미사일 단분리 시스템의 비정상 유동장 해석

윤 용 현*[1], 권 기 범[1], 홍 승 규[2]

NUMERICAL SIMULATION OF UNSTEADY MISSILE STAGING SYSTEM

Y.H. Yoon*[1], K.B. Kwon[1] and S.K. Hong[2]

A dynamic simulation on the missile staging system is conducted with numerical techniques. Both Euler equations and Navier-Stokes equations are numerically solved respectively. The dynamic simulation of two moving bodies is fully integrated into the computational fluid dynamics solution procedure. The Chimera grid scheme is applied in this simulation for unsteady supersonic flow analysis with dynamic modeling. The objective of the study is to investigate the problem pertaining to possible unstability in missile staging. In addition, the computational comparison between inviscid and viscid flow solvers is also performed in this study.

Key Words: 동역학적 모사(Dynamic Simulation), 단분리(Staging), 키메라 격자(Chimera Grid)

1. 서 론

미사일의 단분리 메카니즘(staging mechanism)은 원하는 사정거리에 따른 미사일의 성능을 결정하는 중요한 핵심기술요소이다.

이러한 단분리 거동 해석 문제는 기본적으로 공기역학적인 문제와 운동역학적인 문제가 중첩되는(coupling) 물리현상이다. 따라서 공기역학적 계수들을 고려하여 모체로부터 분리되는 물체의 분리과정을 동역학적 시뮬레이션을 수행하는 것이 중심과제이다. 이와 유사한 응용문제들은 비행체로부터의 미사일 발사 분리, 로켓 부스터의 분리, 유사시 비행체로부터의 조종사 탈출 등 매우 다양한 분야에 적용되고 있다.

본 연구에서 다루는 미사일의 기체분리는 전방부인 유도탄 본체와 후방부인 로켓추진부로 크게 나누어지며 공격목표물의 거리에 따라 발사 후 분리되는 시간이 다르게 되어 있다. 이러한 단분리 현상은 기본적으로 비정상상태의 해석에 해당되며 수치적으로 해석하기 위해서는 정상상태 해석과는 달리 움직이는 격자 시스템과 물체의 동역학적 운동을 해석하는 모듈과의 연계가 필요하다. 6개의 자유도를 가지는 강체의 운동방정식이 유동방정식과 연계될 수 있으며, 일반적으로 Chimera 격자 기법이 연계된 해석의 효율성을 극대화하기 위해 사용된다.

Palmer[1]등은 여섯 개의 부스터가 장착된 비행체 주위의 유동장을 해석한 바 있고, 2개의 부스터를 가진 Titan Ⅳ, 4개의 부스터를 가진 비행체에 대해서는 Taylor[2]와 Azevedo[3]에 의해 연구가 수행되었다. 이러한 분리문제에 관해 수치 해석적 방법과 실험적 방법을 사용한 NASA Ames의 Meakin은 우주왕복선의 SRB(solid rocket booster)의 분리 문제를 Navier-Stokes Solver로 공력을 계산 한 후 본체의 비행궤적을 해석하는 동역학적 분석을 수행한 바 있다[4]. Lochan과 Adimurthy[5]는 풍동 실험을 통해 공기역학적인 힘의 데이터를 구한 다음, 이를 이용하여 로켓본체에 장착된 부스터의 분리 동역학을 해석하였다. Lijewski[6]는 삼각형 날개에 부착된 파일론으로부터 분리되는 외부 장착물의 분리에 대한 비정상 상태 시뮬레이션을 한 바 있다.

본 연구의 해석 대상인 대잠 미사일은 미사일 본체인 전방기체와 후방기체인 모터부분으로 구성된 형태로서 분리 신호에 의해 전방기체와 모터사이에 설치되어 있는 피스톤이 전방기체와 모터를 밀어내는 작용과 함께 분리가 시작되며, 분리가 진행되면서 전방기체와 모터 앞부분 위아래에 설치된 포트마개를 연결하는 고정된 길이의 연결 줄의 장력에 의해 포트의 입구가 개방되게 된다. 포트는 직접적으로 모터의 챔

접수일: 2005년 7월 28일, 심사완료일: 2005년 8월 26일.
1 정회원, 공군사관학교 항공우주공학과
2 정회원, 국방과학연구소
* Corresponding author E-mail: yoon@afa.ac.kr

버와 연결되어 있으며 포트 개방과 함께 분리 전 전체 미사일의 추력을 담당하던 모터의 후방방향으로의 제트분출이 포트를 통해 일부분 전방으로 분출되게 함으로써 분리가 잘 이루어지도록 한다.

이러한 형태의 단분리 과정은 자유흐름과 모터의 전방 분출흐름과의 복잡한 비정상적(unsteady) 천이과정과 전방기체와 모터간의 공기역학적 상호작용에 의해 해석을 더욱 어렵게 만들며 막대한 계산량과 계산시간이 소요된다. 따라서 안정적인 분리에 대한 신뢰도를 높이고 분리 후 전방기체가 주어진 임무를 원활히 수행하기 위해서는 단분리 과정에서 발생하는 자유흐름과 모터의 전방분출제트와의 상호작용에 의한 비정상 공기역학적 현상과 이로 인해 나타나는 전방기체와 모터의 거동에 대한 해석을 선행 연구를 통해 수행한 바 있다[7].

따라서 본 연구의 중점은 미사일의 단분리 과정에 대한 공기역학적 현상과 단분리 거동을 비점성 유동 지배방정식과 점성 유동 지배방정식의 해석 결과를 상호 비교해 봄으로써 유동 해석 모델에 따른 단분리 해석 결과의 차이점을 분석하고자 하였다.

2. 해석방법

단분리 과정을 시뮬레이션하기 위해 사용된 비정상 공력해석 및 동역학적 거동 해석 도구는 CFDRC사의 다양한 기능을 제공하는 상용 소프트웨어인 CFD-FASTRAN이다. FASTRAN은 두 물체가 분리되는 문제에 대한 공력해석 및 동력학적 거동 해석과 관련된 공학적 설계(Engineering Design)에 적합한 것으로 알려져 있으며 이를 위해 Chimera 격자계에 대한 해석을 수행할 수 있다. 또한 6 자유도(Degree of Freedom)의 비정상 동역학적 거동 해석 모듈을 포함하고 있다. 특히 본 연구는 막대한 계산량과 계산소요시간이 요구되므로 다중 CPU를 사용하는 병렬버전을 사용하였다.

2.1 시뮬레이션 모델링(Simulation Modeling)

단분리 과정에 대한 비정상 유동해석과 함께 동역학적 시뮬레이션을 수행하기 위해서 Chimera 격자 시스템을 적용하였다. 전방기체와 모터에 대해 각각의 격자를 구성하고 중첩시킨다. 사용된 전방기체와 모터의 개략도는 Fig. 1과 같고 격자 시스템의 12개 Zone은 Fig. 2에서 보여 주고 있다.

전방기체와 모터 각각에 대한 Chimera 격자의 생성방법은 Half-O Topology를 사용하였다. 전방기체와 모터에 대해 각각의 격자를 구성하고 중첩시켰다. 구성된 Chimera 격자 시스템은 Fig. 3에 나타내었다. 총 격자수는 비점성 해석의 경우 630,000여개이며 점성해석의 경우는 880,000여개이다.

유동 지배방정식은 비점성의 경우 비정상, 3차원, 압축성,

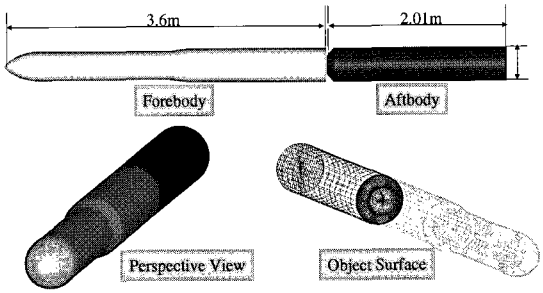


Fig. 1 Missile Staging Configuration

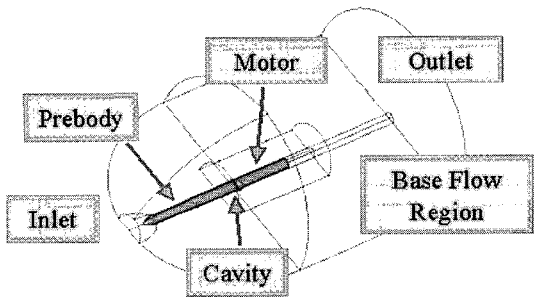


Fig. 2 Grid Topology

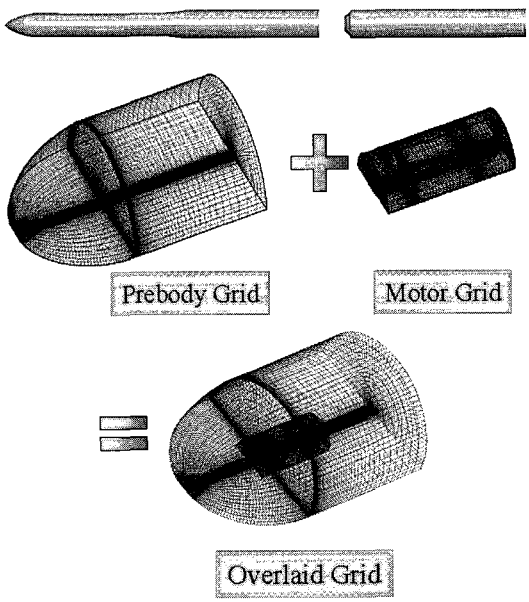


Fig. 3 Chimera Grid System

Euler 방정식을 사용하였으며 점성의 경우는 동일한 조건에서 Navier-Stokes 방정식을 사용하였다. 각 경우 동일하게 대류항에 대해 Roe의 플럭스 차분화 기법을 사용하였다.

계산 조건은 고도 2km상공에서 받음각 없이 마하 1.5로 비행하는 조건에서 미사일의 단분리는 이루어지며 이때 자유류의 정압은 79439.71 N/m^2 이고, 온도는 275.1534 K로 설정하였다. 그리고 8개의 노드를 가진 병렬처리용 클러스터를 사용하였다.

점성유동 계산을 위해 적용된 난류모델은 상용프로그램 내에서 제공하는 $k-\varepsilon$ 모델을 사용하였으며 이에 따른 Viscous Spacing은 다음과 같이 주어진다.

$$\Delta y = \frac{y^+}{Re\sqrt{\frac{C_f}{2}}} \qquad C_f = \frac{0.455}{ln^2(0.06Re)}$$

여기서 Re는 전방기체와 모터의 평균 레이놀즈 수로서 주어진 자유흐름 조건으로부터 구해 질 수 있다. 적용된 난류모델에 대한 y^+값은 100으로 하고 위의 식들로부터 전방기체와 모터의 벽면으로부터 첫 번째 격자점의 거리는 2△y값인 2.0x10^{-4}m로 하였다.

2.2 동역학적 거동 해석 방법

단분리 신호에 따라 피스톤이 모터의 챔버 내부 압력에 의해 모터로부터 전방기체를 분리하기 시작하여 $100\,mm$ 가 되는 시점에서 모터의 전방 상하 포트가 개방되면서 역추력이 작용하게 된다. 그리고 $127\,mm$ ($0.33\,D_{ref}$, D_{ref} : 미사일 직경)이 되는 지점에서 피스톤 작동이 끝나게 된다. 분리 시작점부터 $127\,mm$ 까지 피스톤과 역추력에 의해 전방기체와 모터는 상대속도를 가지게 된다. 이 때의 전방 미사일 본체와 후방체인 모터의 상대속도를 계산하여 시뮬레이션의 초기 조건으로 주었다. 이 때는 모터로부터의 전방분출제트가 완전히 성장된 상태(fully developed state)이다.

따라서 피스톤만 작용하는 분리거리 $100\,mm$ 까지를 1단계라 하고 피스톤과 전방 분출에 의한 역추력이 같이 작용하는 $100\,mm$ 부터 $127\,mm$ 까지를 2단계라 하여 힘의 방정식을 통한 상대속도를 구하였다. 1단계에 작용하는 힘들은 적용되는 시간동안 비교적 일정한 값을 유지하나 2단계에 작용하는 힘들은 시간이 지남에 따라 급격하게 변화하는 양상을 나타낸다. 특히 2단계의 경우, 역추력은 심한 천이현상을 보이며 연소실 압력강하에 의해 피스톤의 힘 또한 감소하는 양상을 보인다. 이러한 물리현상들을 모두 모델링하고자 한다면 피스톤에 의한 힘과 추력에 의한 힘들을 정확히 분리할 수 있어야 하지만 본 연구에서는 간략화 하여 모델링 하였다.

1단계에 작용하는 힘은 피스톤의 힘과 모터의 전방 상하 포트가 개방되는 시점에서의 추력이 일정하게 작용한다고 가정하였다. 2단계에 작용하는 힘은 포트 개방 후 1초간 평균한 역추력이 일정하게 작용하고, 1단계에 작용하는 피스톤의 힘이 일정하게 작용한다고 가정하였다. 물론 포트의 개방에 의한 모터 챔버의 압력 강하 때문에 피스톤의 힘은 감소하지만 수 msec의 상당히 짧은 시간 동안의 압력 강하에 의한 피스톤의 힘의 감소는 크지 않다. 모터에 작용하는 시간에 따른 변화 데이터와 전방기체와 모터의 관성량, 그리고 적절한 힘의 관계식들을 통해 시뮬레이션 초기의 전방기체와 모터의 상대 속도를 구할 수 있다. 전방기체와 모터의 관성량을 Table. 1에 나타내었다.

1단계와 2단계에 작용하는 각 힘과 시간은 다음과 같다.

$F_T = 31,963\,N$: 1단계 모터에 의한 추력

$F_P = 40,559\,N,$: 피스톤에 의한 힘

$F_R = 4,469\,N$: 전방분출에 의한 역추력

$t_1 = 0.0259\,\mathrm{sec}$, $t_2 = 0.0033\,\mathrm{sec}$

여기서 t_1, t_2 는 각각 1단계와 2단계의 소요시간을 의미한다. 초기 전방기체와 모터의 상대속도를 구하는 방정식은 1단계와 2단계를 구분하여 해석되며 다음과 같이 표현된다.

1단계 :
$$v_{m1} = \frac{F_T\frac{m_m}{m_{tot}} - F_P}{m_m}\,t_1$$

$$v_{p1} = \frac{F_T\frac{m_p}{m_{tot}} + F_P}{m_p}\,t_1$$

2단계 :
$$v_{m2} = \frac{-F_R - F_P}{m_m}\,t_2 + v_{m1}$$

$$v_{p2} = \frac{F_P}{m_p}\,t_2 + v_{p1}$$

위의 식에서 v_{m1}, v_{m2}, v_{p1}, v_{p2} 는 각각 1단계와 2단

Table. 1 전방기체와 모터의 관성량

구분	전방기체	모터
Mass(kg)	405	220
Center of Gravity(m) (from nose)	1.96	4.727
I_{xx} ($kg-m^2$)	7	6
I_{yy}, I_{zz} ($kg-m^2$)	385	110

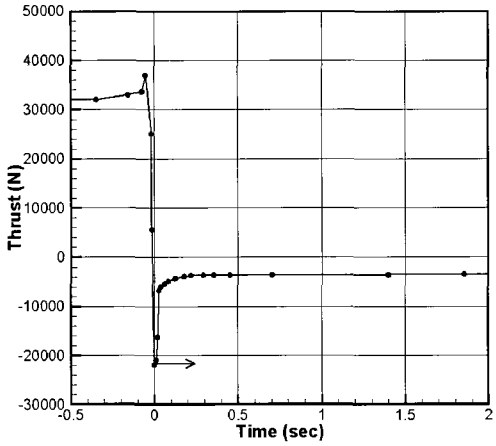


Fig. 4 Motor Thrust

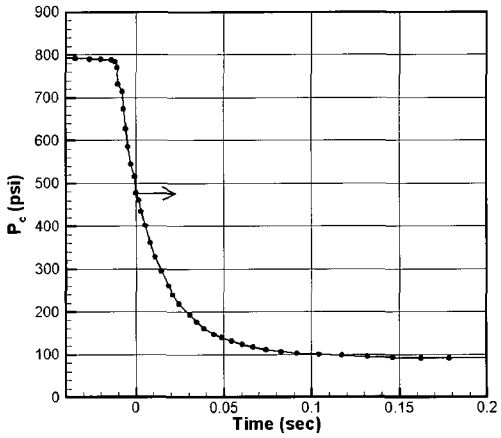


Fig. 5 Chamber Pressure

계의 모터와 전방기체의 속도를 의미하고 m_m, m_p, m_{tot}는 각각 모터, 전방기체, 전체 질량을 의미한다. 이 방정식으로부터 구해진 상대속도는 다음과 같다.

$$v_{m2} = -4.1258\, m/s,\ v_{p2} = 4.2488\, m/s$$

분리 시간에 따른 전방분출로 인한 모터 추력값의 변화와 모터 챔버 압력의 시간에 따른 변화를 Fig. 4와 Fig. 5에 나타내었다.

동역학 시뮬레이션을 위해서는 각 시간단계에서 계산된 유동해석과 그에 따른 공기역학적 힘의 계산이 필수적이다. 고려하는 비행체의 모터의 챔버와 후방으로의 분출 제트에 대해서는 실제로 모델링하지 않고 전방 제트 분출로 인한 시간에 따른 모터 챔버의 전체 압력의 변화, 모터의 추력 변화는 실험 데이터를 직접 FASTRAN의 동역학 모듈에 입력하여 그 효과를 구현하였다. 본 연구에 사용된 컴퓨터는 8노드 클러스터로 비점성 유동해석 모델에 의한 단분리 시뮬레이션은 약 2주가 소요되었으며 점성 유동해석 모델에 의한시뮬레이션은 이의 4배인 약 8주가 소요되었다.

3. 해석 결과 및 토론

3.1 분출류 주위의 유동 구조 비교

미사일 단분리 문제에서 유동해석이 가장 복잡한 형태를 갖는 위치가 전방기체와 모터 사이의 공동(Cavity)영역이다. 이에 대한 대칭면의 유동 구조를 Fig. 6과 Fig. 7에 각각 나타내었다.

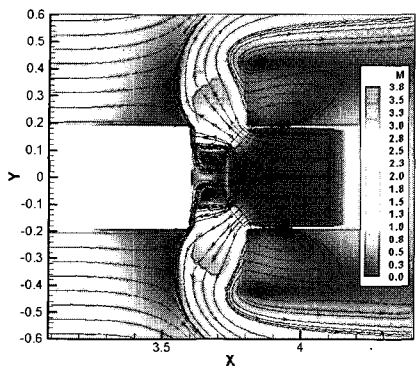
Fig. 6은 초기 분리거리에서의 전후방체 사이의 공동(Cavity)영역의 유동장 해석 결과를 비교한 것으로 전방기체의 벽면에서 떨어진 부분에서는 비점성 유동해석과 점성유동해석의 경우 모두 비슷하게 충격파의 위치를 예측하고 있다.

또한, 비점성 유동을 해석한 경우는 모터의 분출 제트 끝단에서 흐름방향이 급격하게 전환하면서 뒷부분에 와류가 형성되나 점성 유동해석의 경우에는 다소 완만히 유동 방향이 바뀜으로 해서 비점성 유동해석 결과에서 관측되었던 와류는 보이지 않는다.

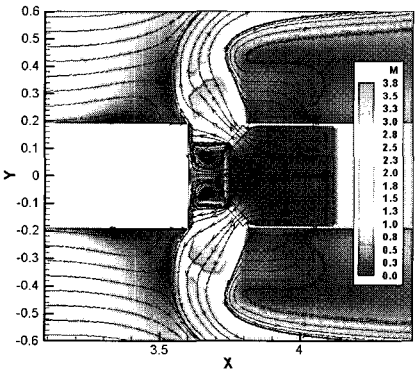
모터에서 분출되는 전방 분출류의 형태나 전방기체와 모터사이의 유동 등 전체적인 유동장 해석 결과는 점성 유동해석의 결과와 비점성 유동해석의 결과가 거의 동일한 형태를 보여주고 있다.

Fig. 7은 일정한 분리가 진행된 거리($0.7D_{ref}$)후의 비점성 유동해석 결과와 점성 유동해석 결과를 비교한 것이다. 같은 분리 거리에 걸리는 시간은 비점성 유동해석의 경우 $15.7\,msec$ 그리고 점성 유동해석의 경우 $15.8\,msec$가 걸렸다. 분리거리가 거의 동일한 조건에서 차이점은 전방기체와 모터 사이 공동영역에서의 유동 현상이다. 초기 분리거리에서 공동영역 내부의 유동 현상이 점성 유동해석 결과와 비점성 유동해석 결과가 비슷했지만 일정 분리 후에는 다소 다르게 나타나는 점이다. 점성 유동해석의 경우 상하로 회전하는 와류가 관측되고 있지만 비점성 유동해석 결과에서는 전방기체의 기저면에 작은 스케일의 와류가 관측될 뿐이다. 점성 유동해석의 경우 이미 전방기체 주위의 자유흐름이 공동내부로 유입되고 있음을 알 수 있다. 비점성 흐름의 공동영역내의 흐름현상은 대칭면의 90°방향으로 흐름이 많이 유실됨을 나타낸다.

비점성 유동의 경우에서도 분리가 진행됨에 따라 전방기체의 자유흐름이 공동내부로 진입하여 점성 유동의 해석 결과

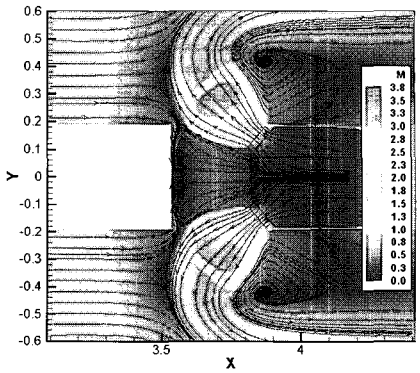


(a) Inviscid Case

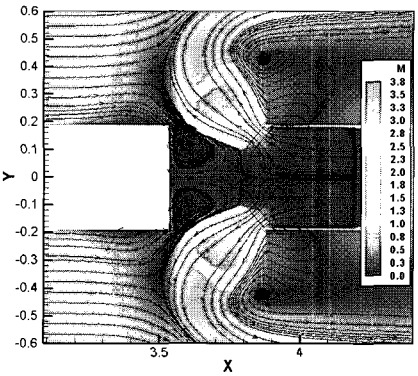


(b) Viscid Case

Fig. 6 Mach Number Contour(Initial)



(a) Inviscid Case



(b) Viscid Case

Fig. 7 Mach Number Contour($0.7D_{ref}$)

와 동일한 형태로 진행하고 있음을 최근 연구에서 보여주었다[8]. 이러한 결과로 미루어 볼 때 같은 분리 거리에서 점성 유동해석의 결과가 좀 더 일찍 자유흐름의 유입을 예측하고 있음을 알 수 있다.

3.2 전방기체 기저면의 압력계수 변화 비교

Fig. 8와 Fig. 9는 각각 시간과 미사일의 직경(D_{ref})에 대한 비로 나타낸 분리거리에 따른 전방기체 기저면의 압력계수의 변화를 나타낸 그림이다.

Fig. 8과 Fig. 9는 비점성 유동해석에 의해 구해진 전방기체 기저면의 압력계수 값의 변화와 점성 유동해석에 의한 결과를 비교한 그림이다. 모터의 챔버 압력 강하에 따라 기저면의 압력계수 값도 강하하다가 다시 상승하는 경향을 동일하게 보이고 있다. 이러한 경향성은 전방기체의 자유흐름이 전방기체와 모터 사이의 공동영역에 유입되면서 모터의 전방 분출제트와의 상호작용에 의해 전방기체의 기저면에 와류가 발생되며 이 와류의 상류흐름이 전방기체 기저면의 중심부에서 압력을 상승시키는 효과 때문인 것으로 해석된다[8]. 물론 전방분출이 없이 단순한 공동(Cavity)에서도 이러한 현상은 발생한다[9].

3.3 분리거리의 변화 비교

시간에 따른 전방기체와 모터의 변위와 분리 거리를 Fig. 10에 나타내었다. Fig. 11은 시간에 따른 분리 거리의 변화를 D_{ref} 의 비로 나타낸 그림이다.

Fig. 10과 Fig. 11로부터 전방기체와 모터의 운동은 전방과 후방으로 각각 거의 일정하게 멀어지고 있음을 알 수 있으며 이에 따라 분리거리도 선형적으로 증가됨을 확인할수 있다. 따라서 두 유동모델의 해석 결과로부터 단분리의 안정성과 신뢰성을 확인할 수 있다. 또한, 비점성 유동해석 결과와 점성 유동해석 결과의 시간에 따른 분리거리의 경향성은 아주 잘 일치함을 알 수 있다.

3.4 동역학적 특성 변화 비교

비점성 유동장 해석에 의한 동역학적 거동 시뮬레이션 결과와 점성 유동장 해석에 의한 시뮬레이션 결과를 대칭면의 마하수 분포에 대해 Fig. 12와 Fig. 13에 나타내었다.

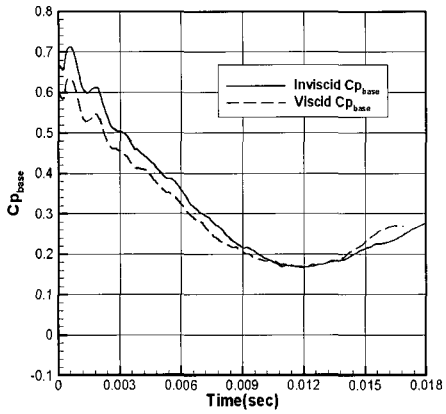


Fig. 8 Base Pressure Coefficient (Time)

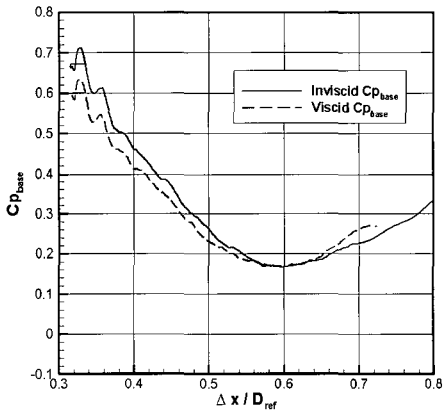


Fig. 9 Base Pressure Coefficient (D_{ref} Ratio)

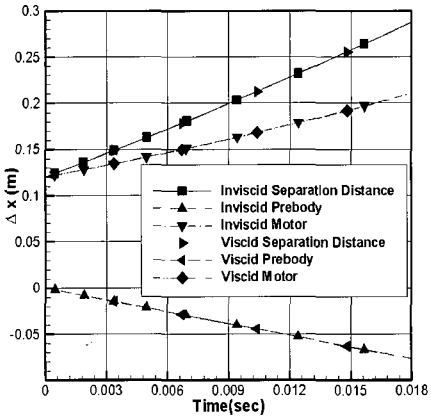


Fig. 10 Separation Distance(Time)

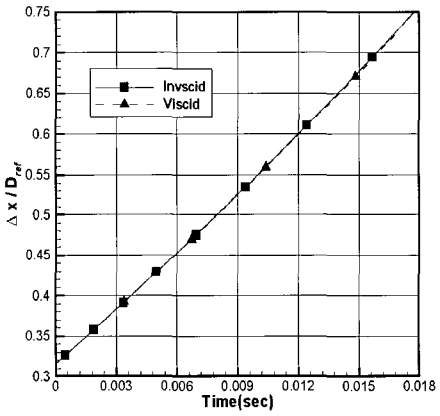


Fig. 11 Separation Distance (D_{ref} Ratio)

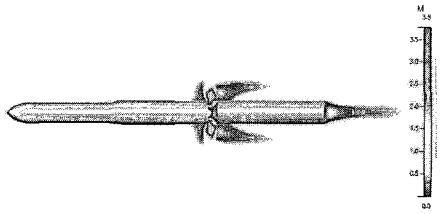
Fig. 12와 Fig. 13의 비점성 유동모델과 점성 유동 모델에 의한 미사일의 단분리 과정에 대한 해석 결과를 비교해 보면 대체로 유사한 형태의 마하수 분포 변화를 나타내고 있다. 그러나 다음과 같은 몇 가지 차이점을 관찰할 수 있다. 첫째, 전방기체의 뒷부분에 모터의 전방 분출로 인해 발생하는 자유류의 충격파의 형태이다. 점성 유동의 경우 충격파의 아랫부분이 전방기체의 몸체 벽면 경계층에 의해 확장된 것을 알 수 있다. 둘째, 모터의 전방 분출류가 분출되는 흐름의 끝단에서 그 형태가 다름을 알 수 있다. 셋째, 모터의 기저 흐름의 재순환(recirculation) 영역에서 상류방향의 흐름속도가 비점성 유동 해석과 점성해석의 차이를 보여 주고 있다.

4. 결 론

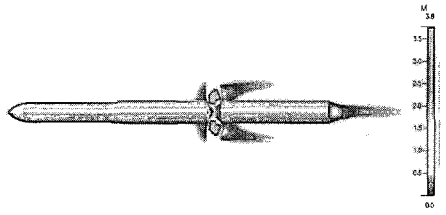
미사일의 단분리 시스템을 비정상 압축성 공기역학적 해석과 동역학적 거동 해석의 연계를 통해 연구하고자 하는 미사일의 안전한 단분리 과정을 시뮬레이션 하였다. 공기역학적 해석과정에서 $k-\varepsilon$ 난류모델을 포함한 초음속 점성 유동해석과 비점성 초음속 유동해석을 각각 수행하여 그 차이를 비교, 분석하였다.

전방 분출을 갖는 단분리 유동의 복잡성은 주로 초기 단분리 과정에서 나타남을 보였다. 본 연구 결과에서 보여 주듯이 초기 단분리 과정에서 전방기체와 모터의 거동과 공력해석에 대한 비점성 유동해석과 점성 유동해석 결과가 유사함을 알 수 있었다.

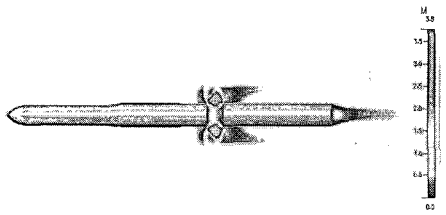
본 연구를 통해 얻어진 주요한 결과는 미사일의 안전한 단분리의 보장을 확인할 수 있었고, 특히 전방체 기저면의 압력계수(base pressure coefficient)변화를 예측함으로써 미사일의 성능향상을 위한 설계 자료를 확보할 수 있었다. 특히 본 연구를 통해 점성효과에 의한 기저면의 압력계수 변화가 비점유동으로 계산한 결과와 어떠한 차이가 있음을 확인하고자 하였다. 사용 컴퓨터인 8노드 클러스터로 비점성 유동해석 모



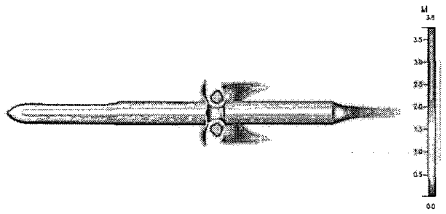
(a) $t = 0.0\ msec$



(b) $t = 5.0\ msec$

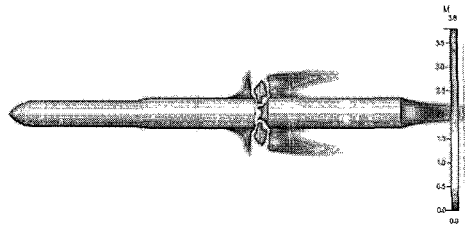


(c) $t = 12.0\ msec$

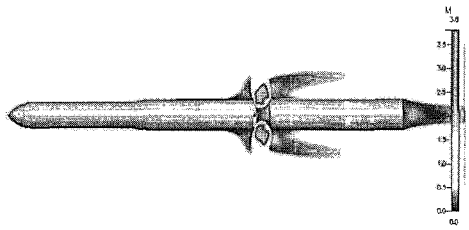


(d) $t = 16.0\ msec$

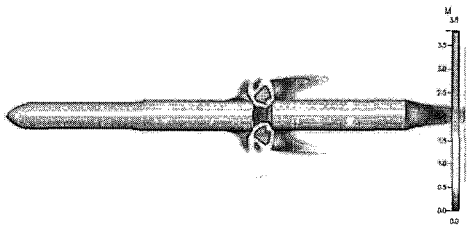
Fig. 12 Mach Number Distribution(Inviscid Case)



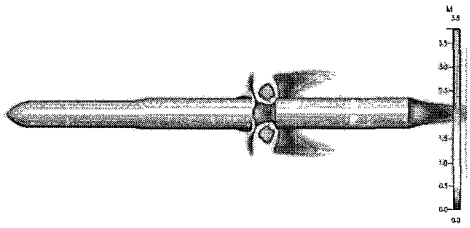
(a) $t = 0.0\ msec$



(b) $t = 5.0\ msec$



(c) $t = 12.0\ msec$



(d) $t = 16.0\ msec$

Fig. 13 Mach Number Distribution(Viscid Case)

델에 의한 단분리 시뮬레이션에 소요된 계산 시간만 약 2주가 소요된데 비해 점성 유동해석 모델에 의한 시뮬레이션은 이의 4배인 약 8주가 소요되었다. 하지만 이 연구에서 도출된 결과의 신뢰성 향상을 위해 본 연구에서 사용된 난류 모델링인 $k-\varepsilon$ 모델 외에 다른 종류의 난류 모델링을 이용한 시뮬레이션의 결과와도 비교 · 검증이 요구된다. 왜냐하면 미사일 설계과정에서 이러한 유사문제에 대한 실험 데이터를 구하기가 실제로 매우 어렵기 때문이다.

후 기

본 연구는 국방과학연구소의 연구 지원으로 수행되었습니다. 연구소 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

[1] Grant Palmer and Pieter Buning, 1996, "Three- Dimensional Computational Analysis of Complex Launch Vehicle Configurations," *AIAA Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol.33, No.1, p.49-53.

[2] Stephen Taylor and Johnson C.T. Wang, 1996, "Launch-Vehicle Simulations Using a Concurrent, Implicit Navier-Stokes Solver," *AIAA Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol.33, No.5, p.601-606.

[3] J.L. Azevedo and P. Moraes Jr., 1996, "Code Validation for High-Speed Flow Simulation over Satellite Launch Vehicle," *AIAA Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol.33, No.5, p.15-21.

[4] Robort L. Meakin and Normam E. Suhs, 1989, "Unsteady Aerodynamic Simulation of Multiple Bodies in Relative Motion." *AIAA* 89-1996-CP.

[5] Rajeev Lochan and V. Adimurthy, Aug. 1997, "Separation Dynamics of Strap-On Boosters in the Atmosphere," *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol.20, No.4, p.633-639.

[6] Lijewski, L.E., Suhs, N.E., 1994, "Time-Accurate Computational Fluid Dynamics Approach to Transonic Store Separation Trajectory Prediction," *Journal of Aircraft*, Vol.31, No.4, p.886-891.

[7] 권기범, 윤용현, 홍승규, 2005, "움직이는 격자를 이용한 비정상 단분리 유동해석," *한국전산유체공학회지*, 제10권 3호 p.43-47.

[8] 권기범, 윤용현, 홍승규, 2004, "전방 분출이 있는 단분리 유동해석," *한국전산유체공학회 추계학술대회.*

[9] 권기범, 윤용현, 홍승규, 2003, "초음속 유동장에 놓인 공동 유동에 대한 연구," *한국전산유체공학회 춘계학술대회*, p.139-143.