

사각 실린더 주위의 2차원 층류 유동해석과 LBM 해석 결과의 평가

김형민¹

NUMERICAL SOLUTION OF LAMINAR FLOW OVER SQUARE CYLINDER IN A CHANNEL AND EVALUATION OF LBM SIMULATION RESULTS

H.M. Kim

To evaluate LBM we performed the simulation of the unsteady two dimensional flow over a square cylinder in a channel in moderate Reynolds number range, 100~500 by using LBM and Fractional-Step method. First of all we compared LBM solution of Poiseuille flow applied Farout and periodic boundary conditions with the analytical solution to verify the applicability of the boundary conditions. For LBM simulation the calculation domain was formed by structured 500x100 grids. Prescribed maximum velocity and density inlet and Farout boundary conditions were imposed on the in-out boundaries. Bounceback boundary condition was applied to the channel and the cylinder walls. The flow patterns and vortex shedding strouhal numbers were compared with previous research results. The flow patterns by LBM were in agreement with the flow pattern by fractional step method. Furthermore the strouhal number computed by LBM simulation result was more accurate than that of fractional step method through the comparison of the previous research results.

Key Words: 레티스 볼츠만법(Lattice Boltzmann Method), 부분적단계법(Fractional-Step Method), 전산유체역학(CFD), 비정상 유동(Unsteady Flow), 비압축성 유동(Incompressible flow)

1. 서 론

1980년대 후반 이산격자 상에서 입자들의 상호작용을 바탕으로 한 Navier-Stokes 방정식의 해를 구하는 새로운 수치적 접근법이 개발되었다. 이 방법은 일정한 모양의 격자 상태를 유지하고 있는 가상의 격자유체(Lattice Gas Cellular Automata)를 만들고, 각 격자점에 존재하는 입자간의 상호작용에 의한 입자의 확률적 분포를 이용하여 유동을 해석하는 것으로, 이 방정식을 연속체이론을 따라 전개하면 유체의 유동방정식을 얻을 수 있어 이 해는 Navier-Stokes 방정식의 해가 된다. 당시 가장 주목받던 LGCA[1,2]는 Frisch, Hasslacher, 그리고 Pomeau(FHP)[3]에 의해서 제안된 정삼각형 격자 여섯 개를 연결하여 만든 육각형 모양의

격자로, 각 격자점에 "0" 또는 "1"을 갖는 비트의 조합으로 유체를 표현한 것이다. 이 모델은 한 격자점에 7개의 비트를 가지고 있으며, 처음 여섯 개는 이웃하고 있는 격자점으로서의 이동 여부를 나타내고, 마지막 한 개는 격자점에 입자의 존재여부를 나타낸다. 각 격자점에 위치한 입자는 정해진 시간 스텝에 따라 이웃하고 있는 다른 격자점으로 이동하고, 이동한 입자는 입자간의 충돌법칙에 따른 상호작용에 의하여 그 위치가 결정된다.

하지만 LGCA를 이용한 유동해석에는 몇 가지 문제점이 있다. 첫째로 수행 작업량이 레이놀즈 수의 증가에 따라 급격하게 증가하여 어떤 경우에는 Navier-Stokes 방정식의 해석에 비해 비경제적일 수 있으며, 둘째로 이 방법은 낮은 마하 수를 갖는 비압축성 유체의 유동해석에 국한되고, 마지막으로 비트연산에서 발생하는 통계적 미소 변동으로 인하여 N 개의 격자를 갖는 경우 유체의 평균속도는 $1/\sqrt{N}$ 차수의 오차를 가지게 되어 해석 효율에 큰 영향을 미친다는 것이다. 따라서 이 방법은 첫 번째와 두 번째

접수일: 2004년10월20일, 심사완료일: 2005년 1월20일.

1 정회원, 경기대학교 기계시스템디자인공학부

E-mail: pius@kyonggi.ac.kr

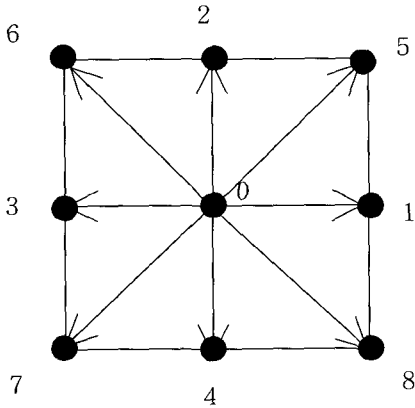


Fig. 1 Lattice node and the directions (D2Q9)

문제점을 피하기 위하여 레이놀즈 수와 마하 수가 낮은 비압축성유체의 유동해석에 주로 이용되었지만 세 번째 문제점 즉 연산 중에 발생하는 잡음에 의한 오차는 여전히 남아 있었다. 이 세 번째 문제점을 해결하기 위한 방법 중 가장 효과적인 것은 McNamara[4]가 제안한 LBM(Lattice Boltzmann Method)이다. 이 방법은 가상의 입자에 확률적 개념을 도입하여 격자점에 실수의 입자 수 분포를 갖게 하고, 개개의 분산 개체에 조화평균(Ensemble average)형식을 취한 것으로 평균입자분포함수에 관한 입자의 운동방정식으로부터 계산된 각 방향의 확률 값의 합으로 격자점에서 유체 속도와 밀도를 계산하는 방법이다. LBM은 레이놀즈 수가 높지 않은 영역의 해석에 있어서 Monte Carlo Cellular Automaton법에 비해 해석 효율이 더 우수하다는 평가를 받고 있으며, 최근에는 Chen과 Doolen[5]에 의해서 개발된 한 격자점에 9개의 방향을 갖는 사각형 격자 모델(D2Q9)이 유동해석에 주로 이용되고 있다. 또한 LBM은 병렬처리와 3차원 확장이 용이하여 현재 너센 수가 0.01보다 큰 미세 공간에서 희박기체의 유동해석[6], 다공질의 특성해석 그리고 이상유체의 유동해석뿐만 아니라 그 밖의 여러 가지 해석에 적용이 시도되고 있다.

현재 LBM에 대한 여러 가지 측면에서의 평가가 이루어지고 있으며, 이 연구 역시 LBM해석 결과에 대한 평가로 LBM해석 결과를 Fractional- Step법을 이용한 Navier-Stokes 방정식의 해와 비교하여 평가하였다. 이를 위하여 두개의 평판 사이에 존재하는 사각 실린더 주위의 유동을 두 가지 방법으로 해석하였으며, 이 때 사각형의 한 변의 길이를 기준으로 한 레이놀즈 수 영역을 100~500까지로, 실린더에 의한 두 평판사이의 차단율을 1/5로

제한하였다. 한편 두 평판사이의 유동장 출구에 Farout조건과 Periodic조건을 적용한 LBM해석과 Poiseuille유동의 엄밀해를 비교하여 이 경계조건의 적용 타당성을 검토하였다.

2. 수치해석 방법

2.1 Lattice Boltzmann 법

LBM은 계산영역을 정사각형의 조밀한 격자로 구성하고, 매 시간 스텝마다 간섭과 이동에 의한 입자의 확률적 분포를 계산하여 이 분포로부터 유체의 속도와 밀도를 계산하는 것으로 그 해석 방법과 경계조건의 적용방법을 간략하게 소개한다.

2.1.1 LBM 해석

LBM을 이용한 2차원 유동해석을 위하여 계산영역에 정사각형 모양의 격자(D2Q9)를 생성하고, 각 격자점에 격자노드를 설정하여 이 노드의 위치를 \vec{r}_i 로 설정하였다. 여기서 i 는 각 노드에서 입자가 이동할 수 있는 방향으로 이 연구에서 적용한 D2Q9 격자의 경우 Fig. 1에서처럼 아홉 개의 방향을 나타낸다. 각 격자노드에서의 입자밀도분포를 f_i 로 정의하였으며 이 입자밀도분포는 이동(Streaming)과 입자간 간섭(Collision)과정에 의해서 계산된다. 이동과정은 격자점에 설정된 9개의 방향으로 구분하여 계산된 입자밀도분포(f_i)를 각 방향(\vec{c}_i)에 근접한 격자점($\vec{r}_i + \vec{c}_i$)으로 이동시키는 과정이며, 입자간 간섭과정에서는 국소적 평형상태의 입자밀도를 계산하고, 이를 보정하는 완화과정(Relaxation)이 수행된다. 매 시간 스텝마다 Navier-Stokes 방정식에서 나타나는 물리량 즉 속도, 밀도, 압력이 입자밀도분포로부터 계산된다. 이 연구는 2차원 해석으로 9개의 방향을 갖는 D2Q9격자에 Bhatnagar-Gross-Krook(BGK)에 의한 완화법을 적용하여 입자밀도분포를 계산하였으며, 그 식은 (1)식과 같다.

$$f_i(t + \Delta t, \vec{r}_i + \vec{c}_i) = f_i(t, \vec{r}_i) + \Delta_i \quad (1)$$

$$\Delta_i = \frac{1}{\tau} (f_i^{eq} - f_i)$$

여기서 f_i^{eq} 는 평형상태의 입자밀도분포를 나타내는 것으로 그 식은 다음과 같다.

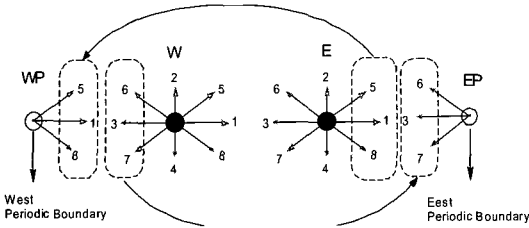


Fig. 2 Periodic boundary condition

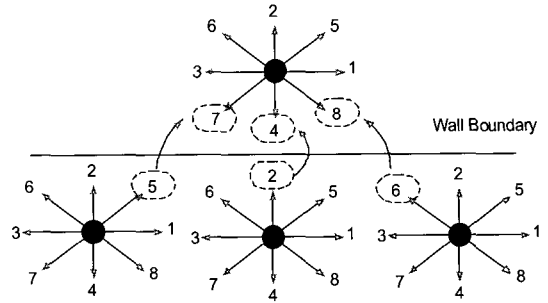


Fig. 3 Wall boundary condition

$$f_i^{eq} = \rho w_i \left(1 + \frac{c_{ia} u_a}{C_s^2} + \frac{Q_{iab} u_a u_b}{2 C_s^4} \right) \quad (2)$$

$$Q_{iab} = c_{ia} c_{ib} - c_s^2 \delta_{ab} \quad (3)$$

$$w_i = \frac{4}{9} \text{ for } i = 0$$

$$= \frac{1}{36} \text{ for } i = 1, 2, 3, 4 \quad (4)$$

$$= \frac{1}{9} \text{ for } i = 5, 6, 7, 8$$

또한 τ 는 입자간 충돌완화시간을 나타내는 것으로 점성계수와 관계는 다음과 같다.

$$\nu = c_s^2 \left(\tau - \frac{\Delta t}{2} \right) \quad (5)$$

여기서 c_s 음속이고, D2Q9격자 모델에서 $p = c^2 \rho / 3$ 인 관계로부터 격자유체에서의 음속은 식 (6)과 같다.

$$c_s = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} = \frac{c}{\sqrt{3}} \quad (6)$$

2.1.2 경계조건

유동해석을 위한 경계조건은 일반적으로 유체와 고체 벽면 사이에 적용되는 벽조건, 유동장 입구의 속도와 밀도를 일정한 값으로 설정하는 입구 조건과 입자밀도분포를 근접 격자노드의 값으로 적용하는 Farout 출구 조건 그리고 입구와 출구가 서로 연결된 상태를 나타내는 Periodic 조건 등이 있다. Navier-Stokes 방정식을 이용한 해석의 경우 종속변수가 속도와 압력으로 나타나 경계에서의 조건도 종속변수를 정의하게 되지만, LBM의 경우는 입자밀도분포에 관한 해석으로 경계조건 역시 입자밀도분포에 관한 것으로 적용해야 한다. 가장 간단하게 적용할 수 있는 경

계조건은 Periodic조건이다. 이는 Fig. 2에서 보는 바와 같이 Periodic 조건을 적용한 한 쌍의 경계에 식 (7)과 같이 출구 Periodic 경계(EP)의 격자노드 중 유동장 내부방향 값을 입구경계와 근접한 격자노드(W)의 유동장 외부방향의 값으로 적용하고 입구 Periodic 경계(WP)에도 같은 방법으로 적용하는 것이다.

$$f_1(WP) = f_1(E) \quad f_3(EP) = f_3(W)$$

$$f_5(WP) = f_5(E) \quad f_6(EP) = f_6(W) \quad (7)$$

$$f_8(WP) = f_8(E) \quad f_7(EP) = f_7(W)$$

유체와 접하고 있는 고체 벽면에는 Fig. 3에서 보는 바와 같이 입자밀도분포 값을 반사시키는 반사(Bouncing back) 조건이 적용된다. 이 경우 실제 고체 벽면을 격자의 노드와 노드 사이에 위치시켜 고체 내부에 존재하는 격자노드와 유체 내부에 존재하는 격자노드 사이에 입자밀도분포 값을 교환하는 경계조건으로 2차의 오차 차수를 갖게 된다.

이 밖의 경계조건으로는 속도와 밀도 값을 입구 조건으로, Farout조건을 출구 조건으로 설정하는 입·출구 조건이 있다. 이 조건의 경우 입구에는 주어진 유체의 속도와 밀도를 이용하여 평형상태의 입자밀도분포를 계산, 이를 입구 조건으로 적용하고, 출구 경계에 위치한 격자점의 입자밀도분포 값을 출구 경계와 근접한 상류 격자점의 입자밀도분포 값으로 적용하는 방법이다. 하지만 Farout 경계는 출구가 유동장내에 존재하는 실린더와 충분히 멀리 떨어져 있는 경우에만 적용이 가능하다.

2.2 Fractional Step법

이 연구에서는 LBM해석 결과를 Navier-Stokes 방정식의 해와 비교하기 위하여 Fractional- Step법을 이용하여 Navier-Stokes방정식을 4개의 상미분방정식으로 분리시키

고, 이 분리된 방정식들에 유한요소법을 적용한 해석코드를 제작하였다. 출구 경계조건은 경계 운동량방정식과 다단계 근사법으로부터 유도된 압력 경계조건을 해석에 적용하였다.

2.2.1 지배방정식

기준 속도차원 U_o 와 길이차원 L 을 이용하여 무차원화된 비압축성 비정상 Navier-Stokes 방정식과 연속방정식은 아래의 식 (8),(9)과 같다.

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{v} \quad (8)$$

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (9)$$

여기서 $p = (P - P_\infty) / \rho U_o$ 으로 무차원 압력분포이며, $Re = \rho U_o L / \mu$ 로 레이놀즈 수를 나타낸다. 식 (8)을 시간에 대한 이산화를 먼저 수행하면 식 (10)과 같고

$$\frac{\vec{v}^{n+1} - \vec{v}^n}{\Delta t} = -\vec{H} - \nabla p^n + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{v}^{n+1} \quad (10)$$

여기서 (n+1)과 (n)은 시간을 나타내는 첨자로 (n+1)은 새로운 시간 스텝을 나타낸다. \vec{H} 는 대류항으로 Adams-Bashforth법을 적용하여 다음과 같이 정의하였다.

$$\vec{H} = -1.5 \vec{H}^n + 0.5 \vec{H}^{n-1} \quad (11)$$

식 (10)의 좌항인 시간 미분 항에 중간속도성분 \vec{v}^* 을 가감한 후 이를 두개의 방정식으로 분리하면 식 (12)와 (13)을 얻을 수 있다

$$\frac{\vec{v}^* - \vec{v}^n}{\Delta t} = -\vec{H} \quad (12)$$

$$\frac{\vec{v}^{n+1} - \vec{v}^*}{\Delta t} = -\nabla p^{n+1} + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{v}^{n+1} \quad (13)$$

무발산 중간 속도 성분 \vec{v}^* 를 다시 식 (13)에 가감하여 압력 구배항과 점성항을 분리하면 식 (14),(15)과 같은 두개의 방정식이 얻어진다.

$$\frac{\vec{v} - \vec{v}^*}{\Delta t} = -\nabla p^{n+1} \quad (14)$$

$$\frac{\vec{v}^{n+1} - \vec{v}^*}{\Delta t} = \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{v}^{n+1} \quad (15)$$

압력 분포 해석은 식 (14)의 좌, 우항에 $(\nabla \cdot)$ 를 취하고, $\nabla \cdot \vec{v} = 0$ 임을 이용하면 압력에 관한 포아송방정식을 얻을 수 있으며 그 식은 다음과 같다.

$$\nabla^2 p^{n+1} = \frac{\nabla \cdot \vec{v}^*}{\Delta t} \quad (16)$$

유도된 식 (12), (14)~(16)은 Chorin[8]에 의해서 처음으로 제시되고, Kim과 Moin[9]에 의해서 체계화 된 방법을 수정하여 유도한 식으로, 비압축성 비정상 유동 해석 시, 그 해의 수렴은 적당한 CFL수를 유지시켜야 하며, 이 연구에서 제시한 방법은 전체적으로 1차의 정확도를 가지고 있어 작은 시간 간격을 이용하여야한다.

2.2.2 압력경계조건

비압축성 유동에서 압력 분포의 해석은 유동 해석에 있어서 가장 중요한 부분의 하나이며 Fractional-Step법에서 압력 분포는 중간속도성분과의 평형방정식으로 SIMPLE법을 적용한 해석법보다는 그 경계조건의 결정에 어려움이 있다. 이 연구에서는 경계면에 운동량방정식과 연속방정식을 적용하여 유도된 Neumann 형태의 압력 경계조건식을 적용하여 압력 분포를 해석하였다. 압력 경계조건 식은 운동량관계식에 경계면의 수직방향 단위벡터, \vec{n} 의 내적을 취함으로써 얻을 수 있으며 이는 식 (17)과 같다.

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \vec{n} \cdot [-\vec{H} + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{v}^n] \quad (17)$$

여기서 비선형항 \vec{H} 는 Adams-Bashforth법을 이용한 다단계 근사법을 적용하였다. 이 연구는 비압축성 유동에 대한 것으로 식 (17)의 점성항에 연속방정식을 적용하여 식 (18)과 같은 경계에서 비압축성 유동의 압력구배 식을 유도할 수 있다.

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \vec{n} \cdot [-\vec{H} - \frac{1}{Re} \nabla \times \vec{\omega}^n] \quad (18)$$

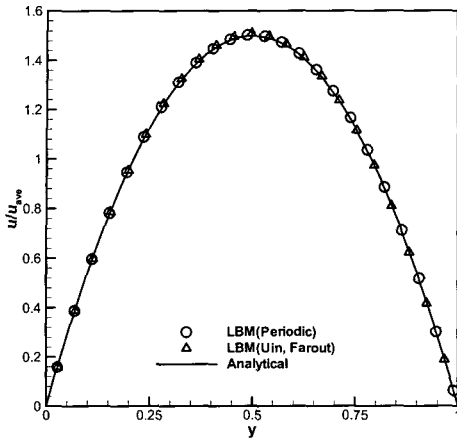


Fig. 4 Comparison in analytical solution of Poiseuille with the LBM solutions

Fractional-Step법과 같은 분리 해석법에서는 식 (18)과 같은 Neumann 형태의 경계조건이 그 해석에 있어서 일반성을 가지고 있으며 항상 유일 해를 얻을 수 있다.

3. 결 과

3.1 LBM 해석의 검증

LBM을 이용한 거시 유동장의 해석 코드는 2장에서 간략하게 설명한 방법으로 작성하였다. 해석코드의 신뢰도 및 오류 검증과 경계조건의 적합성을 판단하기 위하여 두 평판사이의 비압축성 Poiseuille 유동의 엄밀해와 LBM에 두 가지의 입·출구 조건을 적용하여 해석한 결과를 비교하였다. 두개의 평판이 H의 간격을 두고 평행하게 놓여 있으며, 입·출구 사이에 일정한 압력구배를 갖는 경우의 Poiseuille 유동의 엄밀해는 식 (19)에서 보는 바와 같다.

$$u = \frac{\partial p}{\partial x} \frac{Re}{2} (y^2 - y) \quad (19)$$

Fig. 4는 Poiseuille 유동의 엄밀해의 무차원화 된 속도 분포와 두 가지의 경계조건을 적용한 LBM 해석 결과를 비교한 것이다. 평균유속으로 무차원화 한 유속의 최대속도는 평균유속의 1.5배라는 것은 잘 알려져 있으며 두 가지의 경계조건을 적용하여 해석한 LBM 해석 결과는 엄밀해와 정확하게 일치하고 있다. 따라서 LBM 해석에 있어서 앞 절에서 설명한 두 가지 경계조건 모두 적용이 가능하다고 판단된다.

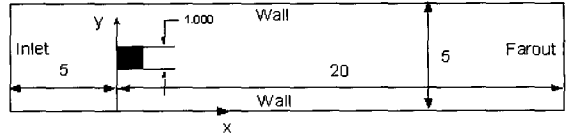


Fig. 5 Configuration of calculation domain and applied boundary conditions

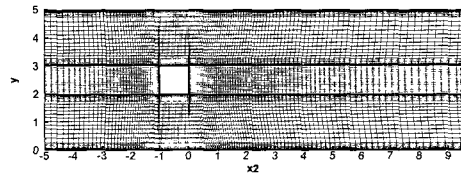


Fig. 6 Mesh shape of calculation domain for fraction-step method

3.2 사각실린더 주위의 유동

LBM을 이용한 유동해석 결과를 검증하기 위하여 사각 실린더 주위의 유동을 LBM과 Fractional-Step법을 이용하여 해석하였다.

사각 실린더 주위의 유동은 와도유량계, 다리, 빌딩 등의 다양한 공학적 적용분야를 가지고 있어 이에 대한 실험적 또는 수치적 연구 등이 수 십 년 동안 이루어져 왔다. 정상적인 흐름 상태에 있는 유동장 내에 실린더 형상의 장애물이 놓인 경우 유동은 실린더를 우회하여 흐르게 되고 점성력의 영향으로 실린더의 표면 주위에 경계층이 발달하게 된다. 이 유동은 실린더 후방에 이르러 와가 형성되며, 이 와는 임계 레이놀즈 수 ($Re_c \approx 50$) 이상에서 주기적으로 반복하는 와로 발달하게 된다. 이런 주기적인 현상을 와홀림(vortex shedding)이라고 한다. 이 중 상반대칭적(Anti-Symmetric)으로 나타나는 와홀림을 Karmann Vortex Street라 일컫는다. 이 같은 와홀림은 주기적으로 반복하는 유동의 주파수로 특성을 나타낸다. 이 주파수는 레이놀즈 수와 깊은 관련이 있으며, 특히 두 평판 사이의 유동장에 존재하는 실린더 주위의 유동의 경우 두 평판사이의 간격과 실린더에 의해서 유동장이 차단된 길이의 비인 차단율에 영향을 받아 $Re=100 \sim 200$ 구간에서는 차단율이 감소할수록 와홀림의 스트로홀 수가 감소하는 경향이 있다.

Sohankar[10-12]의 연구에 의하면 원형 실린더 주위의 유동인 경우 임계 레이놀즈 수는 차단율이 0.25%일 때 50 이고, 차단율이 5%와 14.2%일 때 각각 51.2와 53으로 차단율이 증가할 때 임계 레이놀즈 수도 증가하는 경향이

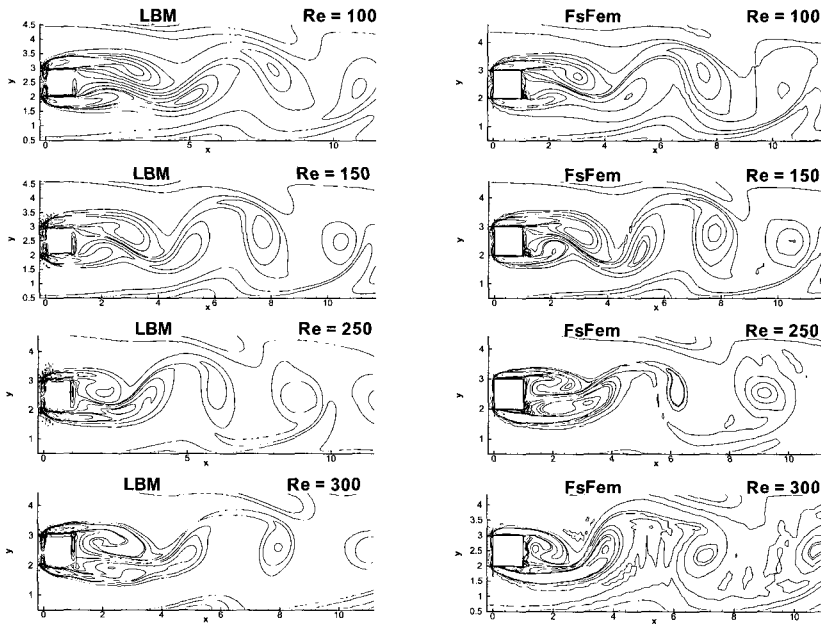


Fig. 7 Instantaneous images of the flow field computed by LBM and Fractional-Step method in terms of vortex contour plots

있다. 사각 실린더의 경우 역시 같은 양상을 보이지만, 와홀림의 발생원에는 차이가 있어 $Re < 100$ 경우 주로 사각형의 전면의 꼭짓점에서 발생한 유동박리의 영향으로 후류에 와홀림이 형성되는 반면에 $Re > 200$ 경우에는 후면에 위치한 사각형의 꼭짓점에서 유동박리가 발생하며 이것에 의하여 후류의 와홀림 특성이 결정된다.

이 같은 유동의 변화와 와홀림의 특성해석을 위하여 Fig. 5에서 보는 바와 같이 5×25 의 크기의 계산영역을 설정하였다. 입구경계는 실린더 전면으로부터 사각 실린더 한 변의 길이에 5배 상류에 위치시켰고, 출구는 20에 위치시켜 사각 실린더로부터 출구를 충분히 멀게 설정하였다. 두 평판사이의 거리는 5로 사각실린더에 의한 차단을 1/5로 고정하였다. LBM 해석의 경우 계산영역에 적용한 격자는 x, y방향으로 각각 500, 100개의 정렬격자를 구성하여 총 격자점의 수는 50000개이며, Fractional-Step법의 경우 Fig. 6에서 보는 바와 같이 격자를 실린더 주위에 집중시켰으며, 총 격자수는 13000개이다.

레이놀즈 수가 100, 150, 250 300일 때 후류에서의 등와선도를 Fig. 7에 나타냈다. 각각의 그림은 충분히 발달한 상태의 사각 실린더의 후류에 나타나는 와홀림 구조를 보여주고 있다. 두 가지 해석 방법에 의한 해석 결과들 모두 레이놀즈 수가 증가함에 따라 사각 실린더의 후면에 근접

한 하류 영역에 형성되는 와의 형상에 차이를 보이고 있다. 이것은 레이놀즈 수가 커 질수록 사각 실린더 후면에 위치한 꼭짓점에서 발생한 유동박리가 후류에 직접적으로 영향을 미치기 때문이며, 이는 기존의 연구 결과와도 일치한다.

두 가지 해석 방법에 의한 해를 비교하기 위하여 $Re = 100$ 일 때 실린더 후류 영역인 $x=2.0$ 과 5.0 에서의 x-방향 속도분포를 그림 Fig. 8에 나타냈다. 두 해석 결과 모두 주기적 정상 상태에서의 속도 분포로, 유동이 상하 방향으로 일정한 주기를 가지고 진동하고 있음을 예측할 수 있다. $x=2.0$ 에서 두 해석 결과는 정확하게 일치하지만, $x=5.0$ 에서의 결과는 약간의 차이를 보이고 있다. 이는 두 해석 결과를 나타낸 시점의 불일치에서 나타난 차이라고 판단된다.

각 레이놀즈 수에서 사각 실린더 후류 지점인 (1.5,2.5) 위치에서 나타나는 y-방향 속도의 주기적인 변화를 나타낸 그림이 Fig. 9이다. LBM해석의 경우 $Re = 100$ 일 때 와홀림은 12000[lu]에서 형성되기 시작하여 그 진폭이 서서히 증가하며, 정상 상태에 이르러 y-방향속도는 ± 0.2 사이에서 진동하게 된다. $Re=150, 250$ 일 때 와홀림은 각각 50000[lu]와 30000[lu]에서 나타나기 시작하고, 진폭은 서서히 증가하여 $\pm 0.3, \pm 0.45$ 사이를 진동하게 된다. Fractional-Step법에 의한 해석에서는 $t=10$ 이후부터 서서히

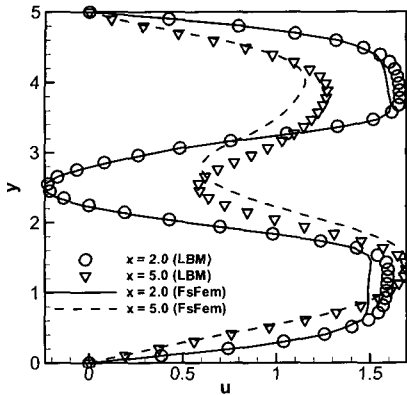


Fig. 8 x-direction velocity distribution at x=2.0, 5.0 for LBM and Fractional-Step Method

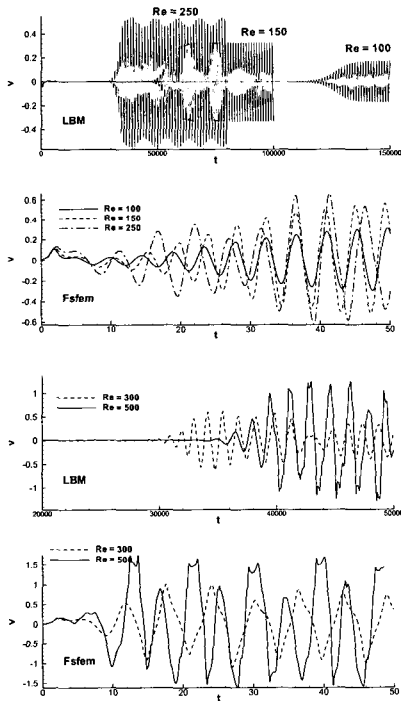


Fig. 9 y-direction velocities at (1.5,2.5) vs. time for LBM and Fractional-Step method

진폭이 증가하기 시작하여 일정한 진폭을 갖게 되며, 정상 상태에서의 진폭은 LBM 해석 결과와 일치한다. 이 결과로부터 와홀림은 레이놀즈 수가 증가함에 따라 그 형성시기가 빨라지고, 진폭은 커진다는 것을 알 수 있었으며, 레이놀즈 수가 300이상인 경우에도 마찬가지로의 경향을

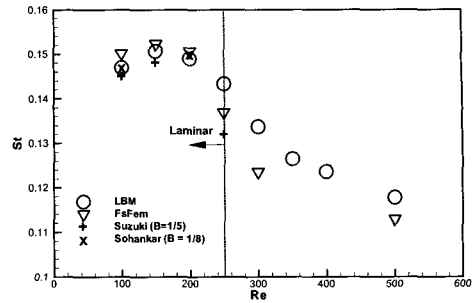


Fig. 10 Strouhal numbers vs. Reynolds number for LBM, Fractional-Step method and previous experimental data

보이고 있지만, $Re=250$ 에서 정상 상태에서의 진폭이 톱니 형태의 진동이 나타나기 시작하여 $Re>300$ 에서는 그 진동의 불규칙성이 심화되는 것을 볼 수 있다. 이런 현상은 두 해석에서 공통적으로 나타나고 있다.

후류에 나타나는 와홀림의 특성은 일반적으로 주기적으로 진동하는 와홀림의 진동 주파수와 레이놀즈 수의 관계로 나타내며, 와홀림의 무차원 진동 주파수를 스트로홀 수(St)라 한다. 이는 유동장의 최대속도와 기준길이 그리고 주파수의 함수로 $St = fL/u_{max}$ 로 나타난다. 레이놀즈 수의 변화에 따라 사각 실린더 후류에 나타나는 유동의 스트로홀 수의 변화는 Fig. 10과 같다. 원형 실린더의 경우 스트로홀 수는 레이놀즈 수가 증가함에 따라 증가하지만, 사각 실린더의 경우는 $Re=150$ 에서 가장 큰 스트로홀 수(0.152)를 가지며, $Re<150$ 일 때 스트로홀 수는 레이놀즈 수의 증가에 따라 증가하고, $Re>150$ 영역에서는 감소하는 것으로 나타났다.

두 해석 결과를 Sohankar[10,11,12]와 Suzuki[13]의 연구 결과와 비교하였지만 Sohankar의 결과는 차단율이 1/8일 때의 결과로 직접적인 Strouhal 수의 비교는 어렵다. $Re=100, 150$ 일 때, LBM 해석 결과가 Fractional-Step법의 해석 결과에 비하여 Suzuki의 연구 결과에 더 근접하지만 $Re=250$ 에서는 두 결과 모두 Suzuki의 결과와 일치하지 않고 있다. 이 유동은 장애물의 교란에 의한 난류유동으로 정확한 해석으로 볼 수 없으며, 정확한 해석을 위해서는 두 방법 모두 난류 모델의 적용이 필수적인 것으로 판단된다.

4. 결 론

LBM은 기존의 Navier-Stokes 방정식을 이용한 유동해석이 아니라 볼츠만방정식을 기초로 기체의 확률적 입자밀

도분포를 이용한 것으로 코드작성의 간편함과 병렬처리의 용이함 그리고 해석 결과가 높은 정확도를 갖는다는 특성 때문에 현재 여러 가지 유동해석에 이용되고 있는 유동해석법이다. 이 연구에서는 LBM과 Fractional-Step법을 이용하여 두개의 평판 사이에 존재하는 사각 실린더 주위의 유동을 해석하여, 사각 실린더 후류에 나타나는 와홀림의 특성을 수치적으로 해석하고, 그 결과를 비교하여 LBM 해석 결과를 검증하였다. 해석에 앞서 LBM을 기초로 제작된 코드와 경계조건의 타당성을 Poiseuille유동의 엄밀해와 비교하여 해석코드와 경계조건의 적절함을 보였다. LBM과 Fractional-Step법을 이용한 해석에 있어서 계산영역을 사각 실린더를 중심으로 입구의 위치는 실린더 한 변의 길이에 5배로, 출구의 위치는 20배로 설정하였다. LBM 해석의 경우 입구에는 유동의 최대속도와 밀도를, 출구에는 2.1.2절에서 소개한 Farout경계를, 두 평판과 실린더의 벽면에는 반사 경계조건을 적용하였다. Fractional-Step법을 이용한 해석에서는 입구에는 균일한 무차원 속도를, 출구에는 2.2.2절에서 소개한 압력 경계조건을 적용하였다.

이 연구 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다. 레이놀즈 수가 100일 때 와홀림에 직접적으로 영향을 주는 유동박리는 사각 실린더의 전면에 위치한 상·하의 꼭짓점에서 형성된 것이며, 레이놀즈 수가 커질수록 실린더 후면의 꼭짓점에서 발생한 유동박리의 영향을 받고, 와홀림이 발달하는 시기는 레이놀즈 수가 커짐에 따라 빨라지고, 그 진폭은 커지게 된다. 와홀림의 특성을 나타내는 스트로홀 수는 레이놀즈 수가 150일 때 가장 큰 값 0.152를 가지고, 이 후 감소한다. 두 해석 결과 모두 $Re < 200$ 에서 기존의 실험 결과와 잘 일치하고, 특히 LBM 해석이 Fractional-Step법에 비하여 기존의 해석 결과에 더 근접해 있다. 레이놀즈 수가 250이상일 때 유동장은 실린더에 의한 교란으로 층류영역을 벗어나 보다 정확한 해석을 위해서는 난류모델의 적용이 요구된다.

이상의 결과로 볼 때 LBM 해석법은 비압축성 층류유동 해석에서 Navier-Stokes 방정식의 수치 해보다 향상된 결과를 얻을 수 있으며 코드제작이 단순하고 병렬처리가 용이한 장점이 있는 반면에 복잡한 계산영역에 대한 해석 시 격자수가 급격하게 증가하여 큰 기억용량을 필요로 하는 단점이 있다.

참고문헌

[1] Wolf-Gladrow, D.A., 2000, "Lattice gas Cellular automata and Lattice Boltzmann Models." *Lecture notes*

in Mathematics, Springer.

- [2] Succi, S., 2001, "The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond," Clarendon press.
- [3] Frisch, U., Hasslacher, B., and Pomeau, Y., 1986, "Lattice Gas Automaton for Navier-Stokes equation," *Phys. Rev. Lett.*, Vol.56, p.1505.
- [4] McNamara, GR, and Zanetti, G., 1998, "Use of the Boltzmann equation to simulate lattice-gas automata," *Phys. Rev. Lett.*, Vol.61, p.2332.
- [5] Chen, S. and Doolen, G. 1998, "Lattice Boltzmann method for fluid flows," *Ann. rev. Fluid Mech.*, Vol.30, p.329.
- [6] Xiaobo, N., Gary, D. Doolen, G. and Shiyi, C., 2002, "Lattice-Boltzmann Simulations of Fluid Flows in MEMS," *J. Statistical Physics*, Vol.107, p.279.
- [7] Nannelli, F. and Succi, S., 1994, "The finite volume formulation of the lattice Boltzmann equation," *Transp. Theory and Stat. Phys.*, Vol.23, p.163.
- [8] Chorin, A.J., 1997, "A Numerical Method for Solving Incompressible Viscous Problems," *J. Computational Physics*, Vol.135, p.118.
- [9] Kim, J. and Moin, P., 1985, "Application of a Fractional-Step Method to Incompressible Navier-Stokes Equations," *J. of Computational Physics*, Vol.59, p.308.
- [10] Sohankar, A. Norberg, C., and Davidson, L., 1999, "Simulation of three-dimensional flow around a square cylinder at moderate Reynolds numbers," *Physics of Fluids*, Vol.11, p.288.
- [11] Sohankar, A., Norberg, C., and Davidson, L., 1997, "Numerical simulation of unsteady low-Raynolds number flow around rectangular cylinders at incidence," *J. Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol.69-71, p.189.
- [12] Sohankar, A., Norberg, C., and Davidson, L., 1998, "Low-Reynolds-Number flow around a square cylinder at incidence: Study of blockage, onset of vortex shedding and outlet boundary condition," *Int. J. for numerical method for fluids*, Vol.26, p.36.
- [13] Suzuki, H., Inoue, Y., Nishimura, T., Fukutani, F., and Suzuki, K., 1993, "Unsteady flow in a channel obstructed by a square rod (crisscross motion of vortex)," *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol.14, p.2.