

## 고속전철 집전시스템의 동역학 해석에 관한 연구 (Ⅱ. 집전시스템 통합 해석)

서종휘<sup>#</sup>, 목진용<sup>\*</sup>, 정일호<sup>\*\*</sup>, 박태원<sup>\*\*</sup>, 김영국<sup>\*</sup>, 김석원<sup>\*</sup>

### Dynamic Analysis of a Pantograph-Catenary System for High-Speed Train (Ⅱ. Analysis of the Integrated Current Collection System)

Jong-Hwi Seo <sup>#</sup>, Jin-Yong Mok <sup>\*</sup>, Il-Ho Jung <sup>\*\*</sup>, Tae-Won Park <sup>\*\*</sup>, Young-Guk Kim <sup>\*</sup>, Seok-Won Kim <sup>\*</sup>

#### ABSTRACT

In this paper, the combined system equation of motion, which can analyze the dynamic interaction between pantograph and catenary system, is derived by adopting absolute nodal coordinates and rigid body coordinates. The analysis results are compared with real experiment data from test running of Korean high-speed train (HSR 350x). In addition, a computation method for the dynamic stress of contact wire is presented using the derived system equation of motion. This method might be good example and significant in that the structural and multibody dynamics model can be unified into one numerical system.

**Key Words:** High-Speed Train (고속전철), Pantograph (판토그래프), Catenary System (가선계), Current Collection System (집전시스템), Absolute Nodal Coordinates (절대절점좌표), Dynamic Stress (동응력).

#### 1. 서론

집전시스템은 고속전철의 동력원 공급계통으로서 가선계와 판토그래프로 구성되며 실제로, 고속전철의 속도한계는 집전성능에 의하여 크게 좌우 되기 때문에 우수한 집전시스템의 개발을 위해서는 시스템에 대한 정확한 이해와 여러 설계인자들에 의한 동적 거동을 미리 예측 할 수 있는 신뢰성 있는 해석기술이 필요하다. 특히, 고전압이 흐르는 시스템의 특성을 감안할 때, 컴퓨터를 이용한 시뮬레이션 방법은 집전 시스템의 동적 거동에 영향을 주는 많은 성능 변수에 대한 분석과 최

적화에 경제적이고 효과적인 방법이 될 수 있다.

그 동안 국내에서도 G7 고속전철기술개발사업을 통해 한국형 고속전철(HSR 350x) 시제열차를 개발해오면서 그 중요성만큼 집전시스템에 대해서도 많은 시험과 연구가 이루어져 왔다<sup>1,2</sup>. 특히, 수치모형을 이용한 집전시스템의 동적 특성을 해석할 수 있는 다양한 방법들이 제안되었다<sup>3-9</sup>. 그러나 가선계의 비선형적이고 대변형을 일으키는 복잡한 시스템의 특성에도 불구하고, 대부분 연구는 가선계의 수치모형을 단순화, 또는 선형화해야 하는 문제점을 갖거나 실제 시험 데이터로 그 신뢰성을 검증한 경우는 매우 드물다.

... 접수일: 2004년 6월 30일; 게재승인일: 2004년 11월 19일

# 교신저자: 아주대학교 기계공학과

E-mail jonghwi@hanmail.net Tel. (031) 219-2952

\* 한국철도기술연구원 (KRRRI)

\*\* 아주대학교 기계공학과

본 연구에서는 기존의 방법들과는 달리, 집전 시스템의 실제적인 경계조건 및 구속조건을 고려할 수 있고, 가선계의 비선형 탄성 대변형 현상을 신뢰성 있게 구현할 수 있는 방법을 제시하며, 판토티그래프는 판성과 조인트 구속을 갖는 다물체로 모델링하였다 (1부 논문 참조).

첫번째 논문에 이어 본 논문에서는, 절대절점 좌표를 이용해 유도된 가선계의 운동방정식과 강제좌표를 혼용해 다물체로 모델링 된 판토티그래프의 동적 상호작용을 동시에 해석할 수 있는 조합 운동방정식을 제안한다. 이를 이용하여, 전체 집전 시스템의 동적 특성을 해석하고 그 결과는 실제 한국형 고속전철(HSR 350x)이 경부고속철도(KTX)의 가선계를 주행하여 획득한 시험데이터를 이용하여 그 신뢰성을 분석한다. 또한 제안된 조합 운동방정식을 이용하여, 실제 고속전철의 주행 시험 중에는 측정할 수 없는 접촉선의 동응력 이력을 계산할 수 있는 방법을 제시한다.

본 연구는 향후, 집전시스템의 설계변수들에 의한 성능 평가를 가능하게 하여 시스템의 최적설계 및 집전성능 향상을 위한 능동적인 제어기 설계에도 활용이 가능할 것이다. 나아가, 현재 기존 선 고속화 사업의 일환으로 활발하게 연구 중인 틸팅(tilting)철도 차량의 집전시스템 개발에도 크게 기여할 수 있을 것으로 사료된다.

## 2. 집전시스템 해석을 위한 조합운동방정식

### 2.1 조합운동방정식

Fig.1 은 고속전철에 사용되는 집전시스템의 해석을 위한 시뮬레이션 모델을 보여주고 있으며 판토티그래프와 가선계가 연속적인 접촉을 하게 된다.

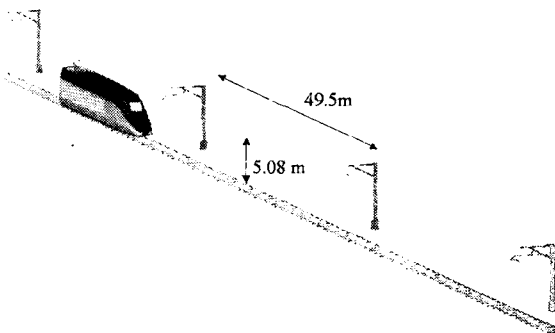


Fig. 1 Simulation model of current collection system

따라서 Fig.1 의 시스템을 해석하기 위해서는 가선계와 판토티그래프를 하나의 수학적 모델로 구현하는 것이 필요하다. 이를 위해 첫 번째 논문에서 유도했던 가선계의 운동방정식과 판토티그래프의 운동방정식을 조합하여 전체 시스템을 동시에 해석할 수 있도록 한다. 즉, 첫 번째 논문의 식(12)와 식(13)을 아래의 식(1)로 조합하여 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} M_r & 0 & \Phi_r^T \\ 0 & M_a & \Phi_a^T \\ \Phi_r & \Phi_a & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{r} \\ \ddot{e} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_r \\ Q_a \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (1)$$

식(1)은 절대절점좌표와 강제좌표를 혼용한 조합 미분대수방정식이며 전체 시스템의 일반좌표 (generalized coordinates)는  $q = [r^T, e^T]^T$  이다.

식(1)에서 가선계와 판토티그래프의 접촉현상은 접촉선을 지나는 임시강체(dummy body)를 정의함으로써 가능할 수 있다. 이 개념을 Fig.2 에서 보여 주고 있다. 본 논문에서는, 임시강체와 팬 헤드의 접촉은 단순 스프링-댐퍼(spring-damper) 모델을 이용한다. 향후에는 마찰 등을 고려할 수 있는 보다 실제적인 접촉모델의 개발이 필요하다.

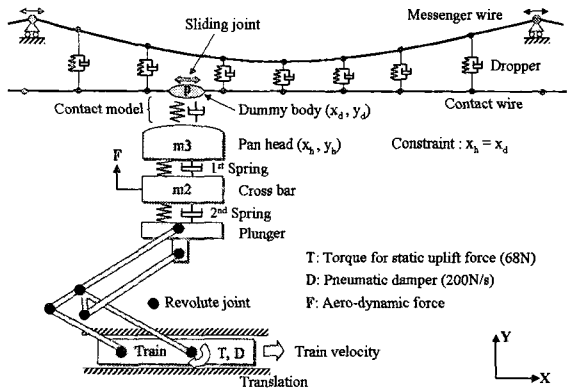


Fig. 2 Modeling of contact phenomenon between contact wire and pantograph

Fig.2 와 같은 접촉현상의 모델링을 위해서는 임시강체가 접촉선을 따라 이동할 수 있는 미끄럼 구속이 필요한데, 이는 길량과 외력에 관계되지 않는 비일반좌표  $n$  을 추가로 도입함으로써 가능하다<sup>10</sup>. 즉, 임시강체  $p$  의 위치는 접촉선을 구성

하는 임의의 빔 요소  $j$ 로부터 정의된 위치와 항상 동일하게 해야 하는데, 식(2)와 같이 그 구속식을 정의할 수 있다<sup>10</sup>.

$$\Phi(\mathbf{r}, \mathbf{e}, n, t) = \mathbf{r}_p^y - \mathbf{r}_p^R = 0 \quad (2)$$

$$= \mathbf{S}^{ij}(x=n) \mathbf{e}^{ij}(t) - \mathbf{r}_p^R = 0$$

여기서,  $\mathbf{r}_p^R = [r_x^R, r_y^R]^T$ 는 임시강체에 대한  $p$  점의 전역변위이며,  $\mathbf{r}_p^{ij}$ 는 접촉선의 케이블  $i$ 를 구성하는 빔 요소  $j$ 로부터 정의되는  $p$ 점의 전역변위(global position)이며 비일반좌표  $n$ 에 의해 시간에 따라 변하게 된다. 식(2)는 식(3)과 같이  $x$ 와  $y$ 에 대한 두 개의 구속식으로 표현된다.

$$\Phi^{(x)} = e_1^{ij} \left(1 - \frac{3n^2}{l^2} + \frac{2n^2}{l^3}\right) + e_3^{ij} \left(n - \frac{2n^2}{l} + \frac{n^3}{l^2}\right) + e_5^{ij} \left(\frac{3n^2}{l^2} - \frac{2n^3}{l^3}\right) + e_7^{ij} \left(-\frac{n^2}{l} + \frac{n^3}{l^2}\right) - r_x^R = 0 \quad (3)$$

$$\Phi^{(y)} = e_2^{ij} \left(1 - \frac{3n^2}{l^2} + \frac{2n^2}{l^3}\right) + e_4^{ij} \left(n - \frac{2n^2}{l} + \frac{n^3}{l^2}\right) + e_6^{ij} \left(\frac{3n^2}{l^2} - \frac{2n^3}{l^3}\right) + e_8^{ij} \left(-\frac{n^2}{l} + \frac{n^3}{l^2}\right) - r_y^R = 0$$

따라서 식(1)은 접촉현상을 구현하기 위한 비일반좌표  $n$ 을 추가하여 식(4)와 같이 가선계와 판토크 그래프의 동적 상호작용을 해석하기 위한 최종적인 조합운동방정식으로 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_r & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{\Phi}_r^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_a & \mathbf{0} & \mathbf{\Phi}_e^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{\Phi}_n^T \\ \mathbf{\Phi}_r & \mathbf{\Phi}_e & \mathbf{\Phi}_n & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{r}} \\ \ddot{\mathbf{e}} \\ \ddot{n} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_r \\ \mathbf{Q}_a \\ \mathbf{0} \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (4)$$

식(4)에서 시스템의 일반좌표  $\mathbf{q} = [\mathbf{r}^T, \mathbf{e}^T, n]^T$ 이며, 구속식은  $\Phi(\mathbf{r}, \mathbf{e}, n, t) = 0$ 이 되고, 여기에는 임시강체와 케이블과의 미끄럼조인트의 구속식이 포함된다. 그리고  $\Phi_n$ 은 식(3)의 구속식의 비일반좌표  $n$ 에 대한 자코비안 행렬이다.

그리고 미끄럼조인트가  $j$  빔 요소에서 다른 빔 요소로 이동하게 되는 순간은 자코비안 행렬을 다시 구성함으로써 요소 연결점(노드점)에서의 불연속적인 문제를 피하도록 하였다. 이를 위해서는 식(4)를 해석하기 위한 적분기내에 노드점을 지나는 순간을 결정할 수 있는 알고리즘이 포함되어야 하는데 본 연구에서는 4 차의 Runge-Kutta 적분방법을 이용하여,  $n^j \approx 0$  또는  $n^j \approx l$ 이 되는 경우의 적분스텝에서 미끄럼조인트가 이동하게 될 빔 요소를 파악하고 그 빔 요소의 일반좌표에 대해 자코비안 행렬을 재구성하여 시스템의 해석이 진행되도록 Fig.3 과 같이 프로그램을 개발하였다<sup>10</sup>.

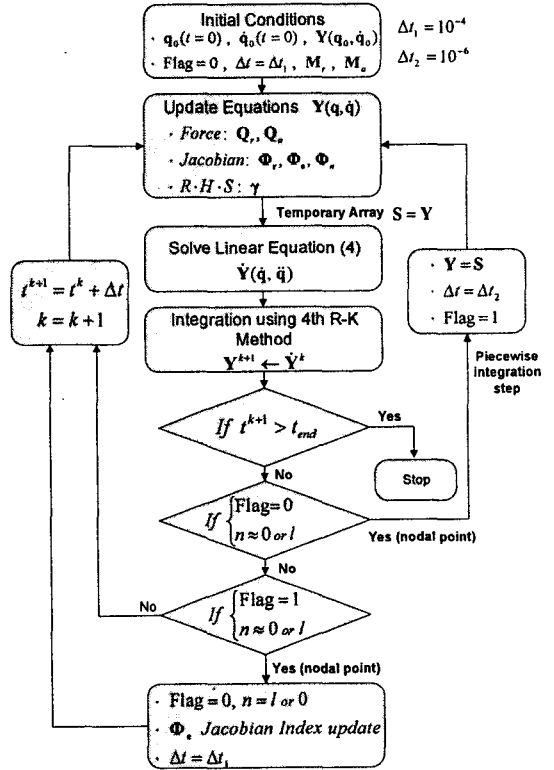


Fig. 3 Numerical algorithm

## 2.2 가선계 접촉선의 동응력 계산

식(4)의 조합운동방정식은 비선형 케이블의 대변형 현상을 고려하기 위하여 절대절점좌표를 이용한 형상함수와 연속체 개념, 그리고 FEM 방법으로 유도되었기 때문에 이러한 절차를 활용함으로써 시스템의 해석 중에 대변형 빔 요소에 대한 변

형울과 동응력을 동시에 계산할 수 있게 된다<sup>11</sup>. 그 과정은 다음과 같다. 먼저, Serret-Frenet 의 식<sup>12</sup> 을 이용하여 빔 요소내의 임의의 위치에서는 식(5)와 같이 곡률  $\kappa$  을 계산할 수 있다.

$$\kappa = \frac{\left| \frac{d^2 \mathbf{r}}{ds^2} \right|}{\left| \frac{d\mathbf{r}}{ds} \right|^3} = \frac{\mathbf{r}''^T \tilde{\mathbf{I}} \mathbf{r}''}{\left| \mathbf{r}'^T \mathbf{r}' \right|^{3/2}} = \frac{\mathbf{r}''^T \tilde{\mathbf{I}} \mathbf{r}''}{f^3} \quad (5)$$

$$ds = \sqrt{\mathbf{r}'^T \mathbf{r}'} dx, \quad \mathbf{r}' = \frac{d\mathbf{r}}{dx}$$

여기서,  $s (=n)$  는 변형된 빔의 곡률방향에 대한 길이를 나타내고  $\tilde{\mathbf{I}} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $f = \left| \mathbf{r}'^T \mathbf{r}' \right|^{1/2}$  이다. 만약 축 방향에 대한 변형이 미소하다면  $f \approx 1$  이 되고 식(5)는 식(6)과 같이 쓸 수 있다.

$$\kappa \approx \left| \frac{d^2 \mathbf{r}^{ij}(x,t)}{dx^2} \right| = \left| \mathbf{r}'' \right| = \left| \left[ \frac{d^2}{dx^2} \mathbf{S}^{ij}(x) \right] \mathbf{e}^{ij}(t) \right| \quad (6)$$

그러나 축방향의 변형을 무시할 수 없다면 식(5)에서  $f$  의 값을 충분히 고려해야 한다.

변형된 빔의 임의의 위치에서 굽힘모멘트는 빔의 곡률 또는 곡률반경 ( $\rho$ ) 을 이용하여 식(7)과 같이 쓸 수 있다<sup>13</sup>.

$$M = E I \kappa = \frac{E I}{\rho} \quad (7)$$

굽힘변형 된 빔의 임의의 위치에서 시간에 대한 변형율과 응력은 굽힘에 의한 모멘트와 단면의 형상, 빔 내에서의 위치( $y$ )에 대하여 일반적으로 식(8)과 같이 쓸 수 있다<sup>13</sup>.

$$\begin{aligned} \epsilon_x(x, y, t) &= y \kappa(x, t) = \frac{y}{\rho} \\ \sigma_x(x, y, t) &= E \epsilon_x = E y \kappa = \frac{M y}{I} \end{aligned} \quad (8)$$

이상과 같이, 식(4)의 해석 중에 동역학적인 관성효과가 충분히 고려된 비선형 빔 요소의 위치  $\mathbf{e}^{ij}(t)$  가 계산되면 식(6)에 의해 곡률을 계산할 수 있고 식(8)을 이용하여 동응력(분포)를 계산할 수

있게 된다. 이 계산된 동응력을 접촉선의 피로해석을 위한 입력으로 사용하기 위해서는 최대응력을 찾거나 또는 Barlow point<sup>14</sup>에서의 응력을 사용할 수도 있을 것 이며, 이는 전적으로 피로해석을 수행할 엔지니어의 판단에 의존하게 된다.

### 3. 집전시스템의 통합 해석

식(4)를 이용하여 가선계 및 판토티그래프의 동적 상호작용 및 식(8)의 동응력을 해석할 수 있는 프로그램을 개발하고, 경부고속철도(KTX) 가선계를 주행하는 한국형 고속전철(HSR 350x) 집전시스템의 동역학 해석에 적용하였다.

#### 3.1 집전시스템의 동역학 해석

가선계의 접촉선과 판토티그래프가 연속된 접촉을 유지하도록 판토티그래프에는 일정한 정적압상력 (static uplift force) 68N 이 작용되도록 설계된다<sup>2</sup>. 그리고 Fig.2 에서 고속주행에 의한 양력 (Aero-dynamic force)  $F$  는 참고문헌에서 측정된 양력계수를 이용하여 계산하였다<sup>1</sup>.

Fig.4 에서는 가선계와 다물체 시스템인 판토티그래프와의 인터페이스를 고려하기 전에, 접촉선을 따라 이동하는 임시강체에 정적 압상력과 고속주행에 의한 양력을 부과하고 250 km/h, 300 km/h 로 이동시켰을 때 하중 작용점의 변위를 보여주고 있다. 가선계의 초기변위는 첫번째 논문 Fig.10 의 결과에서 정적으로 안정화된 상태이다. 해석결과를 고찰할 때, 주행속도가 클수록 하중 작용점(임시강체)의 상하방향 변위도 증가함을 알 수 있다.

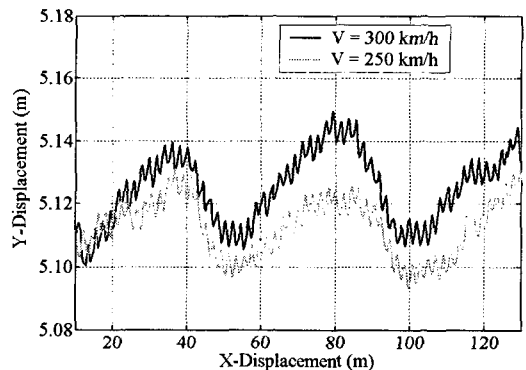


Fig. 4 Contact point displacement

다음은 판토프래프를 핀 조인트로 연결된 다물체로 구성하고 한국형 고속전철의 판토프래프가 가선계와 접촉하며 주행할 때의 동적 특성을 해석하였다. 해석에 필요한 판토프래프의 설계데이터는 참고문헌<sup>2</sup>의 값을 이용하였으며 가선계의 물성치는 첫번째 논문의 Table 1 과 같다.

해석결과는 한국형 고속전철의 시험운행을 통해 얻은 시험데이터를 이용하여 검증하였으며 가선계와 판토프래프의 접촉력을 얻기 위한 시험장치의 구성 및 방법은 참고문헌<sup>1</sup>과 같다.

시험데이터를 얻은 실제 고속전철의 주행상황과 최대한 유사하게 하기 위해서, 판토프래프를 고속전철의 지붕으로부터 전개하여 접촉선에 접촉시켜 정적으로 안정화 된 상태를 초기변위로 하였으며(첫번째 논문 Fig.10 의 결과), 차량의 주행속도를 초기속도로 하여 해석을 시작한다. 참고로, 판토프래프와 가선계가 접촉을 한 후 정적상태가 됐을 때의 초기변위는, 주행속도에 의한 양력의 변화 때문에 주행속도에 따라 다른 조건을 사용해야 할 것이나 해석의 편의상 동일한 초기변위를 사용하였다.

실제적으로 이러한 정적인 해석을 통해 얻어지는 초기조건은, 시험 데이터가 샘플링 되는 고속전철의 주행중인 상태와는 다를 것이기 때문에 보다 정확한 해석을 위해서는 3 경간보다 많은 경간을 갖는 시뮬레이션 모델이 필요하며, 이럴 경우는 오히려 수치적인 효율성이 떨어질 수 있으므로 이에 대한 연구도 향후 진행되어야 할 것이다.

Fig.5 와 Fig.6 에서는 고속전철이 250 km/h, 300 km/h 의 속도로 각각 주행했을 경우, 판토프래프의 팬 헤드와 접촉선의 시간에 따른 접촉력의 변화를 시험데이터와 비교하여 보여주고 있다. (참고로, 시험데이터는 전체 운행시간동안 샘플링 된 데이터 중에서 비교적 일정한 경향을 보이는 구간의 것을 사용하였다)

차량의 진동 등, 해석에서는 고려하지 못한 외부환경의 영향들을 고려할 때, 전체적으로 해석결과는 위상이나 진폭이 시험데이터와 유사하다고 할 수 있다.

그리고 Fig.5 와 Fig.6에서 시험데이터와 해석결과를 종합적으로 검토해 볼 때, 차량이 높은 속도로 경간을 통과할 때 저주파 성분의 진동 폭이 크게 나타남을 알 수 있다. 향후에는 다양한 주행속도, 그리고 가.감속 상황에 대해서도 접촉력의 분

석이 이루어져야 할 것이며 이는 이선율(loss of contact)의 예측에도 크게 도움이 될 것이다.

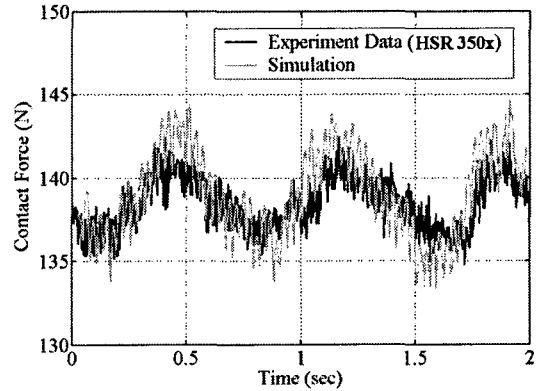


Fig. 5 Contact force between pan head and contact wire (Train velocity = 250 km/h)

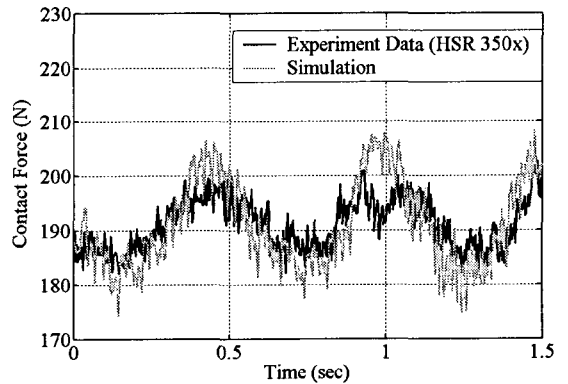


Fig. 6 Contact force between pan head and contact wire (Train velocity = 300 km/h)

Fig.7 에서는 고속전철이 250 km/h, 300 km/h 의 속도로 각각 주행했을 경우, 판토프래프의 팬 헤드와 접촉하는 접촉 점의 변위(임시강제 p 의 수직방향 변위)를 비교하여 보여주고 있다.

Fig.1 에 나타냈듯이, 판토프래프와 접촉하기 전의 접촉선의 초기 높이는 5.08 m 이지만, 판토프래프에 정적 압상력과 고속주행에 의한 양력을 동시에 부과하고 300 km/h 로 주행했을 경우 최대변위는 5.15 m로서 약 7 cm 의 변위가 발생하고 있다.

또한 Fig.4 의 임시강체만을 이동했을 경우의 결과와 비교할 때 접촉점의 y 방향 진폭이 작게 나타나고 있는데 이는 판토틀래프의 하향 운동시에는 공기압 댐퍼의 영향을 받기 때문으로 판단된다.

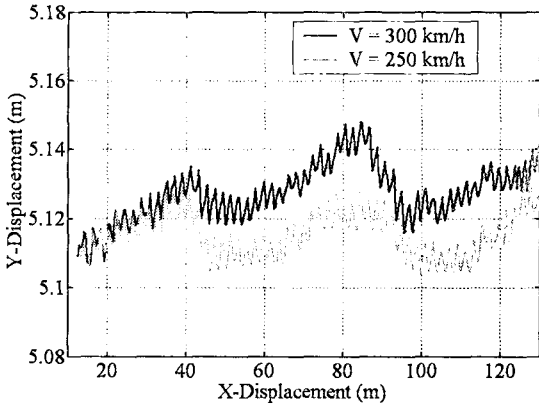


Fig. 7 Contact point displacement

### 3.2 동응력 해석

Fig.8 과 Fig.9 에서는 고속전철이 250 km/h, 300 km/h 로 각각 주행했을 경우, 접촉선의 동응력 이력(dynamic stress time-history)을 보여주고 있다. 동응력의 계산위치는 두 번째 경간의 가운데 빔 요소 표면이며, 축 방향의 변형은 무시하였다. 즉, 식(5)에서  $f = 1$  로 하였다. 해석결과에서 알 수 있듯이 차량의 속도가 높아질 수록 접촉선 케이블의 변형이 커져 동응력이 증가함을 알 수 있다.

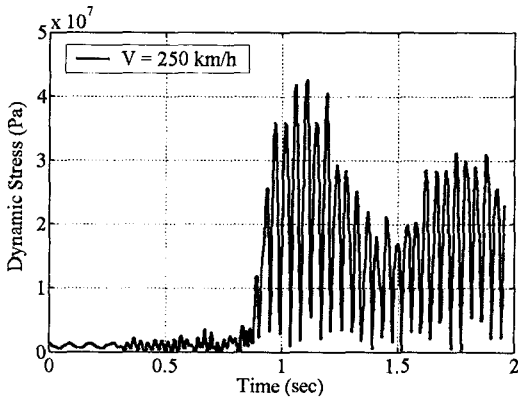


Fig. 8 Dynamic stress at mid point of contact wire (Train velocity = 250 km/h)

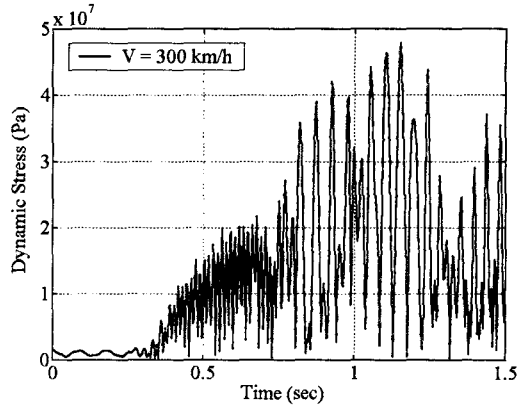


Fig. 9 Dynamic stress at mid point of contact wire (Train velocity = 300 km/h)

## 4. 결론

본 논문에서는 가선계와 판토틀래프를 통합하여 그 동적 특성을 해석할 수 있는 방법을 제시하였다. 특히 그 동안 실제적인 모델링이 어려웠던 가선계의 대변형 현상을 구현하기 위해 절대절점 좌표를 이용한 다물체 동역학 해석방법을 제안하였으며, 그 해석결과는 실제 한국형 고속전철의 시험운행을 통해 얻은 데이터를 이용하여 그 신뢰성을 검증하였다.

또한 제안된 조합운동방정식을 이용해 한 번의 다물체 동역학 해석으로 실제 운행 중에는 측정이 어려운, 접촉선의 동응력 이력을 계산할 수 있는 방법을 제시하였다. 이는 고속전철의 반복주행에 의한 접촉선의 피로특성까지 예측할 수 있는 기반이 될 수 있으며 다물체 동역학과 구조 동역학이 하나의 시뮬레이션 모델만으로 가능함을 의미한다.

향후에는, 본 제안방법을 이용하여 다양한 주행속도에서 가선계와 판토틀래프의 설계변수들에 의한 성능 분석 및 평가를 통해 가선계의 최적설계에 관한 연구가 계속진행 되어야 할 것이다. 또한 판토틀래프의 집전성능 향상을 위한 능동적인 제어기 설계에 관한 연구도 필요하다. 나아가, 현재 기존선 고속화 사업의 일환으로 활발하게 연구 중인 틸팅(tilting)철도 차량의 집전시스템 개발에 적용될 수 있도록 3 차원 문제로 확장되어야 할 것이다.

## 참고문헌

1. Mok, J. Y., Park, C. S., "Relation and Vibration Trend between the Behavior of the Pantograph vs. the Vehicle Running Speed in Korean High Speed Train," Proceedings of KSNVE Annual Autumn Conference, pp. 170-176, 2003.
2. KITECH, 2<sup>nd</sup>-Step, 2<sup>nd</sup>-Year, Report (00-II-2-1-10), "The Development of Pantograph," 2001.
3. Kim, J. S., Park, S. H., "Dynamic Simulation of KTX Catenary System for Changing Design Parameters," KSNVE, Vol. 11, No. 2, pp. 346-353, 2001.
4. Wu, T. X., Brennan, M. J., "Dynamic Stiffness of a Railway Overhead Wire System and Its Effect on Pantograph-Catenary System Dynamics," J. of Sound and Vibration, Vol. 219, No. 3, pp. 483-502, 1999.
5. Collina, A., Bruni, S., "Numerical Simulation of Pantograph-Overhead Equipment Interaction," J. of Vehicle System Dynamics, Vol. 38, No. 4, pp. 261-291, 2002.
6. Kim, J. W., Park, I. K., "A Modeling and Contact Force Analysis of the Catenary-pantograph System for a High-speed Rail Vehicle," KSNVE, Vol. 13, No. 6, pp. 474-483, 2003.
7. Choi, Y. S., "Current Collection of Catenary System with Time-Varying Stiffness," KSR, Vol. 3, No. 3, pp. 131-138, 2000.
8. Hur, S., Kyung, D. H., Song, D. H., "A Study on the Dynamic Simulation of High Speed Current Collection System," KSR, Vol. 5, No. 1, 2002.
9. Han, H. S., "Simulation-based Parametric Study of the Current Collection System of High Speed Trains," KSR, Vol. 6, No. 4, pp. 279-285, 2003.
10. Seo, J. H., Jung, I. H., Park, T. W., "Dynamic Analysis of very Flexible Cable Carrying a Moving Multibody System," KSNVE. Vol. 14, No. 2 pp. 150-156, 2004.
11. Seo, J. H., Jung, I. H., Park, T. W., "Computation of Dynamic Stress in Flexible Multibody Dynamics Using Absolute Nodal Coordinate Formulation," KSPE, Vol. 21, No. 5, pp. 114-121, 2004.
12. Goetz, A., Introduction to Differential Geometry, Addison Wesley Publishing Company, 1970.
13. Craig, R. R., Mechanics of Materials, John Wiley & Sons, pp. 258-265, 1996.
14. Barlow, J., "Optimal Stress Locations in Finite Element Models," J. of Numerical Methods in Engineering, Vol.10, pp. 243-251, 1976.