

# 이족 보행로봇의 균형추 형태에 따른 안정성 해석

노경곤#, 김진걸\*

## A Stability Analysis of a Biped Walking Robot about Balancing Weight

Kyung-Kon Noh<sup>#</sup>, Jin-Geol Kim<sup>\*</sup>

### ABSTRACT

This paper is concerned with a balancing motion formulation and control of the ZMP (Zero Moment Point) for a biped-walking robot that has a prismatic balancing weight or a revolute balancing weight. The dynamic stability equation of a walking robot which have a prismatic balancing weight is conditionally linear but a walking robot's stability equation with a revolute balancing weight is nonlinear. For a stable gait, stabilization equations of a biped-walking robot are modeled as non-homogeneous second order differential equations for each balancing weight type, and a trajectory of balancing weight can be directly calculated with the FDM (Finite Difference Method) solution of the linearized differential equation. In this paper, the 3dimensional graphic simulator is developed to get and calculate the desired ZMP and the actual ZMP. The operating program is developed for a real biped-walking robot IWRIII. Walking of 4 steps will be simulated and experimented with a real biped-walking robot. This balancing system will be applied to a biped humanoid robot, which consist legs and upper body, as a future work.

**Key Words** : Biped walking robot (이족 보행 로봇), Balancing weight (균형추), ZMP (균형점), FDM (유한 차분법), 3D graphic simulator (3 차원 그래픽 모의실험기)

### 1. 서론

최근 인간을 보조하고 대신할 수 있는 다양하고 복잡한 환경에 대처 가능한 인간과 유사한 관절 형태를 가지는 로봇의 걸음새에 관한 연구가 1970 년대 이후부터 꾸준히 발전되고 있다. 초기 보행로봇에 관한 연구는 안정된 보행을 구현하기 위한 연구에서 시작됐으며,<sup>1,2</sup> 이후 다양한 환경에 적응<sup>3-5</sup> 가능할 수 있고 인간과 유사한 동작을 구현하는 연구까지 계속되고 있다.<sup>6-9</sup> 본 논문은 자체

제작한 이족 보행로봇을 이용하여, 안정된 보행을 구현하기 위하여 다리 관절의 걸음새에 따라 별도의 독립된 균형추의 움직임을 균형점(ZMP)에 의거하여 수학적으로 모델링 한다.<sup>10-12</sup> 이족 보행로봇의 균형점이 안정 영역 내부에 위치하도록 균형추 제어 방정식을 이용하여 균형점의 움직임을 결정하고 균형점 검정 방정식으로 이족 보행로봇의 안정도를 판별한다.<sup>13,14</sup> 이때 균형추의 형태에 따라 각각의 수학적 모델을 유도하고 모의실험과 실험을 통해 각 균형추 형태에 따른 이족 보행로봇의 안정성을 비교한다.

접수일: 2004 년 5 월 31 일; 게재승인일: 2004 년 10 월 7 일  
# 인하대학교 자동화공학과  
E-mail as900515@hotmail.com Tel. (032) 860-7384  
\* 인하대학교 전자전기공학부

## 2. 이족 보행 로봇 시스템

이족 보행로봇의 전체 시스템 구성은 양쪽 다리와 균형 관절로 구성된 8 자유도의 이족 보행로봇과 각 관절을 구동 시키기 위한 AC 서보 모터 및 드라이버, 8축 동시 제어기, 3차원 그래픽 모의 실험기 그리고 제어 프로그램으로 구성된다. Fig. 1 은 이족 보행로봇의 전체 시스템 구성과 각 모듈 간 교환 데이터를 나타내며 전체 시스템은 Windows 에 기반한 PC 에서 구동된다.

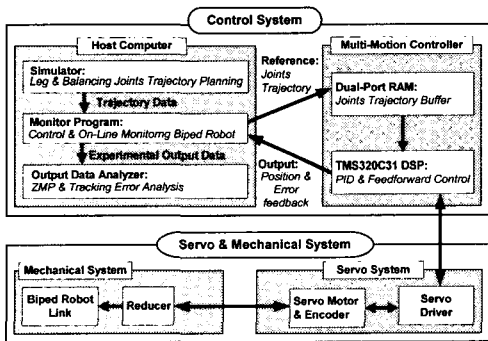
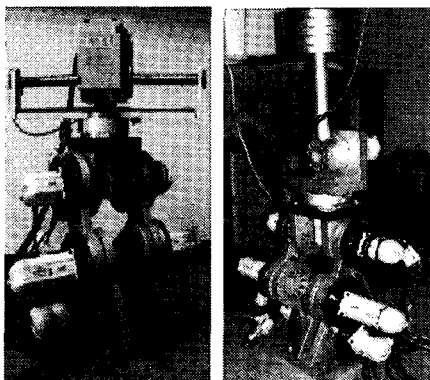


Fig. 1 System diagram of a biped-walking robot

Fig. 2 는 본 논문에서 사용된 이족보행로봇의 실제 기구부를 나타낸다. Fig. 2 의 (a)는 직진 균형추를 장착한 이족 보행로봇의 사진이며 (b)는 회전 균형추를 가지는 로봇의 사진이다.



(a) Prismatic balancing weight (b) Revolute balancing weight

Fig. 2 Pictures of biped-walking robots

직진 균형추를 가지는 이족 보행로봇의 각 지지다리의 상태에 따른 질량 모델과 좌표계 설정이 Fig. 3 과 같이 설정한다. Fig. 3 의 (a)는 오른쪽 다리 지지 상태에서의 질량모델이며 Fig. 3 의 (c)는 왼쪽다리 지지 상태일 때를 나타낸다. Fig. 3 의 (b)는 몸체 중심을 기준으로 한 각 관절의 좌표계를 나타낸다.

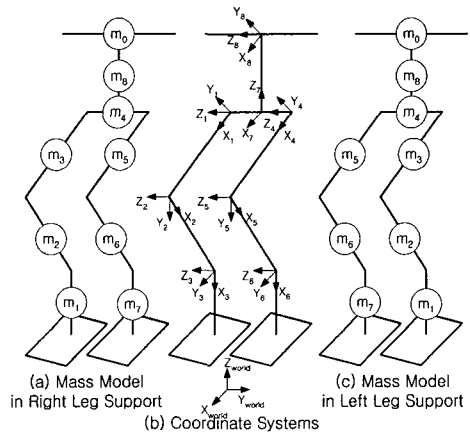


Fig. 3 Structure of a prismatic balancing weight

Fig. 4 는 회전 균형추를 가지는 이족 보행로봇의 각 지지다리에 대한 질량모델과 각 관절의 좌표계를 나타낸다.

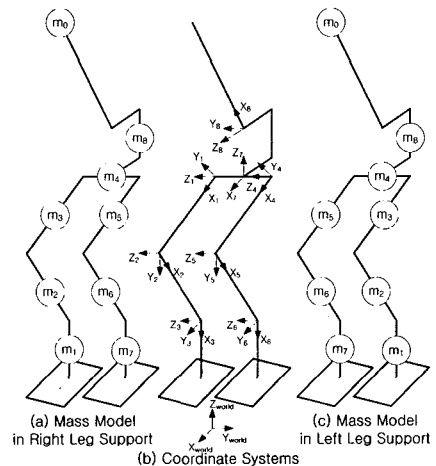


Fig. 4 Structure of a revolute balancing weight

Table 1 은 각 질량모델에 따른 이족 보행로봇의 각 링크의 질량과 중심계적(Centroid)을 직진 균형추와 회전 균형추에 관해 나타낸다. 이러한 질량 데이터와 관절의 좌표계는 균형점 계산과 균형추 제어 방정식의 모의실험에 사용된다.

Table 1 Mass and centroid of each links

	Mass	Centroid about the local frame					
		Left Leg Support			Right Leg Support		
m <sub>1</sub>	2.11	0.015	-0.009	0.043	0.015	0.009	0.043
m <sub>2</sub>	3.77	0.036	0.000	0.040	0.036	0.000	-0.040
m <sub>3</sub>	6.23	0.070	0.000	0.092	0.070	0.000	-0.092
m <sub>4</sub>	5.14	0.050	0.000	-0.046	0.050	0.000	0.046
m <sub>5</sub>	6.23	0.080	0.000	-0.092	0.080	0.000	0.092
m <sub>6</sub>	3.77	0.114	0.000	-0.040	0.114	0.000	0.040
m <sub>7</sub>	19.00	0.000	0.252	0.000	0.000	0.252	0.000
Prismatic balancing weight							
m <sub>8</sub>	4.60	0.000	0.000	0.023	0.000	0.000	0.023
m <sub>0</sub>	10.00	0.000	-0.215	0.000	0.000	-0.215	0.000
Revolute balancing weight							
m <sub>8</sub>	4.60	0.000	0.058	-0.023	0.000	0.058	-0.023
m <sub>0</sub>	11.50	0.000	0.270	0.000	0.000	0.270	0.000

### 3. 균형 방정식의 수학적 모델

이족 보행로봇의 걸음새 분석과 안정도 해석을 위한 동역학적 가정은 다음과 같다. 첫째, 각 링크의 하중은 링크의 무게중심에 집중되어 있으며 해석상 9 개의 무게 중심을 갖는 질량중심으로 가정한다. 둘째, 지지평면은 외력이나 외부 모멘트에 의해 영향을 받지 않는다. 셋째, 지지평면과 발바닥 사이의 미끄러짐은 일어나지 않는다. 따라서 다리의 움직임과 균형관절의 움직임으로 인한 몸체의 회전은 고려되지 않았다. 이러한 가정과 더불어 D'Alembert 원리에 의한 모멘트 운동 방정식을 정리하여 식(1)의 균형점 검증 방정식을 유도한다.

$$x_{zmp} = \frac{\sum_{i=0}^8 (m_i(\ddot{z}_i + G_z)x_i - m_i(\ddot{x}_i + G_x)z_i)}{\sum_{i=0}^8 m_i(\ddot{z}_i + G_z)} \quad (1)$$

$$y_{zmp} = \frac{\sum_{i=0}^8 (m_i(\ddot{z}_i + G_z)y_i - m_i(\ddot{y}_i + G_y)z_i)}{\sum_{i=0}^8 m_i(\ddot{z}_i + G_z)}$$

식 (1)은 각 질점의 운동정보를 기초로 하여 실제 균형점을 계산한다. 여기서 m<sub>i</sub> 는 i 번째 질점 질량을 나타내고, G<sub>x</sub>, G<sub>y</sub>, G<sub>z</sub> 는 중력 가속도 벡터를 의미하며, x<sub>zmp</sub>, y<sub>zmp</sub> 는 균형점 좌표를 나타내며,  $\ddot{x}_i, \ddot{y}_i, \ddot{z}_i$  는 각 질점에서의 선가속도 성분을 나타낸다. 식(1)을 직진 균형추를 가지는 이족 보행로봇의 균형추 m<sub>0</sub> 에 관해 정리하면 식(2)와 같은 균형 운동방정식을 나타낸다.

$$\ddot{x}_0(t) - \gamma_0 x_0(t) = -\frac{(\ddot{z}_0 + G_z)x_{zmp}^* + \alpha(t)}{z_0} + \frac{\alpha(t)}{m_0 z_0} \quad (2)$$

$$\ddot{y}_0(t) - \gamma_0 y_0(t) = -\frac{(\ddot{z}_0 + G_y)y_{zmp}^* + \beta(t)}{z_0} + \frac{\beta(t)}{m_0 z_0}$$

여기서 로봇의 몸체 궤적이 지면에 수평하고 중력 방향에 수직한 경우 그리고 Z 축 방향으로 운동이 없을 경우 식(2)의  $\gamma_0$  는 상수이다.  $\alpha(t)$  와  $\beta(t)$  그리고  $\gamma_0$  는 식(3)과 같으며, x<sub>zmp</sub><sup>\*</sup> 와 y<sub>zmp</sub><sup>\*</sup> 는 XY 평면상의 목표 균형점을 나타낸다. x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>, z<sub>0</sub> 는 균형추의 X, Y, Z 방향 위치를 그리고  $\ddot{x}_0, \ddot{y}_0, \ddot{z}_0$  는 가속도를 나타낸다.

$$\alpha(t) = \sum_{i=1}^8 (m_i(\ddot{x}_i + G_x)z_i - m_i(\ddot{z}_i + G_z)(x_i - x_{zmp}^*))$$

$$\beta(t) = \sum_{i=1}^8 (m_i(\ddot{y}_i + G_y)z_i - m_i(\ddot{z}_i + G_z)(y_i - y_{zmp}^*)) \quad (3)$$

$$\gamma_0 = \frac{(\ddot{z}_0 + G_z)}{z_0}$$

식(1)을 회전 균형추를 가지는 이족 보행로봇의 균형추 m<sub>0</sub> 에 관해 정리하면 식(4)와 같은 균형 운동방정식을 나타내고  $\gamma_0(t)$  는 회전 균형추의 Z 방향 움직임에 영향을 받는 항이다.

$$\ddot{x}_0(t) - \gamma_0(t)x_0(t) = -\frac{(\ddot{z}_0 + G_z)x_{zmp}^* + \alpha(t)}{z_0} + \frac{\alpha(t)}{m_0 z_0} \quad (4)$$

$$\ddot{y}_0(t) - \gamma_0(t)y_0(t) = -\frac{(\ddot{z}_0 + G_y)y_{zmp}^* + \beta(t)}{z_0} + \frac{\beta(t)}{m_0 z_0}$$

따라서 식(4)는 회전 균형추의 Z 방향 운동이 X 와 Y 방향 운동에 영향을 주는 비선형성을 나타내며, 이에 회전 균형추의 운동을 결정하기 위해  $\gamma_0(t)$  을  $\gamma_0$  로 선형화하여 운동 방정식을 해석

한 후 식(1)의 균형점이 안정영역 내부에 존재 하는지를 검증하는 단계를 필요로 한다.

### 4. 모의실험

Fig. 5 는 보행에 필요한 다리부의 경유점 데이터와 목표 균형점을 입력 받아 이족 보행로봇의 걸음새를 생성하고 안정성을 검증하기 위한 모의 실험기의 구조이다. 모의실험기는 양쪽 다리 궤적과 목표 균형점을 생성하고 이를 경계조건으로 균형추의 이차 미분 방정식의 해를 FDM 으로 계산한다. 이에 따라 균형추의 운동을 결정하고 실제 균형점을 도출하여 이족 보행로봇 걸음새의 안정성을 판별한다.

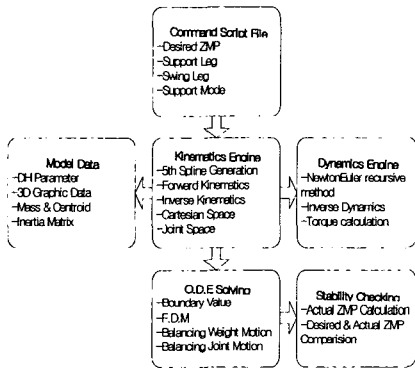


Fig. 5 Structure of a 3D graphic simulator

모의실험기는 모듈화와 구조화가 용이한 C++ 언어로 작성되었으며, 직진 균형추와 회전 균형추를 장착한 이족 보행로봇의 모의실험은 Fig. 6 과 같다

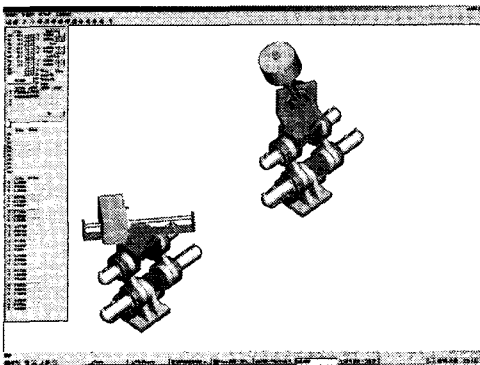


Fig. 6 Picture of a 3D graphic simulator

모의실험은 총 16 초 동안 4 보의 보행을 실시한다. 단위보행은 4 초당 1 보이며, 몸체와 다리의 이동거리는 각각 0.14m 와 0.28m 로서 각 단위보행에 필요한 매개변수는 Fig. 7 과 같다.

4steps.walk		step4.step	
StartWalk		StartStep	
step1.step		InitParameter	Lleg
step4.step		SupportLeg	ZMP
step3.step		Control	ON
step6.step		FittingBalance	ON
EndWalk		CBase	Px= 0.07 Pz= 0.3485
		RFoot	Px= 0.0 Pz= 0.0
		LFoot	Px= 0.0 Pz= 0.0
		InitDeZMP	Px= -0.10 Py= -0.02
		LastDeZMP	Px= 0.10 Py= 0.02
		ConvertTime	2.0
		MoveCBase	Time= 2.0 Px= 0.07 Vx= 0.0 Ax= 0.0 Pz= 0.3485 Vz= 0.0 Az= 0.0
		MoveRFoot	Time= 0.6 Px= 0.04 Vx= 0.1 Ax= 0.0 Pz= -0.01 Vz= 0.0 Az= 0.0
		MoveLFoot	Time= 1.4 Px= 0.1 Vx= 0.1 Ax= 0.0 Pz= 0.0 Vz= 0.0 Az= 0.0
		MoveDeZMP	Time= 2.0 Px= 0.08 Vx= 0.0 Ax= 0.0 Pz= 0.0 Vz= 0.0 Az= 0.0
		EndStep	
		step3.step	
		step6.step	

Fig. 7 Examples of unit steps

전체 보행은 Fig. 7 의 “4steps.walk”와 같이 구성되며 각 단위 보행은 지지다리 설정, 균형점 제어 여부, 다리부와 몸체의 초기조건, 목표 균형점의 경계조건 그리고 위상변화 시간을 설정한다. 또한 몸체와 다리부 그리고 목표 균형점의 경유점 데이터를 설정한다.

다양한 전체 보행을 구현하기 위한, 각 단위 보행의 정의는 Fig. 8 의 (a), (b)의 시작보행과 (c), (d)의 중간보행 그리고 (e), (f)의 종료보행으로 구성된다. 여기서 연한 점선의 회색상자는 이전 자세의 발바닥을 나타내며 진한 실선의 회색상자는 이동 후 발바닥의 XY 위치를 나타낸다. 모의실험을 하기 위한 전체보행은 "(a)-(d)-(c)-(f)"로 구성하였다.

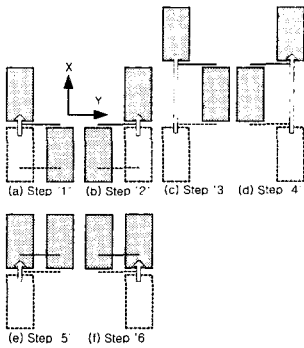


Fig. 8 Definitions of unit steps

총 16 초 동안 4 보 보행을 모의 실험한 다리부의 각 관절 위치 궤적은 다음 Fig. 9 과 같다.

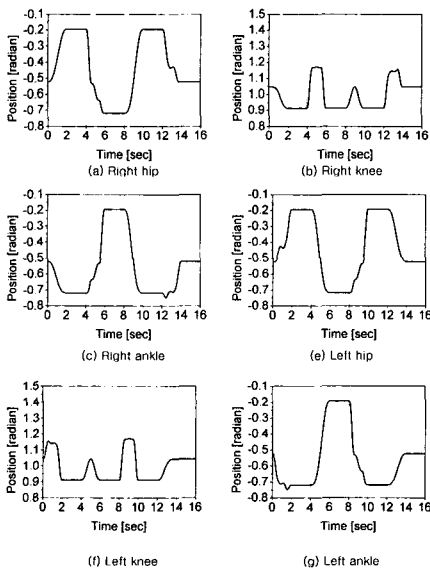


Fig. 9 Position trajectories of 4 steps

Fig. 10 은 각 관절의 속도 궤적을 나타낸다.

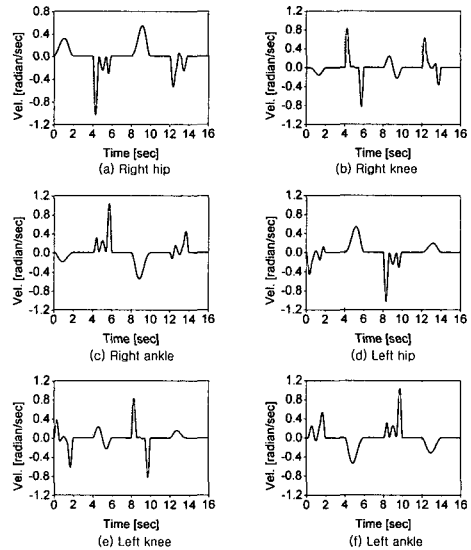


Fig. 10 Velocity trajectories of 4 steps

각 관절의 가속도 궤적은 Fig. 11 이며, 가속도 궤적이 연속성을 가짐을 알 수 있다.

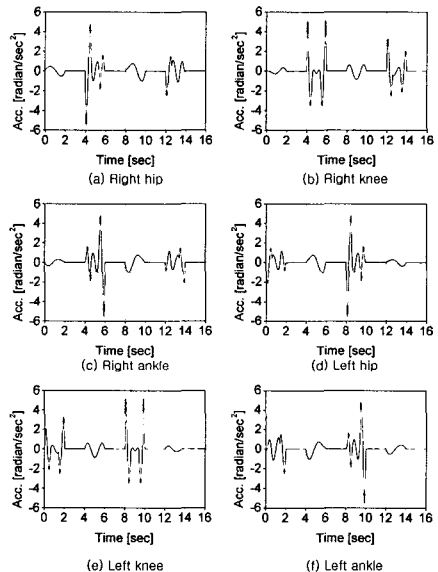


Fig. 11 Acceleration trajectories of 4 steps

다리부 궤적과 목표 균형점에 따른 직진 균형 추의 균형관절 위치궤적은 Fig. 12 와 같다.

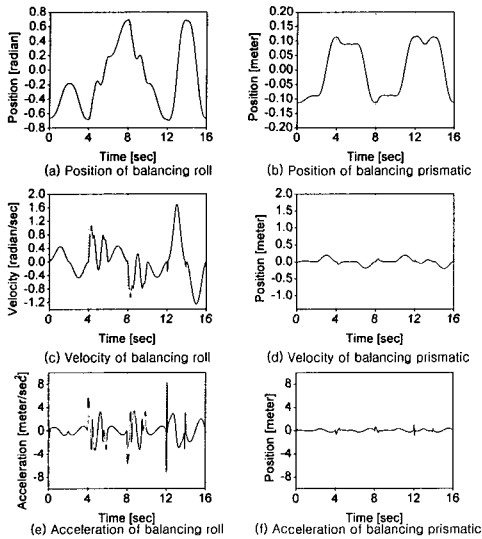


Fig. 12 Trajectories of prismatic balancing joints

Fig. 13 은 회전 균형추의 균형관절 위치 궤적 을 나타낸다.

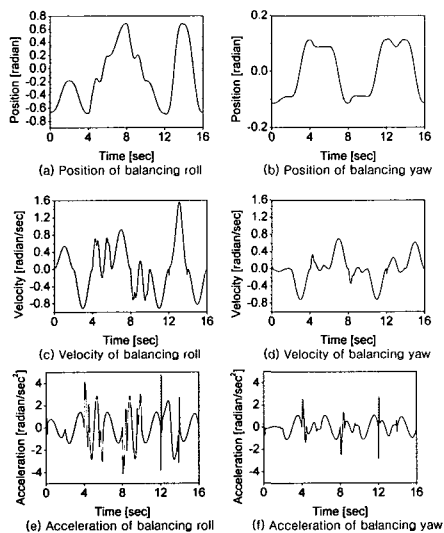


Fig. 13 Trajectories of revolute balancing joints

모의실험에 의해 회전 균형추의 균형 roll 관절의 가속도 값이 최대값 기준으로 직진 균형추에 비해 50% 가량 감소한 것을 알수있다. 그러나 회전 균형추의 균형 yaw 관절의 가속도 값은 상대적으로 다소 증가 됨을 모의실험 결과 예측 할 수 있다. 이에 목표 균형점과 실제 균형점의 궤적을 모의실험 하면 직진 균형추의 결과는 Fig. 14 와 같다.

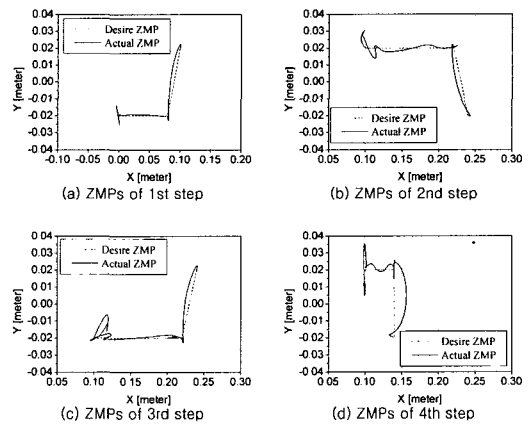


Fig. 14 ZMP trajectories of a prismatic balancing weight

회전 균형추일 때의 목표 균형점과 실제 균형 점의 궤적은 Fig. 15 와 같고 직진 균형추와 유사한 추종 양상을 나타냄을 볼 수 있다.

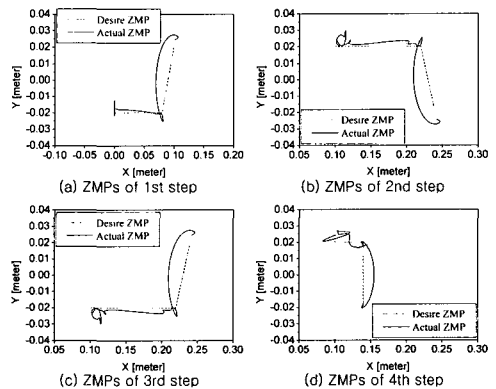


Fig. 15 ZMP trajectories of a revolute balancing weight

### 5. 실험

모의실험에 의해 보행의 안정성이 검증된 16 초 동안의 4 보 보행을 실제 이족 보행로봇을 이용하여 실험한 결과는 Fig. 16 과 같다. 각 영상은 매 1 초 주기로 촬영한 영상으로서 연속된 보행동작을 나타내며, 회전 균형추를 가지는 이족보행로봇의 안정된 보행을 실험으로 검증 할 수 있었다.



Fig. 16 Pictures of the walking experiment

이족 보행로봇의 보행 실험에 따른 각 관절의 궤적 추종 오차는 Fig. 17 과 같다. 각 관절의 궤적 추종 오차는 보행 중 서보 제어에 따른, 계측된 위치오차를 감속비에 따라 표시한 값으로서 (a), (b) 와 (c)는 오른쪽 관절들을 그리고 (d), (e) 와 (f)는 왼쪽 관절들을 나타낸다. 또한 (g)와 (h)는 회전 균형추의 균형 roll 관절과 yaw 관절의 오차를 나타낸다. Fig. 17 에 나타난 바와 같이 다리 관절의 오차는 각 단위보행의 시작시점과 발바닥이 지면과 접촉하는 2 초 때마다 증가하는 양상을 볼 수 있다. 또한 균형 roll 관절은 단위보행에 따라 일정한 주기 형태를 가지고 있으며 균형 pitch 관절은 불규칙한 형태의 오차를 나타낸다. 이는 다른 다리관절과 유사한 중력에 의한 영향으로 해석할 수 있다.

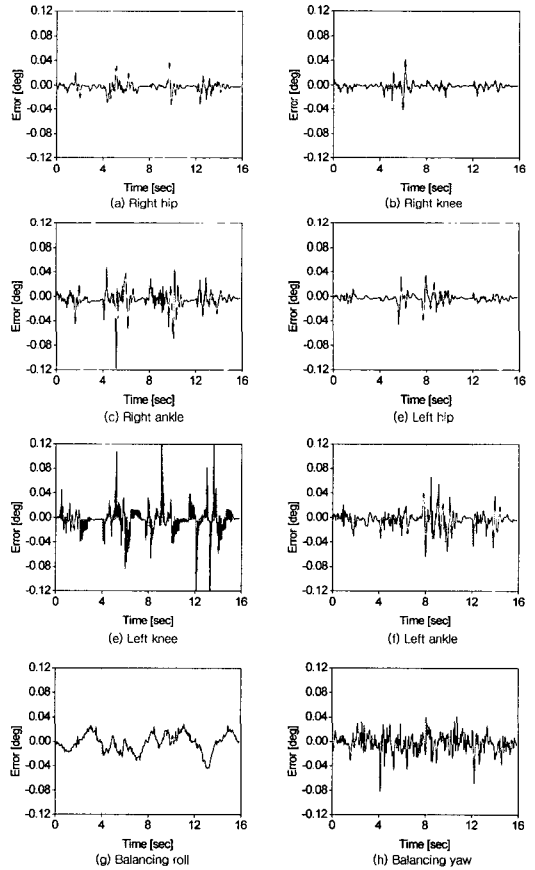


Fig. 17 Joints' position error of walking experiment

## 6. 결론 및 향후과제

본 연구를 통해 이족 보행로봇의 안정된 걸음새를 구현에 하기 위하여 각 질점의 가속도 운동에 지배적인 영향을 받는 균형점의 수학적 모델을 유도하여 각 균형추의 형태에 따른 운동방정식으로부터 균형추의 궤적을 도출하였다. 직진 균형추를 가지는 이족 보행로봇은 선형화 된 균형 운동방정식의 특성을 가지며 회전 균형추를 장착한 경우는 비선형적인 균형 운동방정식의 특성을 선형화 하여 균형추의 운동궤적을 계산하고 이를 검증 및 실험하였다.

향후 연구방향은 인간과 유사한 형태를 가지는 회전 균형추의 안정된 균형점 제어를 위해 본 연구에서는 상수로 선형화 시킨 항목을 몸체의 중력 방향 보상이 요구된다. 또한 이족 보행로봇의 보행 안정성 판별 및 균형추의 움직임에 결정하기 위한 균형점 해석모델을 좀더 확장하여, 몸체와 영상처리를 위한 머리 그리고 양 팔을 장착한 인간형 이족 보행로봇시스템에 구현이 요구된다.

## 후 기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구 (R01-2003-000-10364-0) 지원으로 수행되었음.

## 참고문헌

1. Vukobratovic, M. and Juricic, D., "Contribution to the Synthesis of Biped Gait," IEEE Trans. on Bio-medical Engineering, BME-16, pp.1-6, 1969.
2. Vukobratovic, M., Frank, A. A. and Juricic, D., "On the Stability of Biped Locomotion," IEEE Trans. on Bio-medical Engineering, BME-17, pp.25-36, 1970.
3. Takanishi, A., "Robot Biped Walking Stability with Trunk Motion," Robots and Biological Systems: Towards a New Bionics, Springer-Verlag, pp.271-291, 1989.
4. Takanishi, A., Lim, H., Tsuda, M. and Kato, I., "Realization of Dynamic Biped Walking Stabilized by Trunk Motion on a Sagittally Uneven Surface," in IEEE International Workshop on Intelligent Robots and Systems, pp. 323-330, 1990.
5. Takanishi, A., Takeya, T., Karaki, H. and Kato, I., "A Control Method for Dynamic Biped Walking Under Unknown External Force," in IEEE International Workshop on Intelligent Robots and Systems, pp. 795-801, 1990.
6. Li, Q., Takanishi, A. and Kato, I., "Learning Control for a Biped Walking With a Trunk," in Proceedings of the IEEE/RSJ, pp.1771-1777, 1993.
7. Shih, C. L., Li, Y. Z., Chung, S., Lee, T. T. and Gruver, W. A., "Trajectory Synthesis and Admissibility for a Biped Robot During the Single-Support Phase," IEEE ICRA, Vol. 3, pp. 1646-1652, 1990.
8. Shih, C. L., "Analysis of the Dynamics of a Biped Robot with Seven Degree of Freedom," IEEE ICRA, Vol.4, pp. 3008-3013, 1996.
9. Hirai, K., Hirose, M., Haikawa, Y. and Takenaka, T., "The Development of Honda Humanoid Robot," IEEE ICRA Vol. 2, pp.1321-1326, 1998.
10. Huang, Q., Kajita, S., Koyachi, N., Kaneko, K., Yokoi, K., Kotoku, T., Arai, H., Komoriya, K. and Tanie, K., "A High Stability, Smooth Walking Pattern for a Biped Robot," in Proceedings of the 1999 IEEE International Conference on Robotics & Automation, pp. 65-71, 1999.
11. Huang, Q., Nakamura, Y., Arai, H. and Tanie, K., "Development of a Biped Humanoid Simulator," in Proceedings of the 2000 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp.1936-1942, 2000.
12. Huang, Q., Yokoi, K., Kajita, S., Kaneko, K., Arai, H., Koyachi, N. and Tanie, K., "Planning Walking Patterns for a Biped Robot," IEEE Trans-action on Robotics and Automation, Vol. 17 No.3, pp.280-289, 2001.
13. Kim, J. G., Noh, K. K. and Park, K. H., "Human Like Dynamic Walking for a Biped Robot Using Genetic Algorithm," Springer, LNCS 2210, pp.159-170, 2001.
14. Noh, K. K., Kong J. S., Kim, J. G. and Kim, K. S., "Gait Implementation of a Biped Robot wit Smooth Walking Pattern," Journal of the Korean Society of Precision Engineering, Vol. 19, No. 7, pp.43-50, 2002.