

크랙과 이동질량이 존재하는 티모센코 보의 동특성

윤한익*, 최창수**, 손인수#

Dynamic Behavior of Timoshenko Beam with Crack and Moving Mass

Han Ik Yoon*, Chang Soo Choi** and In Soo Son#

ABSTRACT

This paper study the effect of open cracks on the dynamic behavior of simply supported Timoshenko beam with a moving mass. The influences of the depth and the position of the crack in the beam have been studied on the dynamic behavior of the simply supported beam system by numerical method. Using Lagrange's equation derives the equation of motion. The crack section is represented by a local flexibility matrix connecting two undamaged beam segments i.e. the crack is modeled as a rotational spring. This flexibility matrix defines the relationship between the displacements and forces on the crack section and is derived by the applying fundamental fracture mechanics theory. As the depth of the crack is increased the mid-span deflection of the Timoshenko beam with the moving mass is increased. And the effects of depth and position of crack on dynamic behavior of simply supported beam with moving mass are discussed.

Key Words : Moving mass (이동질량), Open crack (개구형 크랙), Timoshenko beam theory (티모센코 보 이론), Flexibility matrix (유연행렬), Dynamic behavior (동특성)

1. 서론

크랙과 같은 결함을 갖는 구조물에서는 같은 하중에서도 구조물의 탄성에 의한 변형에너지 외에 크랙에 의해서 추가로 변형에너지가 존재하게 되고 이 부가 에너지만큼 변형이 더 발생한다. 이처럼 구조물 손상의 하나인 크랙은 구조물의 진동 특성과 안정성을 변화시켜 구조물의 불안정 및 파괴의 주요 원인이 된다. 특히, 이동질량을 가지는 단순지지 보에 크랙이 존재하게 되면 이동질량과의 연성관계에 의해 단순지지 보의 동특성에 큰 영향을 미칠 것으로 생각된다. 따라서 크랙의 존재를 사전에 파악하여 위험을 예방하고자 하는 많

은 연구가 진행중이며, 비파괴적인 예측 방법은 경제적, 편의적 측면에서 매우 효과적이라 할 수 있다. 그 비파괴적인 방법중의 하나가 구조물이나 시스템의 진동특성 변화를 측정하여 크랙의 존재, 위치 및 크기를 탐지하는 방법이다. 크랙이 구조물의 동적특성에 미치는 영향을 연구하기 위하여 초기에는 구조물에서 단지 크랙이 존재하는 부분의 강성을 줄이는 방법이 시도되었고, 최근에는 유연행렬을 이용하여 크랙에 의해 부가되는 에너지를 고려하는 해석방법을 사용하고 있다.^{1,2} 최근 많은 연구자들은 보 형태 구조물의 동특성에 미치는 크랙의 영향에 대하여 연구하였으나^{3,4} 이들 연구는 오일러-베르누이 보에 국한되어진 연구였

접수일: 2004년 4월 14일; 게재승인일: 2004년 11월 19일

* 동의대학교 기계공학부

** 부산정보대학 기계자동차계열

교신저자, 동의대학교 대학원 기계공학과

Email : inson0721@hanmail.net Tel. (051) 890-1932

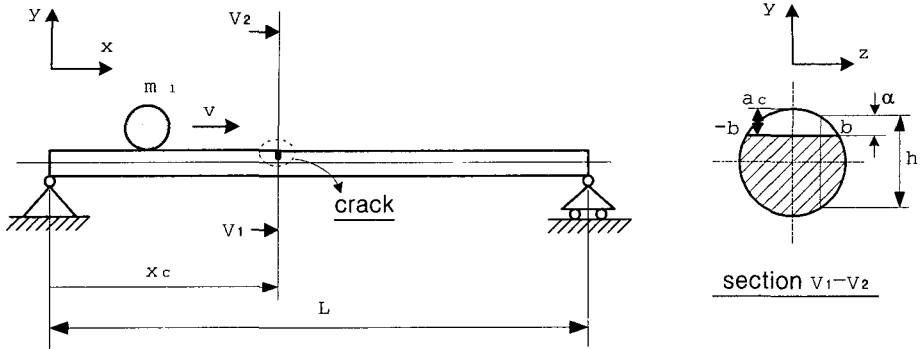


Fig. 1 Geometry of the cracked simply supported beam with the moving mass

다. 사실, 오일러 보에 비해 티모센코 보 이론에 적용할 때 보다 정확한 해석결과를 얻을 수 있다.⁵ 이러한 근거를 바탕으로 크랙을 가지는 보의 해석은 티모센코 보 이론을 적용하여 여러 형태의 보 구조물에 대한 연구결과가 발표되었다.⁶⁻⁹ 또, Mahmoud¹⁰ 등은 오일러-베르누이 보 이론을 적용하여 이동질량을 가진 크랙 단순보의 동적응답을 전달행렬법으로 해석하였다. 이 연구에서는 컨테이너 크레인이나 산업현장 등에서 생산된 제품이 다음 공정으로 이동할 때 이용되는 컨베이어형 보 구조물을 고려한 것이다. 즉, 단순지지 보에 진전이 없는 개구형 크랙이 존재할 때 크랙의 크기와 크랙이 존재하는 위치가 단순지지 보의 진동특성에 미치는 영향에 대하여 연구하였다. 단순지지 보의 해석은 티모센코 보 이론을 적용하였다.

2. 시스템 모델링

Fig. 1 은 크랙을 가진 단순지지 보 위를 이동질량이 일정한 속도로 이동하는 계를 나타내고 있다. 여기서 m_1 은 단순지지 보 위를 이동하는 이동질량, v 는 이동질량의 속도, 그리고 L 과 x_c 는 각각 단순지지 보의 전체 길이와 크랙이 존재하는 위치를 나타낸다. 또, Fig. 1 의 크랙이 존재하는 보의 단면에서 α 는 크랙의 깊이를 의미하며 a_c , h , 그리고 b 는 각각 크랙의 최대깊이와 크랙이 존재하는 보 단면의 지름, 그리고 크랙 길이의 반을 표현하고 있다. 단순지지 보에서 크랙위치를 기준으로 두 부분으로 구분하여 모델링 하였으며, 크랙이 존재하는 경우 그 위치에서 별도의 연속조건을 만족하여야 하며, 크랙의 영향에 의한 파괴역학적 변수를 구하여 보의 횡방향 진동에 영향을 미치는 등가의 스프링 상수로 변환하여 수치해석

에 이용하였다. 또, 이 연구에서는 이동질량의 크기를 0.3 으로 일정하게 하였으며, 이동질량의 속도(v)는 0.8, 1.6 두 가지를 설정하였다.

2.1 단순지지 보 및 이동질량의 에너지

단순지지 보의 굽힘변위 $y(x,t)$ 와 xy 평면에서의 기울기 $\theta(x,t)$ 는 각각 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$y(x,t) = \sum_{i=1}^{\mu} \phi_i(x) q_i(t) \quad (1)$$

$$\theta(x,t) = \sum_{i=1}^{\mu} \psi_i(x) d_i(t) \quad (2)$$

여기서 $q_i(t)$, $d_i(t)$ 는 일반화 좌표, μ 는 일반화 좌표의 수를 나타낸다. 또, $\phi_i(x)$, $\psi_i(x)$ 는 티모센코 보인 경우에 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \phi_i(x) &= B_i \sin\left(\frac{i\pi x}{L}\right), \\ \psi_i(x) &= \cos\left(\frac{i\pi x}{L}\right) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,

$$\begin{aligned} B_i &= \frac{i\pi L}{(i\pi)^2 - b_i^2 s^2}, \quad s^2 = \frac{EI}{\kappa AGL^2}, \quad r^2 = \frac{I}{AL^2}, \\ b_i &= \frac{1 + (i\pi)^2 (r^2 + s^2)}{2r^2 s^2} \\ &\quad - \frac{\sqrt{(1 + (i\pi)^2 (r^2 + s^2))^2 - 4(i\pi)^2 r^2 s^2}}{2r^2 s^2} \end{aligned}$$

여기서 E 와 G 는 영계수 및 전단탄성계수를 나타내며, κ 실축 원형단면인 경우의 전단상수로서 $\kappa = \frac{6(1+\nu_p)}{(7+6\nu_p)}$ 로 표현된다.¹¹ 여기서 ν_p 는 푸아송 비이다. 또, A 와 I 는 각각 단순지지 보의 단면적 및 면적 2 차 모멘트를 의미한다. 크랙을 가진 단순지지 보의 포텐셜 에너지를 티모셴코 보 이론을 적용하여 구하면 다음과 같다.

$$V_p = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \int_0^{L_j} \left(\begin{bmatrix} \frac{\partial \theta_j}{\partial x_j} \\ \frac{\partial y_j}{\partial x_j} - \theta_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} EI & 0 \\ 0 & \kappa GA \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \theta_j}{\partial x_j} \\ \frac{\partial y_j}{\partial x_j} - \theta_j \end{bmatrix} \right) dx_j + \frac{1}{2} K_R (\Delta y'_c)^2 \quad (4)$$

여기서 K_R 은 각각 크랙으로 인하여 부가되는 회전스프링 상수를 의미한다. 또, j 는 크랙을 가진 단순지지 보의 분할구간(segment)의 수이며, $\Delta y'_c$ 는 다음과 같다.

$$\Delta y'_c = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x_2=0} - \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x_1=x_c} \quad (5)$$

또, 단순지지 보의 운동에너지를 구하면 다음과 같다.

$$T_p = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \int_0^{L_j} \left(\begin{bmatrix} \frac{\partial y_j}{\partial t} \\ \frac{\partial \theta_j}{\partial t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho A & 0 \\ 0 & \rho I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial y_j}{\partial t} \\ \frac{\partial \theta_j}{\partial t} \end{bmatrix} \right) dx_j \quad (6)$$

여기서 ρ 는 보의 밀도이다. 이동질량의 운동 에너지는 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$T_m = \frac{1}{2} m_1 \sum_{i=1}^{\mu} \sum_{j=1}^2 \{ v^2 q_i^2(t) \phi_{ij}^2 [f_i(t)] + 2v q_i(t) \dot{q}_i(t) \phi_{ij} [f_i(t)] \phi'_{ij} [f_i(t)] + \dot{q}_i^2(t) \phi_{ij}^2 [f_i(t)] + v^2 \} \quad (7)$$

여기서 $f_i(t)$ 는 이동 질량의 수평변위로 다음과 같다.

$$f_i(t) = x_i = \begin{cases} \int_0^t v dt & (0 \leq x_i \leq L) \\ 0 & (x_i > L) \end{cases} \quad (8)$$

2.2 크랙에 의한 탄성변형 에너지

동일한 하중이 작용하는 구조물에서도 크랙이 존재하는 경우에 구조물의 자체 탄성 변형에너지 외에 크랙에 의한 변형에너지가 존재하고 이 부가 에너지 만큼 추가적인 변형이 더 발생하게 된다. 선형탄성구간에서 Castigliano 의 정리에 의하여 크랙에 의해서 부가되는 변위와 크랙 부분의 유연행렬은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$u_k = \frac{\partial}{\partial P_k} \int_0^{\alpha} J(\alpha) d\alpha, \quad C_{kj} = \frac{\partial u_k}{\partial P_j} \quad (9)$$

여기서 $J(\alpha)$ 는 변형률 에너지 밀도함수로서 다음과 같다.

$$J(\alpha) = \frac{1}{E^*} (K_{Ip} + K_{Im})^2 \quad (10)$$

여기서 E^* 는 평면변형에 대하여 $E/(1-\nu_p^2)$ 로 표현되며, K_{Ip} 는 전단력에 의한 응력집중계수, K_{Im} 은 모멘트에 의한 응력집중계수를 나타낸다. 실축 원형단면인 경우 식(10)의 응력집중계수는 각각 다음과 같다.

$$K_{Ip} = \frac{2V}{\pi R^4} L \sqrt{R^2 - z^2} \sqrt{\pi \alpha} F_1 \left(\frac{\alpha}{h} \right) \\ K_{Im} = \frac{4M}{\pi R^4} \sqrt{R^2 - z^2} \sqrt{\pi \alpha} F_1 \left(\frac{\alpha}{h} \right) \quad (11)$$

또, $F_1 \left(\frac{\alpha}{h} \right)$ 는 다음과 같다.

$$F_1 \left(\frac{\alpha}{h} \right) = \sqrt{\frac{1}{\zeta} \tan(\zeta)} \frac{[0.923 + 0.199(1 - \sin \zeta)^4]}{\cos \zeta} \quad (12)$$

여기서 $\zeta = \frac{\pi \alpha}{2h}$ 이다. 따라서, 식 (10)~(12)를 이

용하면 유연행렬 (6×6) 을 얻을 수 있으며, 해석에 필요한 스프링 상수는 굽힘방향의 요소로 구성된 행렬의 역수를 취함으로써 구할 수 있다. 또, 크랙 위치 ($x = x_c$) 에서 다음 4 개의 연속조건을 만족해야 한다.

$$\begin{aligned} \phi_{i1}(x) &= \phi_{i2}(x), \quad \frac{d^2 \phi_{i1}(x)}{dx^2} = \frac{d^2 \phi_{i2}(x)}{dx^2}, \\ \frac{d^3 \phi_{i1}(x)}{dx^3} &= \frac{d^3 \phi_{i2}(x)}{dx^3}, \\ \psi_{i2}(x) - \psi_{i1}(x) &= \frac{EI}{K_R} \frac{d^2 \phi_{i2}(x)}{dx^2}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \phi_{ij}(x) &= \begin{cases} \phi_{i1}(x) : 0 \leq x \leq x_c \\ \phi_{i2}(x) : x_c \leq x \leq L \end{cases}, \\ \psi_{ij}(x) &= \begin{cases} \psi_{i1}(x) : 0 \leq x \leq x_c \\ \psi_{i2}(x) : x_c \leq x \leq L \end{cases} \end{aligned}$$

2.3 계의 운동방정식

계의 운동방정식은 앞에서 구한 각각의 에너지 식을 Lagrange 방정식에 대입하여 구할 수 있으며 구해진 운동방정식을 무차원화하기 위하여 다음과 같은 무차원 매개변수를 정의하였다.

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{x}{L}, \quad \xi_j = \frac{x_j}{L} (j=1,2), \quad \xi_c = \frac{x_c}{L}, \\ \beta &= \frac{m_1 L}{\sqrt{mEI}} \bar{v}, \quad \tau = \frac{t}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}, \quad w = \frac{q}{L}, \\ \gamma &= \frac{m_1 L^3}{EI} (\bar{v})^2, \quad M_1 = \frac{m_1}{mL}, \quad K_R^* = \frac{K_R L^3}{EI}, \\ \bar{x}_1 &= \bar{v} L^2 \sqrt{\frac{m}{EI}} \tau, \quad Q = \frac{\kappa GAL^2}{EI}, \quad T = \frac{mL^2}{\rho I} \end{aligned} \quad (14)$$

여기서 \bar{v} 는 v/L 이다. 식(14)의 무차원 매개변수를 이용하여 계의 운동방정식을 무차원화하고, 행렬형태로 표현하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{M}_b \ddot{\mathbf{w}} + \mathbf{C}_b \dot{\mathbf{w}} + \mathbf{K}_b \mathbf{w} = \mathbf{F}_b \mathbf{d} \quad (15)$$

$$\mathbf{M}_r \ddot{\mathbf{d}} + \mathbf{K}_r \mathbf{d} = \mathbf{F}_r \mathbf{w} \quad (16)$$

여기서 (\cdot) 는 무차원화된 시간 τ 에 대한 미분

이며, 식(15), (16)의 각 행렬은 다음과 같다.

$$\mathbf{M}_b = \sum_{i=1}^{\mu} \sum_{j=1}^2 \left\{ \int_0^{\xi_j} \phi_{ij}^2(\xi) d\xi + M_1 \phi_{ij}^2(\bar{x}_1) \right\} \quad (17-1)$$

$$\mathbf{C}_b = \sum_{i=1}^{\mu} \sum_{j=1}^2 \left\{ M_1 \frac{d}{d\tau} \left[\phi_{ij}^2(\bar{x}_1) \right] \right\} \quad (17-2)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_b &= \sum_{i=1}^{\mu} \sum_{j=1}^2 \left[Q \int_0^{\xi_j} \left\{ \frac{d\phi_{ij}(\xi)}{d\xi} \right\}^2 d\xi \right. \\ &+ \beta \frac{d^2 \{ \phi_{ij}(\bar{x}_1) \}}{d\tau d\xi} \phi_{ij}(\bar{x}_1) - \gamma \left\{ \frac{d\phi_{ij}(\bar{x}_1)}{d\xi} \right\}^2 \\ &+ \beta \frac{d}{d\tau} \{ \phi_{ij}(\bar{x}_1) \} \frac{d}{d\xi} \{ \phi_{ij}(\bar{x}_1) \} \\ &\left. + K_R^* \left\{ \frac{d\phi_{i2}}{d\xi} \Big|_{\xi_2=0} - \frac{d\phi_{i1}}{d\xi} \Big|_{\xi_1=\xi_c} \right\}^2 \right] \end{aligned} \quad (17-3)$$

$$\mathbf{F}_b = Q \sum_{i=1}^{\mu} \sum_{j=1}^2 \int_0^{\xi_j} \frac{d\{ \phi_{ij}(\xi) \}}{d\xi} \psi_{ij}(\xi) d\xi \quad (17-4)$$

$$\mathbf{M}_r = \sum_{i=1}^{\mu} \sum_{j=1}^2 \int_0^{\xi_j} \psi_{ij}^2(\xi) d\xi \quad (18-1)$$

$$\mathbf{K}_r = \sum_{i=1}^{\mu} \sum_{j=1}^2 T \int_0^{\xi_j} \left\{ \left\{ \frac{d\psi_{ij}(\xi)}{d\xi} \right\}^2 + Q \{ \psi_{ij}(\xi) \}^2 \right\} d\xi \quad (18-2)$$

$$\mathbf{F}_r = QT \sum_{i=1}^{\mu} \sum_{j=1}^2 \int_0^{\xi_j} \frac{d\{ \phi_{ij}(\xi) \}}{d\xi} \psi_{ij}(\xi) d\xi \quad (18-3)$$

또, 식(15), (16)의 운동방정식을 고유치문제를 해결하기 위하여 다음과 같이 변환할 수 있다.

$$\{\dot{\eta}\} = [\mathbf{M}^*] \{\eta\} \quad (19)$$

여기서 각 항은 각각 다음과 같다.

$$[\mathbf{M}^*] = \begin{bmatrix} \left[\begin{array}{cc} \mathbf{M}_b & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_r \end{array} \right] \left[\begin{array}{cc} \mathbf{C}_b & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{array} \right] \left[\begin{array}{cc} \mathbf{M}_b & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_r \end{array} \right] \left[\begin{array}{cc} \mathbf{K}_b & \mathbf{F}_b \\ \mathbf{F}_r & \mathbf{K}_r \end{array} \right] \\ \left[\mathbf{I} \right] & \left[\mathbf{0} \right] \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\{\eta\} = [\dot{w} \quad \dot{d} \quad w \quad d]^T \quad (21)$$

여기서 I 는 단위행렬을 의미하며, 식(19)~(21) 을 이용하여 계의 고유치를 구할 수 있다.

3. 수치해석 결과 및 고찰

이 연구에서는 시스템 모델링에서 유도한 무차원 운동방정식을 이용하여 크랙의 크기와 위치가 단순지지 보의 동특성에 미치는 영향을 수치해석을 통해 비교, 고찰하였다. 사용한 수치해석은 Matlab(6.1)에서 4 차의 Runge-Kutta 방법으로 수행하였으며, 수치해석에 있어서 일반적으로 고차 모드의 굽힘변위에 비해 1 차 모드의 굽힘변위가 가장 큰 영향을 미치므로 이 연구에서는 1 차 모드에서의 굽힘변위에 대해서만 고찰하였으며, 고유치는 2, 3 차 모드까지 해석하였다. 여기서 고유치는 무차원화된 시간 τ 에 대한 진동수를 의미한다. 수치해석 예제에 사용한 단순지지 보의 파라미터는 Table 1 에 나타내었다.

Fig. 2 는 크랙이 존재하는 위치 $\xi_c (=x_c/L)$ 가 단순지지 보의 3/8 인 지점에 존재하고, 이동질량의 크기가 0.3 인 경우 크랙의 깊이에 따른 단순지지 보의 굽힘변위를 이동질량의 위치에 따라 표현하였다. Fig. 2(a)는 이동질량의 속도가 0.8 m/s 일때의 단순지지 보의 굽힘변위를 나타낸 것으로서 크랙의 크기가 클수록 최대 굽힘변위가 나타나는 이동질량의 위치가 보의 후반부로 이동되어진다. 또, 크랙의 크기와 굽힘변위는 서로 비례적이며, 크랙의 크기가 0.05 인 경우에 비해 크랙의 크기가 0.1 인 경우 보의 굽힘 변위는 약 6.12 % 정도 증가하였다.

Table 1 Specifications of the cracked simply supported Timoshenko beam

Property	Data
Total length of beam (L)	0.8(m)
Radius of beam (R)	0.1(m)
Young's modulus (E)	$2.00 \times 10^{11}(\text{N/m}^2)$
Density	$7860(\text{kg/m}^3)$
Poisson ratio (ν_p)	0.3

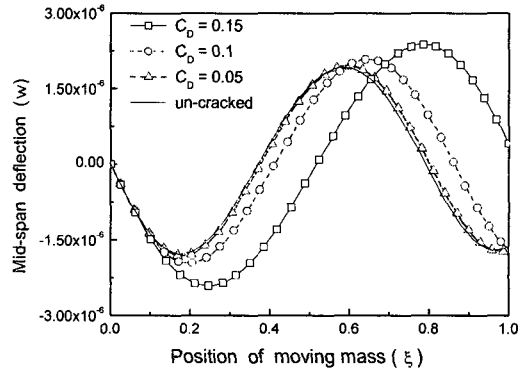


Fig. 2(a) Mid-span deflection of the cracked beam with moving mass ($M_1 = 0.3, \xi_c = 3/8, v = 0.8 \text{ m/s}$)

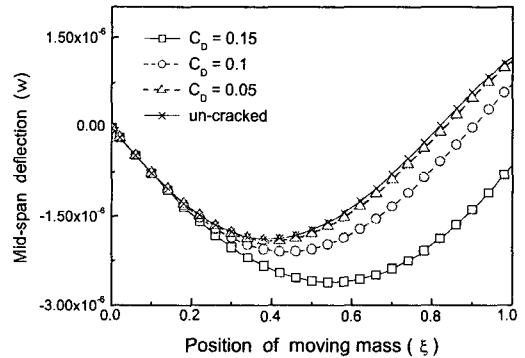


Fig. 2(b) Mid-span deflection of the cracked beam with moving mass ($M_1 = 0.3, \xi_c = 3/8, v = 1.6 \text{ m/s}$)

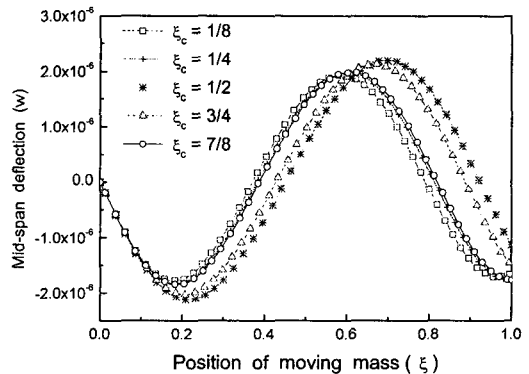


Fig. 3 Mid-span deflection of the cracked beam according to the crack position ($C_D = 0.1$)

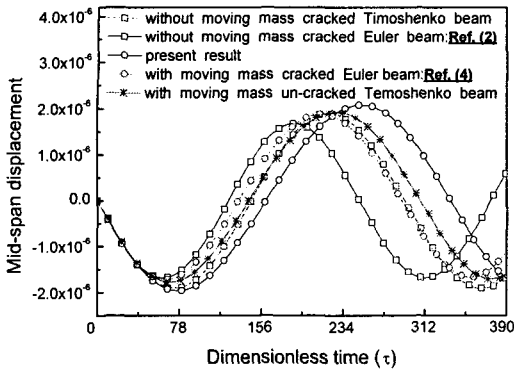


Fig. 4 Comparison of the mid-span deflection of the beams

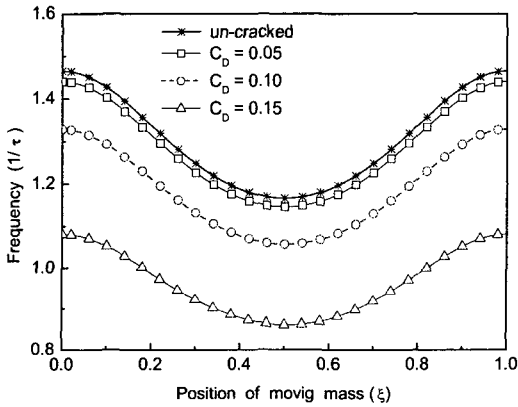


Fig. 5(a) Frequency vs. position of moving mass ($M_1 = 0.3, \xi_c = 3/8$): 1st mode

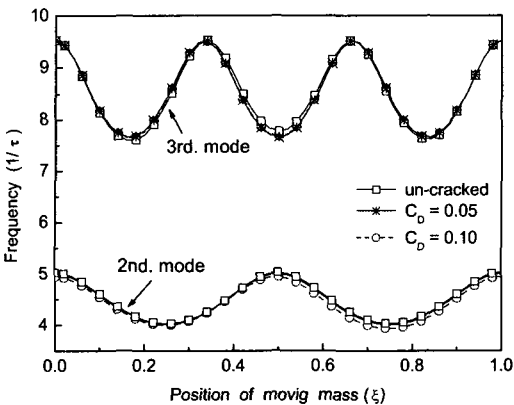


Fig. 5(b) Frequency vs. position of moving mass ($M_1 = 0.3, \xi_c = 3/8$): 2nd, 3rd mode

Fig. 2(b)는 이동질량의 속도가 1.6 m/s 일 때 보의 굽힘변위를 나타낸 것이며, 크랙의 크기가 0.05 인 경우에 비해 크랙의 크기가 0.1 일 때 단순지지 보의 굽힘변위가 약 8.37% 증가하였다.

Fig. 3 은 크랙의 크기가 0.1 로 동일한 경우 크랙의 위치에 따른 단순지지 보의 굽힘변위를 도식한 것이다. 쉽게 예상할 수 있는 것처럼 크랙이 존재하는 위치가 단순지지 보의 가운데 부분에 존재하는 경우 굽힘변위가 가장 크게 나타난다. 그러나, 크랙의 위치가 단순지지 보의 1/4 과 1/8 인 비교적 앞부분에 위치하는 경우, 크랙이 7/8, 3/4 인 위치에 존재할 때와 비교해서 굽힘변위가 오히려 더 작아짐을 확인할 수 있다. 즉, 크랙의 위치가 단순지지 보의 뒷부분에 존재하는 경우가 앞부분에 위치하는 경우에 비해 단순지지 보의 굽힘변위에 더 큰 영향을 미치고 있음을 알 수 있다.

Fig. 4 는 크랙과 이동질량의 존재여부에 따른 티모센코 보와 오일러 보의 굽힘변위를 서로 비교한 것이다. 여기서 가로축은 무차원 시간을 나타낸다. 결과 도출을 위한 파라미터는 동일한 조건을 위해서 이 연구에서 사용한 파라미터를 그대로 사용하여 단순지지 보가 이동질량을 가질 때와 가지지 않을 때, 그리고 크랙이 존재하거나 하지 않을 때의 티모센코 보와 오일러 보의 굽힘변위의 변화를 표현하였다.

Fig. 5 는 Fig. 2(a)에서와 같이 크랙이 존재하는 위치와 이동질량의 크기가 일정한 경우에 크랙의 크기에 따른 단순지지 파이프의 진동수를 3 차 모드까지 나타낸 것이다. Fig. 5(a)의 1 차 모드에서는 전반적으로 크랙의 크기와 진동수는 서로 반비례적이며, 이동질량이 단순지지 보의 가운데 부분을 지날 때 진동수가 가장 작은 값을 나타내고 있다. 또, 크랙이 존재하지 않는 경우와 크랙의 크기가 0.1 인 경우를 서로 비교하면 크랙의 크기가 0.1 일 때 크랙이 없는 경우보다 약 8.16 % 정도 진동수가 감소하였다. Fig. 5(b)는 계의 2 차와 3 차 모드를 표현한 것이다. 변화의 정도는 크지 않지만 1 차 모드의 경향과 마찬가지로 이동질량과 관계없이 크랙의 크기와 진동수는 서로 반비례적임을 알 수 있다.

Fig. 6 은 이동질량의 크기가 0.3 이고, 크랙의 크기가 0.1 일 때 크랙이 존재하는 위치에 따른 단순지지 보의 진동수를 3 차 모드까지 도식한 것이다. Fig. 6(a)의 1 차 모드를 살펴보면, 크랙이 단순

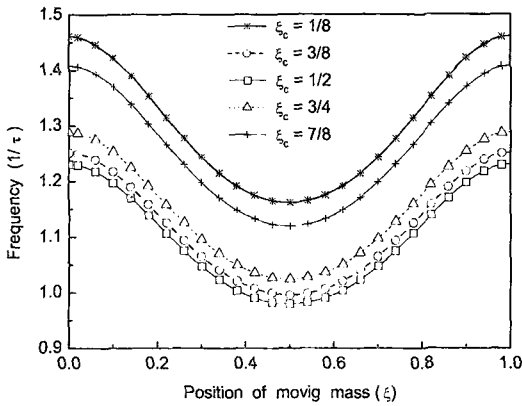
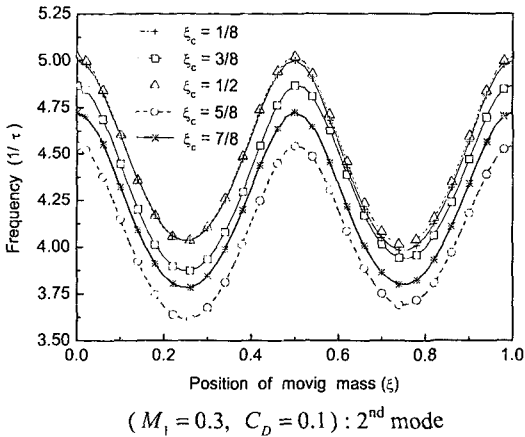


Fig. 6(a) Frequency vs. position of moving mass ($M_1 = 0.3, C_D = 0.1$): 1st mode

Fig. 6(b) Frequency vs. position of moving mass



($M_1 = 0.3, C_D = 0.1$): 2nd mode

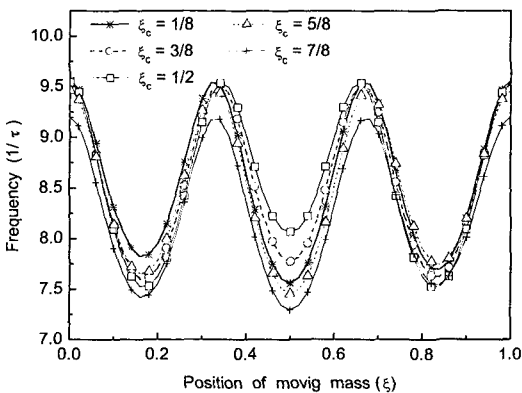


Fig. 6(c) Frequency vs. position of moving mass ($M_1 = 0.3, C_D = 0.1$): 3rd mode

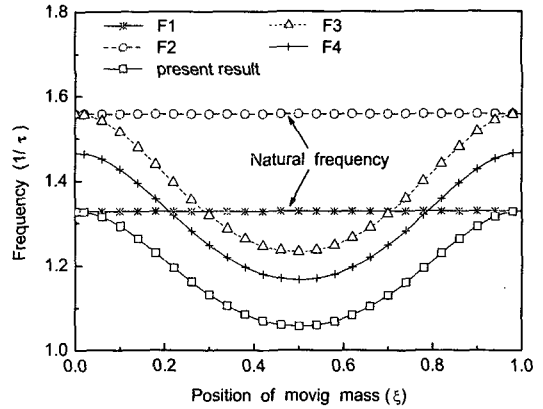


Fig. 7(a) Frequency vs. position of moving mass: (F1 ; without moving mass cracked Timoshenko beam, F2-Ref.(2) ; without moving mass cracked Euler beam, F3-Ref.(4) ; with moving mass cracked Euler beam, F4 ; with moving mass un-cracked Timoshenko beam): 1st mode

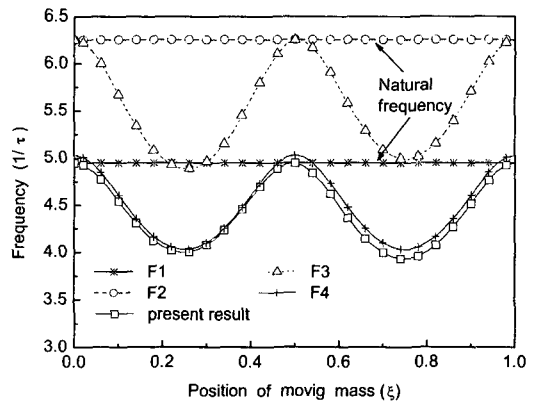


Fig. 7(b) Frequency vs. position of moving mass: (F1 ; without moving mass cracked Timoshenko beam, F2-Ref.(2) ; without moving mass cracked Euler beam, F3-Ref.(4) ; with moving mass cracked Euler beam, F4 ; with moving mass un-cracked Timoshenko beam): 2nd mode

지지 보의 0.5 인 위치할 때 진동수가 가장 작으며, 크랙이 단순지지 보의 1/8 인 지점에 위치할 때 진동수가 가장 크게 나타남을 알 수 있다. 전반적으로 1 차 모드에서는 크랙이 존재하는 위치가 중앙 부근에 있는 경우에 단순지지 보의 양단 부분에 크랙이 존재하는 경우보다 진동수가 더 작은 값을

가진다.

Fig. 6(b)의 2 차 모드에서 크랙이 존재하는 위치가 0.5 일 때와 1/8 인 위치에 존재하는 경우 거의 같은 진동수를 가진다. 이것은 단순지지 보의 2 차 모드 형상에 기인한 것으로 사료된다. 즉, 크랙이 2 차 모드의 노드 점에 존재하므로 크랙이 존재하지 않는 경우와 같은 진동수를 가진다. 이러한 경우 1 차 모드의 진동수의 경향을 확인하여야 한다.

Fig. 7 은 크랙과 이동질량의 존재여부에 따른 티모셴코 보와 오일러 보의 1 차와 2 차 모드의 진동수를 서로 비교한 것이다. 이동질량이 없는 경우는 그 시스템의 고유진동수가 되고, 크랙과 이동질량을 모두 가지는 티모셴코 보(present result)의 진동수가 가장 작게 나타난다.

이상의 결과에서 볼 수 있는 것처럼 크랙의 크기 및 위치에 따라 굽힘변위 및 진동수 즉, 시스템의 동특성은 확연한 차이를 보이고 있지는 않다.¹² 하지만, Table 2 와 같이 크랙의 영향에 의한 시스템의 동특성 변화에 대한 데이터 베이스화를 통해 그 시스템의 결함 유무를 판단할 수 있을

을 것이다. Table 2 에서 2 차 모드의 밑줄 친 부분은 크랙의 위치가 단순지지 보의 노드 점에 존재하는 경우로, 크랙이 없는 경우와 거의 같은 고유 진동수를 가짐을 확인할 수 있다.

4. 요약 및 결론

이동질량을 가지는 티모셴코 보에 크랙 형태의 결함이 존재할 때 단순지지 보의 동특성에 미치는 크랙의 영향을 수치해석 하였다. 이 연구에서 사용한 파라미터에 대하여 연구결과를 요약하면, 이동질량과 관계없이 크랙의 크기와 단순지지 보의 굽힘변위는 서로 비례적이며, 크랙의 크기가 클수록 최대 굽힘변위가 발생하는 단순지지 보 상의 이동질량의 위치를 조금씩 오른쪽으로 이동시킨다. 또, 크랙의 위치가 단순지지 보의 후반부에 존재하는 경우, 크랙이 앞부분에 위치하는 경우에 비해 단순지지 보의 굽힘변위에 더 큰 영향을 미친다. 1 차 모드에서 같은 크기의 크랙이 존재하는 경우 그 크랙의 위치가 단순보의 중앙 부분에 위치할 때 진동수가 가장 작은 값을 가지며, 크랙이 각 모드의 노드에 존재하는 경우 1 차 모드의 진동특성이 중요한 역할을 한다. 이러한 연구결과를 바탕으로 크레인 및 컨베이어와 같이 이동질량을 가지는 보 구조물의 진동특성을 관찰하여 데이터 베이스화 함으로써 비파괴적인 안전진단 평가의 한 방법으로 활용할 수 있을 것으로 판단된다.

Table 2 Change of the natural frequencies of the cracked Timoshenko beam

Case No.	Crack depth (C_D)	Crack position (ξ_c)	Natural Frequencies ($1/\tau$)		
			1 st	2 nd	3 rd
1	0.05	1/8	1.464	5.021	9.520
		3/8	1.428	4.988	9.482
		1/2	1.420	<u>5.025</u>	9.513
		5/4	1.439	4.926	9.450
2	0.1	1/8	1.461	4.997	9.518
		3/8	1.251	4.868	9.441
		1/2	1.230	<u>5.022</u>	9.521
		5/4	1.288	4.542	9.389
3	0.15	1/8	1.439	5.002	9.511
		3/8	0.7980	4.812	9.435
		1/2	0.5769	<u>5.023</u>	9.414
		5/4	1.047	4.540	9.356
4	Uncracked beam		1.466	<u>5.027</u>	9.623

참고문헌

1. Ruotolo, R., Surace, C., Crespo, P. and Storer, D., "Harmonic Analysis of the Vibration of a Cantilevered Beam with a Closing Crack," Computers & Structures, Vol. 61, No. 6, pp. 1057-1074, 1996.
2. Ghondros, T. G., Dimarogonas, A. D. and Yao, J., "A Continuous Cracked Beam Vibration Theory," Journal of Sound and Vibration, Vol. 215, No. 1, pp. 17-34, 1998.
3. Bannios, Y., Douka, E. and Trochidis, A., "Crack Identification in Beam Structures Using Mechanical Impedance," Journal of Sound and Vibration, Vol. 256, No. 2, pp. 287-297, 2002.
4. Yoon, H. I., Lee, Y. W. and Son, I. S., "Influence of

- Crack on Dynamic Behavior of Simply Supported Beam with Moving Mass," Transactions of the KSNVE, Vol. 13, No. 9, pp. 720-729, 2003.
5. Zheng, D. Y. and Fan, S. C., "Natural Frequency Canages of a Cracked Timoshenko Beam by Modified Fourier Series," Journal of Sound and Vibration, Vol. 246, No. 2, pp. 297-317, 2001.
 6. Hong, S. W., Kim, M. D. and Lee, J. W., "Dynamic Modeling and Analysis of Beam Structures with Cracks," Journal of the KSPE, Vol. 20, No. 6, pp. 197-204, 2003.
 7. Kim, K. H. and Kim, J. H., "Effect of a Crack on The Dynamic Stability of a Free-free Beam Subjected to a Follower Force," Journal of Sound and Vibration, Vol. 233, No. 1, pp. 119-135, 2000.
 8. Viola, E., Federici, L. and Nobile, L., "Detection of Crack Location Using Cracked Bema Element Method for Structural Analysis," Theoretical and Applied Fracture Mechanics, Vol. 36, pp. 23-35, 2001.
 9. Tsai, T. C. and Wang, Y. Z., "The Vibration of a Multi-Crack Rotor," Int. Journal of Mech. Sci., Vol. 39, No. 9, pp. 1037-1053, 1997.
 10. Mahmoud, M. A. and Abou Zaid, M. A., "Dynamic Response of a Beam with a Crack Subject to a Moving Mass," Journal of Sound and Vibration, Vol. 256, No. 4, pp. 591-603, 2002.
 11. Kgor, A. K. and Olga, I. L., Formulas for Structural Dynamics, McGraw-Hill, 2001.
 12. Krawczuk, M., Palacz, M. and Ostachowicz, W., "The Dynamic Analysis of a Cracked Timoshenko Beam by the Spectral Element Method," Journal of Sound and Vibration, Vol. 264, pp. 1139-1153, 2003.