

FTM 과 RSM 을 이용한 후방 압출 금형 설계

허관도#, 여홍태*, 최영**

Design of Backward Extrusion Die by using Flexible Tolerance Method and Response Surface Methodology

Kwan Do Hur[#], Hong Tae Yeo^{*}, Young Choi^{**}

ABSTRACT

The design for cold extrusion dies is very important, because the die insert is subjected to very high radial and hoop stresses. The design of cold extrusion dies has many constrained conditions. In this paper, the used assumptions are such that the yield strength of each ring is selected according to the allowable tensile or compressive hoop stress in each ring and the maximum allowable inner pressure, when yielding occurs in one ring of the dies, is obtained by the proposed equation. In order to obtain design variables, such as diameter ratios and interferences, using the maximum inner pressure, the flexible tolerance method was used for shrink-fitted thick-walled cylinders. ANSYS APDL was used to perform the repeated analysis of deformation of the dies due to the variation of the design variables. The response surface methodology is utilized to analyze the relationship between the design variables and the maximum radial displacement of the die insert during extrusion. From the results, it is found that outer diameter of the die insert has the largest effect on the minimization of maximum radial displacement at the inner surface of the dies.

Key Words : Flexible tolerance method(플렉시블 허용오차법), Response surface methodology(반응표면분석법), Prestressed die(예압된 금형), Diameter ratio(분할직경비), Interference(간섭량)

1. 서론

냉간 압출공정에서는 소재의 성형과정 중 금형인서트 내면에 높은 성형압력이 작용하여 반경 및 원주방향의 높은 응력상태를 만들어 금형이 파손되거나 제품의 치수정밀도가 떨어진다. 그러므로 압출공정에서 금형 인서트 내면에 작용하는 성형압력에 견디도록 미리 인서트의 외면에 압력을 부가하는 방법으로 보강링에 의해 금형인서트를 예압(prestress)하여 사용한다. 그 결과 금형인서트

의 응력 및 변형이 감소하게 되어 제품의 치수 정밀도를 향상시킨다. 그러나 예압력을 과도하게 설계한 경우 금형 체결과정 중에 금형이 파손된다.

보강링으로 예압된 금형은 일반적으로 두꺼운 원통(thick wall cylinder)의 해인 Lamé의 식을 이용하여 설계한다.¹ 이 방법은 최종체결상태에서 모든 링이 동시에 항복한다는 가정 하에서 최대내압을 구하고 최대내압을 견디도록 직경 및 간섭량을 결정하므로 간혹 과도한 간섭량에 의해 실제 금형 체결과정에서 금형의 항복이 발생되기도 한다.

접수일: 2004년 6월 30일; 게재승인일: 2004년 11월 19일

교신저자: 동의대학교 기계공학부

Email: kdhur@deu.ac.kr, Tel: (051) 890-1644

* 동의대학교 기계공학부

** 인제대학교 기계자동차공학부

이러한 금형의 보강에 관한 연구들은 Frater²가 보강된 여러 가지 두꺼운 원통의 예를 들어 유한 요소법과 Lamé 식을 비교 해석하였고, Takahashi³ 등은 경계요소법(boundary element method)을 이용하여 예압된 원통의 응력해석을 수행하여 Lamé 식을 이용한 해와 비교한 후 일정 압력으로 실제 압출 금형에서의 해석을 시도하였다. Kim⁴ 등은 Lamé 식을 이용하여 미리 계산된 접촉압력을 이용하여 금형의 응력해석을 수행하였다. Hur⁵ 등은 금형 체결과정 및 내압 작용시 안전한 설계기법을 제안하고 유한요소해석을 통하여 검증하였다.

최근 Hur⁶ 등은 금형을 구성하는 각 링의 원주 방향 응력상태에 따른 항복강도를 다르게 입력하고 하나의 링만 항복하는 조건과 예압된 금형 설계시 고려해야 되는 링들의 체결과정 및 내압 작용시의 항복조건, 금형 분할직경비(diameter ratio), 링들 사이의 접촉압력(contact pressure) 및 간섭량(interference) 등의 제약조건들을 포함하고 상대적으로 수식의 전개에 있어 편리한 플렉시블 허용오차법(FTM : flexible tolerance method)을 이용하는 방법을 제안하고 후방압출 금형설계에 적용하였다. 이 방법은 실제 금형 형상 및 성형압력이 제약조건에 반영되지 않았다.

본 연구에서는 Hur⁵ 등이 연구한 FTM을 이용한 방법으로 후방압출 금형에 대한 설계변수의 초기 값을 결정한다. 또한 실제 금형 형상과 성형해석으로부터 구한 성형압력을 반영한 최적값을 결정하기 위해 반응표면분석법(RSM : response surface methodology)을 도입하고 FTM의 결과와 비교하였다. 이 과정에서 소재의 압출해석은 DEFORM-2D를 이용하였고 그 결과를 ANSYS 하중조건으로 입력하여 압출 중 금형의 응력해석을 수행하였다.

2. 최적화 과정

2.1 플렉시블 허용오차법

본 연구에서는 예압된 금형 설계에 대한 최적화 문제의 정식화⁵를 다음과 같은 비선형계획 문제로 표시하였다.⁶

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} : F(\{X\}) \\ & \text{Subject to} : h_i(\{X\}) = 0, \quad i = 1, \dots, m \\ & \quad \quad \quad g_i(\{X\}) \leq 0, \quad i = m + 1, \dots, p \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, $X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ = 설계변수

$F(\{X\})$ = 목적함수

$h_i(\{X\})$ = i 번째 등호제약조건

$g_i(\{X\})$ = i 번째 부등호제약조건

이다.

이와 같은 비선형 최적화 문제에서 최적화 알고리즘의 개발없이 쉽게 사용할 수 있고 근사해에 잘 수렴하는 FTM 알고리즘을 도입하였다. 일반적으로 대부분의 비선형 수치최적화 방법은 최적화를 수행함에 있어서 엄격한 가능역(feasible region)에 대한 조건 때문에 이를 만족시키기 위해 상당한 시간을 소요한다. 그러나 FTM 알고리즘은 가능점(feasible points)에 의해 주어지는 정보 뿐만 아니라 일종의 비가능점(nonfeasible points)인 근접가능점(nearfeasible points)에서 주어지는 정보도 함께 이용하여 목적함수의 값을 개선하므로 계산시간이 매우 단축되는 알고리즘이다.⁷

또한 목적함수를 미분하지 않고 사용하므로 링의 수 변화에 따른 제약조건의 재구성이 간편하다.

2.1.1 접촉압력 계산

예압된 금형은 각각의 링들이 억지끼워맞춤에 의해 체결된다. 이때 간섭량에 의해 금형은 보강되거나 혹은 항복될 수도 있다. 또한 체결 후 내압의 작용으로 항복할 수 있다. 그러므로 체결과정과 최종적으로 내압이 작용할 때 보강링 및 금형 인서트의 항복여부를 판단하고 안전한 분할직경비 및 간섭량을 선택하여야만 한다.

Fig. 1에 여러 개의 링으로 체결된 금형과 내압 및 외압, 접촉압력들을 개념적으로 나타내었다. Fig. 2와 같이 억지끼워맞춤에서 k 번째 링의 변위 는 식(2), (3)과 같다.⁶

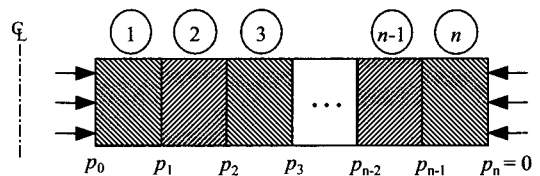


Fig. 1 Schematic illustration of compound rings

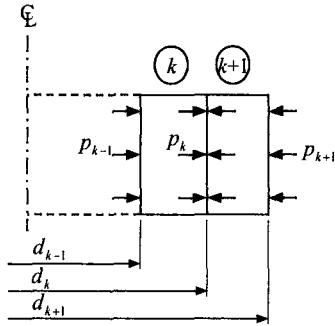


Fig. 2 Schematic illustration of shrink fitting

1) 원통의 내면 \$d_{k-1}\$ 의 직경 변화

$$U_{ki} = A_{ki}p_{k-1} - B_{ki}p_k \quad (2)$$

$$A_{ki} = \frac{(1-\nu_k)Q_k^2 + (1+\nu_k)}{E_k(1-\nu_k)Q_k^2} d_{k-1}$$

$$B_{ki} = \frac{2}{E_k(1-\nu_k)Q_k^2} d_{k-1}$$

2) 원통의 외면 \$d_k\$ 의 직경 변화

$$U_{ko} = A_{ko}p_{k-1} - B_{ko}p_k \quad (3)$$

$$A_{ko} = \frac{2}{E_k(1-\nu_k)Q_k^2} d_{k-1}$$

$$B_{ko} = \frac{(1-\nu_k) + (1+\nu_k)Q_k^2}{E_k(1-\nu_k)Q_k^2} d_k$$

여기서, \$p_k\$는 \$k\$번째 접촉면에서의 접촉압력이고 \$E_k\$와 \$\nu_k\$는 \$k\$번째 링의 탄성계수와 프와송비이며 \$Q_k = d_{k-1} / d_k\$는 \$k\$번째 링의 분할직경비이다.

\$n\$개의 링으로 구성된 경우 접촉조건에 의해 각각의 접촉면에서의 직경에 대한 간섭량(\$z_k\$)은 다음과 같다.

$$z_{n-1} = U_{ni} - U_{(n-1)o}$$

$$= \{A_{ni} + B_{(n-1)o}\} p_{n-1} - B_{ni} p_n - A_{(n-1)o} p_{n-2}$$

$$z_{n-2} = \{A_{(n-1)i} + B_{(n-2)o}\} p_{n-2} - B_{(n-1)i} p_{n-1} - A_{(n-2)o} p_{n-3}$$

$$\vdots$$

$$z_1 = \{A_{2i} + B_{1o}\} p_1 - B_{2i} p_2 - A_{1o} p_0 \quad (4)$$

위의 식은 다음과 같이 간략화 된다.

$$p_{n-j} = \frac{A_{n-j}}{C_{n-j}} + \frac{B_{n-j}}{C_{n-j}} p_{n-j-1}, \quad (j=1, \dots, n-1) \quad (5)$$

여기서, 각각의 상수들은 아래와 같다.

1) \$j=1\$

$$A_{n-1} = X_{n-1} + Z_{n-1} p_n, \quad B_{n-1} = Y_{n-1}, \quad C_{n-1} = 1$$

2) \$j=2, \dots, n-1\$

$$A_{n-j} = X_{n-j} C_{n-j+1} + Z_{n-j} A_{n-j+1}$$

$$B_{n-j} = Y_{n-j} C_{n-j+1}$$

$$C_{n-1} = C_{n-j+1} - Z_{n-j} B_{n-j+1}$$

$$X_k = \frac{z_k}{A_{(k+1)i} + B_{ko}}, \quad Y_k = \frac{A_{ko}}{A_{(k+1)i} + B_{ko}}$$

$$Z_k = \frac{B_{(k+1)j}}{A_{(k+1)i} + B_{ko}}$$

금형의 체결상태에서의 접촉압력들은 외압 \$p_n = 0\$와 내압 \$p_0 = 0\$로 두고 구할 수 있다.

2.1.2 제약조건의 결정

식(5)에 의해, 분할직경비와 간섭량을 반복적인 방법에 의해 최적으로 선택하여 체결 후의 접촉압력을 구하고, 각 링의 초기 치수에 대해 항복판정을 수행하였다. 이때 재료의 항복강도는 Table 1과 같이 구성하였다. 여기서 각 링의 응력상태에 따라 압축인 경우 \$S_c\$, 인장인 경우 \$S_t\$, 최외곽링의 경우는 경험적으로 항복강도를 조금 낮게 두고 설계하여 금형 파손시 사고를 방지하기 위해 \$S_o\$를 선택하여 각각 항복강도(\$S_Y\$)에 곱하여 공구재 항복강도의 안전율을 고려하였다.

Table 1 Yielding strength according to the state of hoop stress

| Compressive (\$\sigma_\theta < 0\$) | Tensile (\$\sigma_\theta \ge 0\$) | \$n^{th}\$ ring |
|--|--------------------------------------|--------------------|
| \$SY = S_c * S_Y\$ | \$SY = S_t * S_Y\$ | \$SY = S_o * S_Y\$ |

각 링의 항복은 Tresca 조건에 의해 식(6)과 같이 되고, 분할직경비, 접촉압력, 간섭량들에 대한 제약조건은 식(7)과 같다.

$$\frac{SY_k}{2(1-Q_k^2)} - |p_{k-1} - p_k| \geq 0 \quad (6)$$

$$Q = Q_1 \cdot Q_2 \cdots Q_n, \quad 0 < Q_k \leq 0.909 \quad (7)$$

$$0 \leq p_0, p_1, \dots, p_n, \quad 0 \leq z_1, z_2, \dots, z_{n-1}$$

그러면 식(5)에 의해 보강링으로 예압된 금형의 각각의 링이 체결되는 과정에서 각각의 접촉압력을 계산하고, 식(6)과 (7)의 제약조건을 구성하는 과정을 반복하여 체결과정에서 발생하는 제약조건들을 자동으로 구성하고 이를 만족하는 목적함수의 최소값을 구할 수 있다. 여기서 링의 수가 증가하면 제약조건의 수도 매우 증가하게 된다.

2.1.3 최대 내압 결정

본 연구에서는 식(8)과 같이 목적함수를 최대 내압으로 하였다. 여기서 체결된 금형에서 각각의 링이 항복하는 최대내압을 구하고, 이 최대내압들을 비교하여 가장 높은 내압에 견디도록 설계하였다. 식(9)는 사용된 설계변수들을 나타낸 것이다.

$$F(\{X\}) = -p_{0\max} = -\frac{C_1 p_1 - A_1}{B_1} \quad (8)$$

$$\{X\} = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_n, z_1, z_2, \dots, z_{n-1}\} \quad (9)$$

일반적으로 최대내압이 금형 인서트 내에 작용하면 접촉압력들은 바깥쪽으로 갈수록 낮아진다. 그러므로 최대내압작용시 k번째 링이 인장 또는 압축상태에서 항복한다는 가정에 의해 식(10)과 같이 k번째 링의 내·외압을 구할 수 있다.

$$p_{k-1} = \frac{A_k + C_k D_k}{C_k - B_k}, \quad p_k = \frac{A_k + B_k D_k}{C_k - B_k} \quad (10)$$

$$D_k = \frac{SY_k}{2(1-Q_k^2)}$$

이와 같이 FTM을 이용하는 경우 설계변수인

직경 및 간섭량을 계속 변경해서 입력하여 체결과정 및 최대내압 작용시의 각 링에 작용하는 압력을 계산할 수 있고, 계산된 압력에 대해 각 링의 항복여부를 평가하여 링이 항복하지 않는 최대내압을 찾고 그 중 가장 큰 최대내압을 갖는 경우의 직경 및 간섭량을 선택하게 된다.

2.2 반응표면분석법

FTM에 의해 결정된 설계변수의 값은 실제 금형의 형상 및 성형압력에 대해서는 최적의 값이 아닐 수도 있다. 그러므로 FTM에 의해 결정된 설계값을 기준으로 하여 설계변수값의 변화에 따른 결과값(금형인서트 내면의 최대 반경방향 변위)의 변화를 2차 회귀식(regression equation)으로 표현하기 위하여 중심합성계획을 이용한 반응표면분석법⁸을 도입하고 회귀식으로부터 최적값을 결정하여 결과들을 비교하였다.

금형의 직경이 결정되면 간섭량은 금형이 항복하지 않는 영역에서 최대값을 미리 결정할 수 있다. 그러므로, 본 연구에서는 설계변수로 $X_1=d_1$ 과 $X_2=d_2$ 를 선택하였고 2차 회귀모델은 다음의 식(11)과 같다. 여기서 e 는 오차항이다.

$$y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_{11} X_1^2 + \beta_{22} X_2^2 + \beta_{12} X_1 X_2 + e \quad (11)$$

3. 냉간 후방압출 금형설계

Fig. 3과 같은 후방압출 금형에 대하여 금형인서트 내면에 최대내압이 작용할 때 모든 링이 동시에 항복하는 가정과 초경합금을 사용한 경우 원주방향의 인장응력이 발생하지 않는 범위에서 금형을 설계하는 일반적인 방법^{5,6,8}과 플렉시블 허용 오차법을 적용한 제안된 방법으로 구한 설계값을 비교하였다.

금형의 재질은 Table 2에 나타내었고 항복강도를 Table 3와 같이 원주방향의 응력상태에 따라 가정하였다.

소재의 성형해석은 DEFORM-2D¹⁰을 이용하고 금형의 탄성변형해석은 ANSYS¹¹를 이용하였다. 해석모델은 Fig. 4와 같다.

Fig. 5는 성형해석 결과 하중-변위선도(load-stroke diagram)를 나타낸다. 금형인서트 내면에 가

장 높은 하중이 작용하는 경우에 대해서 금형의 탄성변형 해석을 수행하도록 하였다.

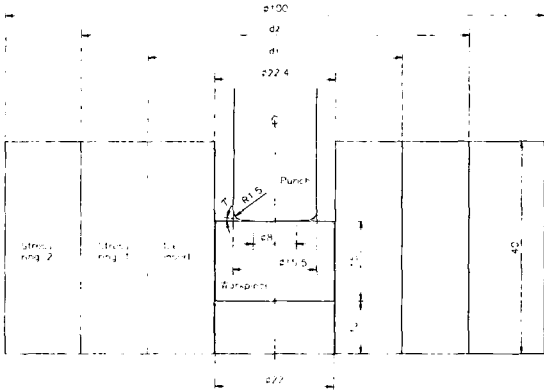


Fig. 3 Dimension of punch, dies and workpiece

Table 2 Mechanical properties of die materials

| | Mat. | HrC | E(GPa) | S _Y (MPa) | ν |
|----------|-------|-----|--------|----------------------|------|
| Insert | GTi50 | 87 | 540 | 3300 | 0.22 |
| S-ring 1 | STD61 | 50 | 212 | 1300 | 0.30 |
| S-ring 2 | STD61 | 50 | 212 | 1300 | 0.30 |

Table 3 Yield strength according to state of the hoop stress

| Mat. | Compressive | Tensile | n th ring |
|-------|--------------------|--------------------|----------------------|
| GTi50 | 0.7*S _Y | 0.3*S _Y | 0.3*S _Y |
| STD61 | 0.7*S _Y | 0.7*S _Y | 0.7*S _Y |

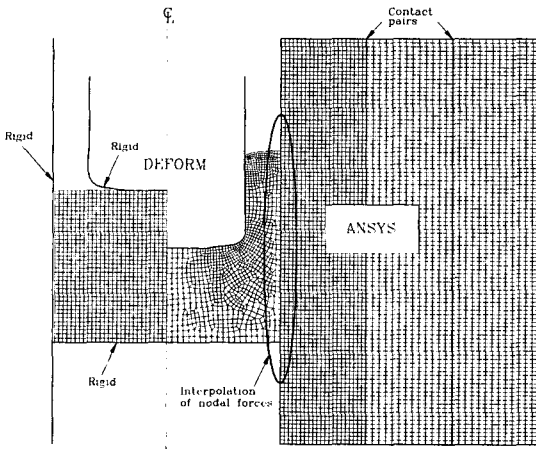


Fig. 4 DEFORM and ANSYS model for analysis

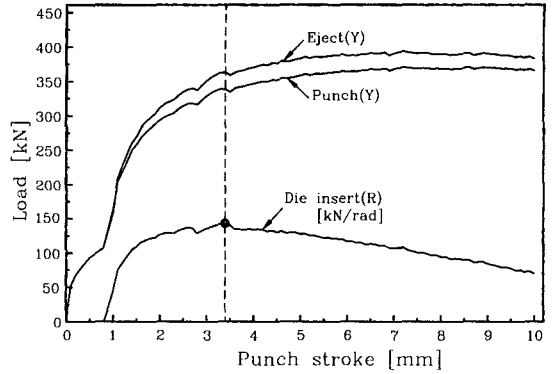


Fig. 5 Load-stroke diagram of backward extrusion

Fig. 6과 같이 금형의 탄성변형해석에 필요한 금형 인서트 내면에 작용하는 절점력을 구하였다.

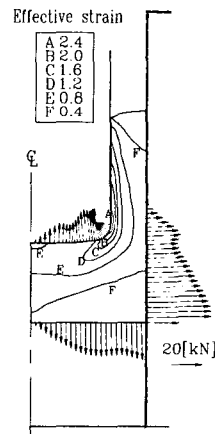


Fig. 6 Distribution of effective strain and nodal forces

FTM에 의해 먼저 구한 직경을 기준으로 ±5mm의 영역에서 반응표면분석을 실시하였고 설계변수의 수준은 Table 4와 같다. 각 조건에 따른 간섭량은 최대내압을 견딜 수 있는 조건에 의해 자동 결정되도록 하였기에 설계변수는 각 링의 직경으로만 선택하였다. 결국 본 연구에서는 설계변수가 2개인 경우에 해당한다.

Table 4 Range of design variables for analysis

| | -1 | 0 | 1 |
|-----------------------------------|-------|-------|-------|
| X ₁ (=d ₁) | 43.99 | 48.99 | 53.99 |
| X ₂ (=d ₂) | 64.92 | 69.92 | 74.92 |

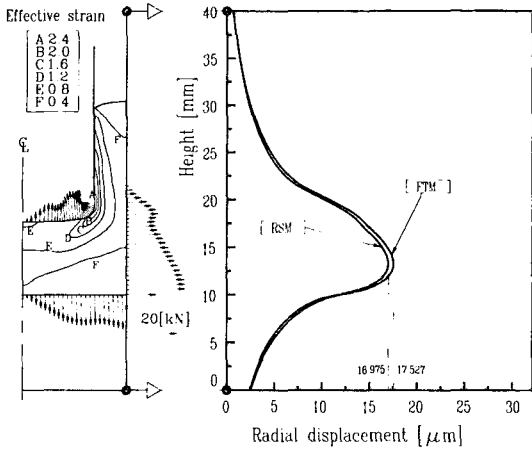
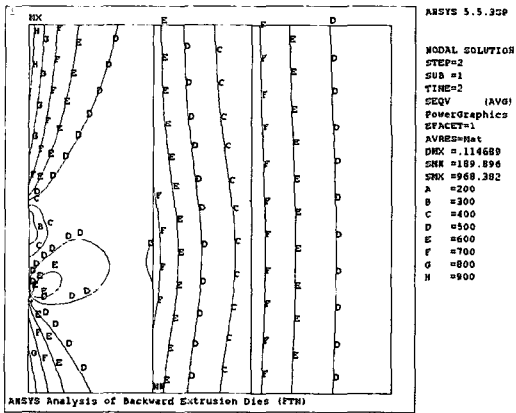


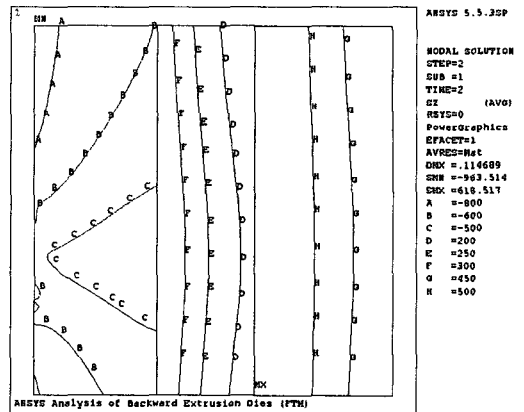
Fig. 10 The radial displacements on the inner surface of the die insert

Fig. 11은 FTM과 RSM에 의해 설계된 금형의 해석결과 중 유효응력(effective stress)분포를 나타낸다. FTM에 비해 RSM의 경우 첫 번째 및 두 번째 보강링의 유효응력이 접촉면에서 높게 나타난다. 그러나 금형인서트의 유효응력은 조금 낮게 분포하는 것으로 나타났다.

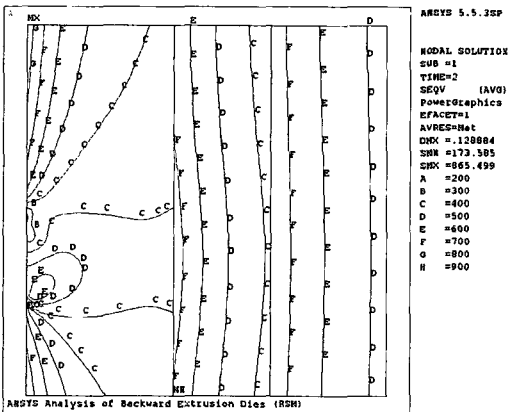
Fig. 12는 FTM과 RSM에 의해 설계된 금형의 해석결과 중 인주방향의 응력상태를 나타낸다. 금형인서트는 두 경우 모두 압축응력 상태이므로 안전하다. 그러나 FTM에 비해 RSM의 경우 낮은 압축응력 상태를 나타낸다.



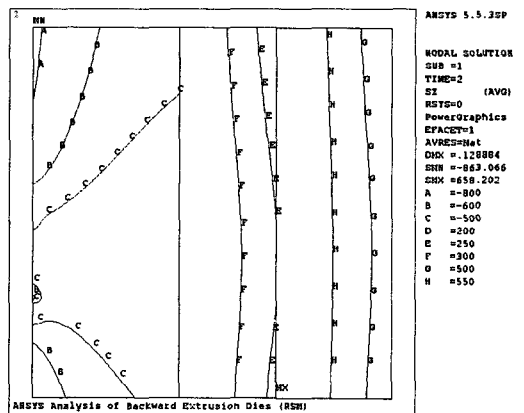
(a) FTM



(a) FTM



(b) RSM



(b) RSM

Fig. 11 Distribution of effective stress

Fig. 12 Distribution of hoop stress

4. 결론

본 연구는 여러 가지 제약조건을 포함한 냉간 압출 금형설계에 있어 안전율을 고려하고 하나의 링만 항복하는 조건에 의해 단순 모델에 대한 최대내압을 견디는 초기 설계변수값을 플렉시블 허용오차법에 의해 구하였다.

실제 금형 형상과 소재의 후방압출해석 결과를 반영하여 후방압출 금형의 설계를 최적화하기 위해 반응표면분석법에 따라 반복해석을 수행하였다. 또한 반복적인 유한요소 격자생성과 해석 실행 및 결과 출력에 소요되는 시간을 단축시키기 위해 ANSYS의 APDL을 이용하였다.

이와 같은 과정을 통해 금형인서트 내경의 최대 반경방향 변위가 FTM만 이용한 경우에 비해 RSM을 추가적으로 이용하였을 경우 최대 반경방향 변위를 3.15% 정도 더 낮출 수 있었다.

그러므로 플렉시블 허용오차법을 이용하여 빠른 초기 설계값을 결정하고 실제 모델에 대해 반응표면분석법을 적용하여 보다 향상된 금형을 설계할 수 있을 것이다.

참고문헌

1. Lange, K., *HandBook of Metal Forming*, pp. 15.80-15.90, 1985.
2. Frater, J. L., "Application of Finite Element Methods to the Design of Prestressed Tooling," *J. Materials Shaping Technology*, Vol. 7, No. 1, pp. 49-54, 1989.
3. Takahashi, S. and Brebbia, C. A., "Forging Die Stress Analysis Using Boundary Element Method," *Proc. 3rd ICTP, Advanced Technology of Plasticity*, Vol. 1, pp. 203-210, 1990.
4. Kim, T. H., Kim, B. M. and Choi, J. C., "Methodology of Tool Analysis to Improve the Accuracy of Cold Forged Parts," *Journal of Korean Society of Precision Engineering*, Vol. 12, No. 1, pp. 29-37, 1995.
5. Hur, K. D., Choi, Y. and Yeo, H. T., "The Effect of Stress Ring for the Design of Precision Cold Forging Die," *Journal of Korean Society of Precision Engineering*, Vol. 18, No. 12, pp. 145-151, 2001.
6. Hur, K. D., Choi, Y. and Yeo, H. T., "A Study on the Design of Prestressed Die using Flexible Tolerance

- Method," *Transactions of Materials Processing*, Vol. 12, No. 2, pp. 116-122, 2003.
7. Himmelblau, D. M., *Applied Nonlinear Programming*, McGraw-Hill, 1972.
8. Myers, R. H. and Montgomery, D. D. *Response surface Methodology*, Wiley: New York, 1995.
9. I.C.F.G., *Calculation methods for cold forging tools*, Document No. 5/82.
10. DEFORM-2D Version 7.0 Labs Manual.
11. ANSYS Users's Manual. Revision 5.5.
12. ANSYS APDL Programmer's guide Release 5.5, Swanson Analysis System, Inc., 1998.