통해 교사가 학생들의 대화를 어떻게 통제하고 조종해야 하는지를 설명하였다. 그러면서 그들은 수학적 의사소통이 추상적 개념의 이해에 매우 중요한 역할을 담당하고 있음을 강조하였다. 이러한 측면에서 보면, 교사는 학생들이 그들의 수학적 사고영역을 확장해 가는 과정에서 발생하는 오류를 정확하게 지적하고 이를 적절히 수정해 줘야 할 의무가 있다. 다음 장면들은 이와 관련된 교사의 역할을 잘 보여주는 것으로 이를 위해 지도교사는 다루어지는 수학적 개념과 관련된 계산기의 기능과 작동원리를 정확히 알아야 함을 보여준다.

동석 : 허수는 그래프에 표현이 안 되죠?
교사 : x축, y축은 어떤 수이니?
동석 : 실수죠.
교사 : 그러면?
동석 : 아! 실수평면이니까 안 나오겠네!
교사 : 그렇지.
하성 : (동석이에게) 3D로 해봐. i 허수축을 하나 만들어 봐.
교사 : 기기상의 3D는 Z축을 하나 더 생각하는데 그것도 실수란다.
....

동석 : 아니 이럴 수가! 이것이 에러 먹었나? 왜 5차에서 근이 3개지?
춘희 : 다시 세 봐.
(약 2분후)
동석 : 선생님! 허근도 중근이 나올 수 있나요?
교사 : 생각해 보렴. (……) $(x-i)^2$을 전개하면?
동석 : 가능하군요!

한편, 다음 장면에서 교사는 학생의 질문에 즉각적으로 답하는 대신에 학생들이 스스로 생각해 볼 수 있는 시간을 준다. 그 결과, 자신의 문제를 스스로 해결한 학생은 매우 기뻐한

다. 이런 상황에서 '얼마나 기다려야 하는지'에 대한 정확한 기준은 있을 수 없지만 최소한 너무 서둘러서 학생으로부터 기쁨을 빼앗는 일은 없어야 할 것이다.

동석 : 알았어요. 그런데 뭐가 중근인지 어떻게 알죠?(그래프를 보고 있음.)
하성 : 그래프를 그려봐?! 아! 안되겠구나!
교사 : 뭘 하면 될까?
동석 : 아! cFactor하면 되겠구나!
(1분후)
동석 :(환희에 찬 목소리로) 알아냈어요. 0 이 중근이에요.
교사 : 훌륭하구나.
동석 : 아니, 삼중근이에요.

다음 장면은 학생의 질문에 교사대신 동료학생이 해결해 준 경우이다. 물론 이 정도는 계산기의 기본적인 기능에 관련되므로 교사가 모를 리 없지만 순간적으로 착각해서 대답을 하지 못하는 사이에 동료학생이 해결해 준다.

춘희 : Solve($y=x^2-5, x$)가 되지 않아요?
교사 : (조작해 보고) 정말 안되네! 이상하다.
춘희 : (하성이에게 해보라고 한다.)
하성 : x의 값이 다른 값으로 지정되어 저장되어 있기 때문이야.(Var-Link에서 해결한다.)

계산기 등과 같은 테크놀로지를 활용한 교수-학습 과정에서는 이러한 상황이 흔히 재연될 수 있는데, 이 때 교사는 학생들의 도움을 적극적으로 수용할 필요가 있다. 테크놀로지가 매개자가 된 수업에서는 문제해결 방법이 지필환경에서보다 더 많아질 수 있는데, 이 모든 경우를 교사가 모두 알고 있어야 된다고 생각한다면 이는 비생산적일 뿐만 아니라 학생들의 적극적인 참여의지를 반감시킬 수도 있다.

아래의 장면은 '고차방정식의 근들에 대한 탐구'를 주제로 한 워크시트를 마치고 그 결과를 정리하는 과정이다. 이 장면에서 학생들은 매우 자신감 있고 단정적인 어조로 발표하고 동료 학생들이 적절한 보충설명을 함으로써 활기찬 토론학습을 진행하고 있음을 볼 수 있다.

교사 : 어제부터 지금까지 2시간 30분 정도 워크시트를 해 보았는데 정리를 해보자. 먼저 누가 해볼까? (미소만 띄고 아무도 응답이 없다.) 그럼 동석이부터 자기가 정리한 내용을 자유스럽게 말해 보자. 물론 다른 사람도 같이 토론을 하는 거야.
동석 : 우선…, n차방정식에서 근을 판별할 때 실근과 허근, 두 가지로 알아보았어요.
첫 번째, 그래프를 이용하면 실근은 x축과의 교점으로 알 수 있고요, 허근은 표시가 안돼요. 그리고 x축과의 교점의 개수는 근의 개수고요. x축 좌표는 Table기능으로 알 수가 있었어요.
두 번째, 인수분해를 이용하면 실근과 허근을 모두 알 수가 있어요. 예를 들면요, $(x-\alpha)(x-\beta i)=0$이라고 하면 실근 α, 허근 βi 이니까 인수분해로 실근과 허근의 판별이 가능해요. 그리고 허근의 개수는 그래프로는 판별이 불가능해요.

여기서 동석이는 '근의 판별'과 관련된 계산기의 기능을 매우 적절하게 활용하고 있으며 그의 수학적 사고체

계가 자연스럽게 확장되고 있음을 보여준다. 실제로 그가 예로 든 $(x-\alpha)(x-\beta i)=0$꼴의 이차방정식은 현행 고등학교 과정의 교과서에서는 찾아보기가 어렵다. 하지만 그는 계산기의 도움으로 방정식에 관한 그의 사고 영역을 복소수계수체까지 확장하였다. 이는 저차원 개념들을 활용한 수학적 의사소통을 통해 더 고차적인(더 추상화된) 수학적 개념의 학습이 진행된다는 Skemp(1987)의 관점에서 해석될 수 있는 것인데, 동석은 계산기나 동료학생들과 의사소통하면서 유리계수체에서의 상황을 자연스럽게 확장시켜 방정식 해법에 관한 더 고차적인 개념 학습을 진행하고 있음을 알 수 있다.

다음은 위의 장면에 이어지는 내용으로 학생들의 발표에서 부족한 부분을 보충해 주는 교사의 역할과 동료학생들의 발표에 자신의 생각을 접목시킨 학생들의 순발력이 돋보이는 장면이다.

춘희 : 굴곡이 $n-1$이니깐, 실근의 개수를 빼주면……
동석 : 아! 그렇겠구나!
교사 : 아주 좋았어요. 토론은 발표를 다 하고 하기로 하고…. 다음은 하성이가 해볼까?
하성 : 실근은 y=0을 보면 정확한 "실근"을 알 수가 있고요. 허근일 때, 허근의 개수는 굴곡이 $n-1$개이므로 n차, 근이 n개이니까, 허근의 개수는 구할 수가 있어요. 그런데 허근의 정확한 값은 그래프로는 알 수가 없어요.
동석 : 전체 근의 수를 알 수가 있고, 실근의 수가 나오므로 허근의 개수를 구할 수 있죠?
교사 : 굴곡하고 상관없이?
모두 : 예.
교사 : 그냥 x축과의 교점으로 판별이 가능한가?
하성 : 중근일 경우는 어떻게?
춘희 : 굴곡의 꼭지점이 x축과 만나면 중근 아닌가?

학생들은 여기서 '굴곡'이라는 용어를 특별한 개념규정 없이 자연스럽게 사용하였으며, 이 개념으로는 중근일 경우에 실근과 허근의 개수를 정확히 말할 수 없다는 사실도 알아내었다. 하지만 그들은 시각적 표상으로 이해되는 일상적 관점에서 이 용어를 사용하고 있으며, 이는 Pimm(1991)의 주장처럼 오류를 야기할 수 있다. 그럼에도 불구하고, 여기서 간과할 수 없는 것은 계산기가 출력한 그래프를 해석하는 과정에서 등장하는 이 용어가 그들의 내적인 상을 끌어내고 이를 통해 수학적 의사소통을 하는데 중요한 역할을 하고 있다는 것이다. 이것은 직관적 관점에서 등장한 일상적인 언어가 다의적인 의미가 제거되어 과학적인 용어로 변화되어 가는 과정의 일부분을 보여주는 예이다.

위의 장면들을 통해 학생들은 문제에 대한 해결절차를 만들고, 이를 확장하고 수정하였으며, 이 과정에서 스스로 감시하고 반성하고 있음을 알 수 있다. 또한, 다른 학생들의 결과와 자신의 결과를 끊임없이 비교하면서 더 나은 해결방법을 추구하는 것을 볼 수 있다.

다음 장면도 이와 관련된 것으로, 춘희는 계산기의 그래핑이 세밀하게 보여주지 않아 근을 판별하는데 오류를 유도할 수 있음을 지적하고 보다 더 정확한 방법을 제시하고 있다. 이는 학생들이 주어진 테크놀로지를 맹목적이고 수동적으로 사용하지 않고 계산기가 갖는 장, 단점을 이해하고 더 나은 활용 방법을 끊임없이 추구하고 있다는 것을 보여주는 것이다.

추민 : 이차식에 한하여 판별식으로 근의 판별이 가능해요. $D\geq 0$ 이면 실근, $D=0$ 이면 중근, $D<0$ 이면 허근, 3차 이상은 그래프로 보면 되고요.
춘희 : 그래프 범위에 따라 보이는 게 다르니깐 인수분해가 안전하지 않나?

학생들은 3차 이상 방정식의 근을 판별하는데 그래프를 그려서 x축과의 교점을 확인하면 된다고 쉽게 생각하다가 중근을 갖는 경우에는 어떻게 해야 하는지를 묻는 질문에 곤란함을 느꼈다.

동석 : 허수 계수 방정식에서 실근과 허근을 조사했을 때 n차방정식의 근은 n개임을 알 수 있었고요. 아! 여기에는 중근도 있어요. 실근의 개수와 허근의 개수를 더하면 n개가 나오고요. 그래프만을 보고 근을 판별하는 것은 불가능하고 몇 차식인지 알아내는 것도 어려워요.

교사 : 예를 들면?

동석 : 예를 들면 $y=x^5+5x^4+10x^3+10x^2+5x+1$ 을 인수분해하면 $y=(x+1)^5$이 되고요. 또 하나는 $y=x^3+3x^2+3x+1$ 을 인수분해하면 $y=(x+1)^3$이 되는데 그래프를 그려보면 (그래프를 직접 그려서 설명한다.) 거의 흡사해요. 겹쳐진 것처럼 말이에요. 그래서 그래프만 보고 차수와 근의 개수를 알기는 힘들어요.

위의 장면에서 동석이는 계산기의 도움으로 3차와 5차 함수의 그래프가 비슷하다는 것을 쉽게 확인할 수 있었으며, 이는 동석이가 그래프가 주는 정보의 한계를 좀 더 분명하게 인식하는 과정을 보여 준다.

다음은 위의 내용을 더 일반화한 'n제곱근들의 집합에 관한 탐구'라는 주제의 워크시트를 해결하게 한 후에 이를 발표하는 장면으로 학생들의 탐구능력과 그 결과를 발표하는 과정에서 학생들의 논리가 돋보이는 장면이다.

교사 : 그럼 누가 먼저 발표해볼까?

하성, 춘희 : 당연히 동석이가 먼저죠.

교사 : 동석아, 먼저 할래?

동석 : 예. $U_n=\{z \mid z^n=1\}$. U_1은 z가 1개, U_2는 z가 2개,…. 3승부터는 계산기를 사용하여 점을 구하고 U_5 의 원소 $z=x+yi$ (x, y) 들을 평면에 표시한 후, 반직선 OX가 만나는 점에 차례로 이름을 붙여요.

교사 : z_5는?

동석 : 1입니다.

교사 : 계속 하렴.

동석 : (z_1, z_2, z_3, z_4, z_5의 값을 말하고, 계산된 표의 값을 말한다.) 두 수의 곱이 z_1~ z_5에 포함되어서 닫혀 있음을 알 수 있고, $z_a \times z_b = z_c$ 라면 c는 $a+b$를 5로 나눈 나머지가 되고, 곱셈에 대한 항등원은 $1(=z_5)$이에요. z_1의 역원은 z_4, z_2의 역원은 z_3, z_3의 역원은 z_2, z_4의 역원은 z_1, 따라서 z_a 의 역원은 z_{5-a} 임을 알 수 있어요. 그런데 z_5는 예외인데 z_5의 역원은 z_5 자신이에요. 곱셈에 대하여 결합, 교환법칙도 성립해요. (동석은 U_6도 모두 설명한다.)

동석이의 발표는 놀라울 정도로 정확했으며 귀납적 탐구과정을 일반화하고 그 과정을 설명하는데도 매우 논리적이다. 특히, 그는 $z_j \times z_1 = z_{j+1}$, $z_j \times z_i = z_{j+i}$로 순환한다는 사실을 알아냈다.

교사 : 만약 $i+j$가 n보다 크면?

동석 : $i+j$에서 n을 빼줘요.
교사 : 계속하렴.
동석 : $z^5=1$의 다섯 개의 근을 평면에 나타내면 오각형이 되요.
교사 : 정오각형일까?
동석 : 피타고라스의 정리로 구해보면 확인 할 수 있는데, 한 변의 길이가 1.1755가 되어 정오각형입니다. 또 $z^6=1$의 여섯 개의 근을 좌표평면에 나타내면 역시 각 변의 길이가 약 1로 정육각형이에요. 결론적으로 정 n각형의 꼭지점의 좌표가 (x, y)일 때, $x+yi$가 U_n의 원소가 됩니다.

여기서 교사와 학생 사이의 의사소통은 극히 절제되어 있으며 교사의 역할은 학생이 발표한 내용을 확인하는 정도에 지나지 않는다. 이는 계산기라는 매개자가 학생들의 문제해결 과정에서 조력자 역할을 충분히 수행했다는 것을 말하고 계산기가 교수-학습 과정에서 단순한 도구 이상의 역할을 수행할 수 있음을 보여 주는 예이다. 또한, 1의 n제곱근들을 z_1, z_5등으로 치환해서 이들을 대수적으로 연산함으로써 구체적인 수들을 일일이 계산하는 번거로움을 피할 수 있으므로 여기서 저장된 시간으로 해집합이 '군'구조를 갖고 있는지를 탐구할 수 있는 여유를 갖게 된 것이다.

2. 수학적 시각화

일반적으로, '시각화'란 용어는 컴퓨터의 활용 여부에 상관없이 광범하게 활용되지만 그 근원은 'Visualization in Scientific Computing'이란 미국 NSF의 한 보고서에서 유래된 것으로 보인다(Cunningham, 1991). 이 보고서(McCormick, Thomas, & Maxine, 1987)에서는 '과학적 시각화'란 '제 과학에서 연구를 보완하기 위해 사용된 컴퓨터그래픽 공학'이라고 말하고 있다. 즉, '시각화'란 컴퓨터그래핑 자체가 아니고 결과를 얻기 위해 활용된 컴퓨터그래픽 도구, 공학, 장치들을 지칭한다고 설명하고 있다.

'시각화'에 대한 이러한 일반적인 개념규정과 관련지어 Zimmermann과 Cunningham(1991)은 손으로 그리거나 컴퓨터가 활용되는 것에 상관없이 수학적 개념, 원리, 문제 등의 기하적, 혹은 그래프적 표현의 활용을 '수학적 시각화'로 규정하였다.

또한, Cunningham(1991)은 '수학적 시각화'로 인해 변화된 혹은 변화되어야 할 수학교육의 방향을 제시하면서 '수학적 시각화'가 학생들의 수학에 대한 이해와 수학적 진보에 상당한 도움이 될 것이라고 주장하였다.

이러한 맥락에서, 수학적 시각화와 관련된 계산기의 역할을 제고해 보면, 계산기는 시각화를 강조한 학습 과정에서 긍정적 혹은 부정적인 영향을 동시에 미칠 수 있다. 즉, 계산기는 입력값(예를 들어, 함수식)에 대한 결과(그래프)를 즉시 보여주기 때문에 이 처리과정을 내적으로 조직하면서 길러져야 할 공간능력이나 시각적 상의 발달을 저해할 수 있다. 그러나 같은 이유로, 계산기는 지필환경에서 추구하기 힘든 탐구 주제에 대한 학습이 가능하게 하며 이를 통해 더 높은 차원의 시각적 상을 형성할 수 있게 하므로 긍정적인 역할을 한다고 볼 수 있다. 이를 Bishop의 관점에서 보면 좀 더 분명해진다.

Bishop(1983)은 시각화와 관련된 능력을 두 가지로 구분하여 설명하였는데, 그 중 하나는 '그림으로 된 정보를 해석하는 능력(The ability for interpreting figural information: IFI)'이고 다른 하나는 '시각화하는 능력(The ability for visual processing: VP)'이다. 이러한 분류를 기준으로 삼는다면 계산기를 활용해서 함수의 그래프를 그리는 것은 학생들이 VP를 키울 기회를 줄이는 결과가 되는 반면, 더 복잡하고 다양한 시각적 이미지들을 제공함으로써

IFI를 강화할 수 있는 기회는 많아지는 것이다. 그래서 시각화에 관련된 특정한 과제가 지필환경에서 구현되기 어렵다면 이것을 시각화해주는 계산기가 학습자의 시각화 관련 능력 향상에 부정적이라고 보기는 어렵다. 더 나아가 계산기에 의해 구현된 시각적 표현을 해석하는 과정을 통해 더 고차적인 수학적 개념과 관련된 시각적 상을 형성할 수 있다면, 이런 주제와 관련된 교수-학습 과정에서는 계산기의 활용이 적극적으로 검토되어야 할 것이다. 아래에서 제시된 장면들은 학생들이 계산기가 출력한 결과를 적절히 활용함으로써 새로운 수학적 개념들 사이의 관계를 정립해 가는 과정을 보여준다.

춘희 : 4차면 '굴곡'이 4개인가요?
교사 : 시간을 갖고 더 연구해 보렴.
동석 : 아니 근이 4개가 아닌가?

고차방정식의 근을 판별하는 문제를 해결하는 과정에서 계산기가 출력한 여러 가지 다항식함수그래프를 보고 있던 춘희가 자연스럽게 '굴곡'이라는 용어를 사용하였다. 3차 이상의 다항식함수의 그래프는 중등학교 수준의 지필환경에서는 구현하기가 어려우므로 계산기를 활용하여 그래프를 그려보고 근을 판별하는 과제를 수행하는 과정에서 자연스럽게 등장한 이 장면은 계산기가 IFI와 관련된 학습 환경을 제공한 예이다.

물론 학생들은 '굴곡'이라는 용어가 극한, 미분, 변곡점 등을 알아야 설명이 가능한 수학적 개념임을 알지 못한 상태에서 계산기가 그려 낸 그래프의 형태를 보고 일상적인 언어로 표현한 것이다.

Pimm(1991)은 수학적 언어와 일상 언어의 관계를 설명하면서 수학적 아이디어나 의미를 표현하는데 어떤 용어가 활용된다면 이 용어의 수학적 활용범위는 확대되어 간다고 주장하였다. 이는 일상 언어 영역과 수학적 언어 영역 사이에서 수학적 의사소통이 이루어짐을 말하는 것이다. 이런 입장에서 보면, 위의 장면은 계산기가 일상 언어의 수학적 언어화를 촉진한 경우로 볼 수 있다.

여기서 주목할 것은 학생들이 새롭게 등장한 이 용어에 대해 전혀 거부감을 나타내지 않았으며 이 용어를 접하는 즉시 나름대로의 방법으로 의미 파악을 시도하였다는 것이다. 이는 그들이 입력한 몇 가지 함수식에 대응해 계산기가 출력한 결과를 보고 이 용어를 사용하는 것이 적절하다는 것을 인정하고 있음을 보여주는 것이다.

동석 : 어떤 것을 하나의 '굴곡'으로 보나요?
교사 : 지금 생각하기에는 너무 어려운 개념인데…. 이차함수를 생각해 보자. 아래로 볼록, 위로 볼록….
춘희 : 그러면 삼차면 두 개로 생각하면 되겠네요?
교사 : 그렇게 생각하면 그렇지. 하지만 여러분이 보는 것과 그래프의 본래 모습이 반드시 일치하진 않을 거야.
동석 : 확대해 보면 확실히 알 수 있어요.
교사 :……

여기서 교사는 '굴곡'이라는 용어의 수학적 개념규정이 이 아이들 수준을 넘어서는 것을 알고 있으므로 아이들의 궁금증을 시원하게 해결해 줄 수는 없다. 하지만 이러한 과정들이 훗날 학생들이 이 용어의 수학적 개념화 과정에서 중요한 역할을 할 것임이 분명해 보인다.

이 장면들을 Bishop의 주장과 관련지어 보자. 계산기가 학생들이 원하는 여러 개의 다항식함수들에 대한 그래프를 실시간으로 제공해 줌으로써 학생들이 '굴곡'이라는 더 고차적인

(함수의 그래프보다) 개념에의 탐구를 가능하게 해 준 것이다. 이는 Bishop이 말한 IFI를 형성할 수 있는 환경이 계산기에 의해 조성되었음을 의미하며 지필환경에서는 이러한 장면을 기대하기 힘들다.

학생들은 또한 계산기를 활용해서 여러 가지 3차원 그래프를 그려보곤 했는데, 이는 계산기가 시각화를 통해 학생들의 탐구 욕구를 자극하고 그들의 지적 호기심을 채워주는데 긍정적인 역할을 할 수 있음을 보여주는 대목이다. 다음 장면은 이와 관련된 전형적인 예로써 계산기가 그것을 활용하는 사람들의 사고영역 한도 내에서 기계적인 작업을 수행하는 도구의 역할을 벗어나 학습자들에게 새로운 탐구환경을 제공하는 조력자 역할을 하고 있음을 보여준다.

> 동석 : (3차원에 관심이 있어서, 3차원 그래프를 관찰하고 있다.) 3D에서요, 어떤 것은 꼬이고, 어떤 것은 입체적으로 보이나요? 또 어떤 것은 직선으로 그냥 밋밋하게 보이고요?
> 교사 : 글쎄……. $x+y+z=1$을 하나 생각해 볼까?
> 학생들: (각자 잠시 생각에 잠긴다.)
> 교사 : 어떤 모양이 될 것 같니?
> 하성 : 구가 될 것 같은데요.
> 동석 : 저도 구인 것 같아요.
> (춘희와 추민이도 그렇게 생각한 듯 말없이 미소만 짓고 있다.)
> 교사 : 구는 아니고…… 계속 연구들 해보렴.

여기서 동석이는 평소에 3차원 그래프가 울룩불룩한 곡면이나 항아리 모양인 것으로 알고 있었는데 계산기가 보여준 여러 가지 그래프가 자신의 예상을 깬 것에 대한 의문을 나타낸 것이다. 이것은 그가 계산기로 인해 3차원 그래프에 대한 기존의 '시각적 상'에 인지적 갈등을 느낀 것으로 계산기가 수학적 시각화와 관련된 학생들의 오개념을 치유하는데 긍정적인 역할을 할 수 있음을 보여주는 장면이다.

Ⅳ. 결론 및 제언

NCTM(1997)은 '어떤 수학은 테크놀로지가 그것을 필요로 하기 때문에 더 중요하게 되었고; 어떤 수학은 테크놀로지가 그를 대신하므로 덜 중요하게 되었고; 또 어떤 수학은 테크놀로지로 인해서 가능하게 되었다'고 주장함으로써 테크놀로지의 도입으로 인해 가변적인 수학교육 환경을 진단하였다.

이러한 입장에서 보면, 각종 테크놀로지를 활용하여 어떻게 수학교육을 개선시킬 수 있는가에 대한 연구가 다각도로 진행될 필요가 있다. 특히, 수학교육 개선이 수학교육 연구의 중요한 목적 중의 하나라면 이와 관련된 연구는 수학교육연구자들의 사명이기도 하다. 그런데 교육목표, 교육내용, 교육대상, 교육방법, 교구 등 수학교육을 결정하는 요소들에 의해 매우 다양한 형태의 교수-학습 상황이 연출될 수 있다. 따라서 실험 연구방법을 활용한 수학교육 연구는 가능한 한 구체적인 교수-학습 상황을 토대로 진행할 필요가 있다.

이러한 입장에서, 본 연구는 수학적 재능이 비교적 뛰어난 네 명의 중학교 3학년 학생들

을 대상으로 TI-92계산기를 활용한 탐구학습을 진행하고 이 과정에서 얻어진 비디오·오디오 자료의 녹취록, 워크시트, 설문지 등의 자료를 수학적 의사소통/시각화 측면에서 분석하였다. 그 결과, 다음과 같은 사항들을 발견할 수 있었다.

첫째, 계산기는 탐구학습 과정에서 학생들끼리 또는 학생과 교사 사이의 수학적 의사소통을 증진시킨다.

지필환경 하의 문제해결과정에서는 대개 문제를 해결하는데 필요한 아이디어가 개인의 인지영역 내에 존재하므로 서로의 아이디어를 교환하기 위해서는 사고양식의 교류가 필요하다. 즉, 문제를 해결하는 과정에서 서로 다른 방법으로 접근한 두 명의 학습자가 의사소통하기 위해서는 일방적으로 상대방의 사고양식을 수용하거나 각자의 방법을 화합해 줄 촉매가 필요하다. 이것이 학습자들이 동등한 위치에서 자유롭게 의사소통하는 것을 어렵게 만든다. 하지만 계산기 환경에서는 계산기의 기능과 관련된 명령어들이 서로의 아이디어를 교류할 수 있게 해주는 편리한 촉매역할을 하고 있어서 계산기가 수학적 의사소통을 증진시킨다고 볼 수 있다.

둘째, 계산기는 탐구학습 과정에서 개방적인 분위기를 유도한다.

계산기를 활용한 탐구학습 과정에서 실험에 참여한 학생들은 서로에게 질문하고, 다른 학생들이 모르는 사실을 알려주는데 주저함이 없었으며 다른 학생들이 얻은 성과에 대해 칭찬을 아끼지 않았다. 이러한 현상은 지필환경에서는 기대하기가 쉽지 않은 것으로 학생들이 문제해결 과정에서 겪는 곤란을 자신의 수학적 능력이 아닌 계산기의 조작능력 때문인 것으로 인식하여 자존심을 내세우거나 부끄러워하지 않은 것 같다. .

셋째, 계산기는 '시각적 상'에 관련된 새로운 학습 환경을 제공함으로써, 학생들이 더 고차적인 수학적 관계를 탐구할 수 있는 기회를 제공한다.

이미 언급한 바와 같이, 계산기의 그래핑 기능을 활용하면 '고차방정식의 근의 성질', '$z^5=1$의 근들의 집합이 갖는 구조' 등을 탐구할 수 있는 학습환경을 구현할 수가 있다. 이는 고차방정식의 그래프를 그리기가 매우 어려운 지필환경 상황을 고려하면 NCTM의 주장처럼 계산기로 인해 가능해진 수학 교수-학습 주제가 된다.

이 연구는 소수의 중학생들을 대상으로 TI-92그래핑계산기라는 교구를 활용한 탐구학습을 진행하고 그 과정을 '수학적 의사소통/시각화'의 관점에서 분석한 것으로 경계가 제한되어 있는 만큼 연구결과에 대한 한계가 있다. 그래서 관련변인을 변화시켜 이와 유사한 형태의 연구가 진행될 필요가 있다. 그 중 몇 가지를 제안하면 다음과 같다.

첫째, 여러 가지 수학교육용 소프트웨어를 활용한 탐구학습을 진행하고 그 결과를 분석해 볼 필요가 있다.

둘째, 수학부진아들을 대상으로 그래핑계산기를 활용한 탐구학습을 진행한 결과를 이 연구 결과와 비교해 볼 필요가 있다.

셋째, 그래핑계산기를 활용한 탐구학습 상황에서 남,녀 성 차이에 따른 특성을 분석해 볼 필요가 있다.

참고문헌

이홍우 역((1996). 민주주의와 교육: 교육철학 개론, 교육과학사.

Artzt, A. F. & Newman, C. M. (1997). How to Use Cooperative Learning in the Mathematics Class. National Council of Teachers of Mathematics.

Brahier, D. J. (2000). The Role of Graphing Calculators in Advancing Discourse. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, *22*(3 & 4), 81-92.

Bishop, A. J. (1983). Space and Geometry. In: R. Lesh, M. Landau (eds.) *Acquisition of Mathematics*

Concepts and Processes. New York: Academic Press.

Cunningham, S. (1991). The Visualization Environment for Mathematics Education. In Zimmermann, W. & Cunningham, S.(Ed.). *Visualization in Teaching and Learning Mathematics*. Mathematical Association of America.

Dick, T. P. (1992). Super calculators: Implications for the calculus curriculum, instruction, and assessment. In Fey, J. T.(Ed.), *1992 Yearbook: Calculators in mathematics education*. Reston, VA: NCTM.

Dion, G. (1990). The graphics calculator: A tool for critical thinking. *Mathematics Teacher*, 564-571.

Demana, F., & Waits, B. K. (1988). *Pitfalls in graphical computation, or why a single graph isn't enough*. The College Mathematics Journal, 19(2), 177-183.

Donley, H. E., & George, E. A. (1993). *Hidden behaviors in graphs*. Mathematics Teacher, 86(6), 466-468.

Dunham, P. H. (1991). An investigation of students' understandings of scale in technology-oriented classrooms. In F. Demana & B.K. Waits (Eds.), *Proceedings of the second annual conference on technology in collegiate mathematics* (pp.148-151). Reading, MA: Addison-Wesley.

Dunham, P. H. & Dick, T. P. (1994). Research on graphing calculators. *Mathematics Teacher*, 87(6), 440-445.

Dunham, P. H., & Osborne, A. (1991). Learning how to see: Students' graphing difficulties. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 13*(4), 35-49.

Goldenberg, E. P. (1987). Believing is seeing: How preconceptions influence the perceptions of graphs. *Proceedings of the eleventh international conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education Vol.*1, pp.197-203.

Hector, J. H. (1992). Graphical insight into elementary functions. In J. T. Fey(Ed.), *1992 Yearbook: Calculators in mathematics education*(pp.131-137). Reston, VA: NCTM..

McCormick, Bruce, H., Thomas, A.D., & Maxine D.B. (1997). Visualization in Scientific Computing, *Computer Graphics*, 21.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards* for *school mathematics.* Reston, VA: Author.

NCTM (1997). *Standards blackline masters*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Ollerton, M. & Watson, A. (2001). *Inclusive Mathematics*, 11-18. Continuum.

Pimm, D. (1991) Communicating mathematically. In (Edited by Durkin, K. & Shire, B) *Language in mathematical education.* Open University Press.

Skemp, R. P. (1987). *The Psychology of Learning Mathematics*. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Tuska, A. (1993). *Students' errors in graphing calculator-based precalculus classes* (Doctoral dissertation, Ohio State University, 1993). Dissertation Abstracts International, 53, 2725A.

Williams, C. G. (1993). Looking over their shoulders: Some difficulties students have with graphing calculators. *Mathematics and Computer Education, 27*(3), 198-202.

Zimmermann, W. & Cunningham, S. (1991). Editors' Introduction: What is Mathematics Visualization? In Zimmermann, W. & Cunningham, S.(Ed.). *Visualization in Teaching and Learning Mathematics*. Mathematical Association of America.

An Analysis of Inquiry Learning Situation Using Graphing Calculator: On the Viewpoint of Mathematical Communication/Visualization

Kang, Yun Soo[5)]

Abstract

In this paper, we analyzed the qualitative data which collected from the inquiry learning situation on small group using TI-92 graphing calculator. From the analysis, we found the followings:

First, TI-92 graphing calculator promote the mathematical communication between students or students and teacher on the small group inquiry learning process through it be a role of catalyzer to make opened atmosphere.

Second, TI-92 graphing calculator give a chance to students to explore the advanced mathematical relations through it provide the new learning environment relate to the visual imagery.

Key Words: Graphing calculator, Analysis of inquiry learning situation, Mathematical communication, Mathematical visualization

5) Sunchon National University, Department of Math. Edu. (yskang@sunchon.ac.kr)