

## ABAQUS UEL을 이용한 충돌 문제의 무한체요소 개발

양승용<sup>\*</sup> · 구병춘

한국철도기술연구원

### Development of an Infinite Element for Impact Problem using ABAQUS UEL

Seung-Yong Yang<sup>\*</sup> · Byeongchoon Goo

*Korea Railroad Research Institute, 360-1 Woram-dong, Uiwang-si, Gyeonggi 437-757, Korea*

*(Received 3 August 2004 / Accepted 30 December 2004)*

**Abstract :** An infinite element for impact problem has been developed using ABAQUS/Standard UEL. 4-node plane strain element was considered, and the constitutive equation was derived from properties of propagation plane body waves. The element acts as unbounded domain to the plane waves generated by impact. The numerical method was tested for the simulation of plate impact. The results show the effectiveness of the infinite element.

**Key words :** Infinite body(무한체), Finite element method(유한요소법), Impact(충돌), ABAQUS UEL(아바쿠스 사용자 요소), Constitutive equation(구성방정식)

#### Nomenclature

$F_{ij}$	: deformation gradient
$J_{ij}$	: Jacobian matrix
$L_{ij}$	: velocity gradient
$v_i$	: velocity
$V^{(e)}$	: volume of one finite element
$X_i$	: coordinate in the reference configuration

#### 1. 서 론

재료 및 구조물의 동적 특성을 파악하기 위하여 충돌시험이 널리 행해지고 있으며, 이러한 동적 시험을 해석하고 거동을 예측하기 위하여 유한요소법이 흔히 사용되고 있다. 상용 유한요소해석 소프트

웨어인 ABAQUS의 경우, 무한히 큰 물체가 동적 문제에 포함될 경우, 수치계산의 양을 줄이기 위해 무한히 큰 물체를 무한체 요소(infinite element)를 이용하여 모델링하게 된다. 그러나 이러한 무한체 요소는 무한히 큰 물체가 충돌을 받는 경우에만 적용할 수 있으며, 만약 무한히 큰 두 물체 사이에서 시편이 충격에 의해 압축·전단을 받는 경우에는 적용할 수 없다.<sup>1)</sup> 이러한 ABAQUS의 단점을 보완하기 위하여 ABAQUS의 UMAT(user material) 서브루틴을 이용하여 물체의 점성을 고려한 무한히 큰 물체의 모델링 기법이 발표된 바 있다.<sup>2)</sup> 즉 충돌에 의해 발생된 평면파(plane wave)의 진행 방향이 물체의 경계에 수직일 경우, 물체의 응력상태를 기술하였으며 변위 경계조건을 이용하여 그 물체를 무한히 큰 물체로 모델링 할 수 있는 방법을 개발하였다. 본 논문에서는 ABAQUS UMAT보다 확장성이 큰 ABAQUS UEL(user element)을 활용하여 기존에 발표된 구성방정식을 구현하였다. 개발한 사용자 요소의 성능

\*To whom correspondence should be addressed.

yangsy@krri.re.kr

및 유용성을 확인하기 위하여 두 개의 무한히 큰 금속 판 사이에 놓인 얇은 시편에 충격을 가하는 판 충돌(plate impact) 실험을 모사하였고, 수치결과의 효율성을 확인할 수 있었다.

## 2. 평면파 이론 및 응용

체적력(body force)를 무시할 경우 운동방정식은 다음과 같이 기술된다.

$$\rho_0 \frac{\partial v_i}{\partial t} = \frac{\partial T_{ij}}{\partial X_j}$$

$\rho_0$ 는 재료의 밀도,  $v_i$ 는 질점의 속도,  $T_{ij}$ 는 첫번째 Piola-Kirchhoff 응력 텐서,  $X_j$ 는 질점의 변형 전 좌표계(reference configuration)에서의 위치이며, 3 차원 문제의 경우 첨자  $i$ 는 1,2,3의 값을 가진다. 중복된 첨자에 대해서는 합의 법칙(summation convention)을 적용하였다. 해가  $X_1$  축 방향으로 전파하는 평면파(plane wave)의 형태로 기술 된다면 응력 및 변형률은 위치  $X_1$ 과 시간에만 의존하게 된다. 충돌에 의해 압축 및 전단 평면파가 발생 되었다면 변형구배 텐서(deformation gradient tensor)는 다음과 같다.

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ b & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$a = a(X_1, t)$  는  $X_1$  축 방향으로의 신장이며,  $b = b(X_1, t)$  는  $X_2$  축 방향으로의 전단이다. 전파하는 평면파 선단의 양측에서 다음과 같은 불연속 조건이 성립한다.<sup>3)</sup>

$$\begin{aligned} [T_{11}] &= \pm \rho_0 c_1 [v_1] \\ [T_{22}] &= [T_{33}] = \pm \frac{\lambda}{c_1} [v_1] \\ [T_{21}] &= \pm \rho_0 c_2 [v_2] \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 +와 - 부호는 각각  $X_1$  축 음의 방향과 양의

방향으로 진행하는 파에 해당한다.  $[v] = v^- - v^+$ 로서 파 선단의 뒤( $v^-$ )와 앞( $v^+$ )에서의 변수 값의 차이이다.  $v_1, v_2$ 는 질점 속도(particle velocity)이고,

$c_1, c_2$ 는 종파(longitudinal wave) 및 횡파(transverse wave)의 전파 속도로서  $c_1 = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho_0}$ ,  $c_2 = \sqrt{\mu/\rho_0}$ 이다.  $\lambda$ 와  $\mu$ 는 Lame 상수이다. 한편 등방성 재료에 대하여 주어진 좌표계에서  $T_{13} = T_{23} = T_{31} = T_{32} = 0$ 이다.

충돌 문제에서 무한히 큰 물체를 모델링 하기 위하여, 무한히 큰 물체가 초기 속도( $v_n, v_s$ )로 운동하여 어떤 구조물에 충돌 한 후  $X_1$  축 음의 방향으로 전파하는 평면파가 발생된 상황을 고려하자. 양의 방향으로 진행하는 평면파에 대해서는 ABAQUS에서 무한체 요소(infinite element)를 이미 제공하고 있으므로 본 논문에서는 고려하지 않았으나, 진행방향과 관련된 부호를 반대로 함으로써 이 경우도 쉽게 관계식을 유도할 수 있을 것이다.  $X_1 > -L$  인 영역에 놓인 물체가 유한요소로 모델링 되어 있을 때,  $-L < X_1 < -L+h$ 인 경계층을 고려하고 이 곳에 평면파의 선단이 위치한다고 가정하면, 다음과 같이 불연속 관계식을 적용할 수 있다.

$$[v_i] \approx h \frac{\partial v_i}{\partial X_1} \quad (3)$$

$X_1$  축 방향으로 변형 전 길이  $h$  인 유한요소를 고려 할 때  $X_1 = -L$ 에 위치한 절점(node)들의 변위가 0으로 고정되어 있다면 식 (3)으로부터  $X_1 = -L+h$  인 절점의 속도는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} v_i(-L+h, t) - v_i(-L, t) \\ = v_i(-L+h, t) \\ = h \frac{\partial v_i}{\partial X_1} \end{aligned}$$

속도에 대해  $v_i = \frac{\partial x_i}{\partial t}(X_1, t)$ 를 이용하면 위 식

은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\nu_i(-L+h, t) = h \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial x_i}{\partial X_1} \right) = h \dot{F}_{i1} \quad (4)$$

변형구배의 시간 변화율  $\dot{F}_{i1}$  과 변형률속도 (logarithmic strain rate)  $\dot{\epsilon}_{ij}$ 의 관계를 구하기 위하여 다음 식을 이용한다.

$$\mathbf{L} = \dot{\mathbf{F}}\mathbf{F}^{-1} = \mathbf{D} + \boldsymbol{\Omega}$$

여기서  $\mathbf{L}$  은 속도구배(velocity gradient)이고,  $\mathbf{D} = \dot{\boldsymbol{\epsilon}} = \text{sym}(\mathbf{L})$ ,  $\boldsymbol{\Omega} = \text{asym}(\mathbf{L})$ 이다. 식 (1)로부터

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{F}}\mathbf{F}^{-1} &= \begin{pmatrix} \dot{a} & 0 & 0 \\ \dot{b} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{1}{a} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -b & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{a} \begin{pmatrix} \dot{a} & 0 & 0 \\ \dot{b} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

이고,  $\dot{\epsilon}_{ij}$ 는 속도구배의 대칭 부분이므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}} = \begin{pmatrix} \dot{a} & \dot{b} & 0 \\ \dot{a} & \frac{1}{2a} & 0 \\ \frac{b}{2a} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{F}_{11} & \dot{F}_{21} & 0 \\ \dot{F}_{11} & 2F_{11} & 0 \\ \dot{F}_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

따라서

$$\dot{F}_{11} = F_{11}\dot{\epsilon}_{11}, \quad \dot{F}_{21} = 2F_{11}\dot{\epsilon}_{12} \quad (5)$$

를 얻을 수 있다.

식 (2), (4), (5)로부터 다음과 같은 코시 응력(Cauchy stress)과 변형률 속도 사이의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} [T_{11}] &= \sigma_{11} = \rho_0 c_1 h F_{11} \dot{\epsilon}_{11} - \rho_0 c_1 v_n \\ [T_{22}] &= \sigma_{22} = \frac{\lambda h}{c_1} F_{11} \dot{\epsilon}_{11} - \frac{\lambda}{c_1} v_n \\ [T_{33}] &= [T_{22}] = \sigma_{22} \\ [T_{21}] &= \sigma_{12} = \sigma_{21} = 2\rho_0 c_2 h F_{11} \dot{\epsilon}_{12} - \rho_0 c_2 v_s \end{aligned} \quad (6)$$

위 식에서 미소 변형을 하는 재료에 대하여  $T_{ij} = \sigma_{ij}$  임을 고려하였고 무한히 큰 물체에서 탄성파가 도달하기 전의 응력상태는 0이고 이 때의 절점 속도는 초기값  $v_n, v_s$ 임을 이용하였다.

시간 증분  $\Delta t$  동안의 변형률 증분  $\Delta \epsilon_{ij}$  이 주어졌을 때, 시간 단계  $t + \Delta t/2$  와  $t + \Delta t$ 에서의 코시 응력 값의 차이가 작다고 가정하면 식 (6)으로부터 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma_{11}|_{t+\Delta t} &= \rho_0 c_1 h F_{11} \frac{\Delta \epsilon_{11}}{\Delta t} - \rho_0 c_1 v_n \\ \sigma_{22}|_{t+\Delta t} &= \frac{\lambda h}{c_1} F_{11} \frac{\Delta \epsilon_{11}}{\Delta t} - \frac{\lambda}{c_1} v_n \\ \sigma_{33}|_{t+\Delta t} &= \sigma_{22}|_{t+\Delta t} \\ \sigma_{21}|_{t+\Delta t} &= 2\rho_0 c_2 h F_{11} \frac{\Delta \epsilon_{12}}{\Delta t} - \rho_0 c_2 v_s \end{aligned}$$

한편 자코비안 행렬  $\mathbf{J} = \partial \Delta \boldsymbol{\sigma} / \partial \Delta \boldsymbol{\epsilon}$  를 구하기 위하여 중앙차분법(central difference operator)을 이용하면<sup>1)</sup>

$$\begin{aligned} J_{11} &= \frac{\partial \Delta \sigma_{11}}{\partial \Delta \epsilon_{11}} = 2\rho_0 c_1 h \frac{1}{\Delta t} \left( F_{11} + \frac{1}{2} \Delta F_{11} \right) \\ J_{21} &= \frac{\partial \Delta \sigma_{22}}{\partial \Delta \epsilon_{11}} = 2h \frac{\lambda}{c_1 \Delta t} \left( F_{11} + \frac{1}{2} \Delta F_{11} \right) \\ J_{31} &= \frac{\partial \Delta \sigma_{33}}{\partial \Delta \epsilon_{11}} = J_{21} \\ J_{44} &= \frac{\partial \Delta \sigma_{12}}{\partial \Delta \gamma_{12}} = 2\rho_0 c_2 h \frac{1}{\Delta t} \left( F_{11} + \frac{1}{2} \Delta F_{11} \right) \end{aligned}$$

여기서  $\gamma_{12} = 2\epsilon_{12}$  이고, 전체 자코비안 행렬은 다음과 같다.

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} J_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ J_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ J_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

### 3. 구성방정식의 구현

무한히 큰 물체가 어떤 물체에 충돌하는 경우, 응력 및 속도 불연속면에 대한 구성 방정식 (6)을 ABAQUS/Standard의 UEL(user element) 서브루틴을 이용하여 구현함으로써 무한체 요소(infinite element)를 개발하였다. 평면파가 발생하는 충돌만을 고려할 때 문제는 평면 변형률 문제로 귀착되며, 본 논문에서는 4개의 절점과 적분점을 가지는 2차원 4각형 요소를 고려하였다. 만약 시편이 다결정 등으로 구성되어 변형이 두께 방향의 변화를 가진다면 2절에서 유도한 구성방정식은 3차원 무한체 요소에 적용될 수 있을 것이다.

시간 단계  $t$ 에서 UEL은 ABAQUS 본 프로그램으로부터 각각의 요소에 대하여 절점 변위( $U$ ), 변위증분(DU), 속도(V), 가속도(A), 물성치(Props)와 상태변수(SVARS)를 입력 받게 되고 출력으로 강성행렬(AMATRX)과 우변벡터(RHS)를 계산하여 전네주게 된다. 본 논문에서는 미소 변형에 대하여 다음과 같은 기본적인 유한요소 정식화 과정을 따랐다.

유한요소 내부에서의 변위  $x_i$  는 a 번째 절점의 내삽함수(shape function)  $N_a(\xi, \eta)$  와 절점 변위  $x_i^a$  를 이용하여 다음과 같이 주어지며

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_1 & 0 \\ 0 & N_1 \\ N_2 & 0 \\ 0 & N_2 \\ N_3 & 0 \\ 0 & N_3 \\ N_4 & 0 \\ 0 & N_4 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} x_1^1 \\ x_2^1 \\ x_1^2 \\ x_2^2 \\ x_1^3 \\ x_2^3 \\ x_1^4 \\ x_2^4 \end{pmatrix}$$

요소의 변위-변형률 변환 행렬  $\mathbf{B}$  는 다음과 같이 정의 된다.<sup>4)</sup>

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial X_1} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial X_1} & \dots & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial X_2} & 0 & \dots & \frac{\partial N_4}{\partial X_2} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{\partial N_1}{\partial X_2} & \frac{\partial N_1}{\partial X_1} & \frac{\partial N_2}{\partial X_2} & \dots & \frac{\partial N_4}{\partial X_1} \end{pmatrix}$$

내삽함수의 형태로는  $(1 \pm \xi)(1 \pm \eta)/4$  를 이용하였다 하나의 유한요소에 대하여  $\epsilon = (\epsilon_{11} \ \epsilon_{22} \ \epsilon_{33} \ 2\epsilon_{12})^T$  이고,  $\mathbf{x} = (x_1^1 \ x_2^1 \ x_1^2 \ \dots \ x_2^4)^T$  일 때  $\epsilon = \mathbf{B}\mathbf{x}$  의 관계가 있다.

동적 문제에서 ABAQUS/Standard는 Hilber-Hughes 시간적분법<sup>1)</sup>을 이용하며, 각각의 유한요소에 대한 우변벡터(RHS)  $\mathbf{F}$ 는 시간 단계  $t + \Delta t$ 에서 다음과 같이 정의 된다.

$$\mathbf{F} = -\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} + (1 + \alpha)\mathbf{G}_{t+\Delta t} - \alpha \mathbf{G}_t$$

$$\mathbf{G}_{t+\Delta t} = -\int_{V^{(e)}} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV$$

여기서  $dV$ 는 변형 전 체적에서의 적분을 의미하며

$\mathbf{M}$ 은 질량 행렬로서 균일한 밀도에 대하여

$$\mathbf{M} = \int_{V^{(e)}} \rho_0 \mathbf{H}^T \mathbf{H} dV$$

$$= \rho_0 \int_{V^{(e)}} \begin{pmatrix} N_1 & 0 \\ 0 & N_1 \\ N_2 & 0 \\ 0 & N_2 \\ N_3 & 0 \\ 0 & N_3 \\ N_4 & 0 \\ 0 & N_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_1 & 0 \\ 0 & N_1 \\ N_2 & 0 \\ 0 & N_2 \\ N_3 & 0 \\ 0 & N_3 \\ N_4 & 0 \\ 0 & N_4 \end{pmatrix}^T dV$$

이고,  $\mathbf{G}_{t+\Delta t}$  는 시간  $t + \Delta t$  에서 각각의 절점에 작용하는 등가력이며  $\alpha$  는 수치적분을 위한 파라미터(Hughes-Hilbert-Taylor integration operator)이다.

$\mathbf{G}_t$ 는 앞 시간 단계의 등가력으로서 상태변수(SVARS)를 이용해 앞 시간 단계에서 저장한 값을 사용하였다. 요소의 자코비안 강성행렬(AMATRX)  $\mathbf{K}$ 는 램프을 무시할 경우 앞 절에서 구한 자코비안 행렬  $\mathbf{J}$ 를 이용하여 다음과 같이 구해진다.

$$\mathbf{K} = \frac{1}{\beta \Delta t^2} \mathbf{M} + (1 + \alpha) \int_{V^{(e)}} \mathbf{B}^T \mathbf{J} \mathbf{B} dV$$

여기서  $\beta = (1 - \alpha)^2 / 4$  이고,  $\alpha$ 의 값은 -0.05를 이용하였다. 평면 변형률 문제에 대한 자코비안 행렬은식(7)로부터 다음과 같이 주어진다.

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} J_{11} & 0 & 0 & 0 \\ J_{21} & 0 & 0 & 0 \\ J_{21} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{44} \end{pmatrix}$$

한편 미소변형 문제임을 감안하여 기하학적 강성행렬은 무시하였다.

#### 4. 판 충돌(plate impact) 모사

앞 절에서 기술한 ABAQUS UEL의 정확성을 알아보기 위하여 얇은 시편이 무한체로 간주할 수 있는 두 개의 두꺼운 판 사이에서 충격에 의해 압축 및 전단 변형을 하는 경우(sandwich impact)를 모사하였다.<sup>5)</sup> Fig. 1은 왼쪽 판, 시편, 오른쪽 판을 4각형 평면 변형률 유한요소로 모델링 한 그림이다. 본 논문에서 고려한 상황은 무한히 큰 왼쪽 판(flyer)과 가운데 위치한 시편이 수평 및 수직 축 방향으로 각각 초기 속도  $v_n = 178.8 \text{ m/s}$ ,  $v_s = 58.1 \text{ m/s}$ 로 오른쪽에 위치한 무한히 큰 판(anvil)에 충돌하는 경우이다. 충돌 현상의 유한요소 모사를 위해, Fig. 1에 나타낸 바와 같이, 왼쪽 판의 왼쪽 경계에 본 논문에서 개발한 무한체 요소(UEL infinite)를 적용하였고, 오른쪽 판의 오른쪽 경계는 ABAQUS의 무한체 요소(ABAQUS CINPE4)를 적용하였다. 시편의 두께는  $180 \mu\text{m}$ , 왼쪽 판의 두께는  $60 \mu\text{m}$ , 오른쪽 판의 두께는  $60 \mu\text{m}$ 이고, 한 유한요소의 크기는  $10 \mu\text{m} \times 10 \mu\text{m}$ 이다. Fig. 2에 t-X 선도를 도시하였다. 충돌에 의하여 종파

(longitudinal wave) 및 횡파(transverse wave)가 발생하며, 시편과 양 쪽 판 사이의 물성 차이(impedance mismatch)가 있다면 시편 내에는 반사 진향(reverberation)이 나타나게 된다. 만약 왼쪽 판이 유한한 두께라면 충돌 후 왼쪽으로 진파한 응력파는 왼쪽 판의 왼쪽 경계에서 반사되어 되돌아오게 된다. 충돌 면에서 미끄러짐이 없다면 충분한 시간이 지난 후에는 무한히 큰 물체 사이에 위치한 시편의 속도는  $v_n/2$ 와  $v_s/2$ 로 수렴하게 된다. 충돌을 평면과 문제로 제한하기 위하여 모델의 윗면과 아랫면에서  $X_1$ ,  $X_2$  축 방향으로 주기적인 변위 조건(periodic boundary condition)을 부가하였으며 문제 전체에 대하여 대변형 해석조건을 적용하였다. 시편과 양 쪽 판의 탄성계수 및 밀도는 Table 1과 같다.

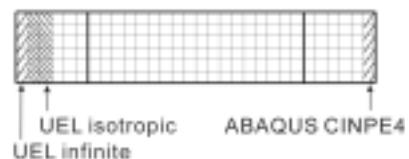


Fig. 1 Schematic drawing of the 2-dimensional finite element model

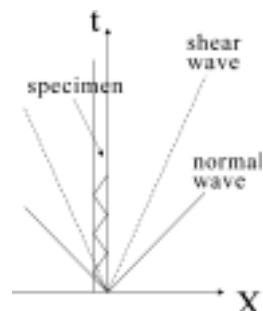


Fig. 2 t-X diagram for the sandwich plate impact

Table 1 Material properties for the specimen and plates

	Specimen	Plates
$\lambda$	175.9 Gpa	115.4 Gpa
$\mu$	16.43 Gpa	76.9 Gpa
$\rho_0$	$6500 \text{ kg/m}^3$	$7800 \text{ kg/m}^3$

시간  $t = 0$ 에서 충돌이 발생한 후 각 시간에서의 물체의 속도 분포를 Fig. 3에 나타내었다. 충돌 후 종

파 및 횡파의 전파에 의해 왼쪽 판과 시편의 속도는 감소하게 되며, 정지해 있던 오른쪽 판은 움직이게 됨을 확인할 수 있다.

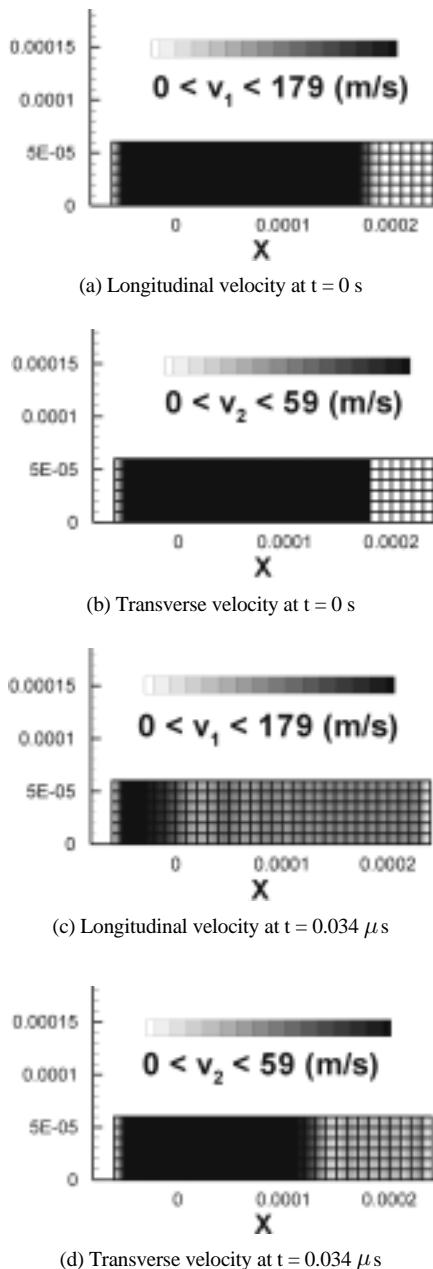


Fig. 3 Particle velocities at two different times

Fig. 4에 오른쪽 판(anvil) 내부의 한 점에서의 속도 변화를 충분한 시간 동안 조사한 결과를 도시하

였다. (a)는 왼쪽 판을 무한체 요소를 적용하지 않고 1800  $\mu\text{m}$  (시편 두께의 10배)의 충분히 두꺼운 판으로 모델링 하였을 때의 결과이며, (b)는 60  $\mu\text{m}$ 의 왼쪽판에 본 논문에서 개발한 무한체 요소를 적용하여 무한히 큰 물체의 효과를 내도록 모델링 하였을 경우의 결과이다. 첫 번째 경우(Fig. 4 (a)), 충돌 후 시편 내부에서의 반사 잔향에 의해 종속 및 횡속이 시간에 대하여 계단 모양과 비슷한 형태로 차츰 증가한 후 약 700 ns에서 왼쪽 판의 경계에서 반사된 파의 영향으로 인해 속도가 0으로 떨어지며 그 후 진동함을 볼 수 있다. 한편 무한체 요소가 적용된 경우(Fig. 4 (b))는 그레프에서 확인 할 수 있듯이 충돌 뒤 충분한 시간이 흐른 후 종속 및 횡속이 각각  $v_n/2$  과  $v_s/2$ 로 일정하게 유지됨을 볼 수 있다.

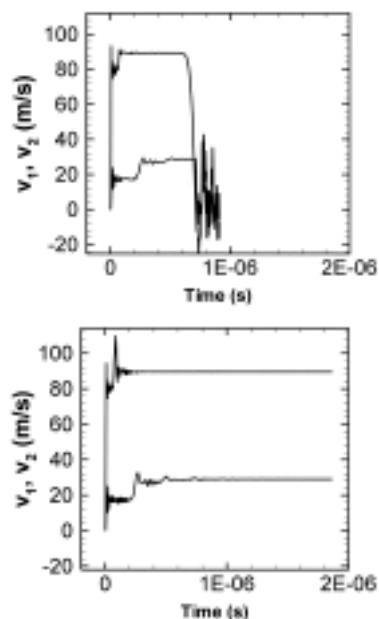


Fig. 4 Longitudinal and transverse velocities at a point in the right plate. (a) Top picture. (b) Bottom picture

위의 두 경우(Fig. 4 (a), (b))의 계산 시간을 비교하기 위하여 충돌 후 600 ns까지 계산하는데 걸린 CPU 시간을 Table 2에 나타내었다. 결과로부터 무한히 큰 왼쪽 판을 모델링 하기 위해서는 본 논문에서 개발한 무한체 요소를 사용하는 방법이 계산시간을 단축함을 알 수 있다.

Table 2 Total CPU time for two kinds of model

	Full modeling	ABAQUS UEL
CPU time	617.3 sec	117.9 sec

## 5. 결 론

Fig. 4(b)에서 종속(두 곡선 중 높은 선)의 경우 약 100 ns에서 Fig. 4(a)에서는 볼 수 없는 약간의 오버슈팅(overshooting)이 발생하며 이러한 현상은 본 논문에서 개발한 사용자 요소(UEL)와 기존의 ABAQUS 유한요소사이에 완벽한 호환이 이루어지지 않거나 수치적분 기법이 다르기 때문인 것으로 판단된다. 이점을 보완하기 위하여 대변형 해석법(변형 후 체적에 대하여 적분, 기하학적 강성 행렬 포함, 회전에 의한 응력성분 변화 포함)을 적용하여 사용자 요소를 개발하였으나 여전히 오버슈팅은 나타났다. 이러한 점으로 미루어 보아 ABAQUS 자체의 수치계산 기법 및 수렴조건에 대한 검토가 필요하다고 생각된다. 한편 본 연구의 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- 1) 동적 문제에서 평면파의 성질을 이용하여 무한히 큰 물체의 효과를 낼 수 있는 무한체 요소를

ABAQUS UEL 셔브루틴을 이용하여 개발하였다.

- 2) 본 방법을 이용하여 충돌 문제를 해석할 경우, 작은 수의 유한요소를 사용하더라도 무한히 큰 물체의 응답 효과를 얻음으로써 계산 시간을 단축할 수 있었다.

## References

- 1) ABAQUS Manual, Version 6.3-1, Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc., 2002.
- 2) S.-Y. Yang, "Modeling of 3-dimensional Infinite Body Using Properties of Plane Waves," 2004 KSSE Spring Conference Proceedings, pp.792-796, 2004.
- 3) J. Lubliner, Plasticity Theory, Macmillan, USA 1990.
- 4) K.-J. Bathe, Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall, USA, 1982.
- 5) K. J. Frutschy, R. J. Clifton, "Plate-impact Technique for Measuring Dynamic Friction at High Temperatures," J. Tribology, Vol.119, pp.590-592, 1997.