

시뮬레이션에 의한 성덕대왕 신종 음관의 특성[†]

최명진*, 박홍을**

A Simulation for the Characteristics of the Sound-Pipe of King Song-Dok Bell

Myung-Jin Choi, Hong-Eul Park

Abstract

To investigate the characteristics of the sound-pipe on the top of King Song-Dok bell, using computer simulation, the throat impedance was evaluated for the straight pipe and conical pipes with varying taper angles. When sound propagates in a rigid walled, unflanged circular pipe with wavelength larger than radius, the acoustic motion is planar, much as in a bar. The incident sound waves are reflected at the end of pipe and some of them are transmitted. The reflection coefficient and radiation impedance of the sound-pipe of King Song-Dok bell were calculated, and the results demonstrated that the high frequency sound is radiated through the sound-pipe. It behaves like a frequency filter.

Key Words: Impedance, Reflection coefficient, Conical pipe, Song-Dok bell, Sound-pipe

[†] 본 논문은 2003년도 경희대학교 지원에 의한 연구 결과임.

* 경희대학교

** 삼성전자

1. 서론

한국의 범종은 일종의 공명기 역할을 하리라 생각되는 울림통을 지면에 파고, 그 위에 종을 매어 단 배열을 하고 있으며, 다른 나라 종에서는 볼 수 없는 음관이 종 상단부에 단 두용과 함께 구조되어 있다[1]. 일명 에밀레종이라 불리우는 성덕대왕 신종의 경우에도 신라와 고려 시대 구조된 범종에서와 같이 울림통과 음관을 가지고 있으며, 신라 혜공왕 7년, 즉 서기 771년에 구조된 것으로 알려져 있는데, 구조에 얽힌 전설, 음관을 포함한 높이 3.663m, 최대지름 2.227m 및 무게 약19t에 달하는 장대한 크기뿐만 아니라 바깥 면에 표현한 아름다운 장식, 그리고 독특한 소리로 인하여 많은 연구자들로부터 주목을 받아 왔고, 음관에 대해서도 종소리와 관련지어서 구체적인 역할이 무엇인지에 관한 연구가 진행되었다[2].

김양환과 김시문[3]은 성덕대왕 신종의 방사음장 특성을 분석하기 위해 30개의 마이크로폰으로 구성된 어레이를 이용하여 360개의 위치에서 음압을 측정 후 원통형 음향 홀로그래피 방법을 적용하여 신종에서 방사되는 음장은 800 Hz까지의 주파수 영역에 걸쳐 고르게 분포되었으나 시간이 지남에 따라 고주파 성분은 급격히 감쇠하여 약 10초 후에는 64.04Hz와 64.38Hz의 저주파 성분만이 존재하여 맥놀이 현상이 나타남을 확인하였다. 김양환, 박순홍, 김시문[4]은 성덕대왕 신종의 내부음장의 주파수를 측정하여 종의 내부음장과 울림통이 종소리에 미치는 영향을 연구하였다. 여기에서 보면, 종의 고유진동수와 내부공간의 고유진동수가 일치할 경우에 종의 진동과 내부공간의 공기가 공명이 되어 긴 여운을 낼 것이므로, 울림통과 종의 배열에 의하여 종 내부공기의 유효길이를 변화시킴으로써 좋은 종소리를 낸다고 하였으며, 이와 관련하여 울림통의 크기를 제안하였다. 윤두병과 김양환[5]은 신종의 음관이 고주파음을 효과적으로

방사시키는 일종의 감쇠기 역할을 할 것이라는 추론에 대하여, 실험을 통하여 반사계수와 임피던스를 구함으로써 300 Hz 이상의 내부음을 효율적으로 방사시키는 음관의 특성을 확인하였다. 또한, 종의 표면에 108개의 가속도계를 설치하여 800 Hz 이내에서 맥놀이 현상을 발생시키는 12개의 고유진동수를 측정하여 이에 해당하는 진동모드를 그림으로 나타내었으며, 지금까지의 연구를 종합하여 성덕대왕 신종의 소리 특성에 대하여 내부음장의 공진주파수와 종의 공진주파수가 불일치한다는 것과 300 Hz 이상의 고주파 성분을 종외부로 빨리 방사시키는 특성을 갖고 있다는 점과 종의 모든 고유진동수가 짝을 이루어 맥놀이 현상을 일으키는 특징이 있다고 하였다. 김영수와 진용옥[6]은 이산푸리에 변환을 이용하여, 성덕대왕 신종의 맥놀이 현상을 나타내는 음향모드의 고유진동수를 규명하였고, 신호모델링 기법을 제안하여 스펙트럼과 감쇠계수의 특성 및 음관의 역할도 규명하였다. 지금까지의 연구를 보면 주로 실험을 통하여 종의 특성을 고찰하고, 규명하였으나, 해석적인 방법에 의해 성덕대왕 신종의 종소리 특성을 연구한 논문은 찾아보기 힘들다. 본 연구에서는 성덕대왕 신종 음관의 음향방사 특성이 기하학적 형상에 기인한다는 사실을 인지하고, 음관의 특성을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 분석하였다. 경사진 형태로 단면이 변하는 유한길이의 실린더형 구조물에 대해 해석적 방법을 통해 음향 임피던스와 반사계수를 계산하여 음파의 전달 현상을 규명할 수 있었으며, 성덕대왕 신종 음관에 적용시킴으로써 음향 임피던스와 반사계수 특성을 분석해본 결과, 고주파음을 효율적으로 방사시키는 구조로 되어 있음을 재확인할 수 있었다.

2. 경사진 관의 음향 해석 모델링

단면적이 점차적으로 변화하는 관을 따라 평면파가 전파해 갈 때, 연속방정식, 운동량

방정식, 에너지 방정식의 지배를 받게 되는데, 음향학적 변동은 속도, 압력, 밀도 및 온도가 정상상태의 값을 중심으로 아주 작은 양만큼 섭동하는 것으로 생각할 수 있으며, 위의 방정식을 선형화 하여 결합하면 음파 압력의 전달을 나타내는 파동 방정식이 유도된다[7].

정상상태의 경우는

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{c^2}{S(x)} \frac{dS(x)}{dx} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

이때 p , t , c , x , $S(x)$ 는 음압, 시간, 음속, 위치, 단면적을 나타낸다. 여기에

$p(x, t) = p(x)e^{j\omega t}$ 을 대입하고, $\frac{\omega}{c} = -k$ 라 하여 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{d^2 p(x)}{dx^2} + \frac{1}{S(x)} \frac{dS(x)}{dx} \frac{dp(x)}{dx} + k^2 p(x) = 0 \quad (2)$$

이 방정식의 일반적인 해를 구하기는 어려우나 $S(x)$ 가 어떤 특정한 형태일 때는 방정식의 해를 구할 수 있다. 일정한 길이의 관에서 음향학적인 조건들을 정량적으로 기술하려면 평면파 전파를 지배하는 방정식뿐만 아니라 양끝에서의 경계조건이 규정되어야 한다. 관내의 음장은 파동방정식 하나만 가지고는 완전히 나타낼 수 없다. 음압 $p(x)$ 는 관의 벽, 관의 끝(termination) 및 음원에서의 경계조건들을 만족해야한다. 이러한 예로서 보다 일반적인 고차모드에서의 음파 전파를 생각하기에 앞서 우선 0차 모드, 즉 평면파 에너지전파로 생각해서 본다. 관의 형상이나 양단을 포함하는 벽의 임피던스 등은 불연속 지점에서는 입사파의 일부는 반사되고 일부는 투과하며 음향에너지손실이 발생을 한다. 평면파의 경우 불연속지점에서의 경계조건은 반사계수 및 임피던스로 경계조건을 표현할 수 있다.

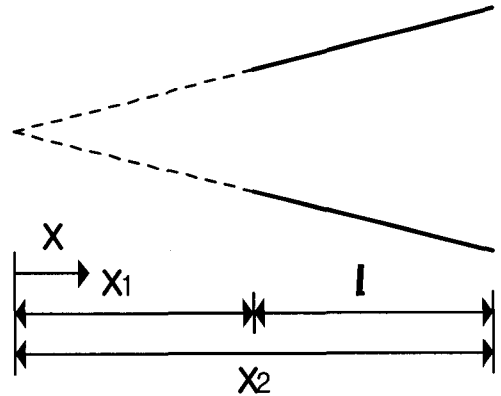


Fig. 1 Conical tube

Fig.1 과 같은 경사진 관의 형태의 경우 면적의 변화율은 $S(x) \propto x^2$ 표현할 수 있다.

$$\frac{1}{S} \frac{dS}{dx} = \frac{2}{x}$$

식(2)에 대입하면

$$d^2 \frac{p(x)}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{dp(x)}{dx} + k^2 p(x) = 0$$

$p = \frac{q}{x}$ 로 변환하면 위의 식은 일차원헬름홀츠 쓰방정식(Helmholtz equation)형태가 된다.

$$\frac{d^2 q(x)}{dx^2} + k^2 q(x) = 0$$

그러므로

$$q(x) = c_1 e^{-jk_0 x} + c_2 e^{+jk_0 x}$$

따라서 음압은 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$p(x, t) = \frac{1}{x} \{ c_1 e^{-jkx} + c_2 e^{+jkx} \} e^{j\omega t} = p(x, \omega) e^{j\omega t} \quad (3)$$

입자 속도는 $u(x, t) = \frac{1}{\rho} \int_0^t \frac{dp(x)}{dx} dt$ 이므로

$$u(x, t) = \frac{j}{\omega \rho x}$$

$$\left\{ \left(-jk - \frac{1}{x}\right)c_1 e^{-jkx} + \left(jk - \frac{1}{x}\right)c_2 e^{+jkx} \right\} e^{j\omega t}$$

체적속도는

$$v(x, t) = \rho S(x) u(x, t) = \rho S_2 \left(\frac{x}{x_2}\right)^2 u(x, t)$$

이므로

$$v(x, t) = \frac{S_2}{c} \frac{x}{x_2} \left\{ \left(1 - \frac{j}{kx}\right)c_1 e^{-jkx} - \left(1 + \frac{j}{kx}\right)c_2 e^{-jkx} \right\} e^{j\omega t}$$

$$= v(x, \omega) e^{j\omega t} \quad (4)$$

음향 임피던스는 $z(x, \omega) = \frac{p(x, \omega)}{v(x, \omega)}$ 이다.

식(3)과 (4)를 이용하여 x_1 지점과 x_2 지점의 관계를 전달 행렬의 형태로 나타내면

$$\begin{bmatrix} p(x_1) \\ v(x_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & B_{12} \\ C_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p(x_2) \\ v(x_2) \end{bmatrix}$$

여기서 $l = x_2 - x_1$, S_1, S_2 를 x_1, x_2 에서의 단면적이라고 할 때

$$A_{11} = \left\{ \frac{x_2}{x_1} \cos kl - \frac{1}{k_0 x_1} \sin kl \right\}$$

$$B_{12} = j \frac{c}{S_2} \frac{x_2}{x_1} \sin kl$$

$$C_{21} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{j S_2}{c} \frac{x_1}{x_2} \left(1 + \frac{1}{k^2 x_1 x_2}\right) \sin kl \\ - \frac{j}{k x_2} \left(1 - \frac{x_1}{x_2}\right) \cos kl \end{array} \right\}$$

$$D_{22} = \left\{ \frac{1}{k x_2} \sin kl + \frac{x_1}{x_2} \cos kl \right\}$$

상기의 전달 행렬로부터 거리 x_1 과 x_2 지점에서 음향 임피던스의 관계를 유도하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$z(x_1) = \frac{A_{11} z(x_2) + B_{12}}{C_{21} z(x_2) + D_{22}} \quad (5)$$

관내로 유입된 음파가 얼마나 종의 외부로 유출, 즉 방사되는가 하는 것은 관의 끝이 가지고 있는 성질, 즉 임피던스 혹은 관 끝의 반사 계수 등으로 표현될 수 있을 것이다. 또한, 일정한 길이의 관에서 음향학적인 조건들을 정량적으로 기술하려면 평면파 전파를 지배하는 방정식뿐만 아니라 양단 끝에서의 경계조건이 규정되어야 할 것이다.

평면파가 매질 속에서 x 방향으로 진행할 경우, 불연속 지점에서는 입사파의 일부는 반사되고, 일부는 투과되며 음향 에너지 손실이 발생하게 된다. 이 때 입사파와 반사파의 음압 p_i 와 p_r 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$p_i(x, \omega, t) = A(\omega) e^{-jkx} e^{j\omega t} = p_i(x, \omega) e^{j\omega t}$$

$$p_r(x, \omega, t) = B(\omega) e^{jkx} e^{j\omega t} = p_r(x, \omega) e^{j\omega t}$$

이 때 x, ω, t, k 는 각각 위치, 진동수, 시간, 파수를 나타낸다. 총 음압은 $p(x, \omega) = p_i(x, \omega) + p_r(x, \omega)$ 로 나타낼 수 있으므로 $p(x, \omega) = A(\omega) e^{-jkx} + B(\omega) e^{jkx}$ 로 되어 식(3) 과 같은 형태가 된다. 반사 계수 $R(x, \omega)$ 는 입사파에 대한 반사파의 비로 나타내며 다음과 같다.

$$R(x, \omega) = \frac{p_r(x, \omega)}{p_i(x, \omega)} = \frac{B(\omega)}{A(\omega)} e^{2j k x} \quad (6)$$

음향 임피던스와의 관계는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$z(x, \omega) = S(x) \rho^2 c \frac{1 + R(x, \omega)}{1 - R(x, \omega)} \quad (7)$$

반경이 a 인 열린 관에서, k, ρ, c 를 파수, 밀도, 음속이라 할 때 임피던스는 ka 가 1보다

작은 저주파 구간에 서는 이론적으로나 실험적으로나 $z_r/\rho c = 0.25(ka)^2 + j 0.6ka$ 로 나타내며, 특히 길이가 1 이고 직경이 작은 관일 경우에는 $R(x=l) = 1$, $R(x=0) = e^{j(\pi - 2kl)}$ 로 나타내며, 닫힌 관일 경우 180 도의 위상 차이가 난다.

Fig.2는 직관일 경우 입구에서의 임피던스를 구한 것으로서 221.0 Hz, 443.37 Hz, 668.48 Hz에서 공명현상이 일어나는 것을 볼 수 있고, 주파수가 증가함에 따라서 임피던스가 작아짐을 볼 수 있다. Fig.3은 경사각이 5도인 경우에 입구에서의 임피던스를 나타내고 있으며, 직관일 경우에서와 비슷한 주파수 영역에서 공명현상이 일어나는 것을 볼 수 있고, 이 경우에서도 주파수가 증가함에 따라서 임피던스가 작아짐을 볼 수 있다. Fig.4는 경사진 관의 경우 각도변화에 따른 출구에서의 반사 계수를 구한 것인데, 직관의 경우와 경사 각도가 5도와 10도인 경우로서 주파수 600 Hz대역에서 보면 반사계수의 값이 각각 0.9, 0.83, 0.5가 됨을 볼 수 있다. 전체적으로 볼 때 경사 각도가 클수록 주파수가 커짐에 따라 반사되는 파가 감소하는 것을 볼 수 있으며, 이는 경사진 음관의 형태가 고차 주파수의 성분을 효율적으로 방사시키는 구조라는 것을 과학적으로 입증하는 것이라 할 수 있다.

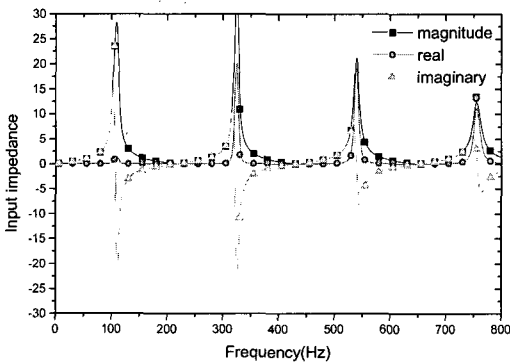


Fig. 2 Inlet impedance of straight pipe

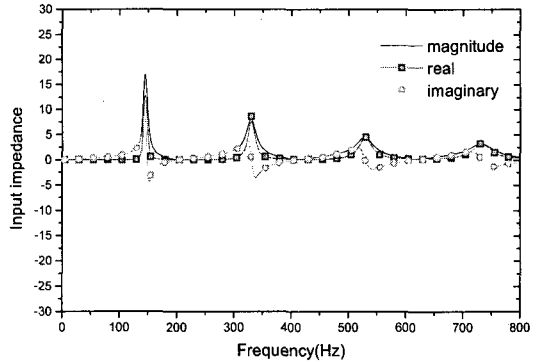


Fig. 3 Inlet impedance of 5° angle

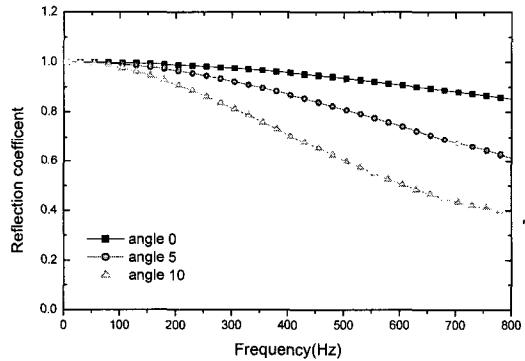


Fig. 4 Reflection coefficient of conical horns with tapered angles 0°, 5°, 10°

3. 성덕대왕 신종 음관의 음향학적 특성

성덕 대왕 신종 음관은 Fig.5 에서와 같이 종의 안쪽 지름이 82mm이고 바깥방향 지름이 148mm로, 직선형 경사진 관의 모양을 가지고 있다. 이것은 음관이 신종 전체 면적에서 차지하고 있는 비중이 지극히 작은 것을 의미하고 (전체 면적의 10^{-3} 정도로 면적), 아울러 직관 (straight-pipe)보다 효율적인 방사 즉, 종의 내부 에너지를 효율적으로 종 밖으로 뿜어 낼 수 있음을 의미한다. 관내의 파동 현상은 도파관 이론으로 설명을 할 수 있는데, 관내의 유체 입자가 움직일 수 있는 방향은 관의 길이 방향, 즉 주된 전파 방향과 관의 단면 방향이

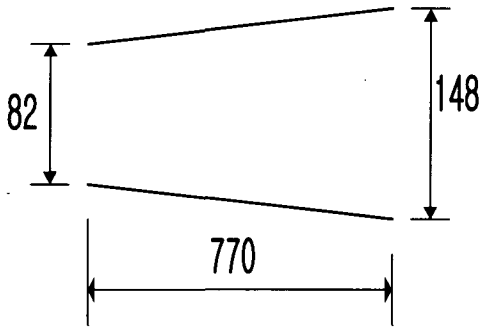


Fig. 5 The sound-pipe of King Song-Dok bell

라고 할 수 있으며, 유체 입자는 가진 주파수에 따라 움직이는 방향을 선택하게 된다. 만일 가진 주파수가 단면 형상이 가진 고유모드에 해당하는 고유주파수와 같거나 혹은 큰 경우에는 유체입자는 단면방향의 운동 즉, 고차모드 성분을 표현하는 운동을 하게 될 것이고 따라서 단면에 대하여 평면파 성분을 잃게 될 것이다. 도파관 이론에 의하면 음관 내부에 전파하는 음파가 평면파인 경우에는 차단주파수(cutoff frequency)보다 작은 주파수인 경우일 것이다. 음관의 출구 부분이 직경(0.148m)을 기준으로 차단 주파수를 계산하여 보면 약 1350 Hz이며, 신종의 주된 소리인 64 Hz, 168 Hz소리 성분은 이 차단 주파수 보다 훨씬 작은 주파수 영역임을 알 수 있다. 성덕대왕 음관의 음향학적 특성은 기하학적 형상에 기인한다 볼 수 있으며, 음관을 경사진 원통형 관으로 간주하여 앞에서 제시한 방정식을 적용할 수 있다. 식(3)과 (4)로부터 음관 내의 음압과 음의 체적속도를 구할 수 있으며, 식(5)에 의해서 특정한 지점의 음향 임피던스로부터 다른 지점에서의 음향 임피던스를 산출할 수 있다. 음관의 경우는 저주파 대역에서의 음의 파수 k 와 반경 a 의 곱이 1보다 작은 경우로서, 이경우의 경계 조건을 적용함으로써 음관 내의 음향 임피던스를 구할 수 있다. 즉, 음관 출구의 음향 임피던스 $z(x_2)$ 로부터 음

관 입구의 음향 임피던스 $z(x_1)$ 을 구할 수 있다. 각 지점에서의 반사 계수는 식(7)에 의해 음향 임피던스와의 관계식으로부터 산출할 수 있다.

Fig.6은 성덕대왕 신종의 음관의 입구 부분에서 입력 임피던스를 구한 것으로서 주파수가 고주파로 감에 따라서 임피던스가 낮아지는 것을 볼 수 있으며, 허수 항이 0 이 되는 부분이 공명주파수이다.

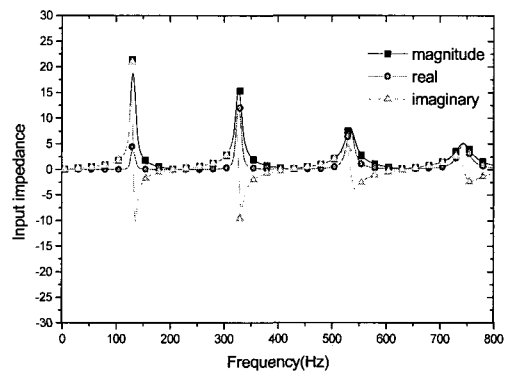


Fig. 6 Inlet impedance of sound-pipe of King Song-Dok bell

Fig.7은 직관의 경우와 신종의 음관의 경우의 출구 단에서의 반사 계수를 비교한 것인데 음관의 경우에 고주파로 갈수록 반사 계수가 직관과 비교하여 볼 때 작은 값을 나타내고 있으며, 이로서 직관일 때보다도 경사진 형태의 형상일 경우에 저주파 음은 간직하고 고주파 음을 더 잘 방사시킬 수 있다는 것을 나타내고 있다. 신종의 맥놀이 현상이 나타내고 있는 주파수인 64 Hz 근방과 168 Hz 근방에서는 반사 계수가 1 에 가까우므로 음관을 통한 음의 방사가 거의 일어나고 있지 않으며, 그 이상의 주파수에서는 비교적 효율적인 방사 즉, 감쇠 현상이 일어나고 있음을 볼 수 있다. 이러한 음관의 특성은 음관이 신종의 기본적인 저주파 맥놀이는 유지하되 보다 고주파 위치한 고차 맥놀이 현상은 빨리 외부로 방출 혹은 감쇠 시키는 일종의 여파기(filter) 또는

감쇠기(damper)의 역할을 하고 있다는 사실을 인지할 수 있다.

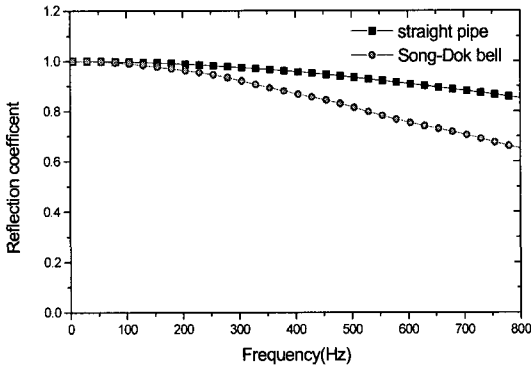


Fig. 7 Reflection coefficient of straight pipe and the sound-pipe of King Song-Dok bell

4. 결론

본 연구에서는, 경사진 형태로 단면이 변하는 실린더 형 구조물에서의 음향 임피던스와 반사 계수를 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 계산하였으며, 이 방법을 성덕대왕 신종 음관에 적용시킴으로써, 음관이 고주파 음을 효율적으로 방사시키는 구조로 되어 있음을 재확인할 수 있었다. 직관일 경우 입구에서의 임피던스는 경사진 관 입구에서의 임피던스에 비해 큰 값을 가지며, 각도가 증가함에 따라 입구의 임피던스가 작아짐을 알 수 있었다. 경사진 관의 경우 경사 각도가 커질수록 고주파영역에서 반사되는 파가 감소하는 것을 볼 수 있으며, 이는 경사진 음관의 형태가 고차 주파수의 성분을 효율적으로 방사시키는 구조라는 것을 입증하는 것이라 할 수 있다. 성덕대왕 신종의 맥놀이 현상이 나타내고 있는 주파수인 64 Hz와 168 Hz 근방에서는 반사 계수가 1에 가까우므로 음관을 통한 음의 방사가 거의 일어나고 있지 않음을 알 수 있었다. 경사진 음관을

통하여 고주파 영역의 음은 비교적 효율적인 방사 즉, 감쇠되므로, 음관이 고주파영역의 맥놀이 성분을 빨리 외부로 방출 혹은 감쇠시키는 일종의 여과기(filter) 또는 감쇠기(damper)의 역할을 하고 있다고 볼 수 있다.

참고문헌

- [1] 염영하, “한국 범종에 관한 연구”, 한국 범종 연구회지, No.6, pp 1-34, 1983
- [2] 박홍을, “원통형 구조물의 단면 변화에 따른 음향 전파에 관한 연구”, 경희 대학교 대학원 석사 학위 논문, 2000
- [3] 김양한, 김시문, “원통형 음향 홀로그래피를 이용한 성덕대왕 신종의 방사음장 특성 분석”, 한국음향학회지, Vol.16, No. 4, pp94-100, 1997
- [4] 김양한, 박순홍, 김시문, “성덕대왕 신종 내부 음장 및 울림통이 신종의 소리에 미치는 영향과 새로운 울림통 크기의 제안”, 한국 음향학회지, Vol. 16, No. 5, pp 60-67, 1997
- [5] 윤두병, 김양한, “실험적 분석을 통하여 본 성덕대왕 신종 음통의 음향학적 특성”, 한국 음향학회지, Vol. 16, No. 6, pp 19-24, 1997
- [6] 김영수, 진용옥, “과도기형태 신호의 매개 변수 추정기법을 이용한 성덕대왕 신종의 음향분석”, 한국음향학회지, Vol. 17, No. 7, pp.91-100, 1998
- [7] M .L. Munjal, " Acoustics of ducts and mufflers," John Wiley & Sons Inc., 1987

주 작 성 자 : 최 명 진

논문투고일 : 2005. 11. 02

논문심사일 : 2005. 11. 16(1차), 2005. 11. 21(2차)
2005. 11. 24(3차)

심사판정일 : 2005. 11. 24

● 저자소개 ●



최명진

1984년 경희대학교 기계공학과 학사
 1987년 North Carolina State Univ. 기계공학 석사
 1992년 North Carolina State Univ. 기계공학 박사
 1992년 ~ 1993년 한국 원자력 연구소 선임연구원
 1993년 ~ 현재 경희대학교 기계공학과 교수
 관심 분야: 기계공학 관련 현상에 대한 시물레이션



박홍을

1998년 경희대학교 기계공학과 학사
 2000년 경희대학교 기계공학과 석사
 2000년 ~ 2002년 (주)인터엠 연구소 음향진동연구소 연구원
 2003년 ~ 현재 삼성전자(주) 가전제품연구소, 소음진동제어 선임연구원
 관심 분야: 터보팬, 모터 소음제어